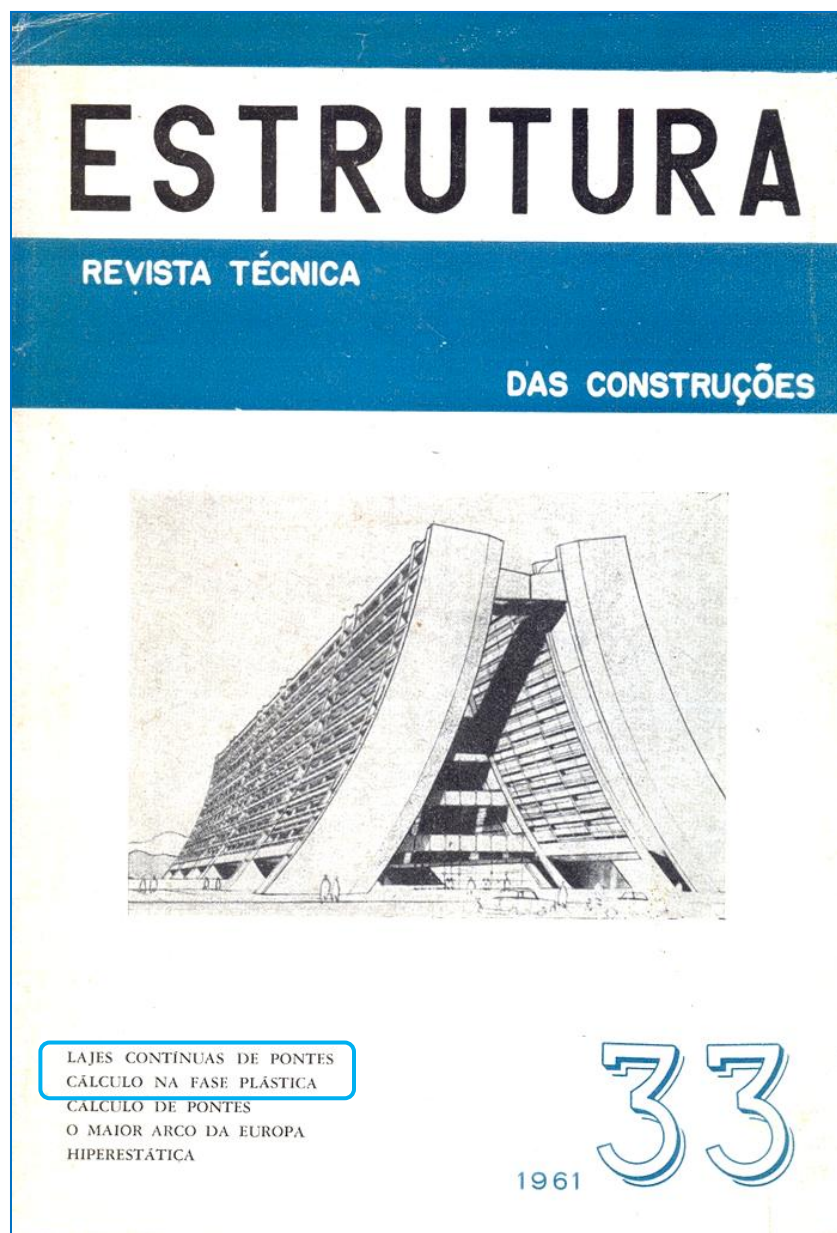




Lajes Contínuas de Pontes - NB2-1961  
Cálculo na Fase Plástica  
Prof. Telemaco van Langendonck

Prof.. Eduardo C. S. Thomaz  
Notas de aula



- Adicionar ao cálculo das armaduras de lajes de pontes, aqui apresentado pelo Prof. Telemaco van Langendonck, a verificação da segurança à fadiga.
- Para a Fadiga ver o Anexo da EB-3/67- Barras de Aço para Concreto Armado no link: [aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/lobocarneiro/barras\\_aco.pdf](http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/lobocarneiro/barras_aco.pdf)
- Esse método de cálculo da NB2-1961, junto com a EB-3/67, pode ser usado com as cargas móveis atuais, e as armaduras das lajes serão semelhantes às calculadas pela NBR 7187-2003, junto com a NBR 6118.

## Nomenclatura

| Tensão                 | NB1 e NB2-1961 | NBR 6118-2003 e NBR 7187-2003 |
|------------------------|----------------|-------------------------------|
| Escoamento do aço      | $\sigma_e$     | $f_{yk}$                      |
| Compressão do concreto | $\sigma_R$     | $f_{ck}$                      |

### Comparação aproximada entre as normas de Pontes : NB2-1961 e NBR 7187-2003

#### Concreto :

##### NB2 - 1961

$$1,65 M_g + 2,0 \times (\phi \text{ impacto}) M_p < M_u \left[ \text{função de } (\sigma_R = f_{ck}) \right]$$

##### NBR 7187-2003 e NBR 6118-2003.

$$1,35 M_g + 1,50 \times (\phi \text{ impacto}) M_p < M_u \left[ \text{função de } \left( \frac{0,85 \times f_{ck}}{1,4} \right) \right]$$

$$\approx 1,65 M_g + 2,35 \times (\phi \text{ impacto}) M_p < M_u \left[ \text{função de } (f_{ck}) \right]$$

#### Aço :

##### NB2 - 1961

$$1,65 M_g + 2,0 \times (\phi \text{ impacto}) M_p < M_u \left[ \text{função de } (\sigma_e = f_{yk}) \right]$$

#### Fadiga

EB3-1967 que complementou a NB1-1960 e a NB2-1961 :

- $1,20 \times \Delta\sigma$  (carga móvel) nas barras retas (estádio II) < **220 MPa**

Logo :  $\Delta\sigma$  (carga móvel) nas barras retas (estádio II) <  $220\text{MPa}/1,20 = \mathbf{183 MPa}$

##### NBR 7187-2003 e NBR 6118-2003.

- $1,35 M_g + 1,50 \times (\phi \text{ impacto}) M_p < M_u \left[ \text{função de } \left( \frac{f_{yk}}{1,15} \right) \right]$
- $\approx 1,55 M_g + 1,73 \times (\phi \text{ impacto}) M_p < M_u \left[ \text{função de } (f_{yk}) \right]$

#### Fadiga

NBR6118 -2003 : Para lajes de pontes é feita a redução  $\psi = 0,8$  :

$$\Delta\sigma_{sd} = 0,8 \times \Delta\sigma \text{ (carga móvel) barras retas (estádio II) } < 190 \text{ MPa}$$

Logo :  $\Delta\sigma$  (carga móvel) nas barras retas (estádio II) <  $190/0,8 = \mathbf{238 MPa}$

**Conclusão :** As armaduras das lajes de pontes calculadas pela NB2-1961 são maiores do que as calculadas pela **NBR 7187-2003**, se forem consideradas as mesmas cargas móveis.

# LAJES CONTÍNUAS DE PONTES

## SEU CÁLCULO EM FACE DO ITEM 24 DO PROJETO DE REFORMA DA NB-2

TELEMACO H. DE M. VAN LANGENDONCK

### 1. Objetivo

Pretende-se no presente trabalho apresentar marcha de cálculo utilizável no dimensionamento das lajes contínuas de pontes, quando se quiser empregar o critério do item 24, do projeto de reforma da NB-2, que assim reza [1]:

« No cálculo de lajes contínuas — apoiadas em vigas no seu contôrno, não sujeitas a deslocamentos angulares apreciáveis, de vãos iguais ou em que o menor vão não seja inferior, em cada direção, a 70% do maior, — permite-se adotar o seguinte processo aproximado:

No contôrno de cada painel da laje dispor-se-á armadura superior uniformemente distribuída, de modo que a peça não fique superarmada. O momento de ruptura correspondente será designado por “momento de borda” ( $M_b > 0$ ) e deverá estar entre os limites adiante estabelecidos.

O cálculo de cada painel é feito isoladamente, com as cargas multiplicadas pelos respectivos coeficientes de segurança, como se fôsse livre o apoio de suas bordas sôbre as vigas, modificados apenas os momentos fletores  $M_0$  achados, como a seguir se expõe:

— nos trechos em que  $M_0 < M_b$ , considerar-se-ão momentos negativos

$$M = M_0 - M_b,$$

— nos trechos em que  $M_0 > 0,6 M_b$ , considerar-se-ão momentos positivos

$$M = M_0 - 0,6 M_b.$$

A armadura superior ao longo das bordas será a que leva a valor de  $M_b$  entre 1/2 e 2/3 do máximo  $M_0$  da placa, mas não

excedendo  $3/4$  do maior  $M_0$  que se verifica na direção perpendicular à daquêle momento máximo.

Havendo placa ou balanço adjacente à placa considerada, que obrigue a existência de armadura maior que a do limite superior especificado, colocar-se-á armadura igual em todo o seu contôrno, mas no cálculo dos momentos positivos não se considerará valor de  $M_b$  maior que o correspondente a êsse limite.

Para lajes contínuas só em uma direção e que não se apoiem em vigas paralelas a essa direção também se pode aplicar o cálculo aproximado citado, usando-se armadura superior sôbre as vigas de apoio que leve a  $M_b$  entre  $1/2$  a  $2/3$  do máximo  $M_0$ . A armadura transversal será calculada com o critério do item 23. »

Como se vê, o cálculo todo parte do conhecimento dos momentos fletores  $M_0$  que se verificam em cada painel da laje considerado isolado e livremente apoiado em seu contôrno. Por isso inicia-se o estudo com a busca dos  $M_0$  (§2). A seguir estudam-se os momentos de borda  $M_b$  (§3) e os diagramas dos momentos finais para dimensionamento (§4), seguindo-se algumas considerações sôbre as fôrças cortantes (§5) e dois exemplos de aplicação (§§6 e 7).

## 2. A laje retangular livremente apoiada

Os momentos fletores que se verificam nas lajes retangulares, livremente apoiadas em todo o seu contôrno, são calculáveis com a aplicação das séries de Fourier na resolução da equação de Lagrange. Os resultados obtidos encontram-se nos livros especializados (por exemplo, no Capítulo V de [2] dedicado exclusivamente a êsse estudo). Não seria prático, entretanto, fazer-se uso das séries de Fourier, para cada laje, para cada posição da carga e para cada ponto das secções onde agem os momentos flectores. Para evitar tal complexidade de cálculo, pode-se recorrer a certos resultados já conhecidos referentes aos diagramas de máximos momentos fletores [3] [4].

As cargas são supostas aplicadas sob a forma de fôrças uniformemente distribuídas dentro de retângulos de lados paralelos ao da laje (como realmente preceitua a NB-1, cujos trem-tipos são os da fig. 6).

A notação a ser usada é a da fig. 1, onde se designam por  $l_x$  e  $l_y \geq l_x$  os comprimentos dos lados da laje retangular e por  $a_x$  e  $a_y$  os dos lados do retângulo das cargas, paralelos respectivamente a  $l_x$  e  $l_y$ . Os momentos fletores por unidade de comprimento da secção

são representados por  $M_x$  e  $M_y$ , atuantes respectivamente em planos perpendiculares a  $l_x$  e  $l_y$ .

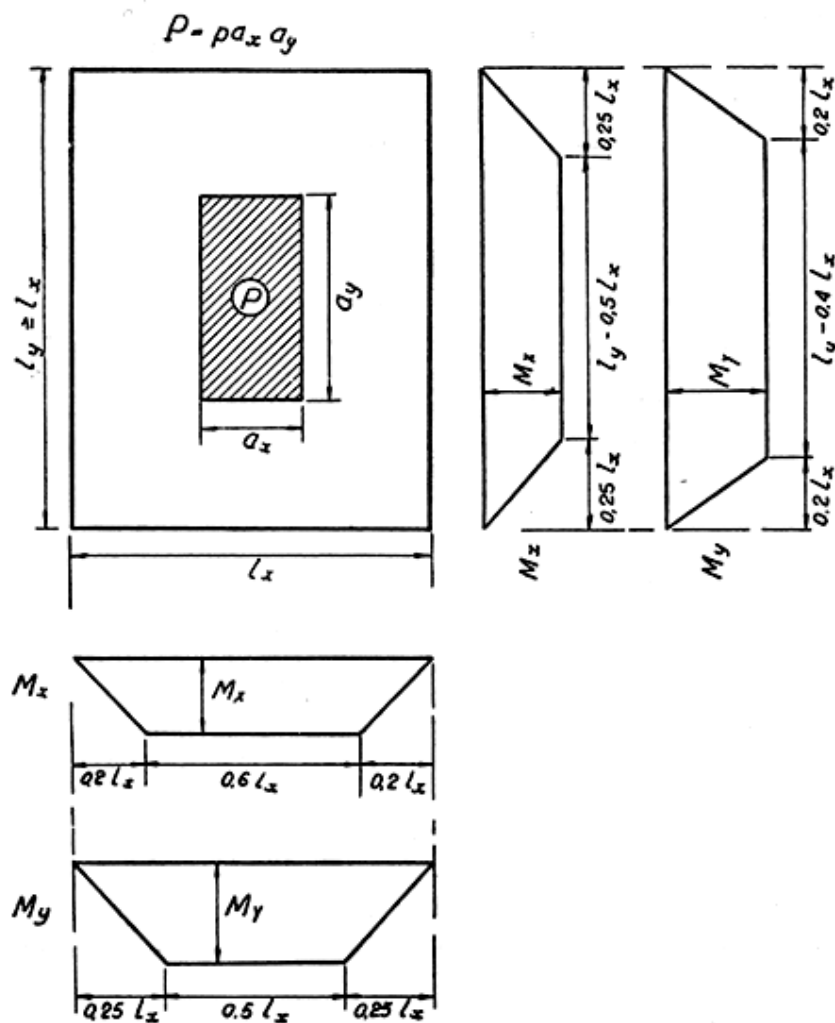


Fig. 1

Quando se conhecem os valores máximos de  $M_x$  e  $M_y$  no centro da placa (a serem designados respectivamente por  $M_X$  e  $M_Y$ ), podem traçar-se com precisão suficiente os diagramas de seus valores máximos em tôda a placa, atribuindo-se-lhes a distribuição indicada na fig. 1.

Quando os centros dos retângulos da carga e da placa coincidem, determinam-se  $M_X$  e  $M_Y$ , em função de  $a_x/l_x$  e  $a_y/l_y$ , com as tabelas I dadas no fim dêste artigo <sup>(1)</sup>.

Para cargas cujos centros não coincidam com o da laje, aplicam-se as tabelas com o artifício indicado na fig. 2.

(1) Calculadas para coeficiente de Poisson  $\nu = 1/6$  a partir dos dados numéricos encontrados em (2) e (3).

A posição mais desfavorável dos veículos sôbre a placa obtêm-se, praticamente, dispondo a roda mais pesada sôbre o centro da laje; as outras ocuparão as posições correspondentes de acôrdo com a

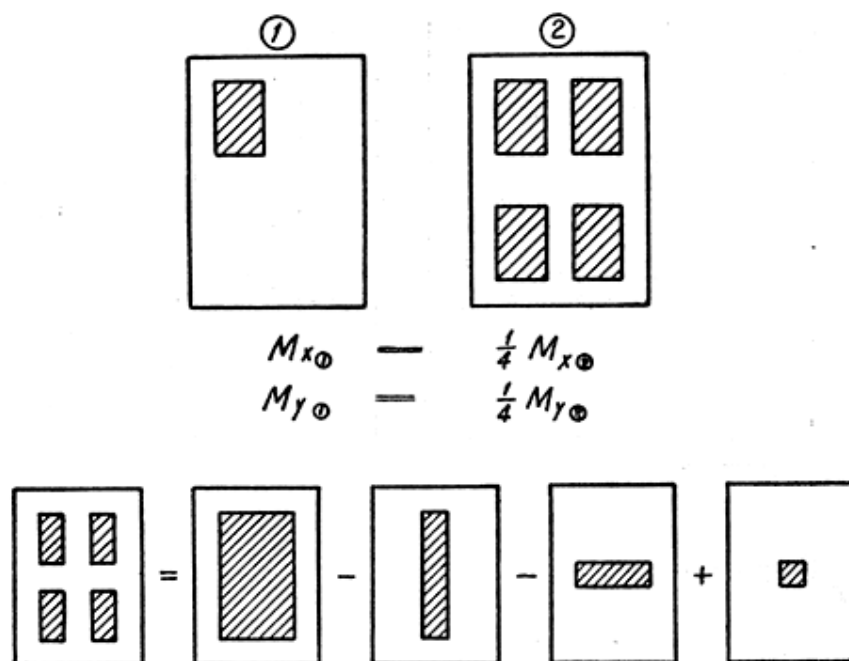


Fig. 2

NB-6 (fig. 6). Somando os  $M_X$  e  $M_Y$  referentes a tôdas as cargas, inclusive a permanente, obtêm-se os seus valores finais a serem usados nos diagramas da fig. 1.

As condições anteriores, bem como as dos §§ seguintes, referem-se a lajes de espessura constante. Aliás não há interêsse em se fazerem mísulas, pois que o momento nas bordas não têm intensidade muito maior que os que se dão no centro da laje. Há possibilidade, entretanto, de se alargar a viga de contôrno na parte superior (fig. 3), de modo a reduzir-se o vão da laje e, mesmo, permitir-se a existência de armaduras superiores diferentes nas bordas de duas lajes adjacentes (desde que haja espaço suficiente, sôbre a viga alargada, para a ancoragem das barras da laje que tem maior armadura). Supõe-se que para vão da laje se tome valor igual à distância entre os centros dos apoios, mas nunca maior que o vão livre acrescido da espessura  $d$  no meio do vão (pois o cálculo é feito como o de laje isolada) <sup>(2)</sup>.

<sup>(2)</sup> Itens 21 da NB-2 e 10 da NB-1.

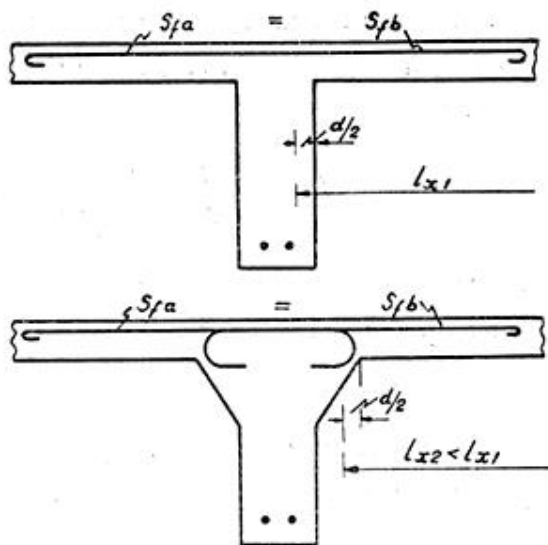


Fig. 3

### 3. Momentos de borda

Ao longo da borda da laje dispõe-se armadura uniformemente distribuída de modo que o cálculo no estágio III da secção, ao longo da borda, por unidade de comprimento, leve a peça sub-armada com momento de ruptura  $M_b$  tal que ( $M_X$  e  $M_Y$  são os momentos máximos no meio da laje calculados no § 2):

$$\begin{aligned}
 \frac{M_X}{2} < M_b < \frac{3 M_Y}{4} & \text{ se } M_X > \frac{9 M_Y}{8} \\
 \frac{M_X}{2} < M_b < \frac{2 M_X}{3} & \text{ se } M_Y \leq M_X \leq \frac{9 M_Y}{8} \\
 \frac{M_Y}{2} < M_b < \frac{2 M_Y}{3} & \text{ se } \frac{8 M_Y}{9} \leq M_X \leq M_Y \\
 \frac{M_Y}{2} < M_b < \frac{3 M_X}{4} & \text{ se } M_X < \frac{8 M_Y}{9} .
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Escolhe-se o  $M_b$  dentro dos limites impostos, o que só será possível se o maior dos momentos  $M_X$  e  $M_Y$  não for maior que 1,5 vez o outro (em caso contrário o processo não é aplicável, pois a hipótese de que se dê o escoamento das secções em todo o contorno da laje provavelmente não se verificará antes de escoarem outras secções da parte central).

A armadura  $S_f$  a ser colocada por unidade de comprimento da borda, na face superior da laje, é a que se obtém com o cálculo da secção no estádio III <sup>(3)</sup>;

$$S_f = \frac{h \sigma_R}{\sigma_e} \left( 1 - \sqrt{\frac{2 M_b}{h^2 \sigma_R}} \right), \quad (3.2)$$

não se devendo usar  $M_b$  que não obedeça às desigualdades 3.1 nem que leve a peça super-armada, isto é, <sup>(4)</sup>

$$M_b \leq h^2 \sigma_R w_l. \quad (3.3)$$

Nas expressões anteriores,  $h$  é a altura útil da laje (distância da armadura à face comprimida),  $\sigma_e$  é o limite de escoamento <sup>(5)</sup> do aço da armadura,  $\sigma_R$  a tensão mínima de ruptura a compressão do concreto <sup>(6)</sup> e  $w_l$  um coeficiente que caracteriza o momento fletor má-

<sup>(3)</sup> Veja-se, por exemplo, (5), 2.º v., p. 429. As tabelas II, dadas no fim deste artigo, facilitam o cálculo de  $S_f$ .

<sup>(4)</sup> Ainda de acôrdo com (5), § 353.

<sup>(5)</sup> Real ou convencional (correspondente êste à deformação permanente de 0,2%), ou seja:

|                |                                     |
|----------------|-------------------------------------|
| para aço 37-CA | $\sigma_e = 2\,400 \text{ kg/cm}^2$ |
| 50-CA          | $\sigma_e = 3\,000 \text{ kg/cm}^2$ |
| CA-T40         | $\sigma_e = 4\,000 \text{ kg/cm}^2$ |
| CA-T50         | $\sigma_e = 5\,000 \text{ kg/cm}^2$ |

<sup>(6)</sup> De acôrdo com a definição do item 89 da NB-1:

A tensão  $\sigma_R$ , na qual se baseia o cálculo das peças em função da carga de ruptura (estádio III) ou a fixação das tensões admissíveis, será igual à tensão mínima de ruptura do concreto a compressão, com 28 dias de idade determinada em corpos de prova cilíndricos normais.

Considera-se, para os fins desta Norma, como tensão mínima de ruptura do concreto a compressão, a definida pelas fórmulas seguintes:

— quando houver sido determinado o coeficiente de variação da resistência do concreto, com pelo menos 32 corpos de prova da obra considerada ou de outra obra do mesmo construtor e de igual padrão de qualidade (item 92):

$$\sigma_R = (1 - 1,65 v) \sigma_{c28}, \text{ mas não maior que } 0,8 \sigma_{c28}:$$

— quando não fôr conhecido o coeficiente de variação:

se houver contrôle rigoroso (item 92):

$$\sigma_R = (3/4) \sigma_{c28}$$

se houver contrôle razoável (item 92):

$$\sigma_R = (2/3) \sigma_{c28}$$

se houver contrôle regular (item 92):

$$\sigma_R = (3/5) \sigma_{c28}$$

No caso de se prever carregamento da estrutura com idade  $k$  inferior a 28 dias, substitui-se  $\sigma_{c28}$  por  $\sigma_{ck}$ .



ximo que se pode obter com peça sub-armada (<sup>7</sup>).

Quando houver armadura da laje adjacente que ultrapasse o limite superior imposto pela condição de  $M_b$  não ser maior que dado valor, é preciso que se estenda essa armadura a todo o contorno do painel, mas no cálculo se considerará  $M_b$  como igual ao limite que lhe corresponde (como no exemplo do § 7).

#### 4. Diagramas de momentos fletores para o dimensionamento

Os diagramas dos momentos fletores a serem utilizados no dimensionamento são os da laje livremente apoiada (fig. 1) alterados pelo traçado de duas linhas de fecho retilíneas como se mostra no primeiro diagrama da fig. 4:

a) uma, de ordenada  $0,6 M_b$  que se estende por todo o interior da figura formada pelo diagrama, determinando os momentos positivos, que se medirão a partir dela até a curva do diagrama primitivo;

b) outra, de ordenada  $M_b$ , exterior à figura formada pelo diagrama, a qual determina os momentos negativos, medidos a partir dela até a curva do diagrama primitivo.

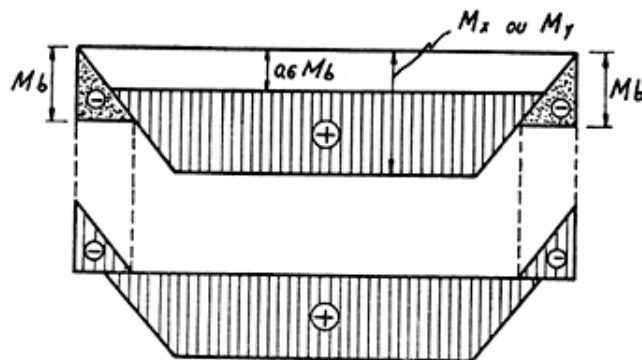


Fig. 4

(<sup>7</sup>) Vale esse coeficiente, quando se toma, de acordo com as normas, o encurtamento de ruptura do concreto igual a 0,15%:

$$\text{para aço 37-CA : } w_l = 3\,150 \times 3\,975/5\,550^2 = 0,407$$

$$50\text{-CA : } w_l = 3\,150 \times 4\,575/6\,150^2 = 0,381$$

$$\text{CA-T40: } w_l = 3\,150 \times 5\,575/7\,150^2 = 0,344$$

$$\text{CA-T50: } w_l = 3\,150 \times 6\,575/8\,150^2 = 0,312$$

pois, de acordo com [5], (fórmula 353.1 e nota de rodapé 446), com  $\sigma_e$  em  $\text{kg/cm}^2$ :

$$w_l = \frac{3\,150 (\sigma_e + 1\,575)}{(\sigma_e + 3\,150)^2} .$$

No ultimo desenho da fig. 4 mostra-se o mesmo diagrama com a convenção usual, medido a partir de uma única linha de referência.

## 5. Fôrças cortantes

Com a hipótese da distribuição uniforme do momento de borda, não há alteração das fôrças cortantes calculadas para a placa livremente apoiada (8).

Pode-se dispensar seu cálculo exato, se se tiver em vista que a busca de seu valor máximo é suficiente para se determinar a necessidade ou não do emprêgo de armadura transversal. Se esta fôr dispensável, nada mais há a calcular; em caso contrário, deve armar-se cada lado do contôrno da laje, em todo seu comprimento, para o valor máximo que lhe corresponde. A fôrça cortante achada para o contôrno diminui para o interior da laje, podendo admitir-se que a variação seja linear até ser subtraída do valor da carga na secção em que esta terminar (a armadura só é necessária nos trechos em que a fôrça cortante ultrapassa os limites dados pela fórmula 5.5), como se mostra na fig. 9. A posição mais desfavorável do trem-tipo dá-se quando o retângulo da carga (de lados  $a$  e  $b$ ) de uma roda tangencia o contôrno da laje. Pode admitir-se que a fôrça cortante seja a que se verifica na viga simplesmente apoiada de largura  $a + b$ , com eixo coincidente com o centro do retângulo da carga e de vão  $l_x (\leq l_y)$ ; com isso, os apoios coincidem com os da laje para a viga paralela a  $l_x$  e só um deles (aquele junto ao qual se calcula a fôrça cortante máxima) para a viga paralela a  $l_y$  (se  $l_y \neq l_x$ ). A multidão fica na sua posição normal; a carga permanente uniformemente distribuída também se calcula do mesmo modo permitindo-se uma redução no valor achado, se  $l_y \leq 1,8 l_x$ , na proporção de

$$r = 1 - \frac{1}{4} \left( 1,8 - \frac{l_y}{l_x} \right)^2. \quad (5.1)$$

De acôrdo com aquêle critério, a fôrça cortante  $Q_1$ , por unidade de comprimento, devida ao trem-tipo, é dada, para  $l_x > a + 3$  metros, pelas fórmulas seguintes, onde  $a$  é o lado do retângulo da carga de uma roda na direção do tráfego e  $b$ , o que lhe é perpendicular ( $P$  é o pêso do veículo,  $P'$  o de seu eixo mais pesado e  $p$  o da multidão que precede e segue o veículo, fig. 5: (9)

(8) Veja-se, por exemplo, [2], Cap. II.

(9) De acôrdo com a NB-6, tem-se:

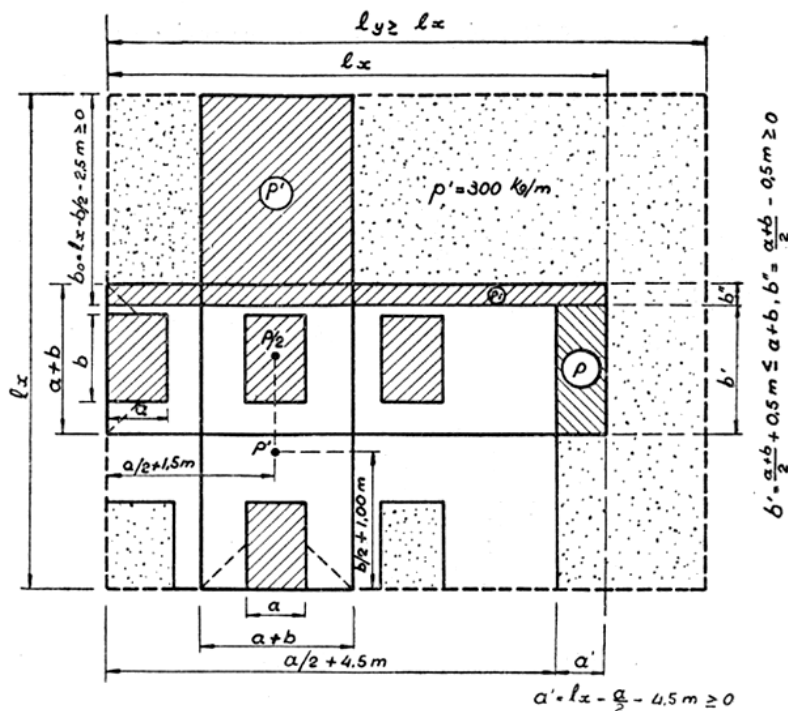


Fig. 5

Para as secções junto às transversinas (unidades: t e m):

$$Q_1 = \frac{1}{2(a+b)} \left[ P \left( 1 - \frac{a+3}{2l_x} \right) + 0,3 b'' l_x + p \frac{a'^2 b'}{l_x} \right] \quad (5.2)$$

onde  $a'$ ,  $b'$  e  $b''$  são as grandezas definidas na fig. 5.

Para as secções junto às longarinas (unidades: t e m):

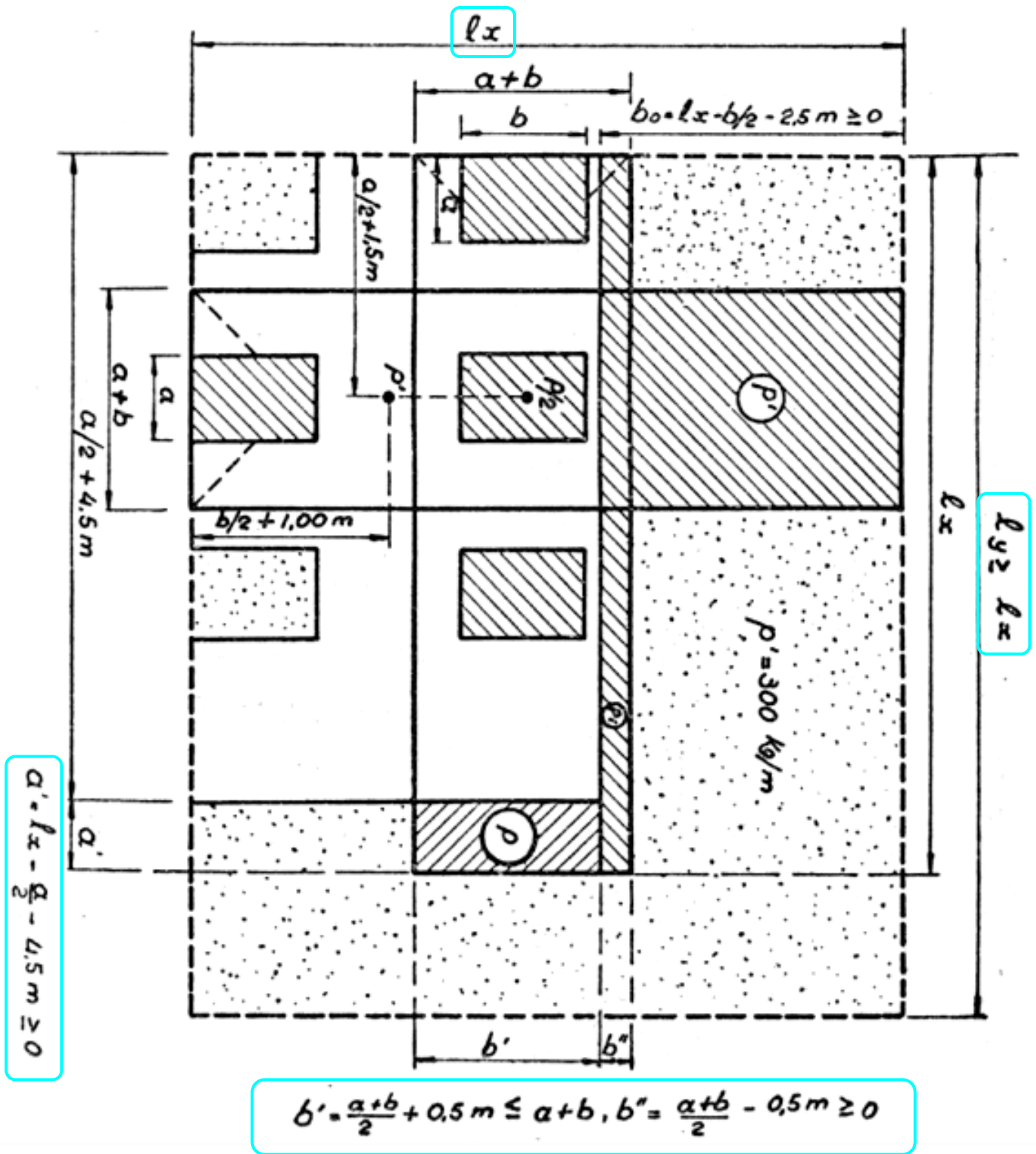
$$Q_1 = \frac{P'}{a+b} \left( 1 - \frac{b+2}{2l_x} \right) + 0,15 \frac{b_0^2}{l_x} \quad (5.3)$$

sendo  $b_0$  a largura definida na fig. 5. Nesta fórmula não há  $p$ , porque se se tiver, como sói acontecer,  $a+b \leq 3$  m, não haverá parte dessa carga sôbre a faixa considerada.

| Classe da rodovia | Classe da ponte | Pêso $P$ do veículo | Pêso $P'$ do eixo mais pesado | Carga $p$ que segue e antecede o veículo |
|-------------------|-----------------|---------------------|-------------------------------|--|
| I                 | 36              | 36 t                | 12 t                          | 0,5 t/m <sup>2</sup>                     |
| II                | 24              | 24 t                | 8 t                           | 0,4 t/m <sup>2</sup>                     |
| III               | 12              | 12 t                | 8 t                           | 0,3 t/m <sup>2</sup>                     |

A carga que se situa ao lado do veículo (o qual ocupa o retângulo de 6m × 3m) é  $p' = 0,3$  t/m<sup>2</sup> para tôdas as classes.

A distribuição das cargas é a da fig. 6, notando-se que as dimensões dos retângulos correspondentes às rodas são as que se referem à superfície do pavimento e que devem ser acrescidas da espessura da laje e do dôbro da espessura do pavimento, pois, de acôrdo com o item 22 da NB-2, admite-se distribuição a 45° até a superfície média da placa (fig. 7a).



$$b_0 = l_x - \frac{b}{2} - 2.5\text{ m} \geq 0$$

$$b' = \frac{a+b}{2} + 0.5\text{ m} \leq a+b$$

$$b'' = \frac{a+b}{2} - 0.5\text{ m} \geq 0$$

Fig 5 girada 90 graus

Se  $Q_1$ , somado ao efeito da carga permanente  $g$ :

$$Q_2 = gl_x \frac{r}{2}, \quad (5.4)$$

levar a valor de  $Q = \varphi Q_1 + Q_2$  (sem inclusão do coeficiente de segurança mas sim com o de impacto  $\varphi$ ) tal que ( $d$  é a espessura da laje e  $\sigma_R$  a tensão mínima de ruptura do concreto definida no item 89 da NB-1):

$$Q \leq \begin{cases} \frac{2 \sigma_R d}{75} \\ \frac{d}{3} \times 16 \text{ kg/cm}^2 \end{cases} \quad (5.5)$$

de acôrdo com o item 30 da NB-1, confirmado pelo item 33 da NB-2, usando o braço de alavanca  $z$  para o cálculo de  $\tau = \sigma_I = Q/z$ , do estádio I, ou seja  $z \cong 2d/3$ , e as tensões admissíveis do item 58 da NB-2.

## 6. Exemplo de painel central

“Dimensionar o painel central da laje de uma ponte de grande largura, cujas vigas principais tenham afastamento livre de 3,8 m, com espaçamento livre entre transversinas, de 4,6 m. O trem-tipo é o das pontes da classe 36 da NB-6, a espessura da laje é de 20 cm,

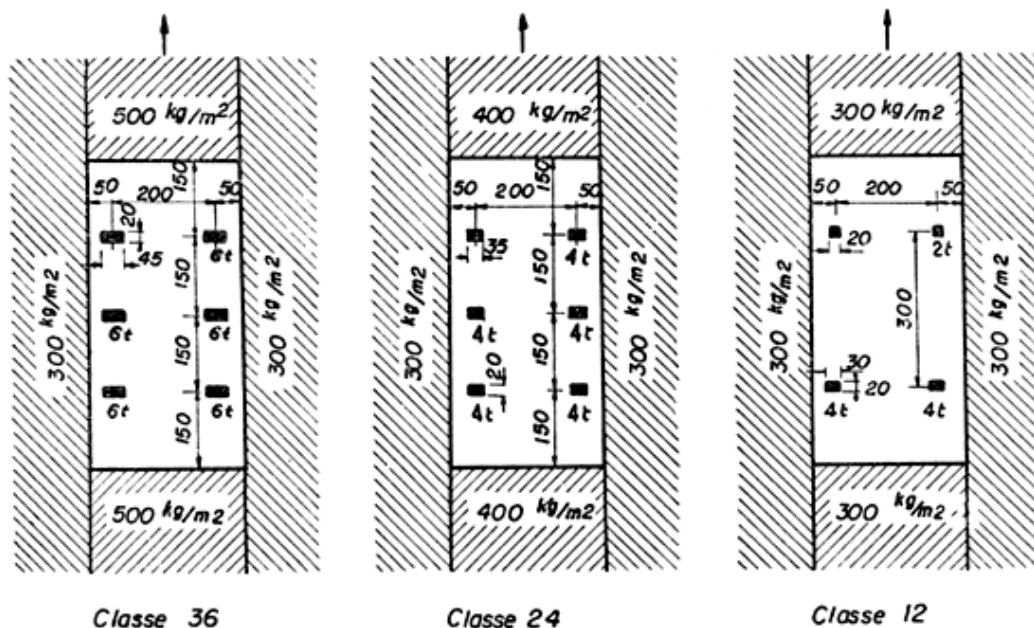


Fig. 6

e o material a ser usado é aço 37-CA e concreto com  $\sigma_R = 150 \text{ kg/cm}^2$ . O pavimento tem a espessura de 10 cm.”

O veículo do trem-tipo tem seis rodas que transmitem 6 t cada uma (fig. 6). O retângulo de contato de cada uma delas tem 20 cm na direção longitudinal e 45 cm na transversal; a área de aplicação da carga, para efeito de cálculo é a que se obtém acrescentando 40 cm a cada uma dessas medidas (fig. 7a). Colocando o trem-tipo sobre

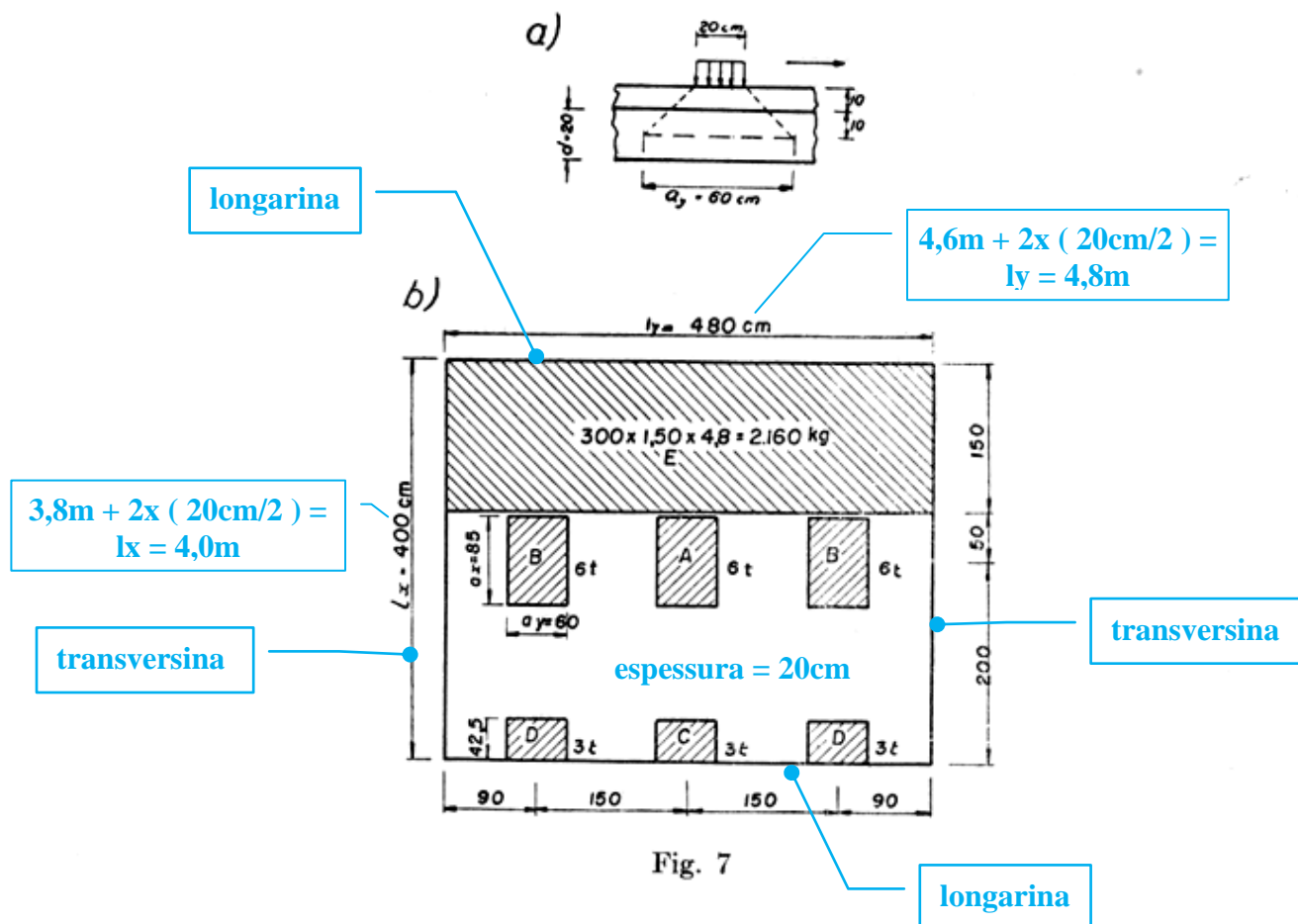


Fig. 7

a laje de modo que uma das rodas do eixo central do veículo fique sobre o seu centro, obtém-se a situação de cargas da fig. 7b (note-se que a multidão pesa  $300 \text{ kg/m}^2$  e se estende ao lado do veículo até 50 cm do eixo das rodas). Para vãos da laje tomaram-se os respectivos vãos livres (3,8 m e 4,6 m do enunciado) acrescidos da espessura da laje, pressupondo que as vigas não tenham menos de 20 cm de largura.

O cálculo dos momentos fletores  $M_X$  e  $M_Y$  no centro da laje faz-se com as tabelas I, para  $l_y/l_x = 1,2$ , achando-se (as várias par-

celas de cada carga correspondem às respectivas decomposições de acôrdo com a fig. 2) <sup>(10)</sup>:

| Carga<br>(fig. 7b) | $P$<br>(t) | $\frac{a_x}{l_x}$ | $\frac{a_y}{l_x}$ | $10^4 \frac{M_X}{P}$ | $10^4 \frac{M_Y}{P}$ | $M_X$<br>(tm/m) | $M_Y$<br>(tm/m) |
|--------------------|------------|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| A                  | 6,00       | 0,2125            | 0,15              | 2 118                | 2 034                | 1,270           | 1,220           |
| B                  | 36,00      | 0,2125            | 0,90              | 1 259                | 782                  | 4,532           | 2,815           |
|                    | -24,00     | 0,2125            | 0,60              | 1 558                | 1 069                | -3,739          | -2,566          |
| C                  | 14,12      | 1,0000            | 0,15              | 854                  | 997                  | 1,206           | 1,408           |
|                    | -11,12     | 0,7875            | 0,15              | 1 057                | 1 219                | -1,175          | -1,356          |
| D                  | 84,72      | 1,0000            | 0,90              | 604                  | 466                  | 5,117           | 3,948           |
|                    | 44,48      | 0,7875            | 0,60              | 881                  | 750                  | 3,919           | 3,336           |
|                    | -56,48     | 1,0000            | 0,60              | 715                  | 620                  | -4,038          | -3,502          |
|                    | -66,72     | 0,7875            | 0,90              | 740                  | 562                  | -4,937          | -3,750          |
| E                  | 2,88       | 1,0000            | 1,20              | 484                  | 359                  | 0,139           | 0,103           |
|                    | - 0,72     | 0,2500            | 1,20              | 966                  | 591                  | -0,070          | -0,043          |
| Carga permanente   | 13,83      | 1,0000            | 1,20              | 484                  | 359                  | 2,224<br>0,669  | 1,613<br>0,496  |

Os momentos  $M_X = 2,224$  tm/m e  $M_Y = 1,613$  tm/m, devidos à carga móvel, devem ser multiplicados pelo coeficiente de impacto <sup>(11)</sup> 1,372 e pelo coeficiente de segurança 2, e os momentos  $M_X = 0,669$  tm/m e  $M_Y = 0,496$  tm/m, oriundos da carga permanente, pelo coeficiente de segurança 1,65 (item 56 da NB-2), obtendo-se finalmente para momentos de ruptura:

$$M_X = 2,224 \times 2,744 + 0,669 \times 1,65 = 7,20 \text{ tm/m}$$

$$M_Y = 1,613 \times 2,744 + 0,496 \times 1,65 = 5,24 \text{ tm/m.}$$

<sup>(10)</sup> Por exemplo, para a carga B, a primeira linha refere-se ao retângulo de 85 cm de largura e comprimento igual à distância externa das duas cargas, isto é 360 cm; a segunda linha corresponde ao retângulo da mesma largura 85 cm mas de comprimento igual à distância interna, ou seja, 240 cm. Em ambos os casos admite-se a mesma carga distribuída, isto é, 6 t por 60 cm de comprimento, o que dá respectivamente 36 t e 24 t. Para as cargas C e E age-se análogamente, mas tomando a metade da carga, pois só existe uma carga e não o par, como se dava com as cargas B. Para as cargas D, há quatro linhas, por não se acharem seus centros sôbre nenhum eixo de simetria da laje (veja-se a fig. 2).

<sup>(11)</sup> De acôrdo com o item 7 da NB-2, o coeficiente de impacto é

$$1,4 - 0,007 l_x = 1,4 - 0,028 = 1,372.$$

A êsses valores correspondem os limites para  $M_b$  (de 3.1, com  $M_X > 9 M_Y/8$ ):

$$0,5 M_X = 3,60 < M_b < 3,93 = 0,75 M_Y .$$

Tomando  $M_b = 3,7$  tm/m, com  $h = 17,5$  cm, ter-se-á, da tabela II, para  $\sigma_e = 2\ 400$  kg/cm<sup>2</sup>;

$$c = \frac{h}{\sqrt{M_b}} = \frac{17,5}{\sqrt{3\ 700}} = 0,288$$

$$\mu = 0,53\%, \quad S_f = 0,0053 \times 1\ 750 = 9,3 \text{ cm}^2/\text{m}$$

o que se consegue colocando uma barra  $\varnothing 1/2$  cada 13,5 cm.

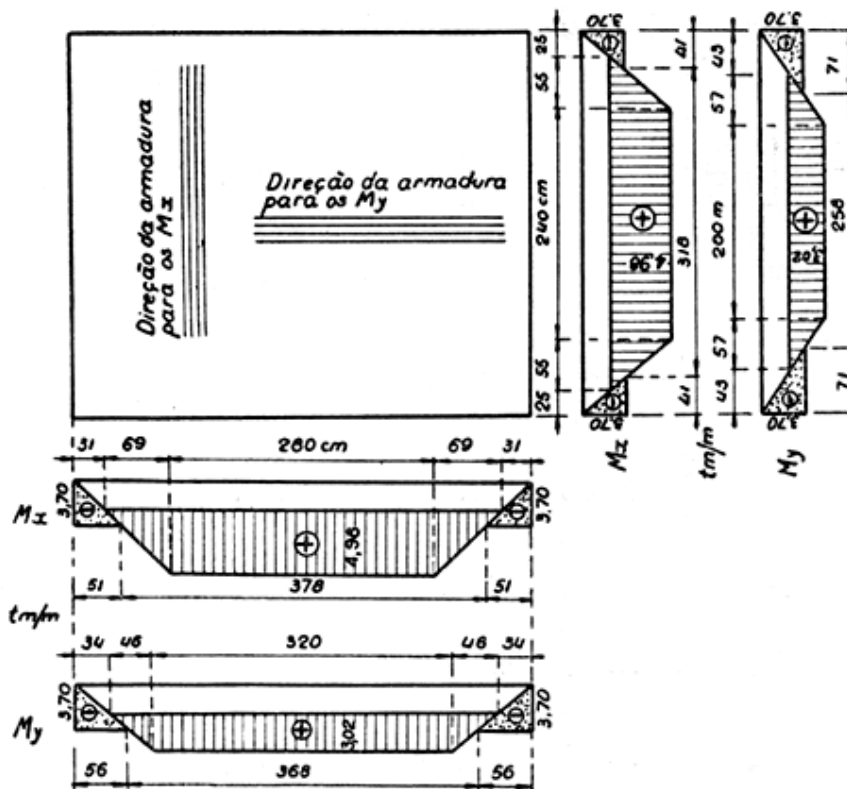


Fig. 8

Os diagramas de momentos de ruptura a serem usados no cálculo do restante da armadura são os da fig. 8. Os máximos momentos positivos valem, nas duas direções:

$$\begin{aligned} \max M_x &= M_X - 0,6 M_b = 4,98 \text{ tm/m} \\ \max M_y &= M_Y - 0,6 M_b = 3,02 \text{ tm/m} \end{aligned}$$



a que correspondem, respectivamente, barras  $\varnothing 5/8$  cada 15,5 cm e  $\varnothing 1/2$  cada 15 cm <sup>(12)</sup>.

Para verificar se há necessidade de armadura para resistir ao efeito das forças cortantes, usam-se as fórmulas 5.2 e 5.3 (com  $a = 0,60$  m,  $b = 0,85$  m,  $a' = 0$ ,  $b' = 1,225$  m,  $b'' = 0,225$  m e  $b_0 = 1,075$  m):

$$Q_1 = \frac{1}{2,9} \left[ 36 \left( 1 - \frac{3,6}{8} \right) + 0,3 \times 0,225 \times 4 \right] = 6,828 + 0,093 = 6,92 \text{ t/m,}$$

$$Q_1 = \frac{12}{1,45} \left( 1 - \frac{2,85}{8} \right) + 0,15 \frac{1,075^2}{4} = 5,328 + 0,043 = 5,37 \text{ t/m}$$

valores que, multiplicados pelo coeficiente de impacto  $\varphi = 1,372$  e acrescidos dos oriundos da carga permanente (5.1):

$$Q_2 = \frac{gl_x}{2} \left[ 1 - \frac{(1,8 - 1,2)^2}{4} \right] = \frac{0,72 \times 4}{2} \times 0,91 = 1,31 \text{ t/m,}$$

devem ser comparados com os limites dados pelo segundo membro de 5.5:

$$\frac{2 \times 150 \times 20}{75} = 80 \text{ kg/cm} = 8 \text{ t/m}$$

$$\frac{20}{3} \times 16 = 107 \text{ kg/cm} = 10,7 \text{ t/m,}$$

verificando-se que aqueles limites são ultrapassados por:

$$Q = 1,372 \times 6,92 + 1,31 = 10,8 \text{ t/m}$$

e

$$Q = 1,372 \times 5,37 + 1,31 = 8,7 \text{ t/m}$$

respectivamente junto às transversinas e às longarinas. Há, pois, necessidade de armadura transversal. Admitindo que os  $Q$  se re-

<sup>(12)</sup> De

$$c = \frac{17,5}{\sqrt{4 \ 980}} = 0,248, \quad \mu = 0,72\%, \quad S_f = 0,72 \times 17,5 = 12,6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$c = \frac{16}{\sqrt{3 \ 020}} = 0,291, \quad \mu = 0,52\%, \quad S_f = 0,52 \times 16 = 8,4 \text{ cm}^2/\text{m.}$$

duzam linearmente, até a secção em que acaba a carga da primeira roda, do peso desta multiplicado pelo coeficiente de impacto e dividido pela largura  $a + b$  da faixa suposta, chega-se ao resultado da fig. 9, devendo dispor-se armadura para resistir ao esforço total  $T$

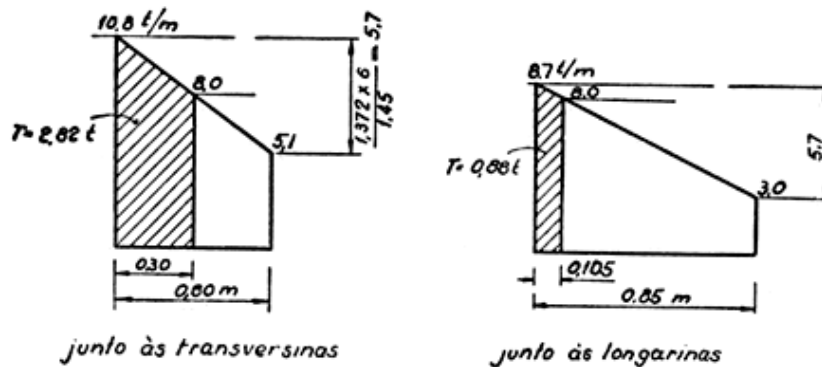


Fig. 9

definido pela área do diagrama no trecho em que suas ordenadas são maiores que o limite 8 t/m. Se a armadura fôr disposta a  $45^\circ$ , a área necessária  $S_d$  é, como se sabe<sup>(13)</sup>, dada por ( $z$  agora no estágio II):

$$S_d = \frac{T}{\sigma_f \sqrt{2} z} = \frac{282\,000}{1\,500 \sqrt{2} \times 15,6} = 8,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

junto às transversinas, e

$$S_d = \frac{88\,000}{1\,500 \sqrt{2} \times 15,6} = 2,66 \text{ cm}^2/\text{m}$$

junto às longarinas.

## 7. Exemplo de painel adjacente a uma laje em balanço.

“Dimensionar um dos vários painéis iguais que se sucedem ao longo do tabuleiro de uma ponte da classe 12, com a secção transversal da fig. 10. A distância entre transversinas (cujas larguras é de 15 cm) é de 2,5 m, de eixo a eixo. O material a ser usado é aço CA-T40 e concreto com  $\sigma_R = 180 \text{ kg/cm}^2$ .”

<sup>(13)</sup> Como se vê, por exemplo, em (5), 2.º volume, § 228.

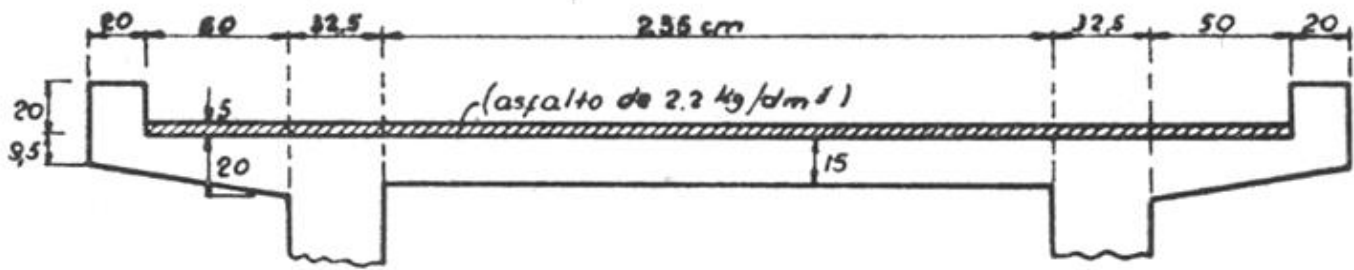


Fig. 10

Agindo como no exemplo anterior (§ 6), dispõe-se o trem-tipo como se mostra na fig. 11, obtendo-se os momentos fletores  $M_X$  e  $M_Y$  na tabela I, com  $l_y/l_x = 1$ , como se vê no quadro seguinte:

| Carga            | $P$<br>(t) | $\frac{a_x}{l_x}$ | $\frac{a_y}{l_x}$ | $10^4 \frac{M_X}{P}$ | $10^4 \frac{M_Y}{P}$ | $M_X$<br>(tm/m) | $M_Y$<br>(tm/m) |
|------------------|------------|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| A                | 4          | 0,22              | 0,18              | 1 877                | 1 951                | 0,751           | 0,781           |
| B                | 0,938      | 1,00              | 1,00              | 429                  | 429                  | 0,040           | 0,040           |
|                  | -0,375     | 0,40              | 1,00              | 784                  | 664                  | -0,029          | -0,025          |
|                  |            |                   |                   |                      |                      | 0,762           | 0,796           |
| Carga permanente | 2,938      | 1,00              | 1,00              | 429                  | 429                  | 0,126           | 0,126           |

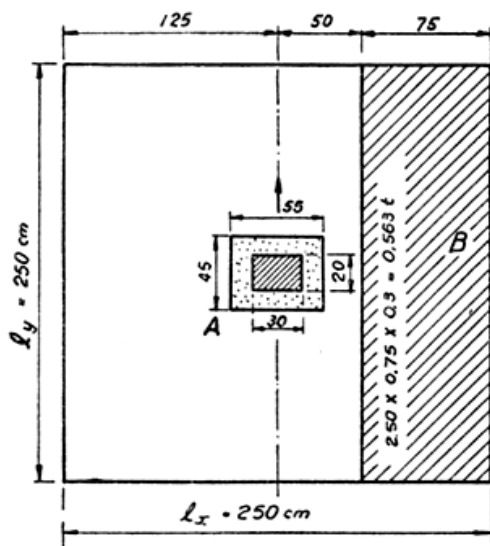


Fig. 11

Multiplicando os momentos devidos à carga móvel  $M_X = 0,762$  tm/m e  $M_Y = 0,796$  tm/m pelo coeficiente de impacto  $1,4 - 0,007 \times 2,5 = 1,383$  e pelo coeficiente de segurança 2 e somando-os aos oriundos da carga permanente  $M_X = M_Y = 0,126$  tm/m, multiplicados pelo coeficiente de segurança 1,65, acham-se os momentos de ruptura:

$$M_X = 0,762 \times 2,766 + 0,126 \times 1,65 = 2,32 \text{ tm/m}$$

$$M_Y = 0,796 \times 2,766 + 0,126 \times 1,65 = 2,41 \text{ tm/m.}$$

De 3.1, com  $8 M_Y/9 < M_X < M_Y$ , obtêm-se os limites para o momento de borda  $M_b$ :

$$\frac{M_Y}{2} = 1,20 < M_b < 1,61 = \frac{2 M_Y}{3} .$$

Antes de escolher o valor definitivo de  $M_b$ , convém calcular o momento que se dá sobre os apoios como efeito das cargas situadas nas lajes vizinhas. No sentido longitudinal as lajes se repetem igualmente, o que leva a adotar o mesmo  $M_b$ . No sentido transversal, porém, há as lajes em balanço, que levam a momentos sobre o apoio que não se podem alterar. O cálculo desses momentos faz-se facilmente para cargas que se distribuam uniformemente dentro de um retângulo, com a fórmula

$$M = \frac{P_i}{2} \quad (7.1)$$

onde  $P_i$  é a carga concentrada que substitui a carga real. Admitida a distribuição dos efeitos a  $45^\circ$ , de acordo com o item 12, *in fine*, da NB-1<sup>(14)</sup>, o momento mencionado não depende do afastamento de  $P_i$ , pois se este for  $z$  (fig. 12a), por exemplo, o momento será  $P_i z$ , mas como se distribui sobre um comprimento  $2z$ , ter-se-á por unidade de comprimento o resultado dado por 7.1.

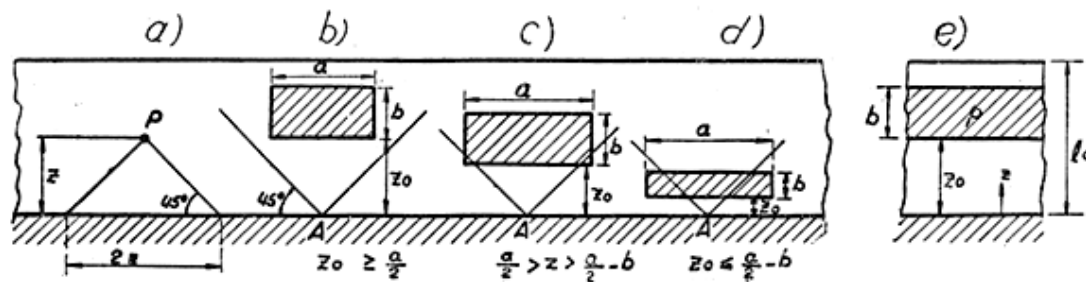


Fig. 12

A carga  $P_i$ , para dada carga retangular de lados  $a$  (paralelo ao apoio) e  $b$ , depende de sua posição. De acordo com a hipótese feita, em um dado ponto  $A$  do apoio (fig. 12), só há influência da carga que fica dentro do ângulo reto formado pelas linhas inclinadas de  $45^\circ$ , sobre a reta do apoio. A parte da carga que se acha dentro desse ângulo é o  $P_i$  procurado, pois cada uma de suas parcelas elementares exercem o mesmo efeito sobre o momento procurado, correspondendo

<sup>(14)</sup> Considera-se, nesse caso, o retângulo de aplicação da carga sobre o pavimento e não o que se obtém distribuindo-o até o plano médio da laje.

sua soma àquê  $P_i$ . Distinguem-se os três casos das figs. 12b a 12d ( $z_0$  é a distância do apoio ao lado mais próximo do retângulo da carga):

$$z_0 \geq \frac{a}{2} : P_i = pab = P \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} > z_0 > \frac{a}{2} - b : P_i &= p \left[ ab - \left( \frac{a}{2} - z_0 \right)^2 \right] = \\ &= P \left[ 1 - \frac{(a - 2z_0)^2}{4ab} \right] \end{aligned} \quad (7.3)$$

$$z_0 \leq \frac{a}{2} - b : P_i = pb(b + 2z_0) = P \frac{b + 2z_0}{a} \quad (7.4)$$

onde  $P$  é a carga total e  $p = P/ab$  é a carga distribuída no retângulo<sup>(15)</sup>. Quando o retângulo da carga encosta no apoio, tem-se  $z_0 = 0$  e as fórmulas acima passam a escrever-se:

$$a < 2b : P_i = \frac{pa}{4}(4b - a) = P \left( 1 - \frac{a}{4b} \right) \quad (7.5)$$

$$a \geq 2b : P_i = pb^2 = P \frac{b}{a} . \quad (7.6)$$

Poderia parecer que a hipótese citada no item 12 da NB-1, da distribuição dos efeitos a  $45^\circ$ , só se devesse aplicar às cargas das rodas, porquanto, para cargas distribuídas por todo o comprimento da laje, o efeito só se pode supor transmitido perpendicularmente sobre o apoio (fig. 10e). O resultado, porém, é o mesmo, pois, ter-se-ia então

$$M = pb \left( z_0 + \frac{b}{2} \right) ; \quad (7.7)$$

o que coincide com 7.4 e 7.1.

Nesse caso de carga distribuída, pode acontecer (na consideração do peso próprio da laje) que  $p$  varie com  $z$ ; tem-se então:

$$M = \int_0^{l_0} p z dz . \quad (7.8)$$

<sup>(15)</sup> Supôs-se a laje indefinida na direção do apoio. Se a carga se achar próxima à sua extremidade real, a distribuição se dará por um comprimento menor; evita-se esse inconveniente pondo uma viga transversal em balanço sob a referida extremidade da laje.

No exemplo em causa, a situação mais desfavorável dá-se quando a roda encosta no guarda-roda (fig. 13), isto é, quando, com a notação precedente,  $a = 20$  cm,  $b = 30$  cm e  $z_0 = 20$  cm, recaindo-se em 7.2 (isto é,  $P_i = P = 4 t$ ) e obtendo-se de 7.1:

$$M_1 = 2 \text{ tm/m.}$$

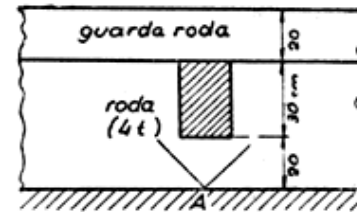


Fig. 13

O peso do guarda-roda ( $p = 0,48 \text{ t/m}^2$ ) causa, por sua vez, o momento (7.7):

$$M_2 = 0,48 \times 0,2 \times 0,6 = 0,058 \text{ tm/m;}$$

o peso do revestimento (7.7):

$$M_3 = 0,11 \times 0,5 \times 0,25 = 0,014 \text{ tm/m;}$$

e o peso próprio da laje  $p = 2,4 (0,20 - 0,15 z) \text{ t/m}^2$  (7.8):

$$\begin{aligned} M_4 &= \frac{24}{1000} \int_0^{0,7} (20z - 15z^2) dz = \frac{24}{1000} (4,900 - 1,715) = \\ &= 0,077 \text{ tm/m.} \end{aligned}$$

Há ainda o momento proveniente da força horizontal de 4 t/m aplicada no tampo do guarda-roda (NB-6, item 6):

$$M_5 = 4 \times 0,2 = 0,8 \text{ tm/m. }^{(16)}$$

O momento total de ruptura obtém-se somando os anteriores, multiplicados pelos respectivos coeficientes de segurança e, o primeiro, também pelo coeficiente de impacto (que é, tomando, em vez de  $l_z$ , na fórmula da nota de rodapé<sup>(11)</sup>, o dôbro do comprimento de balanço,  $1,4 - 0,007 \times 1,4 = 1,39$ ):

$$\begin{aligned} M &= 2,78 M_1 + 1,65 (M_2 + M_3 + M_4) + 2 M_5 = \\ &= 5,56 + 0,25 + 1,60 = 7,41 \text{ tm/m.} \end{aligned}$$

(16) A redação do item 6 da NB-6 permite a interpretação de que só é necessária a consideração desse momento para o cálculo do próprio guarda-roda e não para o da laje; na dúvida, levamo-lo em conta mas tomamos para braço de alavanca só a altura do guarda-roda e não a distância de seu tampo à horizontal do centro de gravidade da secção de engastamento. Lembramos a conveniência de ser esse ponto elucidado na redação definitiva do item 8 da NB-2.

A armadura necessária, com  $h = 17,5$  cm obtém-se da Tabela I, para aço CA-T40,  $\sigma_R = 180$  kg/cm<sup>2</sup> e  $c = h/\sqrt{M} = 17,5/\sqrt{7410} = 0,203$ :

$$\mu = 0,66\% , \quad S_f = 0,66 \times 17,5 = 11,55 \text{ cm}^2/\text{m}$$

o que se consegue com barras de  $\varnothing 1/2$  espaçadas de 11 cm.

A essa mesma armadura na laje central, com altura útil de 12,5 cm, corresponde o momento (de  $\mu = 0,925\%$  na Tabela, e, portanto  $c = 0,174$ ):

$$M = \frac{12,5^2}{0,174^2} = 5160 \text{ kgcm/cm} = 5,2 \text{ tm/m} ,$$

muito maior que o limite superior de  $M_b$  atrás achado. De acordo com o item 24 da NB-2, a armadura de barras  $\varnothing 1/2$  espaçadas de 11 cm deve ser posta em todo o contorno da laje, mas no cálculo dos momentos usar-se-á o limite superior de  $M_b$ , isto é, 1,6 tm/m, chegando-se aos diagramas da fig. 14.

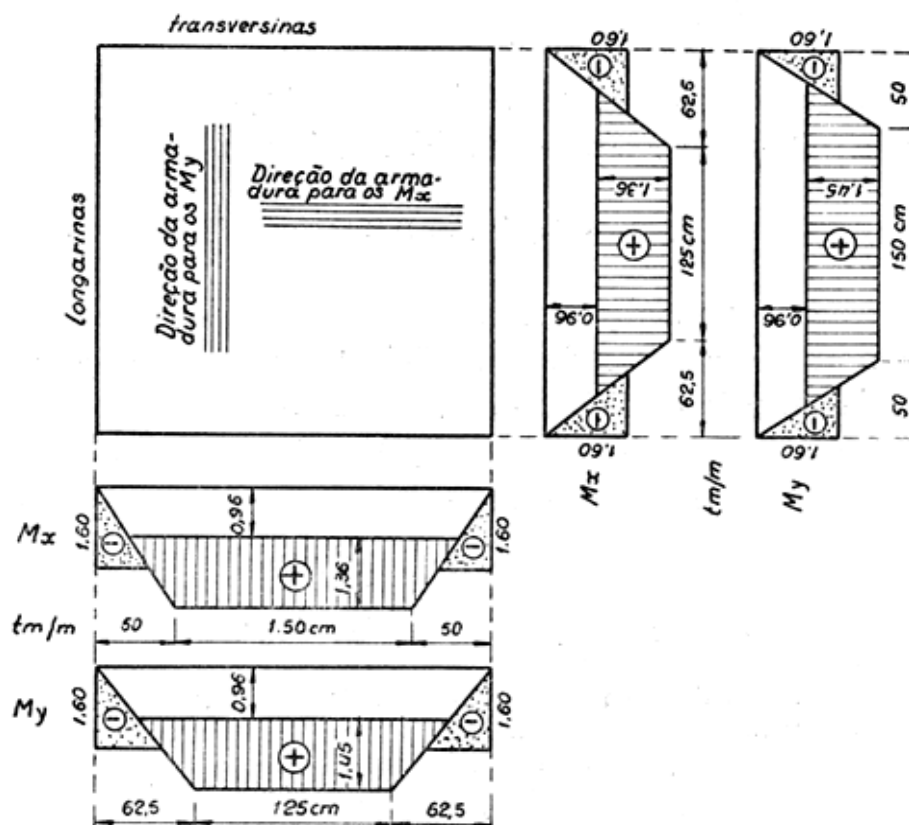


Fig. 14

Quanto à necessidade de se usar armadura para resistir ao efeito das forças cortantes, há a considerar o lado da laje em balanço e o da laje central.

Para a laje em balanço, se se usar o mesmo critério adotado para o cálculo dos momentos fletores (fórmulas 7.2 a 7.4), acha-se (fig. 12).

$$z_0 \geq \frac{a}{2} : \quad Q = \frac{P}{2b} \ln \frac{b + z_0}{z_0} \quad (7.9)$$

$$\frac{a}{2} > z_0 > \frac{a}{2} - b : \quad Q = \frac{P}{2b} \ln 2 \frac{b + z_0}{a} + \\ + p \left( \frac{a}{2} - z_0 \right) \quad (7.10)$$

$$z_0 \leq \frac{a}{2} - b : \quad Q = pb = \frac{P}{a} . \quad (7.11)$$

No exemplo em questão tem-se para a carga móvel (fig. 13, comparada com a fig. 12b):

$$Q_1 = \frac{4}{0,6} \ln \frac{50}{20} = 6,11 \text{ t/m},$$

e para o pêso do guarda-roda, da laje e do revestimento (7.11):

$$Q_2 = 0,096 + 0,248 + 0,055 = 0,399 \text{ t/m}$$

donde, com o coeficiente de impacto 1,39:

$$Q = 1,39 Q_1 + Q_2 = 8,89 \text{ t/m} ,$$

valor inferior aos dos segundos membros de 5.5:

$$\frac{2 \times 180 \times 20}{75} = 96 \text{ kg/cm} = 9,6 \text{ t/m}$$

$$\frac{20}{3} \times 16 = 107 \text{ kg/cm} = 10,7 \text{ t/m} ,$$

o que mostra a desnecessidade de armadura transversal na laje em balanço.

Para a laje central, não se podem usar as fórmulas 5.2 e 5.3 por ter a laje menos de 3 m de vão, mas as 5.1 e 5.4 podem ser empregadas. Destas obtém-se, para o efeito da carga permanente ( $0,15 \times 2,4 + 0,05 \times 2,2 = 0,47 \text{ t/m}^2$ ):

$$Q_2 = 0,47 \times 2,5 \times 0,42 = 0,50 \text{ t/m}.$$



Com o mesmo critério do § 5, acha-se o efeito da carga móvel dispondo-a como se vê na fig. 15, donde, respectivamente para os lados junto às transversinas (fig. 15a) e às longarinas (fig. 15b):

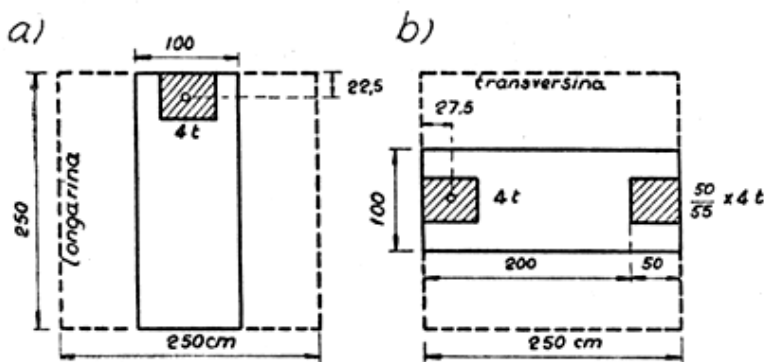


Fig. 15

$$Q_1 = \frac{4(250 - 22,5)}{250(0,45 + 0,55)} = 3,64 \text{ t/m}$$

$$Q_1 = \frac{1}{250} [4(250 - 27,5) + \frac{50}{55} \times 4 \times 25] = 3,92 \text{ t/m.}$$

Finalmente, usando o coeficiente de impacto 1,39:

$$Q = 1,39 \times 3,64 + 0,50 = 5,56 \text{ t/m}$$

$$Q = 1,39 \times 3,92 + 0,50 = 5,95 \text{ t/m}$$

ambos valores menores que os limites 5.5:

$$\frac{2 \times 180 \times 15}{75} = 72 \text{ kg/cm} = 7,2 \text{ t/m}$$

$$\frac{15}{3} \times 16 = 80 \text{ kg/cm} = 8,0 \text{ t/m}$$

donde se conclui a desnecessidade da armadura transversal.

## 8. Bibliografia

- (1) — Projeto de Revisão da NB-2, Estrutura, n. 26, 1960, p. 423/443.
- (2) — TIMOSHENKO, S. — *Theory of Plates and Shells*, McGraw-Hill Book Company Inc., Nova Iorque, 1940.
- (3) — BITTNER, ERNST — *Momententafeln und Einflussflächen für kreuzweise bewehrte Eisenbetonplatten*, Julius Springer, Viena, 1938.
- (4) — RÜSCH, HUBERT — *Farhbahnplatten von Strassenbrücken*, Deutscher Ausschuss fuer Stahlbeton, Heft 106, Berlim, 1956.
- (5) — LANGENDONCK, TELEMACO VAN — *Cálculo de Concreto Armado*, Editôra Científica, Rio de Janeiro, 1960.

TABELA I

VALORES DE 1 000  $M_X/P$ 

$l_y = 1,0 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |      |      |      |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8  | 0,9  | 1,0  |
| 0,05      | 319,3     | 268,6 | 211,1 | 176,0 | 151,2 | 132,1 | 116,9 | 104,3 | 93,7 | 84,5 | 76,4 |
| 0,1       | 293,3     | 255,0 | 204,7 | 171,9 | 148,2 | 129,7 | 115,0 | 102,6 | 92,2 | 83,1 | 75,2 |
| 0,2       | 253,1     | 228,7 | 190,6 | 162,8 | 141,7 | 124,5 | 110,6 | 98,9  | 89,0 | 80,3 | 72,6 |
| 0,3       | 223,8     | 206,2 | 176,5 | 153,1 | 134,1 | 118,6 | 105,7 | 94,8  | 85,2 | 77,0 | 69,7 |
| 0,4       | 200,9     | 187,2 | 163,0 | 143,0 | 126,3 | 112,3 | 100,3 | 90,2  | 81,3 | 73,5 | 66,4 |
| 0,5       | 181,9     | 170,6 | 150,4 | 133,1 | 118,4 | 105,7 | 94,7  | 85,2  | 77,0 | 69,6 | 63,0 |
| 0,6       | 165,4     | 156,0 | 138,6 | 123,5 | 110,2 | 98,8  | 88,9  | 80,1  | 72,5 | 65,6 | 59,3 |
| 0,7       | 150,8     | 142,5 | 127,4 | 114,1 | 102,2 | 92,0  | 82,9  | 74,8  | 67,5 | 61,1 | 55,4 |
| 0,8       | 137,4     | 130,2 | 116,8 | 104,9 | 94,3  | 84,9  | 76,6  | 69,1  | 62,5 | 56,8 | 51,4 |
| 0,9       | 125,1     | 118,6 | 106,6 | 96,0  | 86,5  | 78,0  | 70,3  | 63,6  | 57,6 | 52,1 | 47,3 |
| 1,0       | 113,4     | 107,6 | 96,8  | 87,1  | 78,4  | 70,8  | 63,9  | 57,9  | 52,4 | 47,4 | 42,9 |

VALORES DE 1 000  $M_Y/P$ 

$l_y = 1,0 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   |
| 0,05      | 319,3     | 293,3 | 253,1 | 223,8 | 200,9 | 181,9 | 165,4 | 150,8 | 137,4 | 125,1 | 113,4 |
| 0,1       | 268,6     | 255,0 | 228,7 | 206,2 | 187,2 | 170,6 | 156,0 | 142,5 | 130,2 | 118,6 | 107,6 |
| 0,2       | 211,1     | 204,7 | 190,6 | 176,5 | 163,0 | 150,4 | 138,6 | 127,4 | 116,8 | 106,6 | 96,8  |
| 0,3       | 176,0     | 171,9 | 162,8 | 153,1 | 143,0 | 133,1 | 123,5 | 114,1 | 104,9 | 96,0  | 87,1  |
| 0,4       | 151,2     | 148,2 | 141,7 | 134,1 | 126,3 | 118,4 | 110,2 | 102,2 | 94,3  | 86,5  | 78,4  |
| 0,5       | 132,1     | 129,7 | 124,5 | 118,6 | 112,3 | 105,7 | 98,8  | 92,0  | 84,9  | 78,0  | 70,8  |
| 0,6       | 116,9     | 115,0 | 110,6 | 105,7 | 100,3 | 94,7  | 88,9  | 82,9  | 76,6  | 70,3  | 63,9  |
| 0,7       | 104,3     | 102,6 | 98,9  | 94,8  | 90,2  | 85,2  | 80,1  | 74,8  | 69,1  | 63,6  | 57,9  |
| 0,8       | 93,7      | 92,2  | 89,0  | 85,2  | 81,3  | 77,0  | 72,5  | 67,5  | 62,5  | 57,6  | 52,4  |
| 0,9       | 84,5      | 83,1  | 80,3  | 77,0  | 73,5  | 69,6  | 65,6  | 61,1  | 56,8  | 52,1  | 47,4  |
| 1,0       | 76,4      | 75,2  | 72,6  | 69,7  | 66,4  | 63,0  | 59,3  | 55,4  | 51,4  | 47,3  | 42,9  |

TABELA I

VALORES DE 1 000  $M_X/P$ 

$l_y = 1,1 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |      |      |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9  | 1,0  |
| 0,05      | 329,3     | 278,6 | 220,9 | 185,7 | 160,4 | 141,1 | 125,4 | 112,4 | 101,1 | 91,4 | 82,7 |
| 0,1       | 303,3     | 264,9 | 214,4 | 181,5 | 157,5 | 138,7 | 123,4 | 110,6 | 99,7  | 90,0 | 81,5 |
| 0,2       | 263,1     | 238,6 | 200,5 | 172,5 | 150,9 | 133,5 | 119,2 | 107,0 | 96,4  | 87,2 | 79,0 |
| 0,3       | 233,9     | 216,2 | 186,5 | 162,8 | 143,5 | 127,7 | 114,4 | 102,9 | 92,9  | 84,0 | 76,1 |
| 0,4       | 211,2     | 197,4 | 173,1 | 152,9 | 135,9 | 121,5 | 109,2 | 98,4  | 89,0  | 80,5 | 72,9 |
| 0,5       | 192,3     | 181,0 | 160,7 | 143,2 | 128,0 | 115,0 | 103,7 | 93,7  | 84,8  | 76,8 | 69,6 |
| 0,6       | 176,1     | 166,5 | 149,1 | 133,7 | 120,2 | 108,4 | 98,0  | 88,6  | 80,4  | 72,8 | 65,9 |
| 0,7       | 161,7     | 153,3 | 138,1 | 124,5 | 112,4 | 101,7 | 92,0  | 83,5  | 75,7  | 68,7 | 62,2 |
| 0,8       | 148,6     | 141,3 | 127,8 | 115,6 | 104,6 | 94,9  | 86,0  | 78,1  | 70,9  | 64,3 | 58,3 |
| 0,9       | 136,6     | 130,1 | 117,9 | 107,0 | 97,1  | 88,1  | 80,0  | 72,7  | 66,0  | 60,0 | 54,4 |
| 1,0       | 125,3     | 119,5 | 108,4 | 98,6  | 89,5  | 81,3  | 73,9  | 67,2  | 61,1  | 55,4 | 50,3 |
| 1,1       | 114,7     | 109,3 | 99,3  | 90,2  | 82,0  | 74,4  | 67,8  | 61,6  | 56,0  | 50,9 | 46,0 |

VALORES DE 1 000  $M_Y/P$ 

$l_y = 1,1 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   |
| 0,05      | 317,4     | 291,4 | 251,2 | 222,0 | 199,1 | 180,1 | 163,8 | 149,3 | 136,1 | 123,8 | 112,3 |
| 0,1       | 266,8     | 253,2 | 226,7 | 204,3 | 185,4 | 169,0 | 154,3 | 141,0 | 128,8 | 117,4 | 106,4 |
| 0,2       | 209,2     | 202,8 | 188,8 | 174,7 | 161,4 | 148,7 | 137,0 | 126,0 | 115,4 | 105,4 | 95,7  |
| 0,3       | 174,2     | 170,2 | 161,1 | 151,3 | 141,4 | 131,5 | 122,0 | 112,6 | 103,6 | 94,7  | 86,1  |
| 0,4       | 149,5     | 146,6 | 139,9 | 132,5 | 124,8 | 116,9 | 108,9 | 101,0 | 93,1  | 85,3  | 77,5  |
| 0,5       | 130,6     | 128,3 | 123,0 | 117,2 | 110,9 | 104,3 | 97,6  | 90,8  | 83,8  | 76,9  | 69,8  |
| 0,6       | 115,6     | 113,6 | 109,3 | 104,4 | 99,2  | 93,6  | 87,8  | 81,8  | 75,6  | 69,5  | 63,1  |
| 0,7       | 103,3     | 101,6 | 97,9  | 93,8  | 89,2  | 84,4  | 79,2  | 73,9  | 68,5  | 62,9  | 57,2  |
| 0,8       | 92,8      | 91,3  | 88,2  | 84,6  | 80,6  | 76,4  | 71,8  | 67,1  | 62,2  | 57,1  | 51,0  |
| 0,9       | 84,0      | 82,7  | 79,9  | 76,7  | 73,1  | 69,3  | 65,3  | 61,0  | 56,6  | 52,0  | 47,4  |
| 1,0       | 76,4      | 75,2  | 72,6  | 69,8  | 66,6  | 63,1  | 59,5  | 55,6  | 51,6  | 47,4  | 43,2  |
| 1,1       | 69,7      | 68,6  | 66,2  | 63,7  | 60,8  | 57,6  | 54,3  | 50,8  | 47,0  | 43,3  | 39,4  |

TABELA I

VALORES DE 1 000  $M_X/P$ 

$l_y = 1,2 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |      |      |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9  | 1,0  |
| 0,05      | 337,5     | 286,8 | 228,9 | 193,5 | 168,1 | 148,4 | 132,4 | 119,0 | 107,3 | 97,1 | 87,9 |
| 0,1       | 311,4     | 273,1 | 222,6 | 189,4 | 165,1 | 146,2 | 130,5 | 117,3 | 105,9 | 95,8 | 86,7 |
| 0,2       | 271,2     | 246,8 | 208,7 | 180,4 | 158,6 | 141,0 | 126,3 | 113,7 | 102,7 | 93,0 | 84,2 |
| 0,3       | 242,3     | 224,5 | 194,6 | 170,7 | 151,4 | 135,2 | 121,4 | 109,6 | 99,1  | 89,8 | 81,4 |
| 0,4       | 219,6     | 205,8 | 181,4 | 161,0 | 143,8 | 129,0 | 116,4 | 105,2 | 95,4  | 86,4 | 78,3 |
| 0,5       | 200,9     | 189,5 | 169,1 | 151,4 | 136,1 | 122,7 | 111,0 | 100,6 | 91,2  | 82,8 | 75,0 |
| 0,6       | 184,8     | 175,3 | 157,7 | 142,2 | 128,4 | 116,3 | 105,4 | 95,7  | 87,0  | 78,9 | 71,5 |
| 0,7       | 170,6     | 162,4 | 147,0 | 133,2 | 120,8 | 109,7 | 99,7  | 90,7  | 82,5  | 74,9 | 67,9 |
| 0,8       | 157,9     | 150,5 | 136,9 | 124,5 | 113,2 | 103,1 | 93,9  | 85,6  | 77,9  | 70,8 | 64,1 |
| 0,9       | 146,1     | 139,6 | 127,3 | 116,1 | 105,9 | 96,6  | 88,1  | 80,3  | 73,1  | 66,6 | 60,4 |
| 1,0       | 135,1     | 129,2 | 118,2 | 108,0 | 98,6  | 90,1  | 82,2  | 75,1  | 68,4  | 62,1 | 56,4 |
| 1,2       | 115,1     | 110,2 | 100,9 | 92,3  | 84,4  | 77,1  | 70,5  | 64,4  | 58,7  | 53,4 | 48,4 |

VALORES DE 1 000  $M_Y/P$ 

$l_y = 1,2 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   |
| 0,05      | 315,3     | 289,2 | 249,0 | 219,9 | 197,1 | 178,2 | 161,9 | 147,5 | 134,4 | 122,3 | 110,8 |
| 0,1       | 264,5     | 251,0 | 224,6 | 202,2 | 183,4 | 167,0 | 152,4 | 139,2 | 127,1 | 115,8 | 105,1 |
| 0,2       | 207,0     | 200,7 | 186,7 | 172,7 | 159,3 | 146,9 | 135,2 | 124,2 | 113,9 | 103,9 | 94,3  |
| 0,3       | 172,1     | 168,1 | 159,0 | 149,3 | 139,4 | 129,7 | 120,2 | 110,9 | 102,0 | 93,2  | 84,7  |
| 0,4       | 147,4     | 144,4 | 137,9 | 130,6 | 122,8 | 115,0 | 107,2 | 99,3  | 91,5  | 83,8  | 76,1  |
| 0,5       | 128,7     | 126,3 | 121,1 | 115,3 | 109,1 | 102,6 | 95,9  | 89,2  | 82,4  | 75,5  | 68,7  |
| 0,6       | 113,7     | 111,8 | 107,5 | 102,7 | 97,4  | 92,0  | 86,2  | 80,3  | 74,3  | 68,1  | 62,0  |
| 0,7       | 101,6     | 99,9  | 96,1  | 92,2  | 87,7  | 82,9  | 77,9  | 72,6  | 67,2  | 61,7  | 56,1  |
| 0,8       | 91,3      | 89,8  | 86,7  | 83,1  | 79,1  | 75,0  | 70,6  | 65,9  | 61,1  | 56,1  | 51,0  |
| 0,9       | 82,7      | 81,4  | 78,6  | 75,3  | 72,0  | 68,1  | 64,3  | 60,0  | 55,7  | 51,1  | 46,6  |
| 1,0       | 75,3      | 74,1  | 71,6  | 68,8  | 65,6  | 62,3  | 58,7  | 54,9  | 50,9  | 46,8  | 42,6  |
| 1,2       | 63,4      | 62,4  | 60,3  | 57,9  | 55,3  | 52,4  | 49,5  | 46,2  | 42,9  | 39,4  | 35,9  |

TABELA I.

VALORES DE 1 000  $M_X/P$ 

$l_y = 1,3 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0  |
| 0,05      | 344,6     | 293,2 | 235,4 | 199,9 | 174,4 | 154,4 | 138,1 | 124,3 | 112,4 | 101,6 | 92,0 |
| 0,1       | 318,0     | 279,6 | 229,0 | 195,8 | 171,4 | 152,1 | 136,1 | 122,7 | 110,9 | 100,3 | 90,9 |
| 0,2       | 277,9     | 253,4 | 215,2 | 186,8 | 164,8 | 147,0 | 131,9 | 119,1 | 107,8 | 97,6  | 88,4 |
| 0,3       | 249,0     | 231,2 | 201,3 | 177,3 | 157,7 | 141,3 | 127,3 | 115,0 | 104,2 | 94,5  | 85,7 |
| 0,4       | 226,4     | 212,5 | 188,2 | 167,6 | 150,1 | 135,2 | 122,3 | 110,8 | 100,6 | 91,1  | 82,7 |
| 0,5       | 207,9     | 196,4 | 176,0 | 158,1 | 142,6 | 129,0 | 117,0 | 106,2 | 96,5  | 87,6  | 79,5 |
| 0,6       | 192,0     | 182,3 | 164,7 | 149,0 | 135,0 | 122,7 | 111,5 | 101,5 | 92,3  | 83,9  | 76,0 |
| 0,7       | 178,0     | 169,5 | 154,2 | 140,2 | 127,7 | 116,3 | 105,9 | 96,6  | 88,0  | 80,0  | 72,6 |
| 0,8       | 165,4     | 158,0 | 144,3 | 131,8 | 120,4 | 109,9 | 100,4 | 91,6  | 83,6  | 75,9  | 68,9 |
| 0,9       | 153,9     | 147,3 | 134,9 | 123,6 | 113,1 | 103,6 | 94,8  | 86,6  | 79,1  | 71,9  | 65,2 |
| 1,0       | 143,3     | 137,2 | 126,1 | 115,7 | 106,2 | 97,3  | 89,1  | 81,6  | 74,4  | 67,7  | 61,5 |
| 1,3       | 114,8     | 110,2 | 101,5 | 93,4  | 85,9  | 78,9  | 72,3  | 66,2  | 60,6  | 55,2  | 50,1 |

VALORES DE 1 000  $M_Y/P$ 

$l_y = 1,3 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   |
| 0,05      | 313,0     | 287,1 | 246,9 | 217,9 | 195,1 | 176,2 | 160,1 | 145,8 | 132,8 | 120,8 | 109,4 |
| 0,1       | 262,4     | 248,8 | 222,5 | 200,2 | 181,3 | 165,1 | 150,6 | 137,5 | 125,5 | 114,3 | 103,7 |
| 0,2       | 204,9     | 198,5 | 184,6 | 170,6 | 157,4 | 145,0 | 133,3 | 122,5 | 112,2 | 102,4 | 93,0  |
| 0,3       | 170,0     | 166,0 | 156,9 | 147,2 | 137,4 | 127,8 | 118,3 | 109,2 | 100,4 | 91,8  | 83,4  |
| 0,4       | 145,4     | 142,4 | 135,8 | 128,6 | 120,9 | 113,2 | 105,4 | 97,6  | 90,0  | 82,4  | 74,8  |
| 0,5       | 126,6     | 124,2 | 119,1 | 113,3 | 107,2 | 100,7 | 94,2  | 87,5  | 80,8  | 74,1  | 67,4  |
| 0,6       | 111,7     | 109,8 | 105,5 | 100,8 | 95,6  | 90,1  | 84,5  | 78,8  | 72,9  | 66,8  | 60,8  |
| 0,7       | 99,6      | 97,9  | 94,3  | 90,2  | 85,8  | 81,1  | 76,2  | 71,0  | 65,8  | 60,4  | 55,0  |
| 0,8       | 89,5      | 88,1  | 84,9  | 81,4  | 77,5  | 73,3  | 69,0  | 64,5  | 59,7  | 54,9  | 49,9  |
| 0,9       | 81,1      | 79,8  | 76,9  | 73,8  | 70,4  | 66,7  | 62,9  | 58,7  | 54,4  | 50,0  | 45,5  |
| 1,0       | 73,9      | 72,7  | 70,1  | 67,3  | 64,3  | 60,9  | 57,4  | 53,7  | 49,7  | 45,7  | 41,7  |
| 1,3       | 57,5      | 56,6  | 54,6  | 52,5  | 50,2  | 47,6  | 44,8  | 42,0  | 39,0  | 35,8  | 32,7  |

TABELA I

VALORES DE 1 000  $M_X/P$ 

$l_y = 1,4 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0  |
| 0,05      | 349,4     | 298,4 | 240,6 | 205,0 | 179,2 | 159,2 | 142,6 | 128,6 | 116,3 | 115,4 | 95,4 |
| 0,1       | 323,3     | 284,9 | 234,2 | 200,8 | 176,2 | 156,8 | 140,6 | 127,0 | 114,9 | 104,1 | 94,3 |
| 0,2       | 283,3     | 258,7 | 220,4 | 191,9 | 169,7 | 151,7 | 136,4 | 123,4 | 111,8 | 101,3 | 91,8 |
| 0,3       | 254,3     | 236,6 | 206,6 | 182,4 | 162,6 | 146,1 | 131,8 | 119,4 | 108,4 | 98,3  | 89,0 |
| 0,4       | 232,0     | 218,0 | 193,5 | 172,8 | 155,2 | 140,2 | 126,9 | 115,2 | 104,7 | 95,1  | 86,1 |
| 0,5       | 213,4     | 202,0 | 181,5 | 163,5 | 147,7 | 134,0 | 121,7 | 110,7 | 100,7 | 91,6  | 83,0 |
| 0,6       | 197,7     | 188,0 | 170,3 | 154,5 | 140,4 | 127,8 | 116,4 | 106,1 | 96,7  | 87,9  | 79,7 |
| 0,7       | 183,8     | 175,4 | 160,0 | 145,9 | 133,1 | 121,6 | 110,9 | 101,3 | 92,4  | 84,1  | 76,3 |
| 0,8       | 171,4     | 164,0 | 150,3 | 137,6 | 125,9 | 115,4 | 105,5 | 96,5  | 88,2  | 80,3  | 72,8 |
| 0,9       | 160,2     | 153,6 | 141,3 | 129,7 | 119,0 | 109,2 | 100,1 | 91,7  | 83,8  | 76,3  | 69,2 |
| 1,0       | 150,0     | 143,9 | 132,5 | 122,1 | 112,3 | 103,2 | 94,7  | 86,8  | 79,3  | 72,4  | 65,7 |
| 1,4       | 113,9     | 109,7 | 101,5 | 93,8  | 86,5  | 79,8  | 73,4  | 67,4  | 61,7  | 56,2  | 51,1 |

VALORES DE 1 000  $M_Y/P$ 

$l_y = 1,4 l_x$

$\nu = 1/6$

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   |
| 0,05      | 311,1     | 285,0 | 245,0 | 215,9 | 193,2 | 174,5 | 158,3 | 144,1 | 131,2 | 119,4 | 108,3 |
| 0,1       | 260,4     | 246,9 | 220,4 | 198,2 | 179,5 | 163,2 | 148,9 | 135,9 | 124,1 | 112,9 | 102,4 |
| 0,2       | 202,9     | 196,5 | 182,7 | 168,7 | 155,4 | 143,1 | 131,6 | 120,9 | 110,7 | 101,1 | 91,7  |
| 0,3       | 168,0     | 164,0 | 155,0 | 145,3 | 135,5 | 126,0 | 116,7 | 107,6 | 99,0  | 90,5  | 82,1  |
| 0,4       | 143,4     | 140,4 | 133,9 | 126,6 | 119,0 | 111,4 | 103,7 | 96,1  | 88,4  | 81,0  | 73,6  |
| 0,5       | 124,6     | 122,2 | 117,2 | 111,4 | 105,3 | 99,0  | 92,5  | 85,9  | 79,3  | 72,7  | 66,1  |
| 0,6       | 109,8     | 107,9 | 103,6 | 98,9  | 93,8  | 88,4  | 82,9  | 77,2  | 71,3  | 65,5  | 59,6  |
| 0,7       | 97,7      | 96,0  | 92,4  | 88,4  | 84,0  | 79,5  | 74,6  | 69,6  | 64,4  | 59,1  | 53,8  |
| 0,8       | 87,7      | 86,3  | 83,0  | 79,5  | 75,7  | 71,7  | 67,4  | 63,0  | 58,3  | 53,6  | 48,8  |
| 0,9       | 79,3      | 78,0  | 75,2  | 72,1  | 68,6  | 65,1  | 61,2  | 57,2  | 53,0  | 48,8  | 44,4  |
| 1,0       | 72,0      | 70,9  | 68,4  | 65,7  | 62,7  | 59,4  | 55,9  | 52,3  | 48,5  | 44,5  | 40,6  |
| 1,4       | 52,1      | 51,3  | 49,6  | 47,6  | 45,4  | 43,1  | 40,6  | 38,1  | 35,3  | 32,4  | 29,5  |

TABELA I

VALORES DE 1 000  $M_X/P$  $l_y = 1,5 l_x$  $\nu = 1/6$ 

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0  |
| 0,05      | 353,5     | 302,7 | 244,9 | 209,1 | 183,2 | 163,0 | 146,2 | 132,0 | 119,4 | 108,3 | 98,0 |
| 0,1       | 327,6     | 289,2 | 238,5 | 204,9 | 180,2 | 160,6 | 144,3 | 130,3 | 118,1 | 107,0 | 96,9 |
| 0,2       | 287,6     | 262,9 | 224,6 | 196,0 | 173,8 | 155,5 | 140,1 | 126,8 | 115,0 | 104,2 | 94,4 |
| 0,3       | 258,5     | 240,7 | 210,8 | 186,6 | 166,8 | 149,9 | 135,6 | 122,9 | 111,5 | 101,3 | 91,8 |
| 0,4       | 236,3     | 222,4 | 197,8 | 177,1 | 159,4 | 144,1 | 130,7 | 118,8 | 107,9 | 98,0  | 88,9 |
| 0,5       | 217,9     | 206,5 | 185,9 | 167,8 | 151,9 | 138,1 | 125,5 | 114,3 | 104,2 | 94,6  | 85,8 |
| 0,6       | 202,2     | 192,6 | 174,9 | 158,9 | 144,7 | 131,9 | 120,3 | 109,9 | 100,2 | 91,1  | 82,6 |
| 0,7       | 188,5     | 180,1 | 164,7 | 150,4 | 137,5 | 125,8 | 115,0 | 105,2 | 96,0  | 87,4  | 79,3 |
| 0,8       | 176,3     | 169,0 | 155,0 | 142,3 | 130,6 | 119,7 | 109,8 | 100,4 | 91,8  | 83,6  | 75,9 |
| 0,9       | 165,2     | 158,6 | 146,1 | 134,5 | 123,8 | 113,7 | 104,5 | 95,7  | 87,6  | 79,8  | 72,4 |
| 1,0       | 155,0     | 149,0 | 137,7 | 127,0 | 117,1 | 107,9 | 99,2  | 91,0  | 83,4  | 76,0  | 69,0 |
| 1,5       | 112,6     | 108,6 | 100,9 | 93,5  | 86,7  | 80,1  | 73,8  | 68,0  | 62,3  | 57,0  | 51,6 |

VALORES DE 1 000  $M_Y/P$  $l_y = 1,5 l_x$  $\nu = 1/6$ 

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   |
| 0,05      | 309,4     | 283,2 | 243,2 | 214,2 | 191,5 | 172,9 | 156,9 | 142,8 | 129,9 | 118,1 | 107,1 |
| 0,1       | 258,5     | 245,0 | 218,8 | 196,5 | 177,8 | 161,6 | 147,3 | 134,5 | 122,6 | 111,7 | 101,3 |
| 0,2       | 201,2     | 194,8 | 180,9 | 166,9 | 153,8 | 141,5 | 130,1 | 119,4 | 109,4 | 99,8  | 90,6  |
| 0,3       | 166,3     | 162,1 | 153,3 | 143,6 | 134,0 | 124,4 | 115,2 | 106,2 | 97,5  | 89,2  | 81,0  |
| 0,4       | 141,7     | 138,7 | 132,1 | 124,9 | 117,5 | 109,8 | 102,2 | 94,7  | 87,1  | 79,7  | 72,5  |
| 0,5       | 122,9     | 120,6 | 115,4 | 109,7 | 103,7 | 97,4  | 91,0  | 84,5  | 78,0  | 71,4  | 65,0  |
| 0,6       | 108,1     | 106,1 | 101,9 | 97,2  | 92,2  | 86,8  | 81,4  | 75,8  | 70,1  | 64,3  | 58,4  |
| 0,7       | 96,0      | 94,3  | 90,7  | 86,7  | 82,4  | 77,8  | 73,0  | 68,1  | 63,0  | 57,9  | 52,7  |
| 0,8       | 85,9      | 84,4  | 81,3  | 77,9  | 74,2  | 70,1  | 65,9  | 61,6  | 57,0  | 52,3  | 47,7  |
| 0,9       | 77,5      | 76,2  | 73,4  | 70,3  | 67,1  | 63,5  | 59,8  | 55,8  | 51,7  | 47,5  | 43,3  |
| 1,0       | 70,4      | 69,3  | 66,7  | 64,0  | 61,0  | 57,9  | 54,4  | 50,9  | 47,2  | 43,4  | 39,5  |
| 1,5       | 47,3      | 46,6  | 45,0  | 43,2  | 41,2  | 39,1  | 36,8  | 34,5  | 32,0  | 29,4  | 26,8  |

TABELA I

VALORES DE 1 000  $M_X/P$  $l_y = \infty$  $\nu = 1/6$ 

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   |
| 0,05      | 368,0     | 317,0 | 259,1 | 222,8 | 196,6 | 175,8 | 158,5 | 143,6 | 130,4 | 118,3 | 107,2 |
| 0,1       | 341,8     | 303,4 | 252,7 | 218,8 | 193,7 | 173,6 | 156,7 | 142,0 | 129,0 | 117,1 | 106,1 |
| 0,2       | 302,0     | 277,5 | 238,9 | 210,0 | 187,3 | 168,6 | 152,5 | 138,4 | 126,0 | 114,4 | 103,7 |
| 0,3       | 273,3     | 255,5 | 225,2 | 200,7 | 180,4 | 163,2 | 148,2 | 134,8 | 122,6 | 111,6 | 101,1 |
| 0,4       | 251,3     | 237,2 | 212,5 | 191,4 | 173,3 | 157,5 | 143,5 | 130,9 | 119,2 | 108,5 | 98,4  |
| 0,5       | 233,1     | 221,8 | 200,9 | 182,6 | 166,3 | 151,8 | 138,8 | 126,8 | 115,7 | 105,4 | 95,5  |
| 0,6       | 217,9     | 208,4 | 190,3 | 174,1 | 159,4 | 146,1 | 133,9 | 122,6 | 112,0 | 102,1 | 92,7  |
| 0,7       | 204,9     | 196,5 | 180,6 | 166,2 | 152,8 | 140,5 | 129,1 | 118,3 | 108,3 | 98,8  | 89,7  |
| 0,8       | 193,3     | 185,8 | 171,7 | 158,6 | 146,5 | 135,1 | 124,3 | 114,2 | 104,7 | 95,5  | 86,7  |
| 0,9       | 182,9     | 176,3 | 163,6 | 151,5 | 140,3 | 129,7 | 119,7 | 110,1 | 101,0 | 92,2  | 83,7  |
| 1,0       | 173,5     | 167,6 | 155,9 | 145,0 | 134,5 | 124,6 | 115,2 | 106,1 | 97,4  | 88,9  | 80,8  |

VALORES DE 1 000  $M_Y/P$  $l_y = \infty$  $\nu = 1/6$ 

| $a_y/l_x$ | $a_x/l_x$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|           | 0,05      | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8   | 0,9   | 1,0   |
| 0,05      | 301,7     | 275,5 | 235,6 | 206,8 | 184,2 | 165,9 | 150,2 | 136,4 | 124,1 | 112,8 | 102,2 |
| 0,1       | 250,7     | 237,3 | 211,2 | 189,0 | 170,5 | 154,6 | 140,7 | 128,2 | 116,9 | 106,2 | 96,3  |
| 0,2       | 193,4     | 187,1 | 173,2 | 159,5 | 146,5 | 134,6 | 123,4 | 113,1 | 103,5 | 94,3  | 85,6  |
| 0,3       | 158,4     | 154,4 | 145,6 | 136,0 | 126,6 | 117,3 | 108,4 | 99,9  | 91,6  | 83,7  | 76,0  |
| 0,4       | 133,8     | 130,7 | 124,3 | 117,3 | 110,0 | 102,7 | 95,4  | 88,2  | 81,1  | 74,3  | 67,4  |
| 0,5       | 114,9     | 112,6 | 107,5 | 102,0 | 96,2  | 90,1  | 84,1  | 78,0  | 71,9  | 65,8  | 59,9  |
| 0,6       | 99,9      | 98,0  | 93,8  | 89,3  | 84,5  | 79,5  | 74,3  | 69,1  | 63,8  | 58,5  | 53,2  |
| 0,7       | 87,6      | 86,0  | 82,5  | 78,7  | 74,7  | 70,4  | 66,0  | 61,3  | 56,8  | 52,0  | 47,3  |
| 0,8       | 77,4      | 76,0  | 73,0  | 69,7  | 66,2  | 62,5  | 58,6  | 54,6  | 50,6  | 46,4  | 42,2  |
| 0,9       | 68,9      | 67,6  | 65,0  | 62,0  | 59,0  | 55,7  | 52,3  | 48,8  | 45,2  | 41,5  | 37,8  |
| 1,0       | 61,5      | 60,4  | 58,1  | 55,5  | 52,8  | 49,8  | 46,9  | 43,7  | 40,5  | 37,2  | 33,9  |



TABELA II

CA 24 = AÇO 37-CA ( $\sigma_e = 2\,400 \text{ kg/cm}^2$ ) com patamar de escoamento

$$b = c^2 \frac{M_R}{h^2} = \frac{S_f}{\mu h}, \quad h = c \sqrt{\frac{M_R}{b}} = \frac{S_f}{\mu b}, \quad S_f = \mu b h, \quad M_R = \frac{b h^2}{c^2}$$

Unidades: cm, cm<sup>2</sup>, kgcm

Valores de 1 000 c

| $\mu$ em %                                 | $\sigma_R$ (em kg/cm <sup>2</sup> ) = |      |     |     |     |     |
|--|---------------------------------------|------|-----|-----|-----|-----|
|  | 110                                   | 135  | 160 | 180 | 200 | 220 |
| 0,25                                       | 414                                   | 413  | 412 | 412 | 411 | 411 |
| 0,30                                       | 379                                   | 378  | 377 | 376 | 376 | 376 |
| 0,35                                       | 352                                   | 351  | 350 | 349 | 349 | 348 |
| 0,40                                       | 330                                   | 329  | 328 | 327 | 327 | 326 |
| 0,45                                       | 312                                   | 311  | 310 | 309 | 308 | 308 |
| 0,50                                       | 297                                   | 295  | 294 | 294 | 293 | 293 |
| 0,55                                       | 284                                   | 282  | 281 | 280 | 280 | 279 |
| 0,60                                       | 273                                   | 271  | 270 | 269 | 268 | 268 |
| 0,65                                       | 263                                   | 261  | 260 | 259 | 258 | 258 |
| 0,70                                       | 254                                   | 252  | 251 | 250 | 249 | 249 |
| 0,75                                       | 246                                   | 244  | 243 | 242 | 241 | 241 |
| 0,80                                       | 239                                   | 237  | 235 | 235 | 234 | 233 |
| 0,85                                       | 232                                   | 230  | 229 | 228 | 227 | 227 |
| 0,90                                       | 227                                   | 224  | 223 | 222 | 221 | 221 |
| 0,95                                       | 221                                   | 219  | 217 | 216 | 216 | 215 |
| 1,00                                       | 216                                   | 214  | 212 | 211 | 211 | 210 |
| 1,10                                       | 207                                   | 205  | 203 | 202 | 201 | 201 |
| 1,20                                       | 200                                   | 197  | 195 | 194 | 193 | 193 |
| 1,30                                       | 193                                   | 190  | 188 | 187 | 186 | 186 |
| 1,40                                       | 187                                   | 184  | 182 | 181 | 180 | 180 |
| 1,50                                       | 182                                   | 179  | 177 | 176 | 175 | 174 |
| 1,60                                       | 178                                   | 174  | 172 | 171 | 170 | 169 |
| 1,70                                       | 173                                   | 170  | 168 | 166 | 165 | 164 |
| 1,80                                       | 170                                   | 166  | 164 | 162 | 161 | 160 |
| 1,90                                       | 166                                   | 162  | 160 | 158 | 157 | 156 |
| 2,00                                       | 163                                   | 159  | 157 | 155 | 154 | 153 |
| 2,10                                       | 160                                   | 156  | 153 | 152 | 151 | 150 |
| 2,20                                       | 158                                   | 153  | 151 | 149 | 148 | 147 |
| 2,30                                       | 156                                   | 151  | 148 | 146 | 145 | 144 |
| 2,40                                       | 153                                   | 149  | 146 | 144 | 142 | 141 |
| 2,50                                       | 151                                   | 146  | 143 | 141 | 140 | 139 |
| 2,60                                       | 150                                   | 144  | 141 | 139 | 138 | 137 |
| 2,70                                       |                                       | 142  | 139 | 137 | 136 | 135 |
| 2,80                                       |                                       | 141  | 137 | 135 | 134 | 133 |
| 2,90                                       |                                       | 139  | 136 | 133 | 132 | 131 |
| 3,00                                       |                                       | 138  | 134 | 132 | 130 | 129 |
| limite de $\mu$ em % para peça sub-armada. | 2,60                                  | 3,19 |     |     |     |     |

TABELA II

CA 50 A = AÇO 50-CA ( $\sigma_e = 3\,000$  kg/cm<sup>2</sup>) com patamar de escoamento

$$b = c^2 \frac{M_R}{h^2} = \frac{S_f}{\mu h}, \quad h = c \sqrt{\frac{M_R}{b}} = \frac{S_f}{\mu b}, \quad S_f = \mu b h, \quad M_R = \frac{b h^2}{c^2}$$

Unidades: cm, cm<sup>2</sup>, kgem

Valores de 1 000 c

| $\mu$ em %                                 | $\sigma_R$ (em kg/cm <sup>2</sup> ) = |       |      |      |     |     |
|--|---------------------------------------|-------|------|------|-----|-----|
|  | 110                                   | 135   | 160  | 180  | 200 | 220 |
| 0,25                                       | 372                                   | 370   | 370  | 369  | 369 | 368 |
| 0,30                                       | 340                                   | 339   | 338  | 338  | 337 | 337 |
| 0,35                                       | 316                                   | 315   | 314  | 313  | 313 | 312 |
| 0,40                                       | 297                                   | 295   | 294  | 294  | 293 | 293 |
| 0,45                                       | 281                                   | 279   | 278  | 277  | 277 | 276 |
| 0,50                                       | 267                                   | 266   | 264  | 264  | 263 | 263 |
| 0,55                                       | 256                                   | 254   | 253  | 252  | 251 | 251 |
| 0,60                                       | 246                                   | 244   | 243  | 242  | 241 | 241 |
| 0,65                                       | 237                                   | 235   | 234  | 233  | 232 | 232 |
| 0,70                                       | 229                                   | 227   | 226  | 225  | 224 | 224 |
| 0,75                                       | 223                                   | 220   | 219  | 218  | 217 | 216 |
| 0,80                                       | 216                                   | 214   | 212  | 211  | 211 | 210 |
| 0,85                                       | 211                                   | 208   | 206  | 205  | 205 | 204 |
| 0,90                                       | 205                                   | 203   | 201  | 200  | 199 | 199 |
| 0,95                                       | 201                                   | 198   | 196  | 195  | 194 | 194 |
| 1,00                                       | 196                                   | 194   | 192  | 191  | 190 | 189 |
| 1,10                                       | 189                                   | 186   | 184  | 183  | 182 | 181 |
| 1,20                                       | 182                                   | 179   | 177  | 176  | 175 | 174 |
| 1,30                                       | 177                                   | 173   | 171  | 170  | 169 | 168 |
| 1,40                                       | 172                                   | 168   | 166  | 164  | 163 | 162 |
| 1,50                                       | 167                                   | 163   | 161  | 159  | 158 | 157 |
| 1,60                                       | 163                                   | 159   | 157  | 155  | 154 | 153 |
| 1,70                                       | 160                                   | 155   | 153  | 151  | 150 | 149 |
| 1,80                                       | 157                                   | 152   | 149  | 148  | 146 | 145 |
| 1,90                                       | 154                                   | 149   | 146  | 144  | 143 | 142 |
| 2,00                                       |                                       | 146   | 143  | 141  | 140 | 139 |
| 2,10                                       |                                       | 144   | 141  | 139  | 137 | 136 |
| 2,20                                       |                                       | 142   | 138  | 136  | 135 | 134 |
| 2,30                                       |                                       | 140   | 136  | 134  | 132 | 131 |
| 2,40                                       |                                       | 138   | 134  | 132  | 130 | 129 |
| 2,50                                       |                                       |       | 132  | 130  | 128 | 127 |
| 2,60                                       |                                       |       | 130  | 128  | 126 | 125 |
| 2,70                                       |                                       |       | 129  | 126  | 124 | 123 |
| 2,80                                       |                                       |       | 127  | 125  | 123 | 121 |
| 2,90                                       |                                       |       |      | 123  | 121 | 120 |
| 3,00                                       |                                       |       |      | 122  | 120 | 118 |
| limite de $\mu$ em % para peça sub-armada, | 1,88                                  | 2,305 | 2,73 | 3,07 |     |     |

O último número de cada coluna interrompida só consta da tabela para fins de interpolação, pois a êle corresponde peça super-armada.

TABELA II

Aço nervurado CA 40 = AÇO CA-T40 ( $\sigma_e = 4\,000 \text{ kg/cm}^2$ ) sem patamar de escoamento

$$b = c^2 \frac{M_R}{h^2} = \frac{S_f}{\mu h}, \quad h = c \sqrt{\frac{M_R}{b}} = \frac{S_f}{\mu b}, \quad S_f = \mu b h, \quad M_R = \frac{b h^2}{c^2}$$

Unidades: cm, cm<sup>2</sup>, kgcm

Valores de 1 000 c

| $\mu$ em %                                 | $\sigma_R$ (em kg/cm <sup>2</sup> ) = |      |      |      |       |      |
|--|---------------------------------------|------|------|------|-------|------|
|  | 110                                   | 135  | 160  | 180  | 200   | 220  |
| 0,15                                       | 414                                   | 413  | 412  | 412  | 411   | 411  |
| 0,20                                       | 360                                   | 359  | 358  | 358  | 357   | 357  |
| 0,25                                       | 324                                   | 322  | 321  | 321  | 320   | 320  |
| 0,30                                       | 297                                   | 295  | 294  | 294  | 293   | 293  |
| 0,35                                       | 276                                   | 274  | 273  | 273  | 272   | 272  |
| 0,40                                       | 260                                   | 258  | 256  | 256  | 255   | 255  |
| 0,45                                       | 246                                   | 244  | 243  | 242  | 241   | 241  |
| 0,50                                       | 235                                   | 232  | 231  | 230  | 229   | 229  |
| 0,55                                       | 225                                   | 222  | 221  | 220  | 219   | 219  |
| 0,60                                       | 216                                   | 214  | 212  | 211  | 211   | 210  |
| 0,65                                       | 209                                   | 206  | 205  | 204  | 203   | 202  |
| 0,70                                       | 202                                   | 200  | 198  | 197  | 196   | 195  |
| 0,75                                       | 196                                   | 194  | 192  | 191  | 190   | 189  |
| 0,80                                       | 191                                   | 188  | 186  | 185  | 184   | 184  |
| 0,85                                       | 187                                   | 183  | 181  | 180  | 179   | 179  |
| 0,90                                       | 182                                   | 179  | 177  | 176  | 175   | 174  |
| 0,95                                       | 178                                   | 175  | 173  | 172  | 171   | 170  |
| 1,00                                       | 175                                   | 171  | 169  | 168  | 167   | 166  |
| 1,10                                       | 169                                   | 165  | 162  | 161  | 160   | 159  |
| 1,20                                       | 163                                   | 159  | 157  | 155  | 154   | 153  |
| 1,30                                       | 159                                   | 154  | 152  | 150  | 149   | 148  |
| 1,40                                       |                                       | 150  | 147  | 145  | 144   | 143  |
| 1,50                                       |                                       | 146  | 143  | 141  | 140   | 139  |
| 1,60                                       |                                       |      | 140  | 138  | 136   | 135  |
| 1,70                                       |                                       |      | 137  | 135  | 133   | 132  |
| 1,80                                       |                                       |      | 134  | 132  | 130   | 129  |
| 1,90                                       |                                       |      |      | 129  | 127   | 126  |
| 2,00                                       |                                       |      |      | 127  | 125   | 124  |
| 2,10                                       |                                       |      |      |      | 123   | 121  |
| 2,20                                       |                                       |      |      |      | 121   | 119  |
| 2,30                                       |                                       |      |      |      | 119   | 117  |
| 2,40                                       |                                       |      |      |      |       | 115  |
| 2,50                                       |                                       |      |      |      |       | 114  |
| limite de $\mu$ em % para peça sub-armada. | 1,21                                  | 1,49 | 1,76 | 1,98 | 2,203 | 2,42 |

O último número de cada coluna interrompida só consta da tabela para fins de interpolação, pois a êle corresponde peça super-armada.

TABELA II

Aço nervurado CA 50 = AÇO CA-T50 ( $\sigma_e = 5\,000 \text{ kg/cm}^2$ ) sem patamar de escoamento

$$b = c^2 \frac{M_R}{h^2} = \frac{S_f}{\mu h}, \quad h = c \sqrt{\frac{M_R}{b}} = \frac{S_f}{\mu b}, \quad S_f = \mu b h, \quad M_R = \frac{b h^2}{c^2}$$

Unidades: cm, cm<sup>2</sup>, kgcm

Valores de 1 000 c

| $\mu$ em %                                 | $\sigma_R$ (em kg/cm <sup>2</sup> ) |      |      |      |      |      |
|--|-------------------------------------|------|------|------|------|------|
|  | 110                                 | 135  | 160  | 180  | 200  | 220  |
| 0,15                                       | 372                                 | 370  | 370  | 369  | 369  | 368  |
| 0,20                                       | 324                                 | 322  | 321  | 321  | 320  | 320  |
| 0,25                                       | 291                                 | 290  | 289  | 288  | 287  | 287  |
| 0,30                                       | 267                                 | 266  | 264  | 264  | 263  | 263  |
| 0,35                                       | 249                                 | 247  | 246  | 245  | 244  | 244  |
| 0,40                                       | 235                                 | 232  | 231  | 230  | 229  | 229  |
| 0,45                                       | 223                                 | 220  | 219  | 218  | 217  | 216  |
| 0,50                                       | 212                                 | 210  | 208  | 207  | 207  | 206  |
| 0,55                                       | 204                                 | 201  | 199  | 198  | 198  | 197  |
| 0,60                                       | 196                                 | 194  | 192  | 191  | 190  | 189  |
| 0,65                                       | 190                                 | 187  | 185  | 184  | 183  | 182  |
| 0,70                                       | 184                                 | 181  | 179  | 178  | 177  | 176  |
| 0,75                                       | 179                                 | 176  | 174  | 173  | 172  | 171  |
| 0,80                                       | 175                                 | 171  | 169  | 168  | 167  | 166  |
| 0,85                                       | 171                                 | 167  | 165  | 163  | 162  | 161  |
| 0,90                                       | 167                                 | 163  | 161  | 159  | 158  | 157  |
| 0,95                                       |                                     | 160  | 157  | 156  | 155  | 154  |
| 1,00                                       |                                     | 157  | 154  | 152  | 151  | 150  |
| 1,10                                       |                                     | 151  | 148  | 146  | 145  | 144  |
| 1,20                                       |                                     |      | 143  | 141  | 140  | 139  |
| 1,30                                       |                                     |      | 139  | 137  | 136  | 134  |
| 1,40                                       |                                     |      |      | 133  | 132  | 130  |
| 1,50                                       |                                     |      |      |      | 128  | 127  |
| 1,60                                       |                                     |      |      |      | 125  | 124  |
| 1,70                                       |                                     |      |      |      |      | 121  |
| limite de $\mu$ em % para peça sub-armada. | 0,85                                | 1,04 | 1,24 | 1,39 | 1,55 | 1,70 |

O último número de cada coluna interrompida só consta da tabela para fins de interpolação, pois a éle corresponde peça super-armada.