



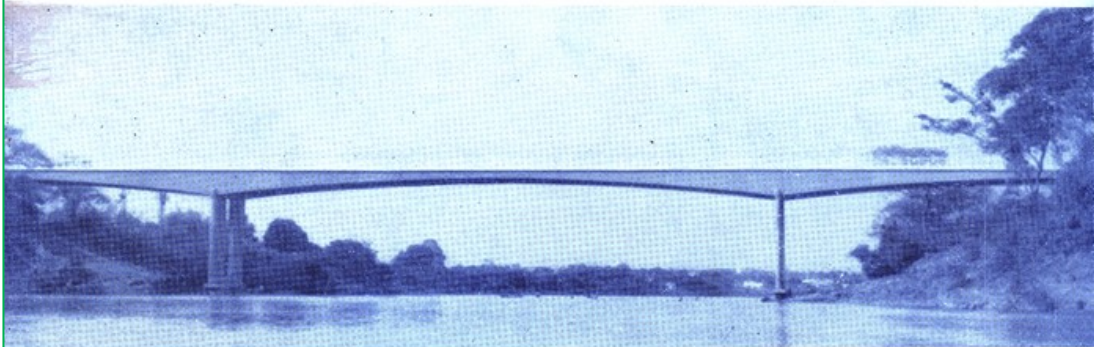
Efeito Rüsç
Professor A. C. R. Laranjeiras

Prof. Eduardo C. S.
Thomaz Notas de aula

ESTRUTURA

REVISTA TÉCNICA

DAS CONSTRUÇÕES



OS MÉTODOS MODERNOS DE CÁLCULO DO CONCRETO ARMADO	129
SISTEMAS HIPERESTÁTICOS DE CONCRETO PROTENDIDO	161
RELAÇÕES ENTRE TENSÕES E DEFORMAÇÕES NOS CONCRETOS	196

1962

47

Revista editada pelo Professor Aderson Moreira da Rocha

FIGURA DO ARTIGO, DESTACADA POR E. C. S. THOMAZ

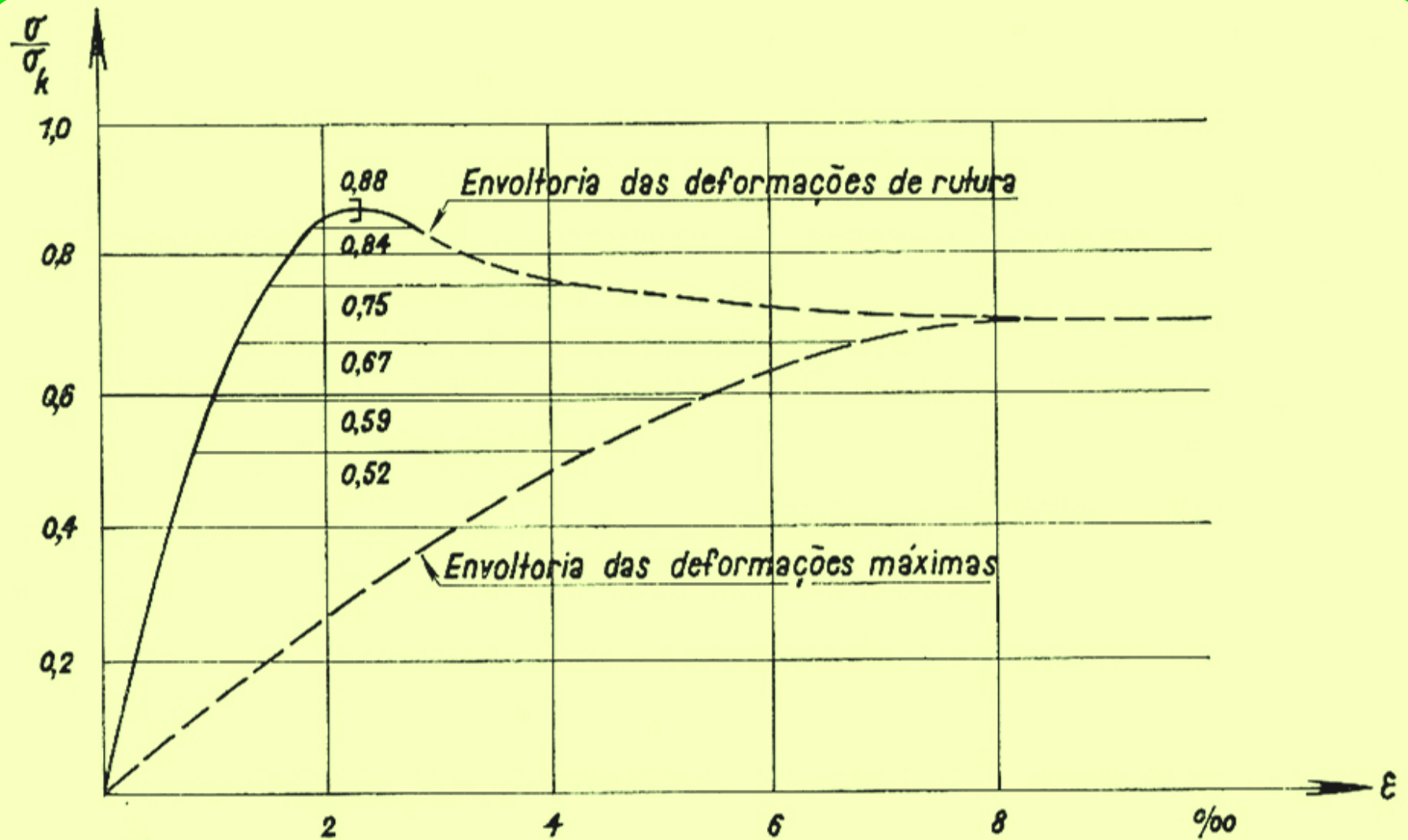
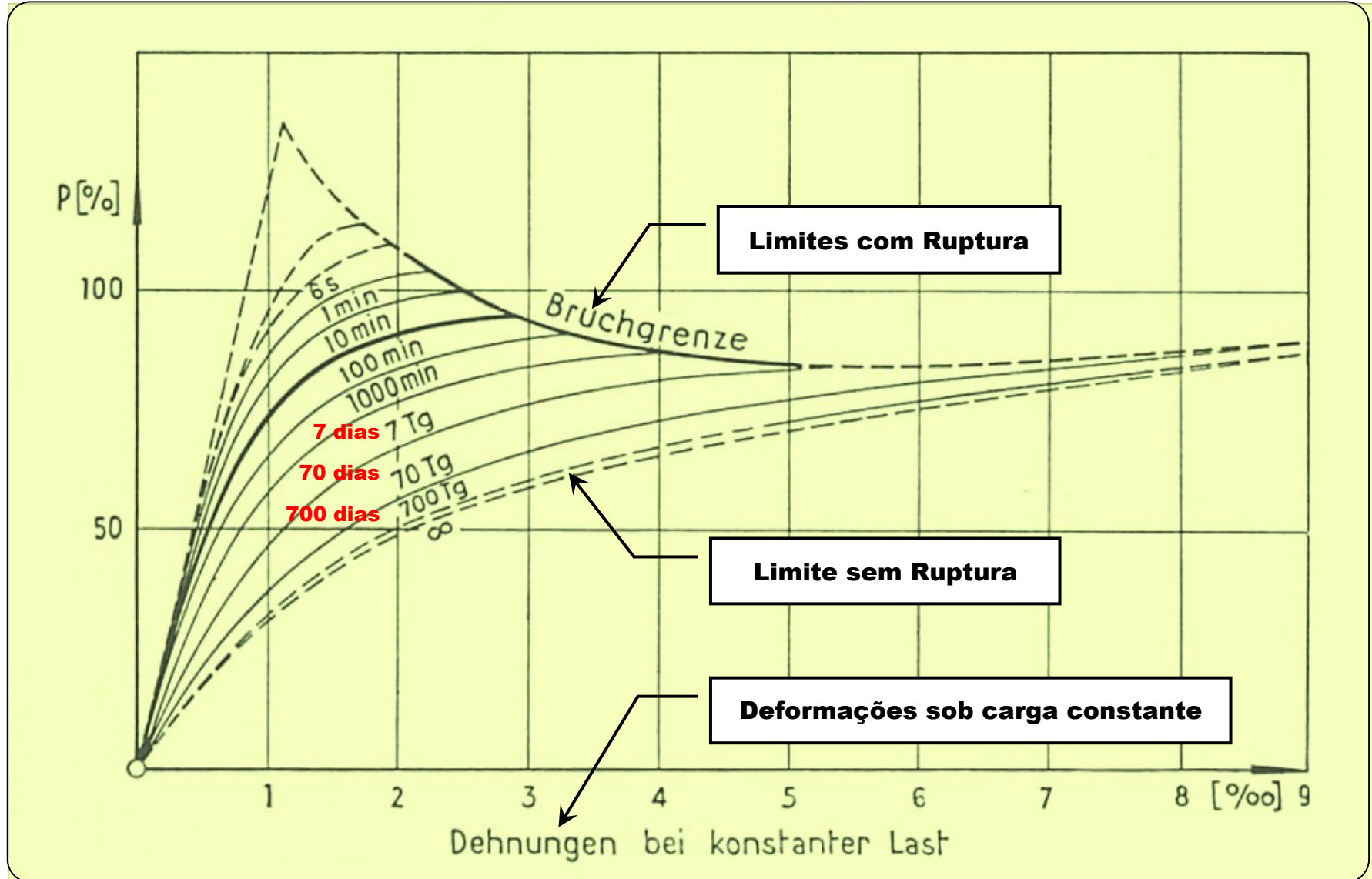


FIG. 14 — Diagrama tensão-deformação do concreto sob carregamento de curta e longa duração.

FIGURA DA REFERÊNCIA N° 1, DESTACADA POR E. C. S. THOMAZ



Referência N° 1 citada : RUSCH, H. — Der Einfluss der Deformations — eigenschaften des Betons auf den Spannungsverlauf. Schweizerische Bauzeitung, 77 (9): 119-126, Feb. 1959.

CONHECIMENTOS SÔBRE AS RELAÇÕES ENTRE TENSÕES E DEFORMAÇÕES NOS CON- CRETOS (*)

ANTONIO CARLOS REIS LARANJEIRAS

1. INTRODUÇÃO.

As pesquisas têm se empenhado sempre muito mais no conhecimento das propriedades de resistência dos materiais do que das suas propriedades de deformação. E isso por se ter acreditado que essas propriedades de deformação estarão descritas pela indicação do módulo E de elasticidade do material. Com êsse coeficiente supõe-se estabelecida a lei que relaciona as tensões às deformações. As pesquisas têm demonstrado que essa simples indicação do módulo de elasticidade não traduz nenhuma lei geral. Êsses conhecimentos têm salientado a necessidade de se conhecer melhor em que medida as propriedades de deformação dos materiais influenciam nas distribuições das suas tensões e por conseqüência, nas suas resistências.

O Laboratório de Ensaios de Materiais para Construção da Alta Escola Técnica de Munique, dirigido pelo Prof. H. Rüsçh, no qual tive o prazer de trabalhar, tem trazido contribuições importantes para esclarecimento sôbre as relações entre tensões e deformações nos concretos. Serão relatados aqui alguns dos resultados obtidos nesse laboratório, referentes ao problema.

2. AS DEFORMAÇÕES.

Distinguiremos as seguintes deformações:

- 1) a deformação ELÁSTICA como aquela parcela da deformação total que desaparece imediatamente com o descarregamento;

(*) Palestra realizada no Departamento de Estradas de Rodagem da Bahia, em julho de 1961. As figuras do texto foram retiradas das Referências (1), (5), (6), (7), (8), (9).

- 2) a deformação ANELÁSTICA como aquela que se apresenta tanto no carregamento como no descarregamento com um certo retardo. Designada mais propriamente de deformação elástica retardada (Fig. 1). Em concretos mais velhos essa deformação é de igual grandeza no carregamento e descarregamento e geralmente realiza-se em períodos de tempo superior a um mês.

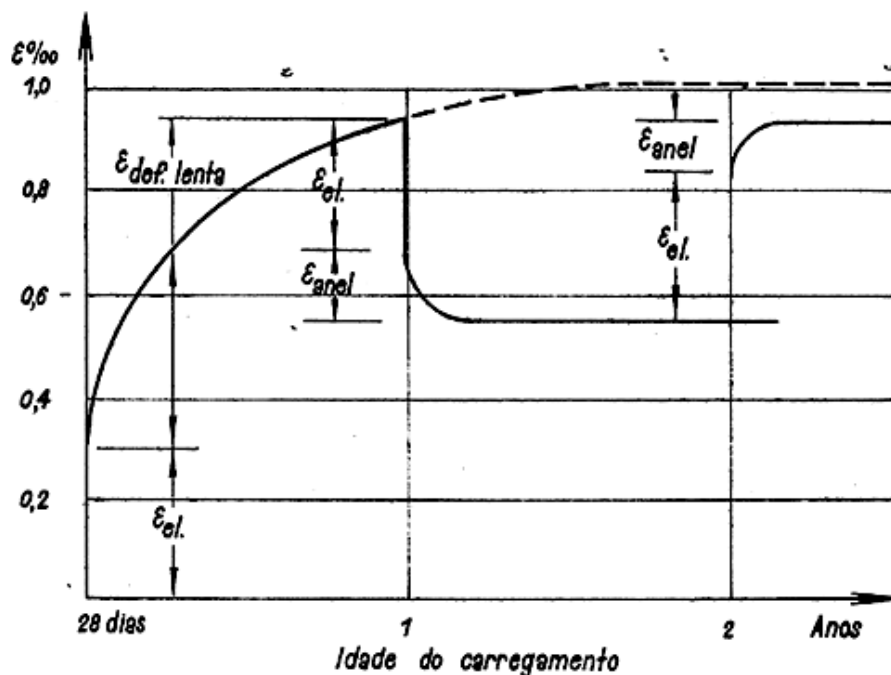


FIG. 1 — Deformação de um concreto em função de idade do carregamento.

- 3) FLUÊNCIA como a deformação provocada pela manutenção do carregamento através o tempo e medida pela parcela não recuperável após o descarregamento (*). A viscosidade da argamassa de cimento que apresenta características de um gel, influencia fortemente esse fenômeno. Essas duas últimas deformações, dependentes do tempo (Fig. 1), são geralmente designadas em conjunto sob o nome de “deformação lenta”. Na Fig. 2 estão apresentadas essas 3 deformações como modelos reológicos.

- a) A mola como símbolo de uma deformação elástica;
- b) o êmbulo com um fluido representando um elemento viscoso, como símbolo da deformação fluência. Esse modelo não consi-

(*) Deveria ser separada aí a deformação permanente provocada imediatamente com o carregamento como consequência de prematuras ruturas e fugos na estrutura molecular da matéria.

dera a diminuição de velocidade de deformação com o “envelhecimento” do material.

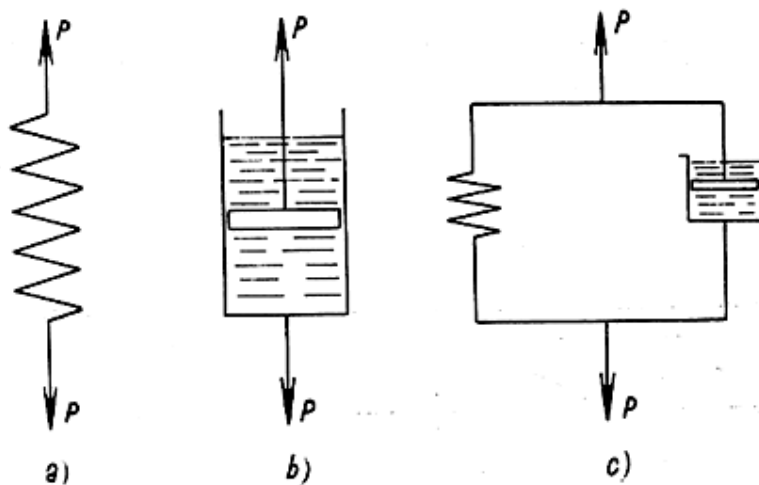


FIG. 2 — Modelos reológicos representativos das deformações (a) elástica, (b) fluência e (c) anelástica.

c) A conjugação dos dois elementos anteriores representando a deformação anelástica ou “elástica retardada”. Nesse elemento é a carga P inicialmente resistida pelo êmbolo e aos poucos vai se transferindo para a mola. No descarregamento o retôrno da mola à sua posição primitiva é retardado pelo elemento viscoso.

A título de ilustração é apresentado modelo reológico simplificado (Fig. 3) proposto por Hansen para o concreto, onde se distinguem em duas camadas o agregado e a pasta de cimento:

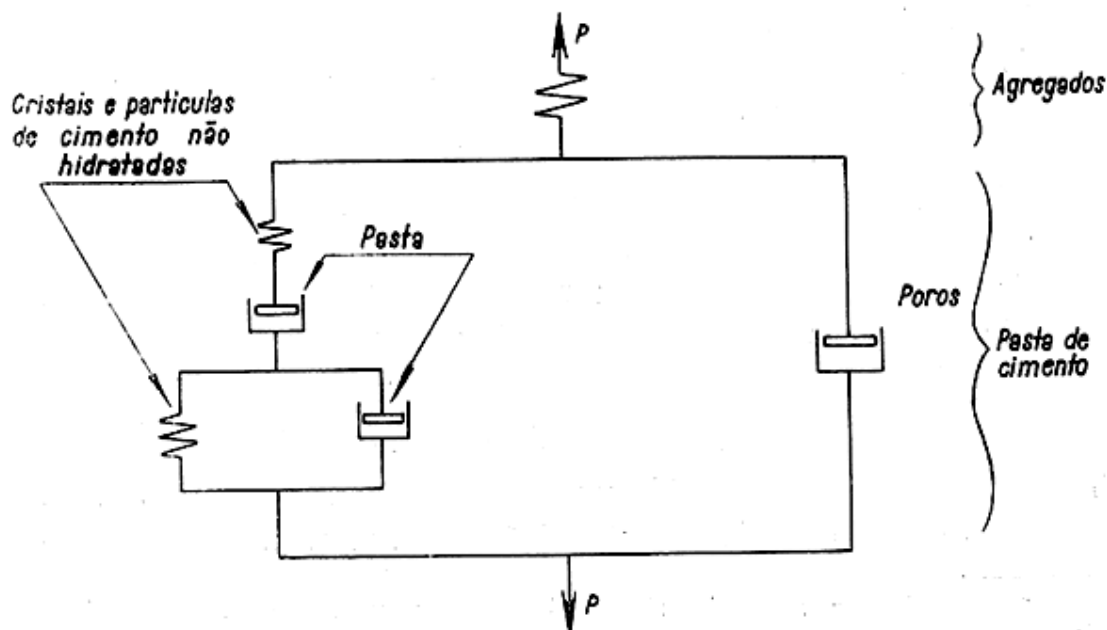


FIG. 3 — Modelo reológico para o concreto segundo Hansen.

4) Ainda como deformação provocada por carga externa deve ser mencionada a deformação transversal. Sua grandeza é definida pelo coeficiente de Poisson como sendo uma fração da deformação longitudinal e apresenta parcelas de deformação elástica, anelástica e de fluência.

Só serão estudadas aqui as deformações no concreto provocadas por cargas externas. Não serão consideradas as deformações devidas à variação da temperatura e retração.

3. A DEFORMAÇÃO ELÁSTICA. O MÓDULO «E»

A relação simples $\epsilon = E \cdot \sigma$ estabelecida para os materiais perfeitamente homogêneos e isotrópicos não se verifica em nenhum dos nossos materiais que apresentam, em diferentes proporções, tôdas essas deformações já referidas. Nos concretos especialmente, as outras deformações impedem sempre a obtenção das medidas correspondentes às deformações elásticas. Como a inclusão de toda a enorme gama de influência sob forma de parâmetros, iria complicar demais a tão simples lei de Hooke, têm insistido os pesquisadores

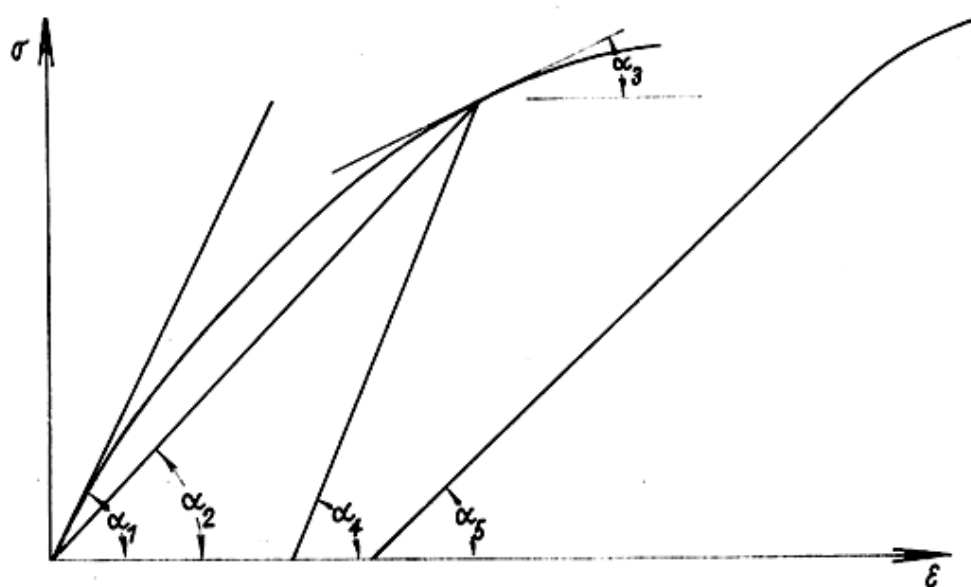


FIG. 4 — Diferentes definições do módulo de elasticidade do concreto ($E = \text{tg} \alpha$)

em fixar um valor para o “módulo de elasticidade do concreto”. É assim, é que, enquanto autores (tomando a curva tensão-deformação) definem “E” como a inclinação da tangente na origem, (α_1) ou mesmo na região correspondente à “tensão admissível” (α_2), outros preferem a inclinação da secante (α_3). Outros autores prefe-

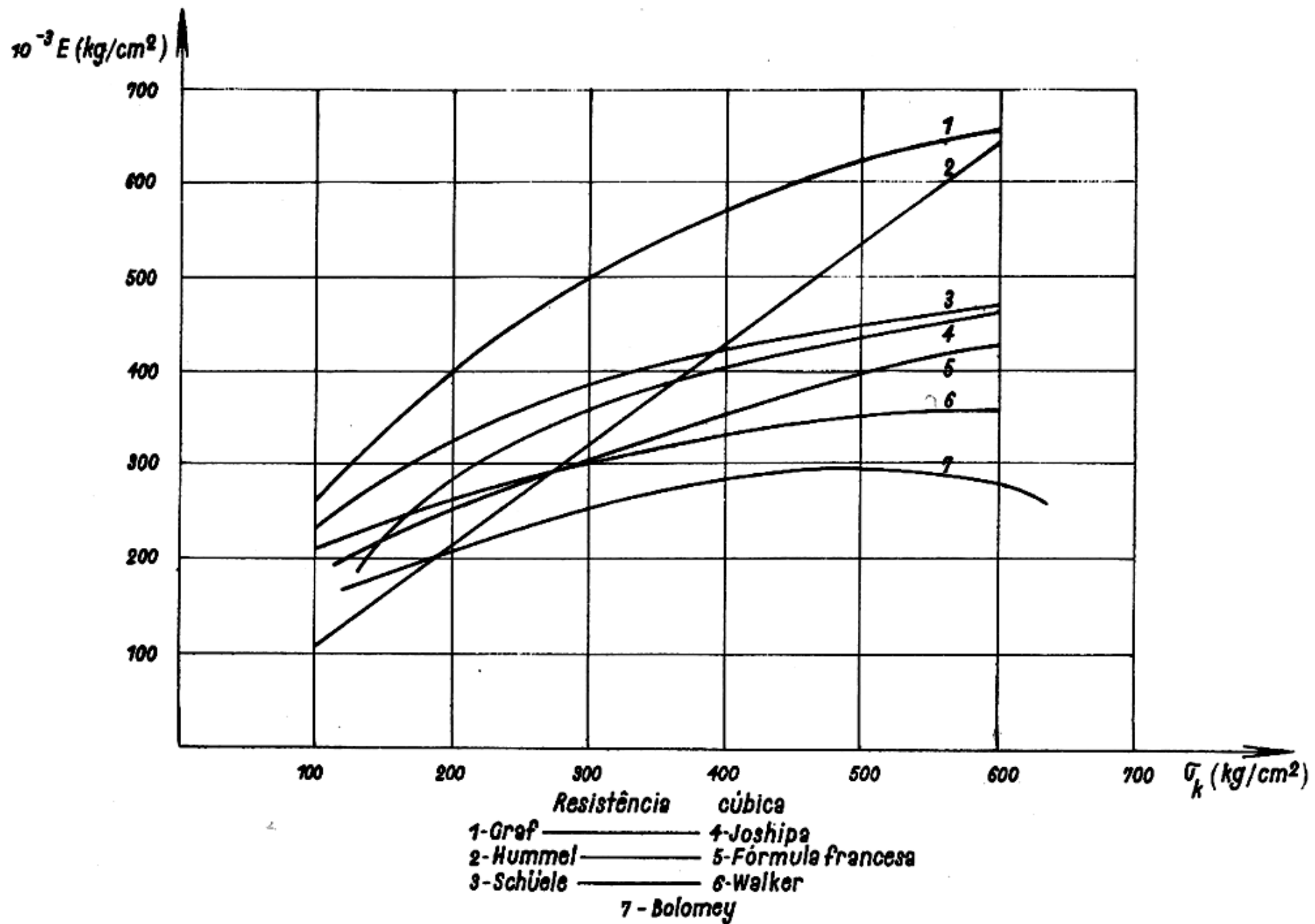


FIG. 5 — Representação de funções propostas para $E = E(\sigma_k)$

rem a curva do descarregamento (α_4) à do carregamento e ainda outros preferem a curva fixada após um carregamento e ainda outros preferem a curva fixada após um carregamento repetido (α_5) (Fig. 4).

Na Fig. 5 estão as curvas representativas de 4 equações empíricas que relacionam o módulo "E" com a resistência a compressão do concreto, estabelecidas em ensaios de compressão simples por diferentes autores. Não apenas as diferentes definições utilizadas provocaram a enorme dispersão que se vê, mas, também, as diferentes condições de ensaio, cura, idade dos concretos e outros fatores que tornam difícil qualquer comparação. Se refletirmos que cada uma dessas curvas está determinada em função de valores médios de grande número de resultados, verificamos o quanto é difícil uma fixação clara de uma equação para "E". E essa dispersão se acentua ainda mais se a determinação de "E" é feita através ensaios de compressão e flexão. Compare-se, p. ex., resultados obtidos por um mesmo pesquisador — Sachnowski em ensaios de compressão simples e flexão (Fig. 6).

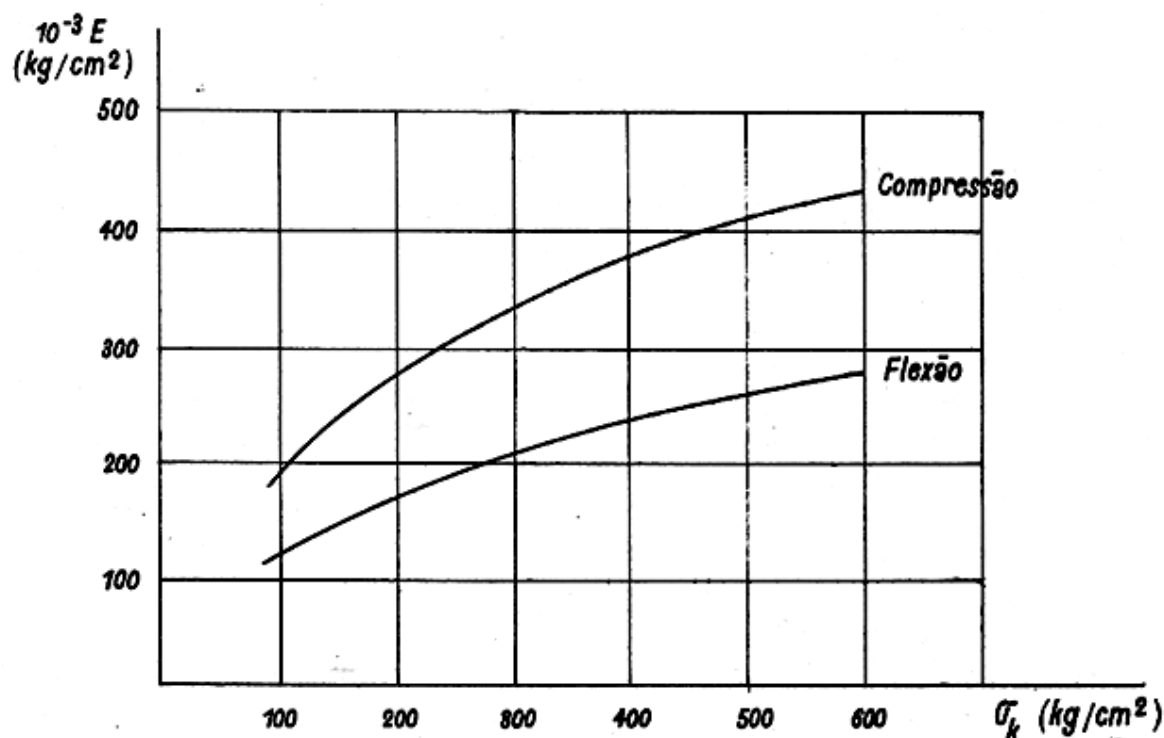


Fig. 6 — Relação empírica entre E e σ_k obtida por Sachnowski.

Já em 1930, Glanville estudando o problema indicava que o procedimento que afastaria a participação das deformações não elásticas, dependentes do tempo, seria se se pudesse introduzir o car-

regamento e medir as deformações em um espaço de tempo $t = 0$. Como isso era irrealizável, determinou êle, por extrapolação, através resultados de ensaios nos quais o carregamento foi introduzido com diferentes velocidades, uma reta ($t = 0$) que indicava um comportamento elástico (*).

4. A DEFORMAÇÃO LENTA.

A deformação lenta é determinada geralmente como a soma da fluência com a deformação anelástica (ou “elástica retardada”). São realmente duas parcelas difíceis de serem medidas em separado. Entretanto não devemos esquecer que uma dessas parcelas — a “elástica retardada” — sendo recuperável, não pode ser designada como deformação plástica.

A forma da curva que caracteriza a deformação lenta depende de um grande número de fatores. Destacamos a composição do concreto e a umidade do meio ambiente entre os mais importantes. Em 1937 Davis publicava resultados de pesquisas que sugeriam ter o tipo de “agregado graúdo” empregado grande influência sobre a deformação lenta. Davis testou corpos de prova que diferiam apenas nas características mineralógicas dos agregados e obteve diferentes comportamentos com relação à deformação lenta. Esse fato suscitou discussões e apresentava-se como absurdo. Se o “agregado graúdo”, devido à sua constituição de rocha apresenta fenômenos de deformação lenta apenas de ordem de grandeza desprezível, como poderá influenciar tão fortemente sobre a deformação lenta do concreto apenas pela mudança de suas características mineralógicas? Tornou-se necessário um reestudo do problema. Executou-o o Laboratório de Munique, nos últimos anos e não só foram confirmados os resultados de Davis como foram também esclarecidas as suas causas.

O concreto é em princípio constituído de 2 componentes: a pasta de cimento e o agregado, o primeiro a envolver o segundo. A pasta de comportamento predominantemente viscoso junta ao agregado de comportamento quase que puramente elástico. Imaginemos êsses 2 componentes representados agora no modelo reológico, onde

(*) Para melhores detalhes sobre esse assunto seria recomendável a leitura do trabalho do Dr. R. Sell, “Der E — Modul des Betons”, realizado no Laboratório de Munique, que traz além da discussão do problema, uma sugestão, justificada em ensaios, para unificação da definição e determinação experimental do módulo “E”.

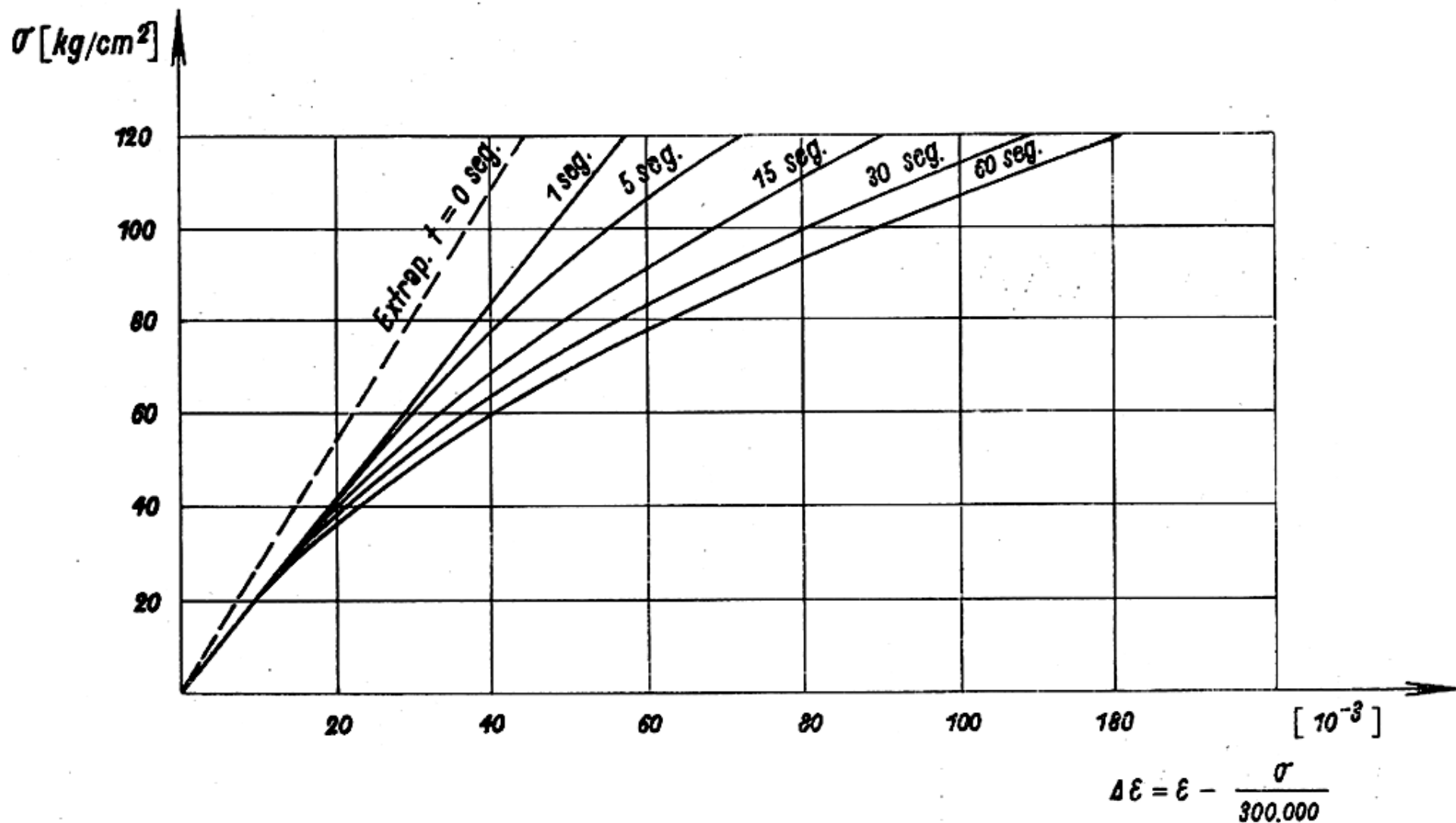


FIG. 7 — Determinação segundo Glanville do módulo E por extrapolação, através as deformações medidas com carregamentos de diferentes velocidades.

o comportamento elástico do agregado é representado pela mola e o comportamento predominantemente viscoso da pasta é representado por um êmbolo cheio de um fluido e um pistão impulsionado

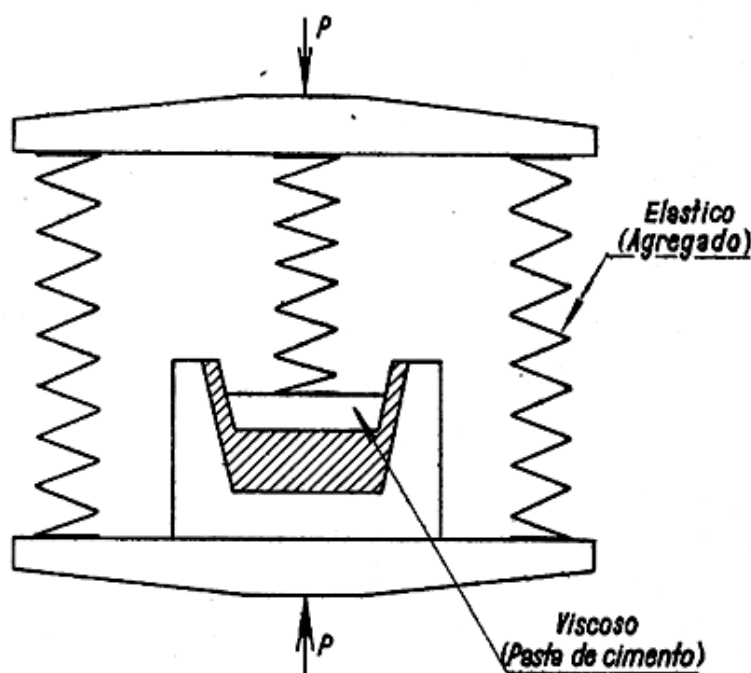


FIG. 8 — Modelo reológico do concreto para entendimento do comportamento entre pasta de cimento e agregado.

por uma mola. Com a introdução da carga provoca-se um encurtamento nas molas — a deformação elástica. A deformação lenta que se segue vem representada pelo lento correr do êmbolo até o seu estado de repouso. Será fácil entender através o modelo que essa deformação lenta será tanto menor tanto menos deformáveis forem as molas que representam o agregado. Ou seja, um agregado com alto módulo de elasticidade “E” conduzirá o concreto a menores deformações lentas. As pesquisas no Laboratório do Prof. Ruesch comprovaram experimentalmente êsse fato. (Ver Fig. 9) A utilização dêsse conhecimento é imediata. Uma pavimentação de concreto fissurará tanto o menos tanto maior fôr a sua deformação lenta. Seria vantajoso nesse caso o emprêgo de agregados com baixo módulo de elasticidade. Pelo menos para as camadas de concreto não sujeitas diretamente à ação de desgaste pelo tráfego. Por outro lado em estruturas em que a presença da deformação lenta é prejudicial, como estruturas em arcos ou abóbodas ou de concreto protendido, recomenda-se o emprêgo de agregados com altos módulos “E”.

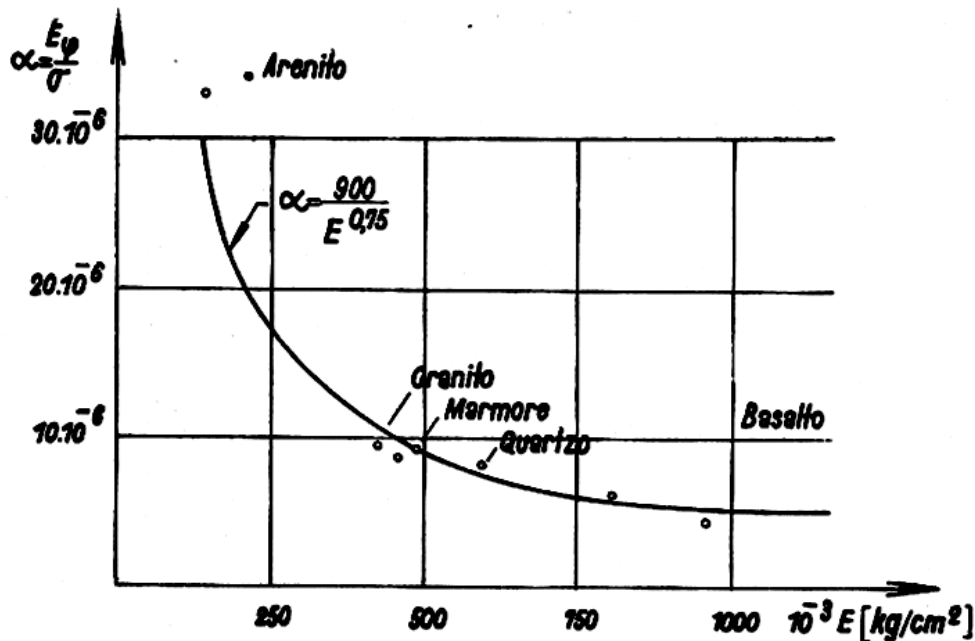


Fig. 9 — Relação entre a deformação lenta do concreto e o módulo de elasticidade do agregado.

Uma outra causa para êsse fato foi também encontrada. O agregado quando da confecção da mistura absorve uma parcela de água que, com o secamento, poderá ser devolvida à argamassa que lhe envolve. Um concreto com baixo fator água/cimento apresentará MENOR deformação lenta se o “clima úmido” no seu interior puder ser mantido por mais longo tempo, ou seja quanto maior fôr o poder de absorção de água pelo agregado. Verificou-se que agregados de altos módulos de elasticidade têm menor poder de absorção de água. Como se vê uma causa que age em sentido contrário da anterior.

5. A DEFORMAÇÃO TRANSVERSAL

Sôbre a deformação transversal pouco se tem estudado em face a dificuldade, hoje superada, de encontrar métodos de medidas com a precisão necessária. Admite-se geralmente que essa deformação no concreto é da ordem de 1/6 (= 0,17) da deformação longitudinal e as Normas Brasileiras recomendam a adoção dêsse valor. Na realidade êsses valores oscilam bastante. Nas proximidades da ruptura essa deformação aumenta sensivelmente e pode atingir valores superiores a 0,5 da deformação longitudinal. Veja-se a Fig. 10. Agora em que todos os países procuram fixar os métodos de dimensionamento das peças de concreto armado em função do comportamento do material na ruptura, assume êsse fato enorme importância. Com

a existência dessas grandes deformações transversais, entende-se a grande influência da presença de uma armadura transversal na resistência a compressão dos concretos. Influência essa não apenas existente nos pilares com cintamento, mas também nas vigas armadas com estribos. Ensaios realizados no mesmo Laboratório de Munique mostraram p. ex., que, em estados de rupturas, as deformações transversais medidas nas peças, nas seções próximas aos estribos, são sensivelmente menores que as obtidas em seções afastadas dos estribos.

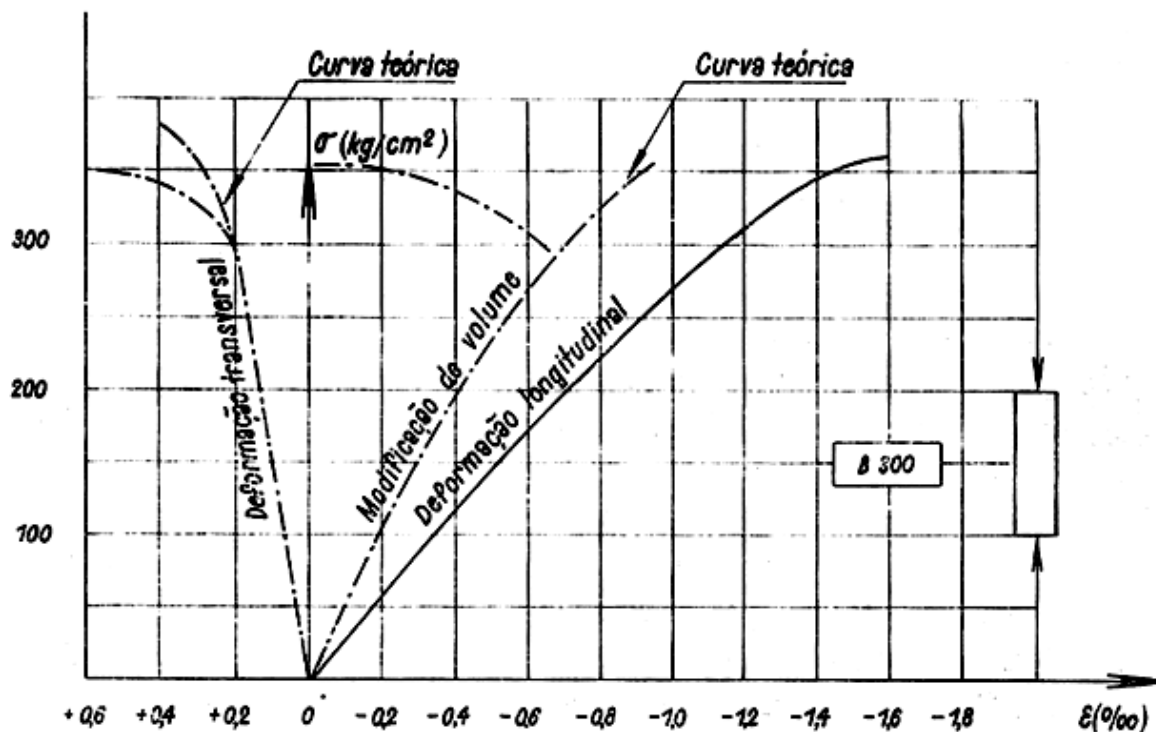


FIG. 10 — Relação entre a carga e as deformações longitudinal, transversal e modificação de volume em um ensaio de compressão simples.

6. INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DE DEFORMAÇÃO SOBRE A RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO.

A forma da curva tensão-deformação do concreto depende de uma série de muitas condições. Nas curvas experimentais obtidas por Glanville p. ex., (ver Fig. 7) em cada ensaio o carregamento cresceu com velocidade constante e a cada velocidade de carregamento correspondeu uma curva de forma diferente. Além disso ao se aproximar o material da ruptura, crescem as deformações com maior velocidade com o que se precipita a ruptura. Seria interessante poder observar o trecho da curva tensão-deformação situado após a tensão mais alta ter sido atingida. Isso seria possível se se

mantivesse constante não a velocidade de carregamento mas a velocidade de deformação, evitando que as rupturas fôsem rapidamente alcançadas. (Fig. 11) Segundo uma sugestão do Eng. C. Rüsck que conduziu também os respectivos ensaios no Laboratório de Munique, determina-se através as curvas de velocidade constante de deformação os diagramas de tensões nas zonas de compressão das vigas. Pela hipótese de Bernouilli a velocidade de deformação dessa zona de compressão é proporcional às distâncias à linha neutra. Assim, em um dado instante, a cada elemento corresponde uma dada curva, o que determina o diagrama de tensões para o instante considerado. Resta saber, se nos referimos ao estado de ruptura, qual

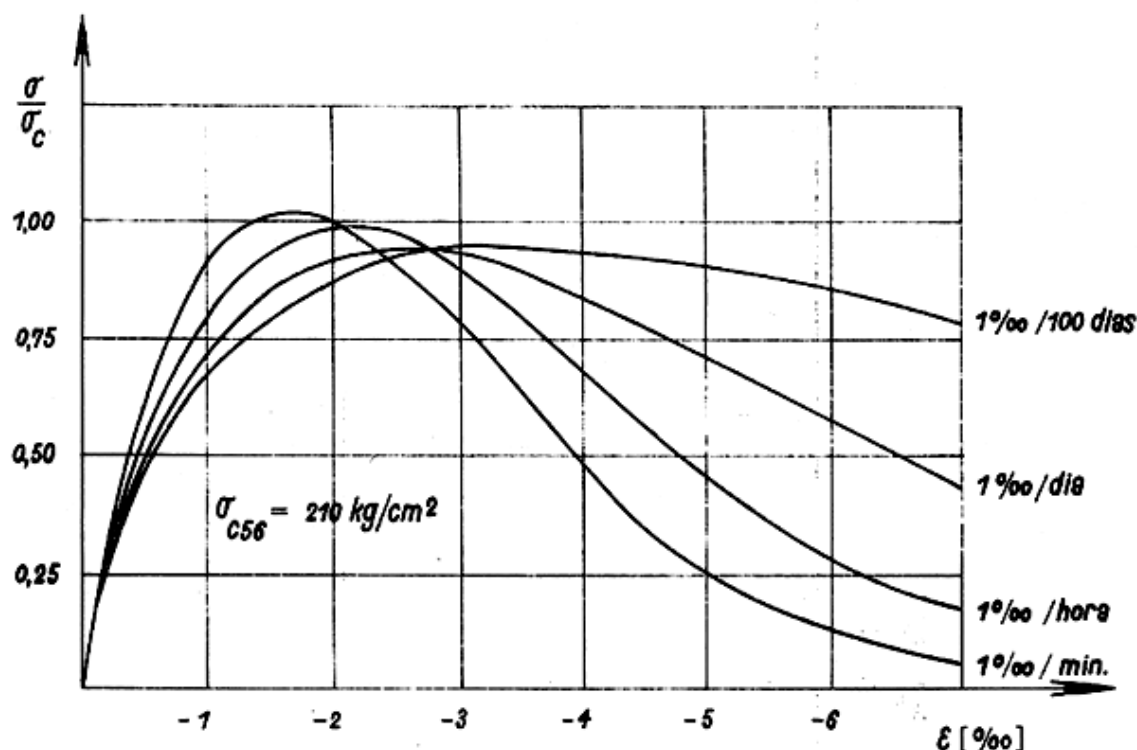


FIG. 11 — Diagramas tensão-deformação para diferentes velocidades (constantes) de deformação.

a deformação máxima que poderá ser atingida no bordo. Essa deformação será aquela que, pela integração do diagrama, conduza a um valor máximo do momento resistente. Observa-se assim que esse máximo não é atingido quando a deformação no bordo corresponde à tensão mais alta e sim quando essa tensão já se tornou menor. Verificou-se que a distribuição das tensões na zona comprimida e a deformação no bordo dependem da forma da seção transversal e da posição da linha neutra ou seja da percentagem de armadura longitudinal. Vejam-se as Figs. 12 e 13.

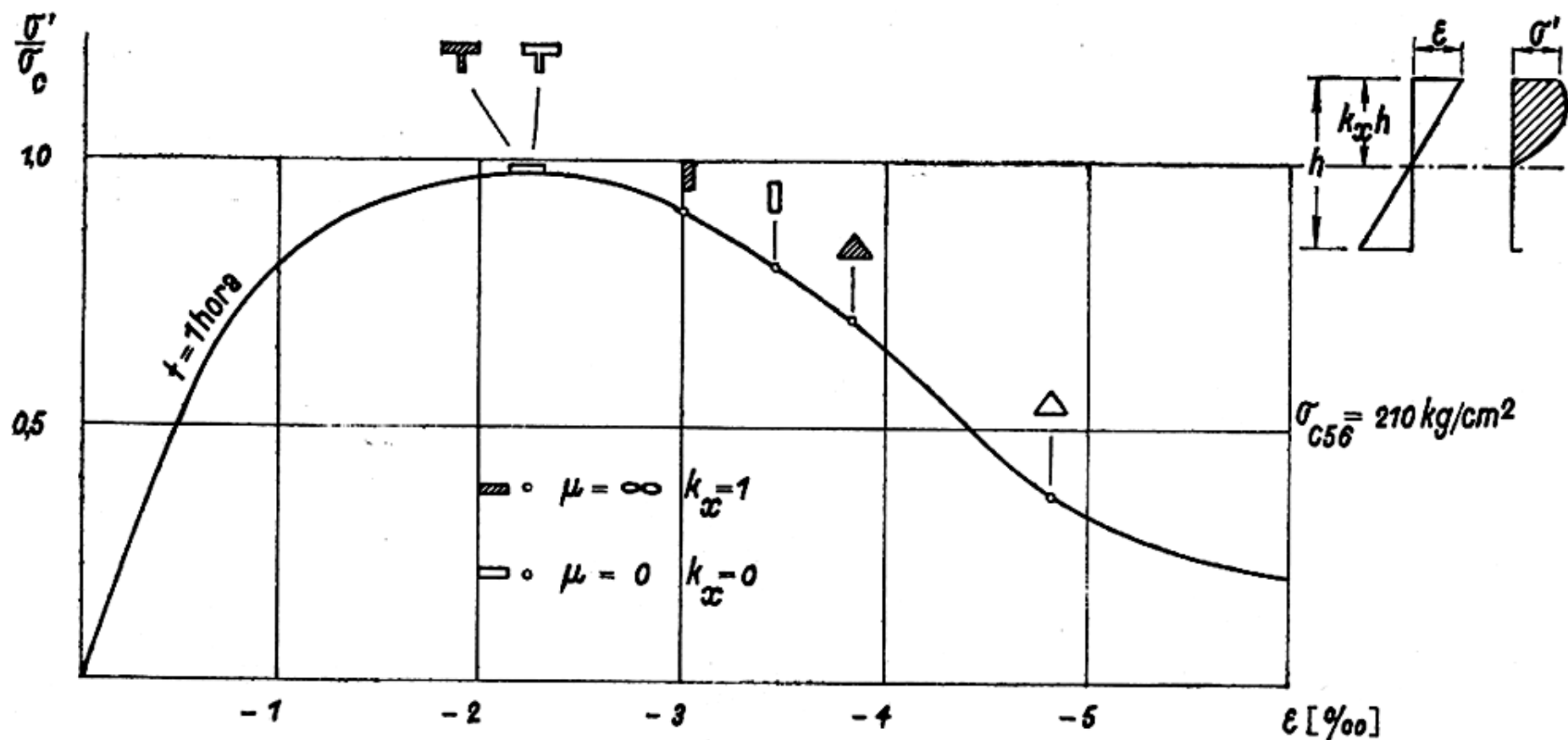
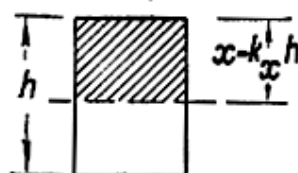
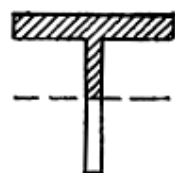


FIG. 12 — Relação entre a deformação de bordo na ruptura e a forma da seção transversal e percentagem de armadura longitudinal.

Seção transversal



Distribuições das tensões
(Carregamento com velocidade constante alcançando carga máx. após 1 hora)

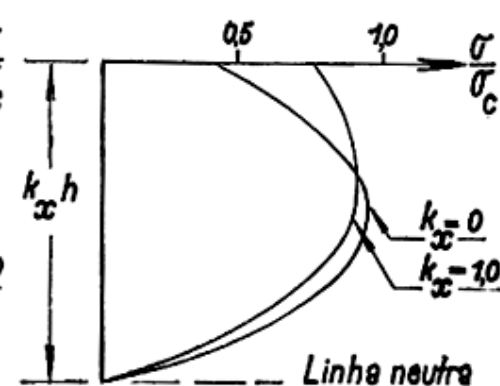
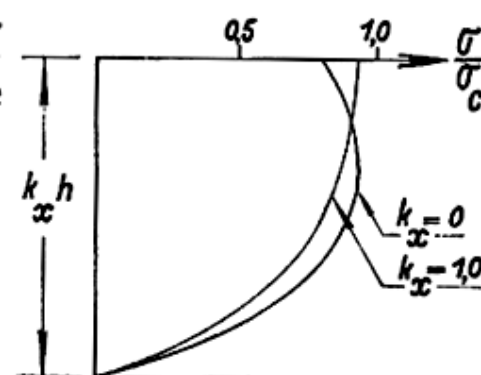
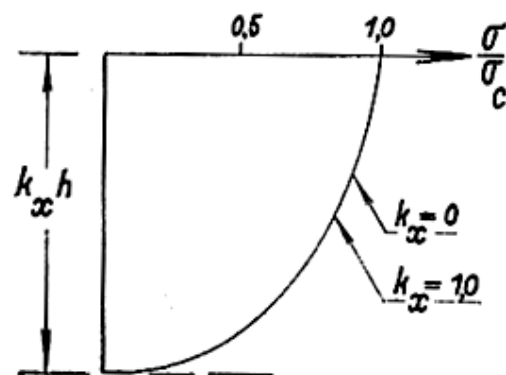


Diagrama das deformações

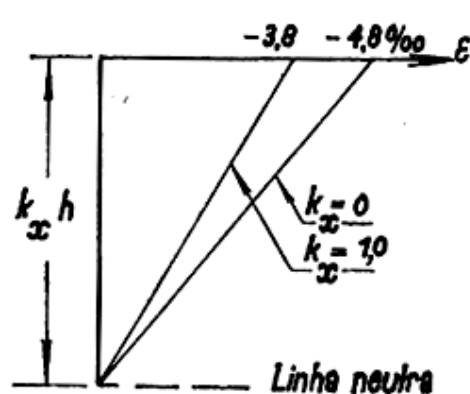
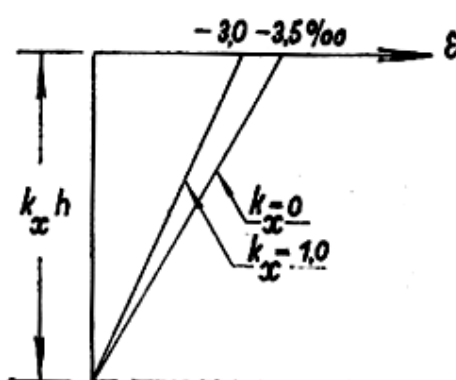
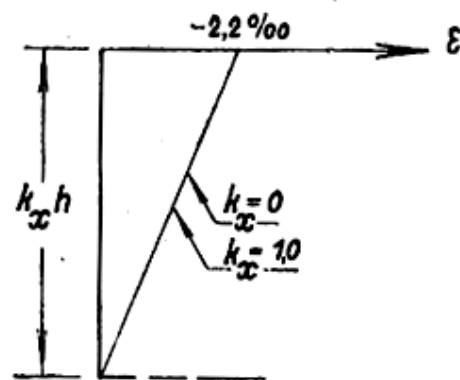


FIG. 13 — Distribuição de tensões na ruptura. Concreto $\sigma_{c,0} = 210 \text{ kg/cm}^2$.

Nos últimos anos há a preocupação geral em todos os países em propor um método de dimensionamento em que o comportamento plástico do material seja considerado. As numerosas sugestões diferem fundamentalmente no diagrama adotado para as tensões de compressão e nos valores adotados para as deformações de bordo. Para o diagrama de tensões as normas brasileiras adotam, p. ex., a forma retangular e existem propostas de parábolas, hipérbolas, trapézios, etc. As deformações de bordo sugeridas variam por sua vez entre 1,5 e 5,0% (A NB-1 adota p. ex., 1,5%) (*). Tôdas as sugestões porém admitem que as hipóteses são igualmente válidas para tôdas as formas de seção transversal e de valores da percentagem de armadura. Esses novos conhecimentos demonstram o erro nessas hipóteses e conduzem para uma melhor compreensão desse fenômeno.

7. INFLUÊNCIA DA LONGA DURAÇÃO DO CARREGAMENTO SOBRE A RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO.

A resistência de um material perfeitamente elástico independe do tempo de ação do carregamento pois a sua deformação não se altera com a permanência da carga. Em um material perfeitamente plástico por sua vez, as deformações crescem sempre com a permanência do carregamento sem que a ruptura seja com isso alcançada. Pergunta-se porém o que deve se passar com o material concreto submetido a um carregamento de longa duração, se ele possui, como já se demonstrou, características plásticas e elásticas? Aumentando a deformação com a permanência da carga, até que tensão poderemos solicitar um concreto para que o carregamento possa ser mantido sem se atingir a ruptura? As respostas a essas perguntas vêm sendo o motivo de pesquisas que já a alguns anos vêm se realizando no Laboratório de Munique. A Fig. 14 indica o que tem sido essa pesquisa. A curva a direita corresponde a um teste normal com duração de 20 min. E cada linha horizontal corresponde a um "grau de carregamento" que foi mantido. A depender desse

(*) Essas diferentes teorias encontram sempre para as peças subarmadas, no domínio da flexão pura, boa concordância com os resultados experimentais. O que seria de esperar pois estando, nas peças subarmadas na ruptura, a força na armadura longitudinal determinada pela sua tensão de escoamento, seria preciso que se avaliasse muito mal o braço da alavanca "z" para que o valor do momento resistente calculado para a seção se afastasse sensivelmente do encontrado em ensaio.

“grau”, a duração de carregamento poderá conduzir para uma ruptura ou para um estado de repouso. O grau no estado limite entre o repouso e a ruptura, define a resistência do concreto a carregamento de longa duração.

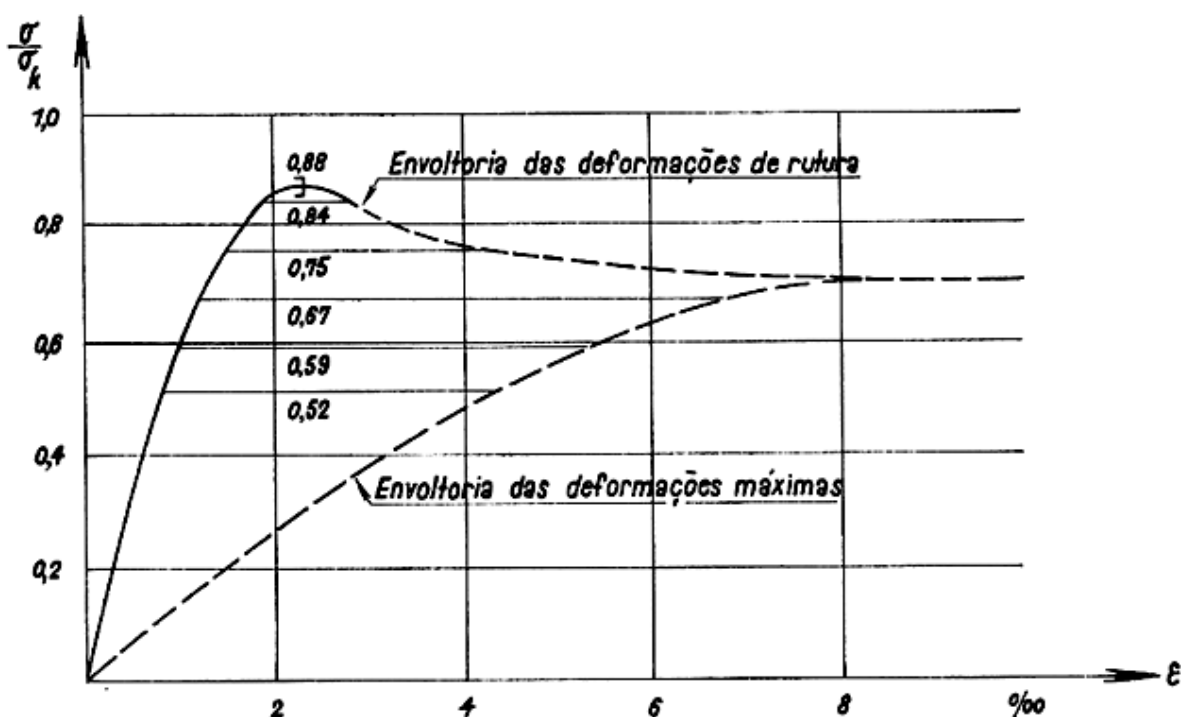


FIG. 14 — Diagrama tensão-deformação do concreto sob carregamento de curta e longa duração.

Se observarmos a variação de volume de um corpo de prova a compressão (ver Fig. 10) verificamos que nas proximidades da sua ruptura não se verifica mais uma esperada diminuição mas sim um sensível aumento de seu volume. Esse aumento de volume indicava alteração na estrutura do material pela criação de fugas e destruições de ligações. Esse fato foi muito melhor observado com a utilização de um transmissor de ultra sons. A energia emitida pelo transmissor através um lado do corpo de prova era captada do lado oposto. Nas proximidades da ruptura observava-se sempre uma forte absorção da energia pelo corpo de prova, absorção que poderia ser explicada através um fenômeno de destruição de ligações na estrutura do material. A diminuição de resistência do concreto com a manutenção do carregamento poderia ser explicada, em princípio, através esse fato, ou seja pela destruição progressiva das ligações na estrutura do material, sob cargas elevadas.

8. CONCLUSÃO.

Foram abordados alguns aspectos do problema da relação entre tensão e deformação no concreto. Não foram abordadas aqui influências independentes de cargas externas como as devidas à variação de temperatura e à retração. Não foram também abordadas aqui as influências dos carregamentos dinâmicos enquanto que os carregamentos estáticos mencionados sempre foram do tipo compressão simples. Sobre essas relações entre tensões e deformações para um carregamento de tração infelizmente, pouco se sabe. Infelizmente, pois esse conhecimento poderia estar prestando relevantes serviços. Sabe-se p. ex., que em uma viga, na região das armaduras longitudinais de tração o concreto só se romperá após atingir valores relativamente elevados de deformação. Mikhailov utilizou esse conhecimento e conseguiu que peças tracionadas apresentassem fissuras sob cargas em que o alongamento correspondente do concreto já atingia duas vezes o valor da deformação correspondente à ruptura por tração. Está a se exigir um conhecimento melhor das propriedades de deformação do concreto. Tanto mais agora quando se deseja, inclusive entre nós, utilizar melhor essas propriedades para a determinação de grandezas hiperestáticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. RUSCH, H. — Der Einfluss der Deformations — eigenschaften des Betons auf den Spannungsverlauf. Schweizerische Bauzeitung, 77 (9): 119-126, Feb. 1959.
2. HANSEN, T. C. — Creep of Concrete. Cement och Betonginstitut, CBI Bulletin Nr. 33, Stockholm, 1958.
3. GLANVILLE, W. H. — Creep or Flow of Concrete under Load. Building Research Technical Paper, N. 12, 1930.
4. DAVIS, R. E. & DAVIS, H. E. — Flow of Concrete under the Action of Sustained Loads. Proc. ASTM, V, 37, parte 2, 1937 p. 317.
5. KORDINA, K. — Physikalische Grundlagen der Festigkeit und der Verformung der Werkstoffe. In: Deutscher Beton-Verein E. V., Arbeitstagung, Muenchen, Okt. 1959, p. 22-35.
6. RASCH, C. — Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf die Spannungsverteilung. In: Dtsch. Beton-Verein E. V., Arbeitstagung, Muenchen, Okt. 1959, p. 86-94.
7. SELL, R. — Investigations into the Strength of concrete under sustained load. RILEM Bulletin. New Series N. 5, Dec. 1959, p. 5-13.
8. KNITTEL, G. — Der Einfluss der Querschnittsform und der Lage der Nullinie auf die Spannungsverteilung und auf die Randstauchung des Betons. Einfluss der Druckbewehrung. In: Dtsch. Beton-Verein E. V.,
9. SELL, R. — Der E Modul des Betons. Muenchen, 1958, 100 p., A5.
10. MIKHAILOV, O. V. — Latest research on how nonstressed concrete works in precast monolithic constructions. Vorbericht zum 3. Kongress der FIP, Berlin 1958.
11. RUESCH, H. — Researchs Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete. ACI Journal, 32 (1): 1-28, July 1960.