

SEÇÃO DE FORTIFICAÇÃO E CONSTRUÇÃO
PROJETO ESPECIAL DE FIM DE CURSO

PROJETO E CÁLCULO DE PONTES
EM CONCRETO ARMADO

VOL II

LAJES

Executado pelos Engenheiros / 1977

CAP SÉRGIO DA SILVA TINOCO

CAP TITO ARSÊNIO BENITEZ BENTO (Ex.Paraguaito)

ASP OF R/2 ALÍSIO TACQUES MENDES VAZ

ASP OF R/2 SÉRGIO ANTONIO TORRES VIEIRA

ASP OF R/2 SÉRGIO FOLESCU

Orientado pelos Professores

ANTÔNIO CARLOS DE AREIAS NETO

CAP QEN CARLOS FERNANDO CORRÊA BERNARDES

SUMÁRIO

- II-3 Lajes pág. 110
 - II-3-1 Método Elástico
 - II-3-2 Método do Cálculo à Ruptura
 - II-3-3 Método de Rusch
 - II-3-3-1 Primeira etapa pág. 111
 - II-3-3-2 Segunda etapa
 - II-3-3-3 Notações empregadas nas tabelas pág. 113
 - II-3-3-4 Representações dos bordos das placas pág. 114
 - II-3-3-5 Localização dos esforços
 - II-3-3-6 Exemplo de laje com alguns dos esforços citados anteriormente pág. 115
 - II-3-4 Engastamento elástico das lajes nas vigas pág. 118
 - II-3-5 Dimensionamento das lajes do exemplo de ponte de duas vigas retas pág. 120
 - II-3-5-1 Esquema estático a ser adotado
 - II-3-5-2 Cálculo estático do trecho (I) pág. 121
 - II-3-5-3 Cálculo estático do trecho (II) pág. 128
 - II-3-5-4 Cálculo estático do trecho (III) pág. 131
 - II-3-5-5 Diagrama Fadigado pág. 142
 - II-3-5-6 Dimensionamento pág. 144
 - II-3-5-7 Estudo do cortante pág. 161
 - II-3-6 Lajes de pontes ferroviárias pág. 171
 - II-3-6-1 Cargas Atuantes
 - II-3-6-2 Cálculo das solicitações nas lajes pág. 174
 - II-3-6-3 Dimensionamento
- II-4 Transversinas pág. 175
 - II-4-1 Transversinas solidárias a laje em tabuleiros com duas vigas principais pág. 176
 - II-4-1-1 Transversinas Intermediárias
 - II-4-1-2 Transversinas de Apoio pág. 191
 - II-4-2 Transversina de apoio em tabuleiros celulares e de vigas múltiplas pág. 195
 - II-4-2-1 1º Caso
 - II-4-2-2 2º Caso pág. 196

II-3 - LAJE

Para proceder ao dimensionamento das lajes de um tabuleiro de ponte de concreto, devemos definir condições de vínculos em suas extremidades e, considerá-las isoladamente. Fica porém a ressalva, que existem casos, nos quais devemos considerar a estrutura transversalmente como um todo, recaindo no caso de se considerar a laje com engastamento elástico, situação a ser discutida mais adiante em item especial .

Este dimensionamento pode ser feito pelos seguintes métodos.

- Método Elástico e,
- Método de Ruptura

II-3-1 - Método Elástico

Este método baseia-se na teoria da elasticidade, considerando a forma de distribuição das cargas de tráfego no tabuleiro. A partir deste enfoque, foram desenvolvidas algumas sistematizações de cálculo, das quais podemos citar o "Método de Rüsç" e das superfícies de influência .

II-3-2 - Método do Cálculo à Ruptura

Este método baseia-se na teoria das linhas de ruptura ou charneiras plásticas e é recomendável ser empregado, principalmente, nos tabuleiros com lajes protendidas .

Será desenvolvido a seguir, o método de Rüsç, que é o utilizado correntemente em pontes rodoviárias, e, logo após faremos menção aos critérios a serem adotados no caso das lajes ferroviárias .

II-3-3 - Método de Rüsç

Este método consiste no tabelamento de coeficientes, para

a determinação dos momentos necessários ao dimensionamento das lajes de uma ponte rodoviária. Estas tabelas foram criadas a partir das superfícies de influência, fixando-se as condições de contorno dos tipos mais empregados de lajes e, os trens-tipo da norma alemã DIN-1072. Podemos utilizar as tabelas de Rüsck, visto os trens-tipo da norma brasileira serem semelhantes aos da alemã.

A utilização das tabelas consiste de duas etapas :

1º Determinação do caso em que se encontra a laje .

2º Retirada dos coeficientes que fornecem os momentos solicitantes das tabelas referentes ao caso determinado na 1ª etapa .

II-3-3-1 - Primeira etapa .

A escolha do caso em que se enquadra a laje, baseia-se em dois tipos de parâmetros. Um deles são as diversas combinações de tipos de apoio possíveis de existência de uma laje e, o segundo parâmetro, é a relação entre vãos, ou seja l_y/l_x .

II-3-3-2 - Segunda etapa .

Após a escolha do caso, devemos seleccionar o número das tabelas a utilizar, pela coluna "Rechnungsgang" . Em cada caso temos ainda que escolher as tabelas correspondentes a nossa direção de tráfego, ou seja "Fahrtrichtung". Após isto, podemos extrair os momentos de carga permanente necessários a cada caso, diretamente através de coeficientes "K" a serem multiplicados por $g l_x^2$ onde :

g = carga permanente
 l_x = vão da laje considerada .

Para os momentos devido a carga accidental temos o seguinte comportamento a adotar :

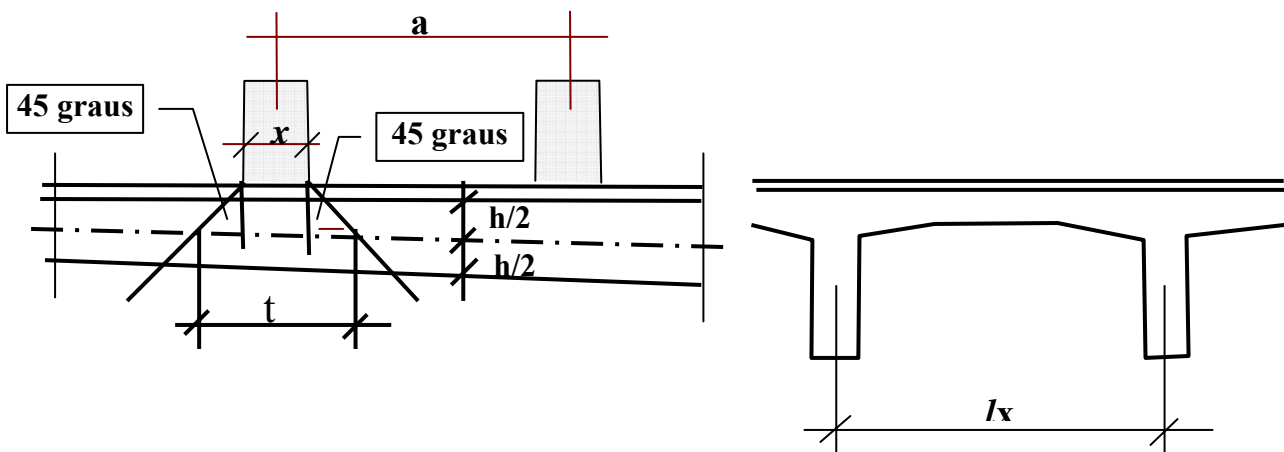
a) Escolha do trem - tipo correspondente, ou seja, o nosso trem-tipo 36t está na faixa do "Brückenklasse 30t bis 60t" da norma alemã .

b) Retirada dos coeficientes necessários através de interpolações se for o caso ou, diretamente, a partir dos seguintes dados de entrada t/a e l_x/a , sendo que :

a - distância entre rodas do veículo ;

t - largura de distribuição de pressão da roda no meio da laje .

l_x - vão da laje .

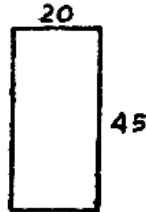


Observação :

O valor de "x" que utilizaremos para o cálculo de t/a , não é a largura correspondente a superfície de contacto precontizada pela norma que é de 20 x 45 e, sim uma simplificação para facilitar o cálculo da laje. Consiste essa simplificação em conseguir-se uma área de contacto quadrada que dê a mesma distribuição nas duas direções. Isto é conseguido da seguinte maneira :

Por norma temos :

- área de contacto da roda do caminhão com 20 x 45



- Devemos adotar uma superfície quadrada com a mesma área, ou seja ; 30 x 30 ($S = 900 \text{ cm}^2$)

- c) O momento fletor é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = K_1 \cdot P + K_2 p + K_3 p'$$

$$p = 0,5 \text{ t/m}^2$$

$$p' = 0,3 \text{ t/m}^2$$

$$P = 6t - \text{no caso do trem-tipo do caminhão de } 36t.$$

K_1, K_2, K_3 - coeficientes retirados da tabela .

Cada caso de laje corresponde a alguns momentos diferentes que devemos calcular, para poder compor o seu diagrama envoltório de esforços solicitantes .

Deixamos de mencionar aqui a obtenção dos diagramas envoltórios visto termos os mesmos apresentados de forma detalhada na introdução de qualquer publicação das tabelas de "Rüsch" .

Faremos a seguir uma coletânea de notações utilizadas nas tabelas .

II-3-3-3 - Notações empregadas nas tabelas .

SLW - Veículo pesado tipo, de acordo com a DIN 1072 :

(inclui o veículo de 36t de nossa norma)

LKM - Veículo leve tipo, de acordo com a DIN 1072 :
 (inclui os veículos de 12 e 24t de nossa norma)





t - largura de distribuição da carga no meio da laje .

a - distância entre rodas, segundo o eixo .

Pela DIN 1072, a = 2,0m

$$\left. \begin{array}{l} l_x \\ l_y \end{array} \right\} \text{distância de apoio das lajes}$$

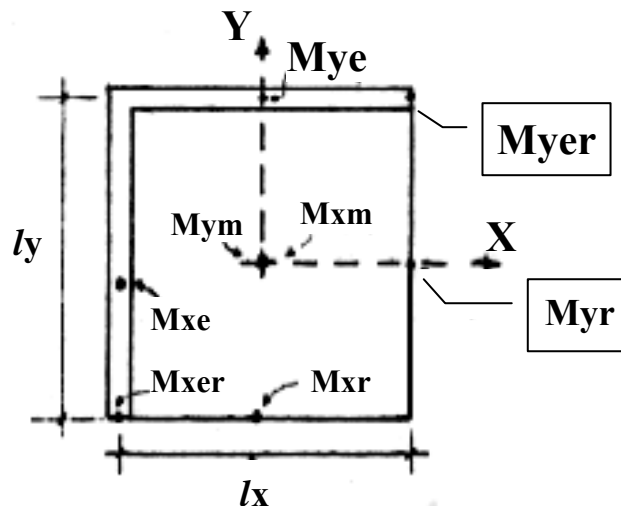
II-3-3-4 - Representação dos bordos das placas .

- bordo de placa indefinido  (representa continuidade)
- bordo de placa livre 
- bordo de placa apoiado 
- bordo de placa engastado 

II-3-3-5 - Localização dos esforços .

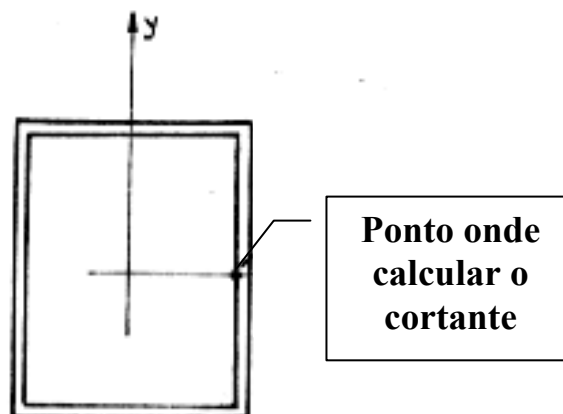
- M_{xm} - Momento na direção "x" no meio da placa .
- M_{ym} - Momento na direção "y" no meio da placa .
- M_{xr} - Momento na direção "x" no meio do bordo livre
- M_{yr} - Momento na direção "y" no meio do bordo livre
- M_{xe} - Momento na direção "x" no meio do bordo engastado
- M_{ye} - Momento na direção "y" no meio do bordo engastado
- M_{xer} - Momento na direção "x" no canto do bordo engastado
- M_{yer} - Momento na direção "y" no canto do bordo engastado

II-3-3-6 - Exemplo de laje com alguns dos esforços citados anteriormente .



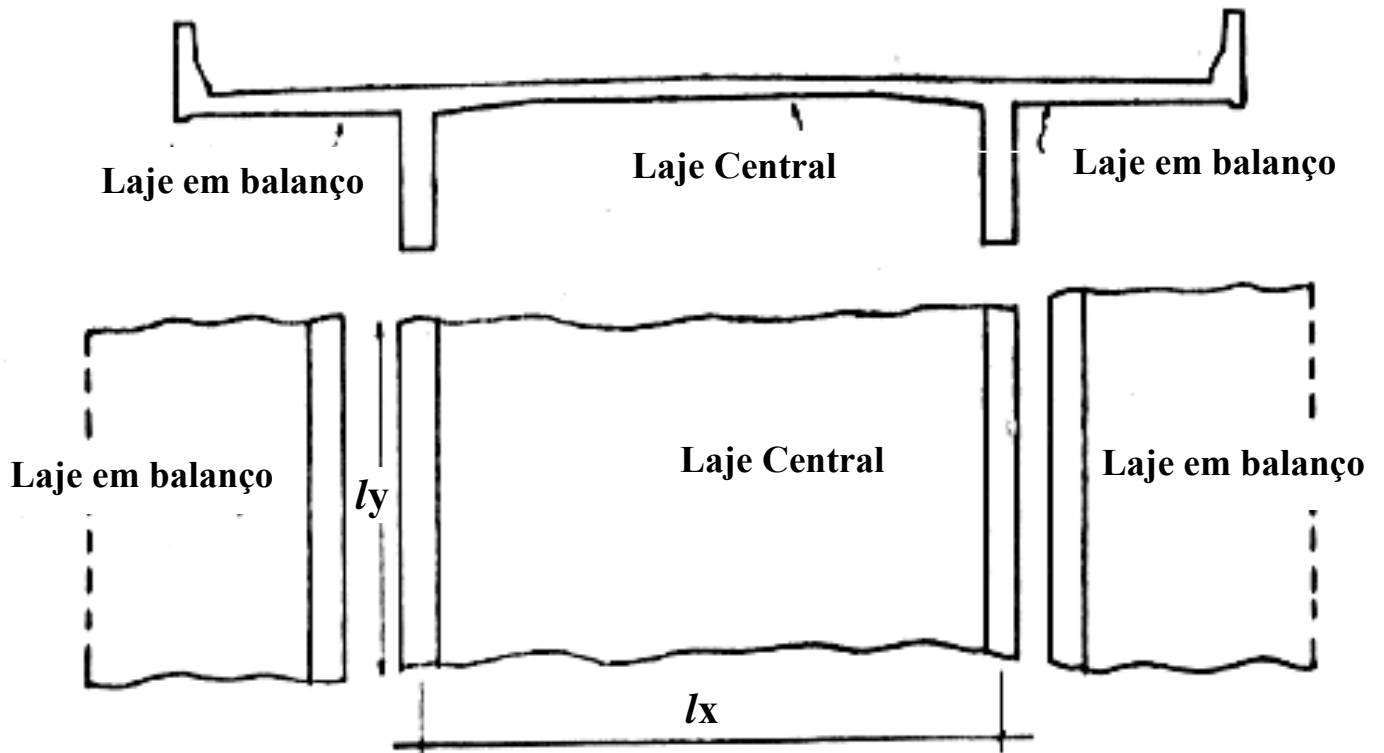
O ponto para o qual são dadas as forças cortantes das tabelas é encontrado no topo das tabelas, conforme figura da placa. Como são consideradas nas tabelas as forças cortantes nos bordos das placas, resulta que na designação do local temos também claramente o efeito da força cortante.

(Esta observação refere-se às tabelas 100, 101 e 102)



Faremos agora uma referência aos tipos de lajes de um tabuleiro de ponte rodoviária. Neste caso temos o esquema estáti-

co abaixo .



a) Laje central

Como as pontes têm um grande comprimento, temos que $\frac{l_y}{l_x} \geq 2$. Neste caso, Rüsç considera $\frac{l_y}{l_x} = \infty$ ($\frac{l_y}{l_x} \geq 2$)

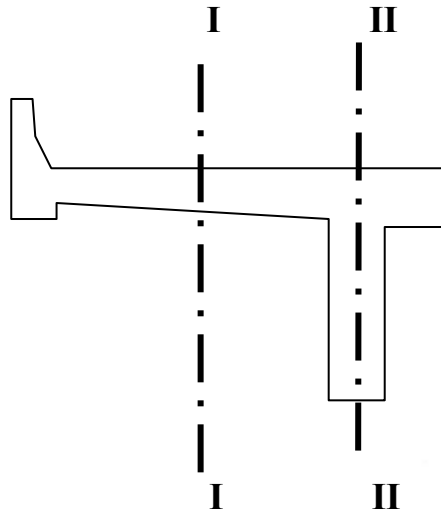


$$\frac{l_y}{l_x} = \infty \rightarrow \text{Tab. 27}$$

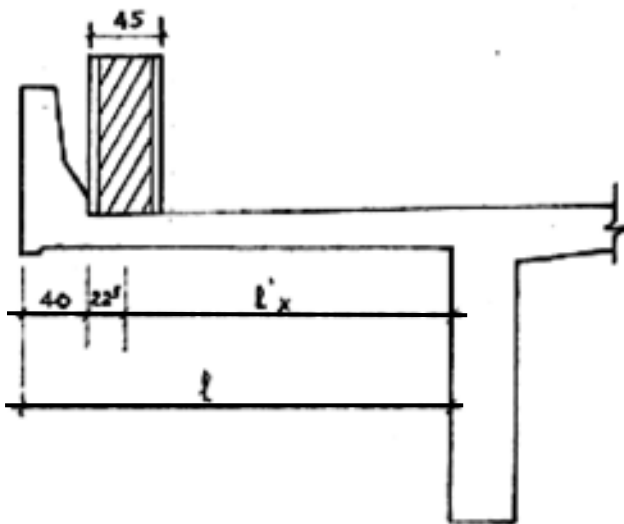
b) Laje em balanço

Devemos calcular os momentos devido as cargas permanen

tes na seção I-I e na seção II-II .



Jã para as cargas m\u00f3veis devemos usar o caso 98 das ta-
 belas de R\u00fbsch. Devemos ent\u00e3o adotar um v\u00e3o l'_x , j\u00e1 que a roda n\u00e3o
 atinge o fim do balan\u00e7o, como pode ser observado na figura .



$$\frac{l_y}{l_r} = \infty \rightarrow \text{tab 98}$$

l = v\u00e3o do balan\u00e7o real

l'_x = v\u00e3o do balan\u00e7o para a
 carga m\u00f3vel

$$l'_x = l - 62,5\text{cm}$$

c) Observações:

A consideração do engastamento da laje central nas vigas principais, utilizadas como premissa para o cálculo estático da mesma, exige os seguintes cuidados estruturais (Recomendações do DNER)

1º) Devemos ter transversinas espaçadas ao máximo de uma distância igual ao dobro da existente entre os eixos das vigas principais .

2º) A altura das transversinas deve ser maior ou igual a 75% da altura da viga principal .

3º) A largura da transversina deve ser maior ou igual a 20cm .

II-3-4 - Engastamento elástico das lajes nas vigas .

Como sabemos, as lajes não estão perfeitamente engastadas nas vigas, mas somente parcialmente. Para o cálculo de percentagem de engastamento existente temos dois métodos; o primeiro deles, o de Bleich, será apresentado no capítulo de transversinas e o segundo, será utilizado aqui, para verificar a percentagem de engastamento em nosso exemplo .

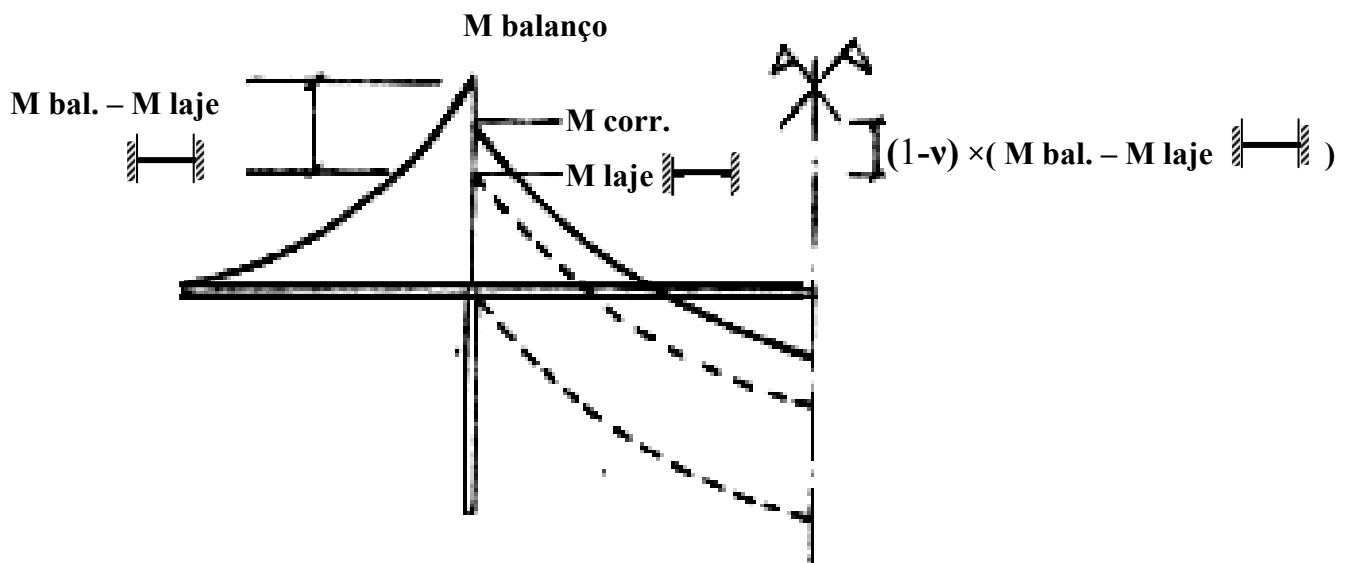
Este segundo método elaborado por Säger, consiste em gráficos que permitem a determinação expedita do grau de engastamento de uma laje na viga principal. No final deste trabalho apresentaremos em anexo estes gráficos e as instruções de como utilizá-los .

Calcularemos agora, o grau de engastamento em nosso exemplo :

$$\text{Dados de entrada } \left\{ \begin{array}{l} g = 2,00 \text{ m} \\ k = 0,40 \text{ m} \\ a = 7,00 \text{ m} \\ L = 10 \text{ m} \\ t = 26 \text{ cm} \end{array} \right\} \frac{g}{k} = 5$$

Pelo $\bar{\alpha}$ baco obteremos : $v = 0,825$ ou seja, 82,5% de engastamento .

Para corrigir os momentos podemos utilizar as fórmulas a baixo :



Assim os momentos corrigidos, no sentido $\bar{x}x$ são :

$$M_{corr} = M_{laje} + (M_{x_{bd}} + M_{x_{e_{laje}}}) \times (1 - v)$$

$$M_{x_m} = M_{x_{m_{e_{laje}}}} - M_{x_{e_{corr}}}$$

Os momentos no sentido $\bar{y}y$ sofrem na correção proporcional $\bar{\alpha}$ sofrida pelos $\bar{x}x$.

$$M_{y_m} = M_{y_{m \text{---}}} - \frac{M_{x_{e \text{---}}} \text{corr}}{M_{x_e}} (M_{y_{m \text{---}}} - M_{y_{m \text{---}}})$$

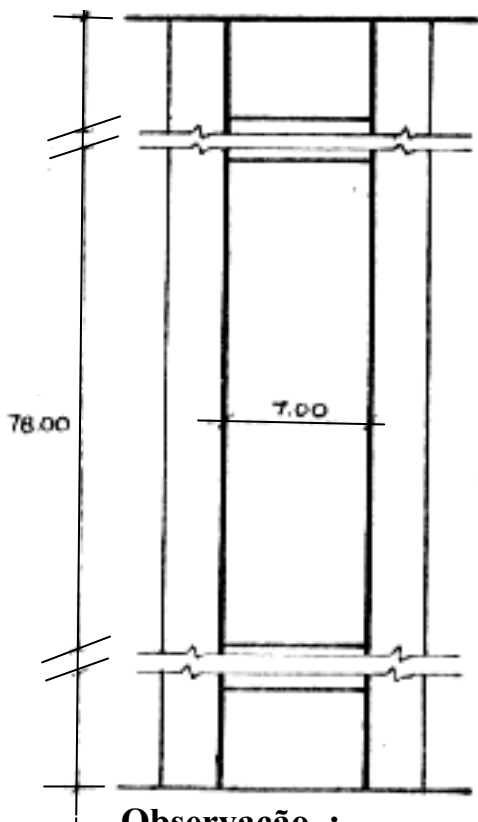
Pode-se adotar a correção dos momentos obtidos por Rüsck o que porém não é utilizado por bom número de projetistas .

Apresentamos a seguir o dimensionamento das lajes do nos so exemplo .

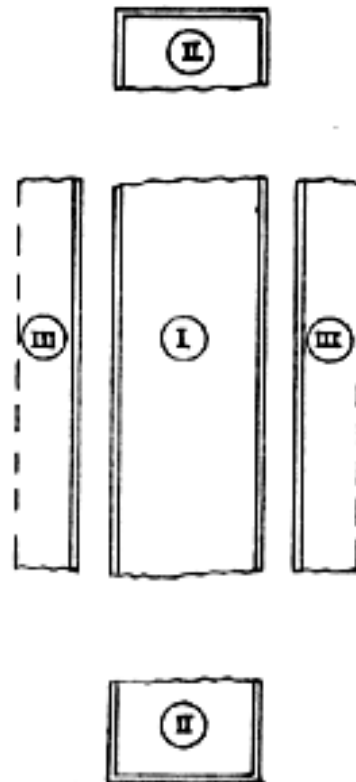
II-3-5 - Dimensionamento das lajes do exemplo de ponte de duas vi gas retas .

II-3-5-1 - Esquema estático a ser adotado :

Planta do Tabuleiro



Esquema estático a ser adotado

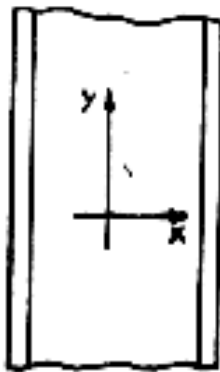


Observação :

Considera-se a laje engastada na cortina

II-3-5-2 - Cálculo estático do trecho (I)

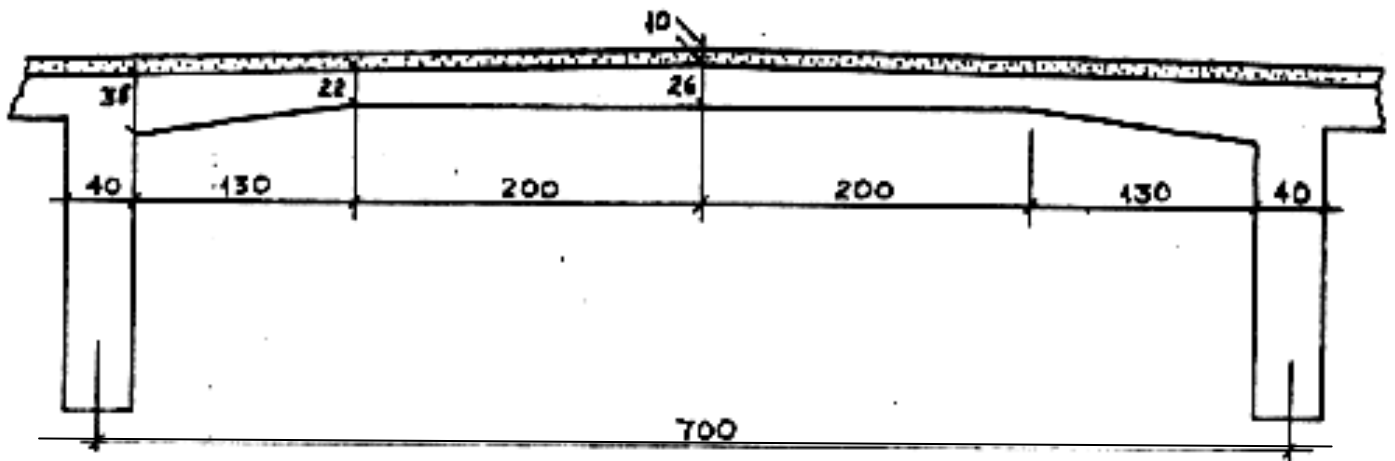
a) Escolha da tabela



$$\frac{I_y}{I_x} = \infty \rightarrow \text{Tab.27}$$

Direção do tráfego

b) Cálculo da carga permanente .



b-1) Altura média da laje .

$$h_m = \frac{\frac{35 + 22}{2} \times 130 + \frac{22 + 26}{2} \times 200}{330} = 25,77 \text{ cm}$$

b-2) Carga permanente

pavimentação	—————	0,1 x 2,2 = 0,220
laje	—————	0,2577 x 2,5 = 0,618
carga permanente	total	— g = 0,838 t/m ²

Observação :

Para o cálculo da carga devido à laje central, existem alguns autores que preferem adotar a altura da mesma como a do seu ponto central; no caso seria 26 cm, fornecendo um $g = 0,844 \text{ t/m}^2$.

c) Carga móvel

c-1) Esforços a determinar :

M_{xm} - tabela 27.1

M_{ym} - tabela 27.2

M_{xe} - tabela 27.3

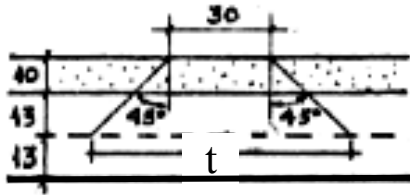
c-2) Dados de entrada nas tabelas

$$19) \frac{l_x}{a} = \frac{7}{2} = 3,5$$

$$29) \frac{t}{a}$$

Para simplificação dos cálculos admitimos uma superfície de contacto quadrada de 30 x 30 como foi mencionado ante

riormente .



$$t = 30 + 2 \times 10 + 2 \times 13 = 76 \text{ cm}$$

$$\frac{t}{a} = \frac{0,76}{2} = 0,38$$

39) Direção de tráfego .



Fahrtrichtung = Direção do tráfego

40) Trem-tipo .

Classe da ponte = - Brückenklasse 30t bis 60t

Carga na roda sendo 1t = - Raddruck des SLW von 1,0t

c-3) Esforços devidos as cargas permanentes .

19) Momento máximo positivo no meio do vão na direção x :

$$M_{xm} = kg \cdot l_x^2$$

$$M_{xm} = 0,0417 \times 0,838 \times 7^2 = 1,712 \text{ mt/m}$$

29) Momento máximo positivo no meio do vão na direção y :

$$M_{ym} = K \cdot g l \frac{2}{x}$$

$$M_{ym} = 0,0069 \times 0,838 \times 7^2 = 0,283$$

39) Momento máximo negativo na direção x na seção de engastamento com as vigas principais .

$$M_{xe} = K \cdot g l \frac{2}{x}$$

$$M_{xe} = -0,0833 \times 0,838 \times 7^2 = - 3,420$$

c-4) Esforços devidos as cargas móveis

19) Momento máximo positivo no meio do vão na direção x :

		t/a		
		0,25	0,50	0,38
L _{x/a}	3,0	0,415	0,370	
	4,0	0,520	0,485	
	3,5	0,468	0,428	0,447

		p	p'
		L _{x/a}	3,0
4,0	0,800	1,110	
3,5	0,550	0,820	

$$M_{xm} = (6 \times 0,447 + 0,5 \times 0,550 + 0,3 \times 0,820 = 3,203 \text{ mt/m}$$

29) Momento máximo positivo no meio do vão na direção y .

		t/a		
		0,25	0,50	0,38
l_x/a	3,0	0,239	0,179	
	4,0	0,315	0,262	
	3,5	0,277	0,221	0,248

		p	p'
		l_x/a	3,0
	4,0	0,130	0,570
	3,5	0,090	0,405

$$M_{ym} = 6 \times 0,248 + 0,5 \times 0,090 + 0,3 \times 0,405 = 1,655 \text{ mt/m}$$

30) Momento máximo negativo na direção x na seção de engastamento com as vigas principais .

		t/a		
		0,25	0,50	0,38
l_x/a	3,0	0,840	0,800	
	4,0	1,060	1,010	
	3,5	0,950	0,905	0,927

		p	p'
		l_x/a	3,0
	4,0	0,550	2,200
	3,5	0,375	1,500

$$- M_{xe} = 6 \times 0,927 + 0,5 \times 0,375 + 0,3 \times 1,500 = 6,200 \text{ mt/m}$$

40) Coeficiente de impacto

$$\phi = 1,4 - 0,007 \times l_x = 1,4 - 0,007 \times 7 =$$

$$\phi = 1,351$$

50) Esforços solicitantes devidos a carga móvel acrescidos do coeficiente de impacto .

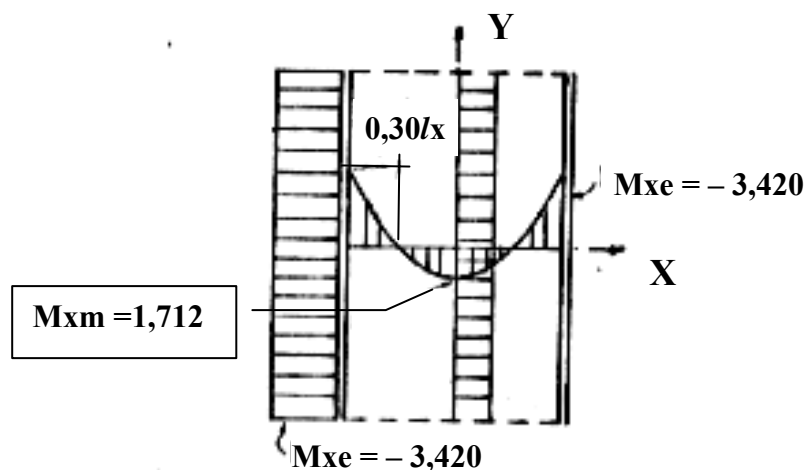
$$\phi M_{x_m} = 1,351 \times 3,203 = 4,327 \text{ mt/m}$$

$$\phi M_{y_m} = 1,351 \times 1,655 = 2,236 \text{ mt/m}$$

$$\phi M_{x_e} = 1,351 \times -6,200 = -8,376 \text{ mt/m}$$

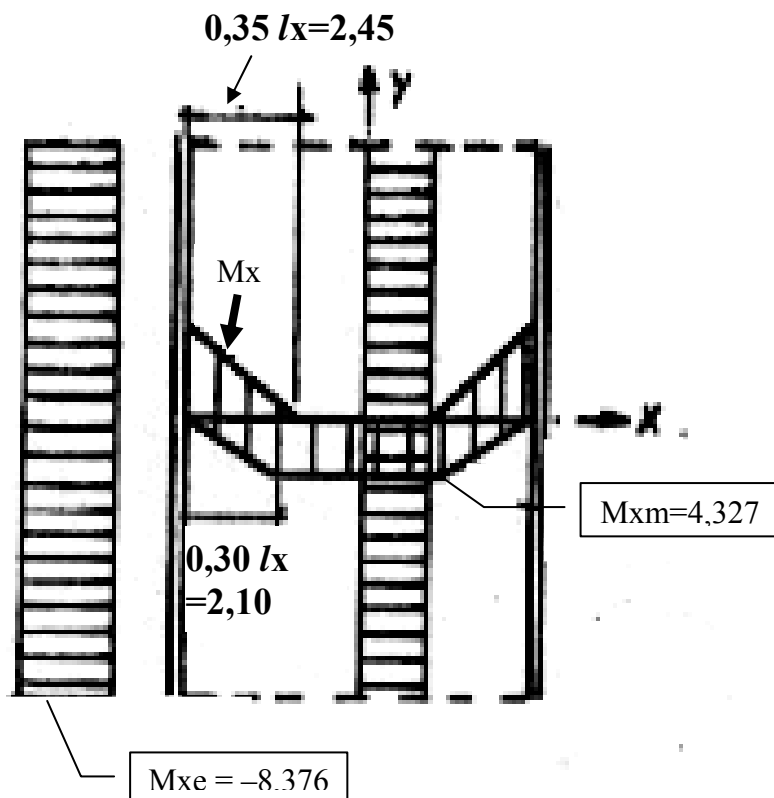
c-5) Diagramas envoltórios

10) M_x devido a g



$$1,5 \times M_{x_e} = 1,5 \times (-3,420) = - 5,130 \text{ mt/m}$$

$$1,5 \times M_{x_m} = 1,5 \times 1,712 = 2,568 \text{ mt/m}$$

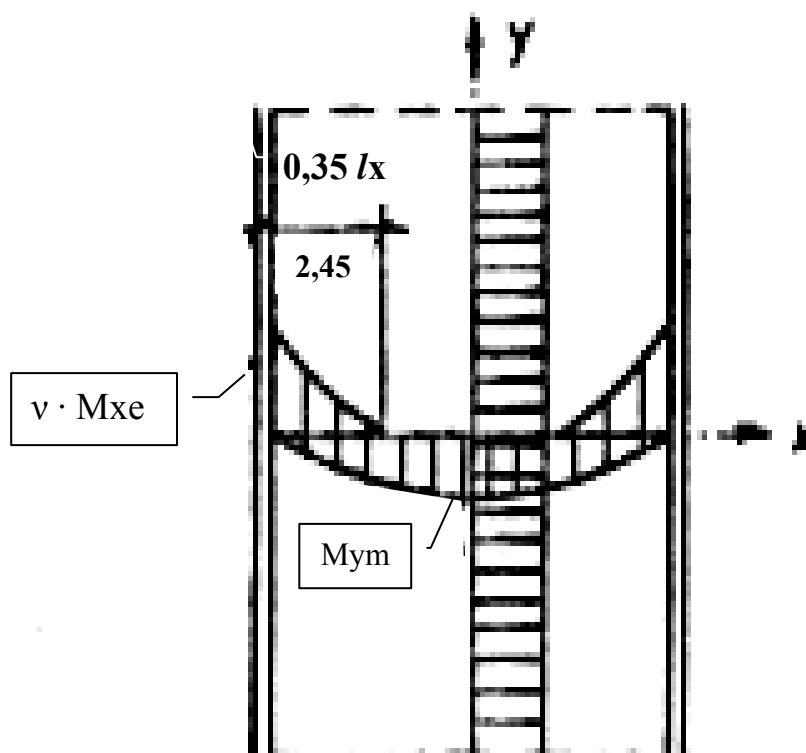
29) M_x devido a p

$$1.5 M_{x_e} = 1.5 \times (-8.376) = -12.564 \text{ mt/m}$$

$$1.5 M_{x_m} = 1.5 \times 4.327 = 6.491 \text{ mt/m}$$

39) M_y devido a g

M_y devido a p

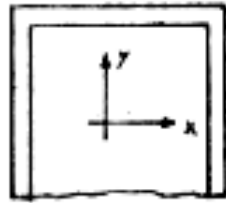


$$M_{y_m} = M_{y_{mcp}} + \varphi M_{y_{mcm}} = 0,283 + 1,351 \times 1,655 = 2,519 \text{ mt/m}$$

$$1,5 M_{y_m} = 1,5 \times 2,519 = 3,779 \text{ mt/m}$$

II - 3 - 5 - 3 - Cálculo estático do trecho (II)

a) Escolha da tabela



$$\frac{l_y}{l_x} = \infty \rightarrow \text{tab 70}$$

b) Carga permanente

Mesma que no caso I

$$g = 0,838 \text{ t/m}^2$$

c) Carga móvel

c-1) Esforços a determinar

$$M_{y_e} \text{ ————— tabela 97.4}$$

Os outros valores necessários M_{x_m} , M_{y_m} , M_{x_e} são calculados pelo caso da tabela 27, sendo portanto idênticos ao do caso anterior.

c-2) Dados de entrada nas tabelas

$$1^{\circ}) \frac{l_x}{a} = 3,5$$

$$2^{\circ}) \frac{l_y}{a} = 0,38$$

$$3^{\circ}) \updownarrow \text{ direção do tráfego}$$

49) Carga móvel

Classe da ponte 30t a 60 t = Brückenklasse 30t bis 60t

Carga na roda do veículo = Raddruck des SLW von 1,0t
pesado sendo 1,0t

c-3) Esforços devidos as cargas permanentes

19) M_{x_m} , M_{y_m} , M_{x_e}

- Mesmos valores que no caso I

29) Momento máximo negativo na direção y na seção de engastamento com a cortina

$$M_{y_e} = k \cdot g \cdot l_x^2$$

$$M_{y_e} = - 0,053 \times 0,838 \times 7^2 = - 2,176 \text{ mt/m}$$

c-4) Esforços devido as cargas móveis

19) M_{x_m} , M_{y_m} , M_{x_e}

- Mesmos valores que no caso I

29) M_{y_e}

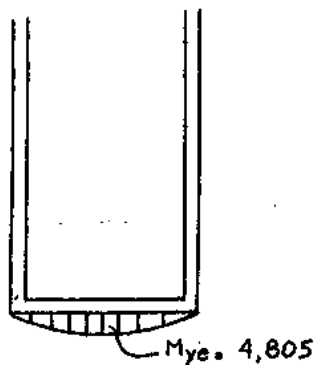
		t/a		
		0,25	0,50	0,38
l_x/a	3,0	0,650	0,610	
	4,0	0,860	0,830	
	3,5	0,755	0,720	0,737

		p	p'
l_x/a	3,0	0,050	0,800
	4,0	0,100	1,500
	3,5	0,075	1,150

$$M_{y_e} = 6 \times 0,737 + 0,5 \times 0,075 + 0,3 \times 1,150 = 4,805 \text{ mt/m}$$

c-5) Diagramas envoltórios

São necessitamos do M_{y_e} visto já termos os outros
(caso I)



$$1,5 M_{y_e} = 1,5 \times 4,805 = 7,208 \text{ mt/m}$$

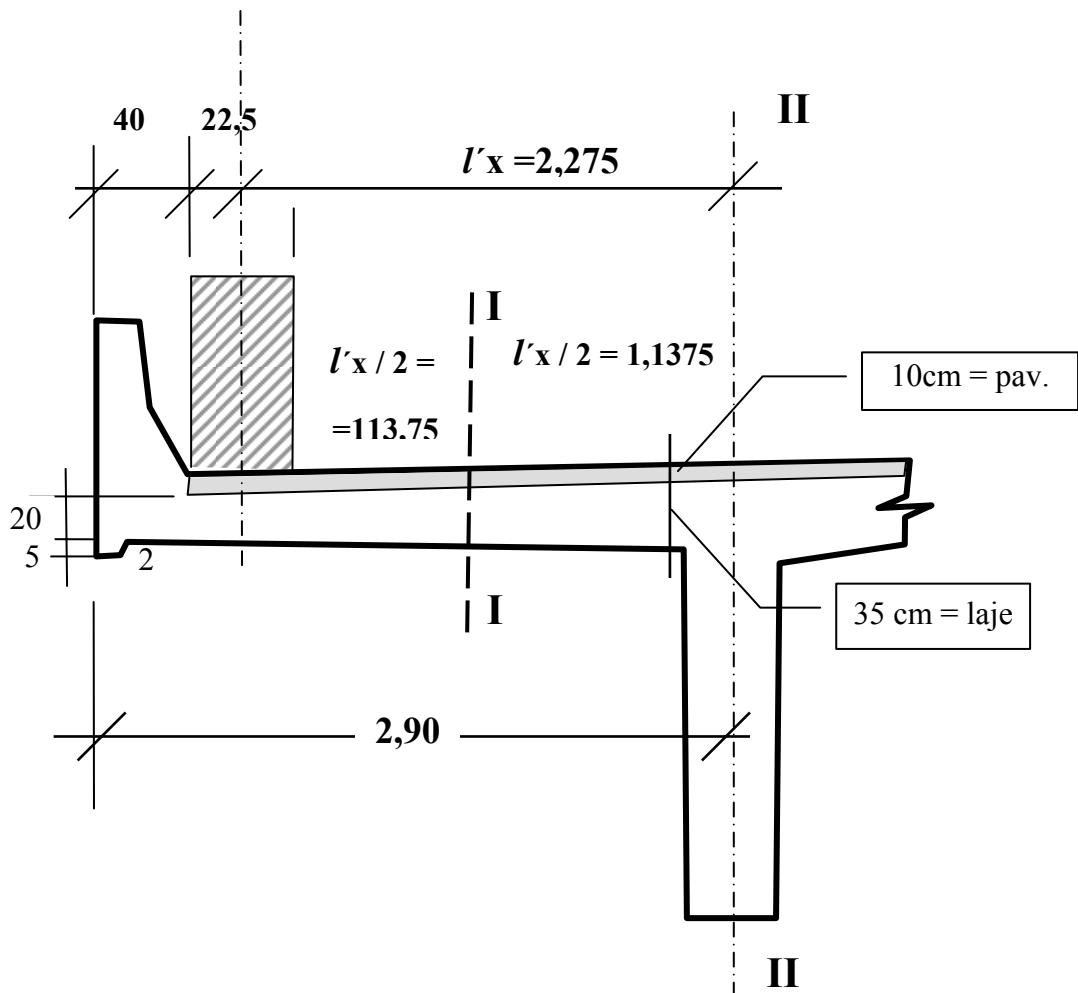
II-3-5-4 - Cálculo estático do trecho III

a) Escolha da tabela



$$\frac{l_y}{l_x} = \infty \rightarrow \text{tab 98 .}$$

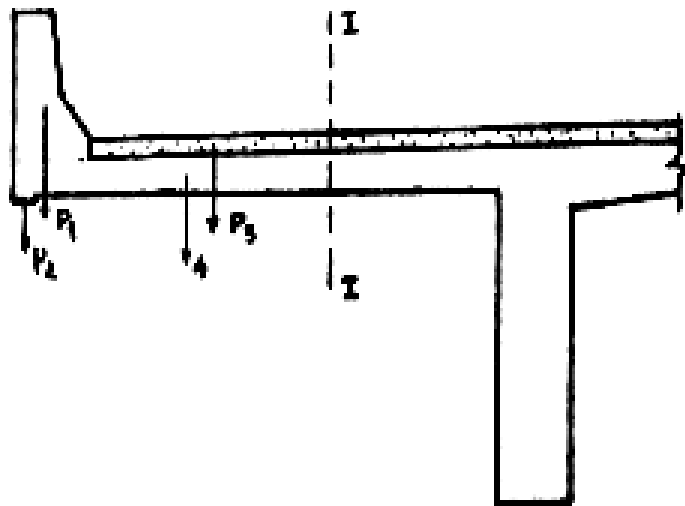
b) Cálculo da carga permanente e momentos originados pela mesma



b-1) Comprimento do balanço em relação a carga móvel.

$$l'_x = 290 - 40 - 22,5 = 227,5 \text{ cm .}$$

b-2) Momento ligado a carga permanente na seção I-I



defensa - P₁

carga $\Rightarrow 0,576$ t/m

momento $\Rightarrow 0,576 (1,1375+0,225+0,20) = 0,900$ mt/m

pingadeira - P₂

carga $\Rightarrow 0,013$ t/m

momento $\Rightarrow 0,013(1,1375+0,225+0,20) = 0,020$ mt/m

pavimentação - P₃

carga $\Rightarrow 0,1 \times 1 \times (1,1375+0,225) \times 2,2 = 0,300$ t/m

momento $\Rightarrow 0,300 \times \frac{(1,1375 + 0,225)}{2} = 0,204$ mt/m

laje em balanço P₄

$$\text{carga} \Rightarrow \frac{0,20+0,291}{2} (1,1375+0,225+0,40) \times 2,4 = 1,038 \text{ t/m}$$

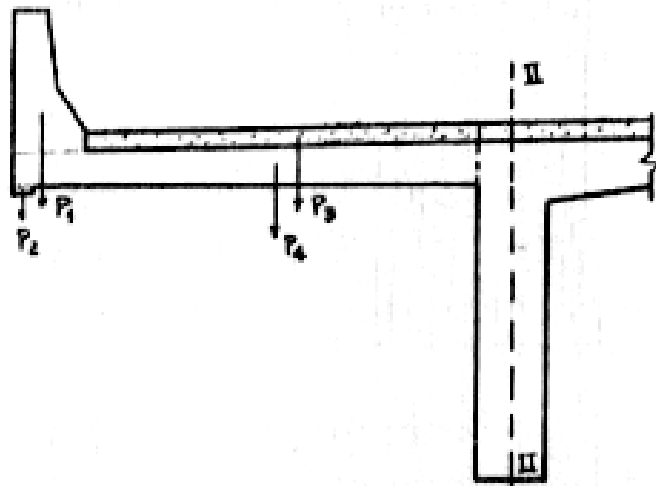
$$\text{momento} \Rightarrow 1,038 \times \left(\frac{1,1375 + 0,225 + 0,40}{3} \right) \times$$

$$\times \frac{0,291 + 2 \times 0,20}{0,20 + 0,291} = 0,858 \text{ mt/m}$$

$$M_{I-I} = 1,982 \text{ mt/m}$$

Observação : Considerou-se a carga da defesa e da pingadeira aplicadas a 20cm da face externa da defesa .

b-3) Momento devido a carga permanente na seção II



defensa P₁

$$\text{carga} \rightarrow 0,576 \text{ t/m}$$

$$\text{momento} \rightarrow 0,576 \times \left(2,90 - \frac{0,40}{2}\right) = 1,555 \text{ mt/m}$$

pingadeira P₂

$$\text{carga} \rightarrow 0,013 \text{ t/m}$$

$$\text{momento} \rightarrow 0,013 \times \left(2,90 - \frac{0,40}{2}\right) = 0,035 \text{ mt/m}$$

pavimentação P₃

$$\text{carga} \rightarrow 0,1 \times 1 \times 2,50 \times 2,2 = 0,350 \text{ t/m}$$

$$\text{momento} \rightarrow 0,550 \times \frac{2,50}{2} = 0,688 \text{ mt/m}$$

laje em balanço P₄

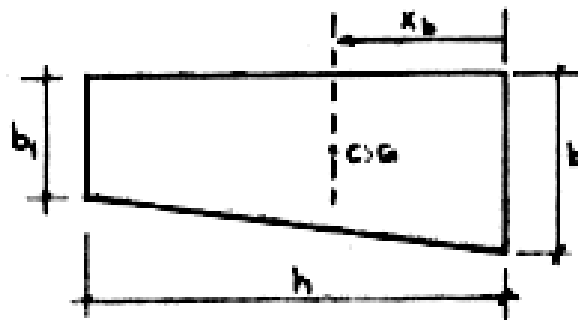
$$\text{carga} \rightarrow \frac{0,2+0,35}{2} \times 2,90 \times 2,4 = 1,914 \text{ t/m}$$

$$\text{momento} \rightarrow 1,914 \times \frac{2,90}{3} \times \frac{0,35 + 2 \times 0,20}{0,35 + 0,20} = 2,523 \text{ mt/m}$$

$$M_{11-11} = 4,801 \text{ mt/m}$$

Observação : Para o cálculo dos momentos acima foi utilizado a seguinte fórmula na determinação do C.G. do trapêz -

zfo .



$$x_b = \frac{h(b+2b_1)}{3(b+b_1)}$$

c) Carga móvel

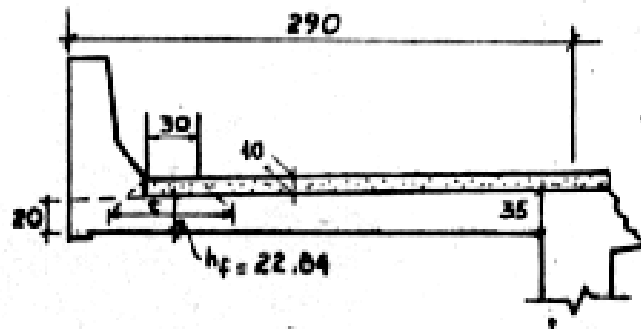
c-1) Esforços a determinar

M_{x_e}	_____	tabela 98.1
M_{y_r}	_____	tabela 98.2
M_{x_m}	_____	tabela 98.3 (+ M_{x_m})
M_{y_m}	_____	tabela 98.4
M_{x_m}	_____	tabela 98.5 (- M_{x_m})

c-2) Dados de entrada nas tabelas

$$19) \frac{l_x}{a} = \frac{2,275}{2} = 1,138$$

29) $\frac{t}{a}$



$$t = 30 + 2 \times 10 + h_f$$

$$t = 30 + 2 \times 10 + 22,84 = 72,84 \text{ cm}$$

$$\frac{t}{a} = \frac{0,7284}{2} = 0,364 \text{ m}$$

Observação : Considerou-se também a roda com 30 x 30cm

39)



direção do tráfego

49) Trem-tipo .

Classe da ponte = Brückenklasse 30t bis 60t

Carga da roda na tabela = Raddruck des SLW von 1,0 t

c-3) Esforços devidos as cargas móveis

19) Momento negativo de engastamento do balanço no eixo da viga principal .

		t/a		
		0,250	0,500	0,364
$l_{x/a}$	1,00	1,18	1,10	
	1,25	1,44	1,34	
	1,138	1,324	1,232	1,282

		p	p'
$l_{x/a}$	1,00	0,05	-
	1,25	0,23	-
	1,138	0,149	-

$$\begin{aligned}
 - M_{x_e} &= 6 \times 1,282 + 0,5 \times 0,149 + 0,3 \times 0 = \\
 &= 7,767 \text{ mt/m}
 \end{aligned}$$

29) Momento na direção y na borda do balanço

		t/a		
		0,250	0,500	0,364
$s_{x/a}$	1,00	0,360	0,220	
	1,25	0,448	0,309	
	1,138	0,409	0,269	0,345

		p	p'
$l_{x/a}$	1,00	-	-
	1,25	-	-
	1,138	-	-

$$\begin{aligned}
 M_{y_r} &= 6 \times 0,345 + 0,5 \times 0 + 0,3 \times 0 = \\
 &= 2,07 \text{ mt/m}
 \end{aligned}$$

39) Momento positivo na direção x no meio do balanço .

		t/a		
$L_{x/a}$	1,00	0,250	0,500	0,364
	1,25	0,094	0,051	
	1,138	0,110	0,065	
		0,103	0,059	0,083

		p	p'
$L_{x/a}$	1,00	-	0,01
	1,25	-	0,02
	1,138	-	0,016

$$M_{x_m} = 6 \times 0,083 + 0,5 \times 0 + 0,3 \times 0,016 =$$

$$= 0,503 \text{ mt/m}$$

40) Momento na direção y no meio do balanço

		t/a		
$L_{x/a}$	1,00	0,250	0,500	0,364
	1,25	0,125	0,085	
	1,138	0,142	0,118	
		0,134	0,103	0,120

		p	p'
$L_{x/a}$	1,00	-	-
	1,25	-	0,02
	1,138	-	0,011

$$M_{y_m} = 6 \times 0,120 + 0,5 \times 0 + 0,3 \times 0,011 =$$

$$= 0,723 \text{ mt/m}$$

59) Momento negativo na direção x no meio do balanço .

		t/a		
		0,250	0,500	0,364
l_x/a	1,00	0,328	0,263	
	1,25	0,373	0,313	
	1,138	0,353	0,291	0,324

		p	p'
l_x/a	1,00	0,06	-
	1,25	0,21	-
	1,138	0,143	-

$$\begin{aligned}
 -M_{x_m} &= 6 \times 0,324 + 0,5 \times 0,143 + 0,3 \times 0 = \\
 &= 2,016 \text{ mt/m}
 \end{aligned}$$

69) Coeficiente de impacto

$$\begin{aligned}
 \psi &= 1,4 - 0,007 \times 2 \times l = 1,4 - 0,007 \times 2 \times \\
 &\quad \times 2,9 = 1,359
 \end{aligned}$$

79) Esforços solicitantes devidos a carga móvel acrescida do coeficiente de impacto .

$$-\psi M_{x_e} = 1,359 \times 7,767 = 10,56 \text{ mt/m}$$

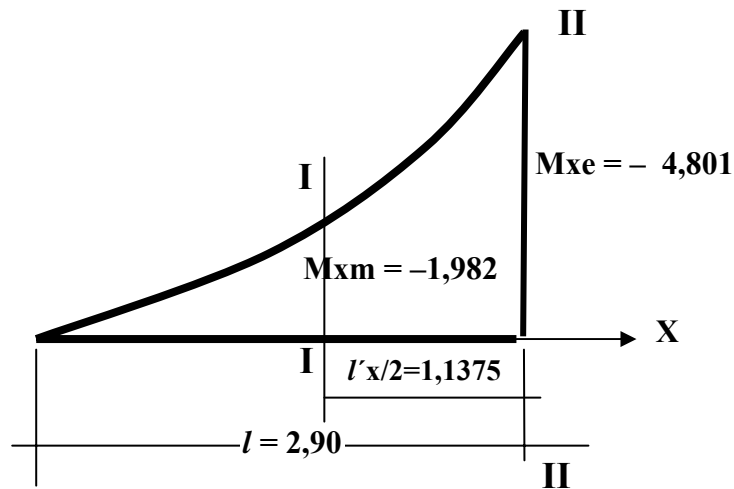
$$\psi M_{y_r} = 1,359 \times 2,07 = 2,81 \text{ mt/m}$$

$$\psi M_{x_m} = 1,359 \times 0,503 = 0,68 \text{ mt/m}$$

$$\psi M_{y_m} = 1,359 \times 0,723 = 0,98 \text{ mt/m}$$

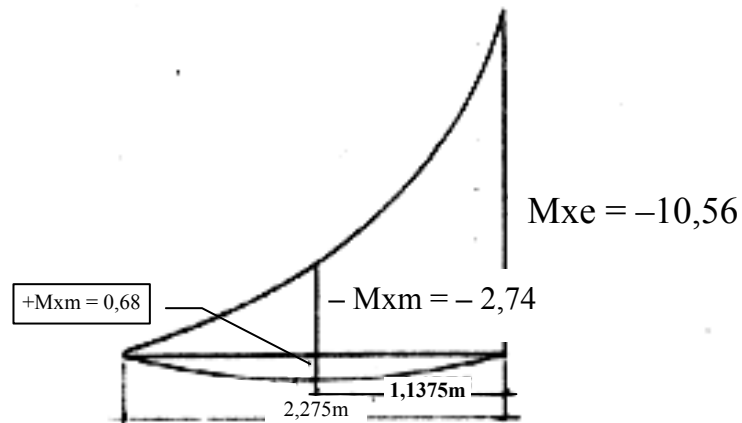
$$-\psi M_{x_m} = 1,359 \times 2,016 = 2,74 \text{ mt/m}$$

c-4) Diagramas envoltórios

1º) M_x devido a g 

$$1,5M_{x_e} = 1,5 \times (-4,801) = -7,202 \text{ mt/m}$$

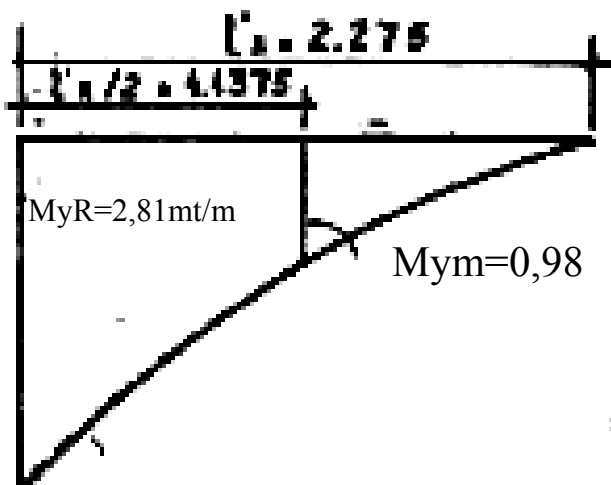
$$1,5M_{x_m} = 1,5 \times (-1,982) = -2,973 \text{ mt/m}$$

2º) M_x devido a p 

$$1,5M_{x_e} = 1,5 \times (-10,56) = -15,840 \text{ mt/m}$$

$$(-) 1,5M_{x_m} = 1,5 \times (-2,74) = -4,110 \text{ mt/m}$$

$$(+) 1,5M_{x_m} = 1,5 \times 0,68 = +1,020 \text{ mt/m}$$

39) M_y devido a p

$$1,5M_{y_r} = 1,5 \times 2,81 = 4,215 \text{ mt/m}$$

$$1,5M_{y_m} = 1,5 \times 0,98 = 1,470 \text{ mt/m}$$

II-3-5-5 - Diagrama Fadigado

Utilizamos as duas fórmulas abaixo para a obtenção do coeficiente de fadiga :

- Para os momentos de mesmo sinal .

$$K = \frac{M_1 - M_2}{M_1} \times \frac{\sigma_e}{\sigma_1} = \frac{M_1 - M_2}{M_1} \times 1,39$$

- Para os momentos de sinais contrários

$$K = \frac{M_1 + 0,5M_2}{M_1} \times \frac{\sigma_e}{\sigma_1} = \frac{M_1 + 0,5M_2}{M_1} \times 1,39$$

M_1 e M_2 todos em valor absoluto .

- Calcularemos somente os "K" das seções necessárias para um bom esboço do diagrama fadigado .

Seção e : (na face da viga)

$$M_1 = 16,1 \text{ mt/m}$$

$$M_2 = 3,6 \text{ mt/m}$$

$$K = \frac{16,1 - 3,6}{16,1} \times 1,39 = 1,079$$

$$KM = 17,37 \text{ mt/m}$$

Seção a e c : ($M_2 = 0$)

$$K = \frac{M_1 - M_2}{M_1} \times 1,39 = 1,39$$

$$\text{Seção a : } M_1 = 11,60 \quad KM = 16,12 \text{ mt/m}$$

$$\text{Seção c : } M_1 = 7,90 \quad KM = 10,98 \text{ mt/m}$$

Seção d :

$$M_1 = 9,059 \text{ mt/m}$$

$$M_2 = 2,568 \text{ mt/m}$$

$$K = \frac{9,059 - 2,568}{9,059} \times 1,39 = 0,996 \text{ deve-se adotar } K = 1$$

$$KM = 9,059 \text{ mt/m}$$

Seção f (fim da voute)

$$M_2 = 4,585 \text{ mt/m}$$

$$M_1 = 4,925 \text{ mt/m}$$

$$K = \frac{M_1 + 0,5 M_2}{M_1} \times 1,39 = \frac{4,925 + 0,5 \times 4,585}{4,925} \times 1,39 = 2,037$$

$$KM_2 = 9,34 \text{ mt/m}$$

$$KM_1 = -10,03 \text{ mt/m}$$

II-3-5-6 - Dimensionamento .

a) Características a serem adotadas para o dimensionamento das lajes .

- $f_{ck} = 180 \text{ kg/cm}^2$
- $f_{ck} = \frac{180}{1,5} = 120 \text{ kg/cm}^2$
- Aço CA 50
- Recobrimento (Ítem 6-3-3-1 NB 1-77)
 - parte inferior - 2,5 cm
 - parte superior - 1,5 cm (este valor foi reduzido devido a pavimentação que fornece um bom recobrimento à armadura) .
- Adotar-se-a para o dimensionamento das tabelas de ERNANI DIAZ .

b) Momento na direção x

b-1) Momento negativo na laje central.

- Devemos dimensionar o momento negativo em três seções especiais devido a variação de altura da voute .

- 1) Seção da face da viga
- 2) Seção do fim da " voute "
- 3) No ponto b (onde $M_1 = - M_2$)

19) Seção na face da viga (considera-se a altura da laje com a " voute ")-seção e :

$$M_d = 16,1 \text{ mt/m}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 35 - 1,5 - 0,5 = 33 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{2}{35} = 0,057 \cong 0,05$$

$$\begin{aligned} \text{KND} &= \frac{M_d}{b d^2 f_{cd}} = \frac{16,1}{1 \times (0,33)^2 \times 1200} \\ &= 0,123 < \mu_{lim} = 0,257 \end{aligned}$$

$$\text{tab } K_z = 0,922$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$z = K_z \times d = 0,922 \times 33 = 30,43 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{M_d}{\sigma_{sd} \cdot z} = \frac{16,10}{43480 \times 0,3043} = 1,217 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{m} \\ &= 12,17 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

29) Seção do fim da "voute" — seção f

$$M_d = 4,93 \text{ mt/m}$$

$$h = 22 \text{ cm}$$

$$d = 22 - 1,5 - 0,5 = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{2}{22} = 0,09 \approx 0,10$$

$$KMO = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{4,93}{1 \times (0,20)^2 \times 1200} = 0,103 < \mu_{11m} = 0,257$$

$$\text{tab } K_z = 0,935$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$z = K_z \times d = 0,935 \times 20 = 18,70 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \cdot z} = \frac{4,93}{43480 \times 0,1870} = 6,06 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 6,06 \text{ cm}^2/\text{m}$$

39) Seção b ($M_1 = -M_2$)

Neste caso é dispensável o cálculo da armação necessária na seção onde $M_1 = -M_2$, visto que, na seção f (fim de "voute") os momentos atuantes são praticamente estes que atendem a condição de $M_1 = -M_2$. Ao realizar este cálculo, obteremos armadura praticamente idêntica a da seção f. (diferença entre as duas armaduras).

49) Armadura negativa a ser adotada na laje central.

$$\text{- Seção e-} KA_s = 1,079 \times 12,17 = 13,13 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{- Seção f-} KA_s = 2,037 \times 6,06 = 12,34 \text{ cm}^2/\text{m}$$

b-2) Momento positivo na laje central .

19) Seção do meio do vão: seção d

$$M_d = 9,059 \text{ mt/m}$$

$$h = 26 \text{ cm}$$

$$d = 26 - 2,5 - 0,5 = 23 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{3}{26} = 0,11 \approx 0,10$$

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{9,059}{1 \times (0,23)^2 \times 1200} = 0,143 < \mu_{lim} = 0,257$$

$$\text{tab } K_z = 0,907$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$z = K_z \times d = 0,907 \times 23 = 20,86 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{9,059}{43480 \times 0,2086} = 9,99 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 9,99 \text{ cm}^2/\text{m}$$

29) Seção de máximo momento fadigado { Seção III

$$M_d = 7,6 \text{ mt/m}$$

$$h = 23 \text{ cm}$$

$$d = 23 - 2,5 - 0,5 = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{3}{23} = 0,13 \approx 0,15$$

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{7,6}{1 \times (0,20)^2 \times 1200} = 0,158 < \mu_{lim} = 0,257$$

$$\text{tab } k_z = 0,896$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$z = k_z \times d = 0,896 \times 20 = 17,92 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{7,6}{43480 \times 0,1792} = 9,75 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 9,75 \text{ cm}^2/\text{m}$$

39) Seção do fim da "voute" ; seção f .

$$M_d = 4,59 \text{ mt/m}$$

$$h = 22 \text{ cm}$$

$$d = 22 - 2,5 - 0,5 = 19 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{3}{22} = 0,14 \approx 0,15$$

$$KMD = \frac{4,59}{1 \times (0,19)^2 \times 1200} = 0,106 < \mu_{lim} = 0,257$$

$$\text{tab } k_z = 0,933$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$z = k_z \times d = 0,933 \times 19 = 17,72 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{4,59}{43480 \times 0,1772} = 5,96 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 5,96 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- 49) Armadura positiva a ser usada na laje central.
Cálculo do coeficiente de fadiga na seção III.

$$K_{III} = \frac{7,6 + 0,5 \times 1,0}{7,6} \times 1,39 = 1,481$$

$$\text{Seção d} : KA_s = 1 \times 9,99 \text{ cm}^2/\text{m} = 9,99 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Seção III} : KA_s = 1,481 \times 9,75 \text{ cm}^2/\text{m} = 14,44 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Seção f} : KA_s = 2,037 \times 5,96 \text{ cm}^2/\text{m} = 12,14 \text{ cm}^2/\text{m} .$$

- b-3) Momento no engaste do balanço (Seção g)

$$M_d = 18,40 \text{ mt/m}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$d = 35 - 1,5 - 0,5 = 33 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{3}{33} = 0,091 \approx 0,10$$

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{18,40}{1 \times (0,33)^2 \times 1200} = 0,141 < \mu_{lim} = 0,257$$

$$\text{tab } k_z = 0,908.$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{18,40}{43480 \times 0,2996} = 1,412 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{m} = 14,12 \text{ cm}^2/\text{m}$$

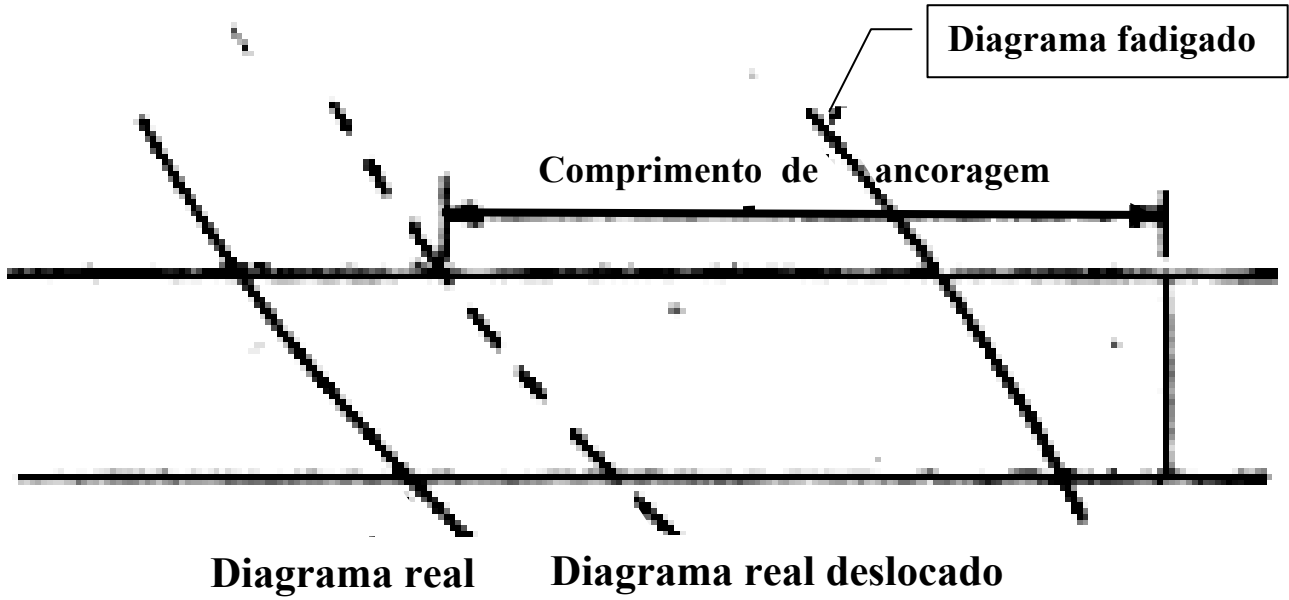
- c) Critérios de recobrimento de diagramas adotados para as lajes .

Para a retirada de serviço dos diversos tipos de ferros, adotou-se os dois seguintes critérios :

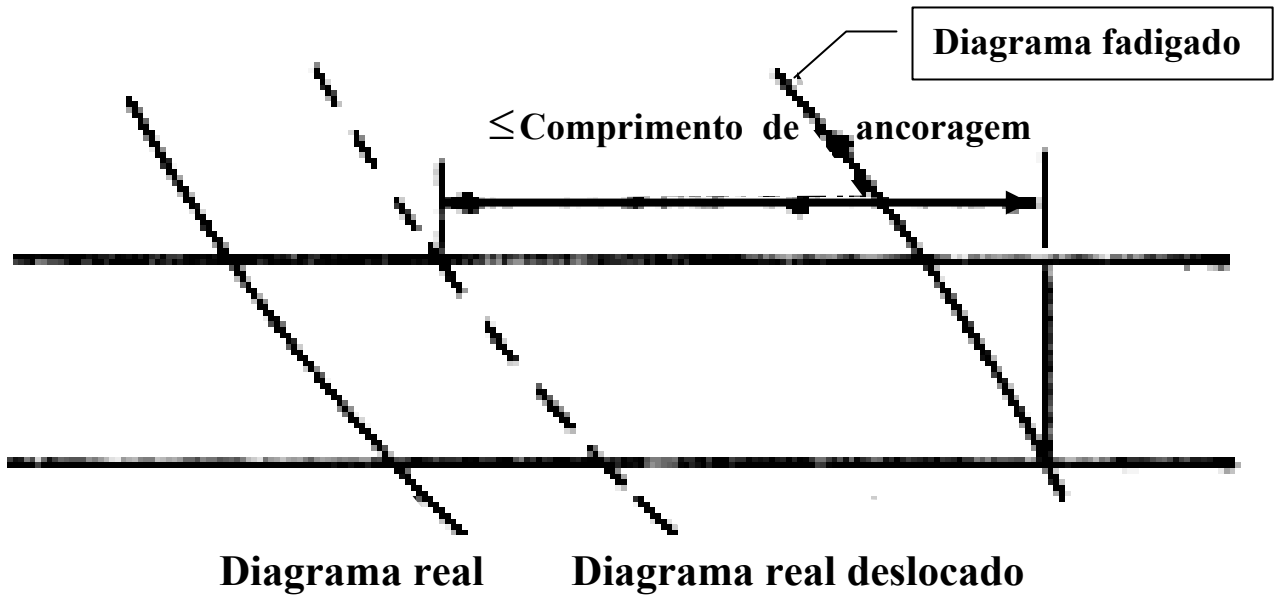
- 1) O recobrimento do diagrama fadigado .
- 2) O recobrimento do diagrama real deslocado, mais o comprimento de ancoragem .

Casos possíveis :

1º caso :



2º caso :



d- Momento na direção Y

d-1) Laje central

1º) Momento atuante na direção y .

$$M_{y_m} = M_{y_m \text{ c.p.}} + \varphi M_{y_m \text{ c.m.}}$$

$$M_{y_m} = 0,283 + 1,351 \times 1,655 = 2,519$$

$$M_d = 1,5 M_{y_m} = 1,5 \times 2,519 = 3,778$$

2º) Dimensionamento

$$h = 26 \text{ cm}$$

$$d = 26 - 2,5 - 1,5 = 22 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{4}{26} = 0,15$$

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{3,778}{1 \times (0,22)^2 \times 1200} = 0,065 < \mu_{lim} = 0,257$$

$$\begin{aligned} \text{tab } K_z &= 0,960 \\ s_d &= 4348 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$z = K_z \times d = 0,960 \times 22 = 21,12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{3,778}{43480 \times 0,2112} = \\ &= 4,11 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 4,11 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

3º) Cálculo do coeficiente de fadiga e da armadura necessária na direção y :

$$K = \frac{M_{ym} - M_{ym \text{ c. l. r}}}{M_{ym}} \times 1,39 = \frac{3,778 - 1,5 \times 0,283}{3,778} \times 1,39 =$$

$$= 1,234$$

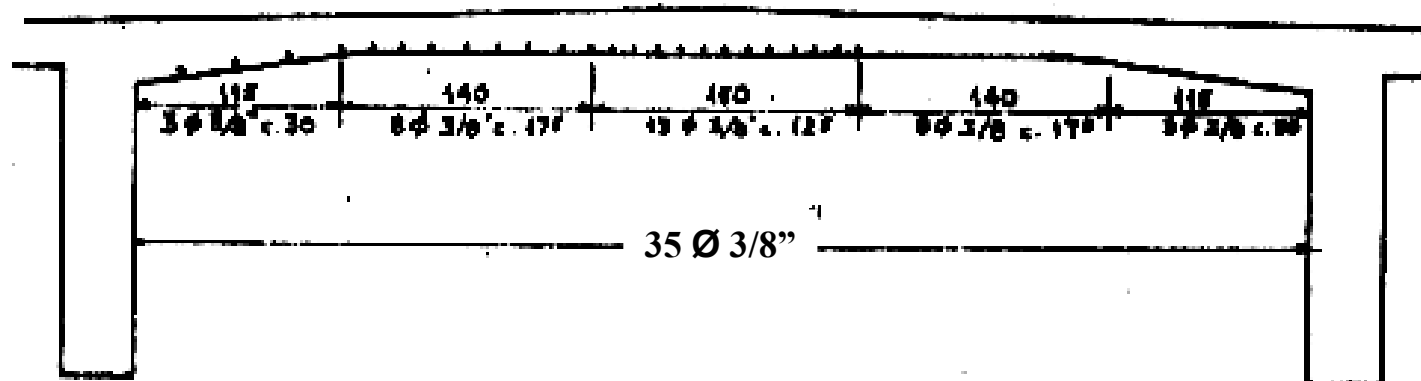
$$KA_s = 1,234 \times 411 = 5,07 \text{ cm}^2/\text{m} + \phi 3/2'' \text{ c } 12^5$$

49) Distribuição da armadura na direção y e dentro da laje central .

Como vimos, o diagrama M_y é na direção transversal uma parábola, assim sendo, calcularemos o número total de ferros necessários a resistir todo o momento (M_y) e os distribuiremos da maneira mais conveniente a resistir aos esforços solicitantes .

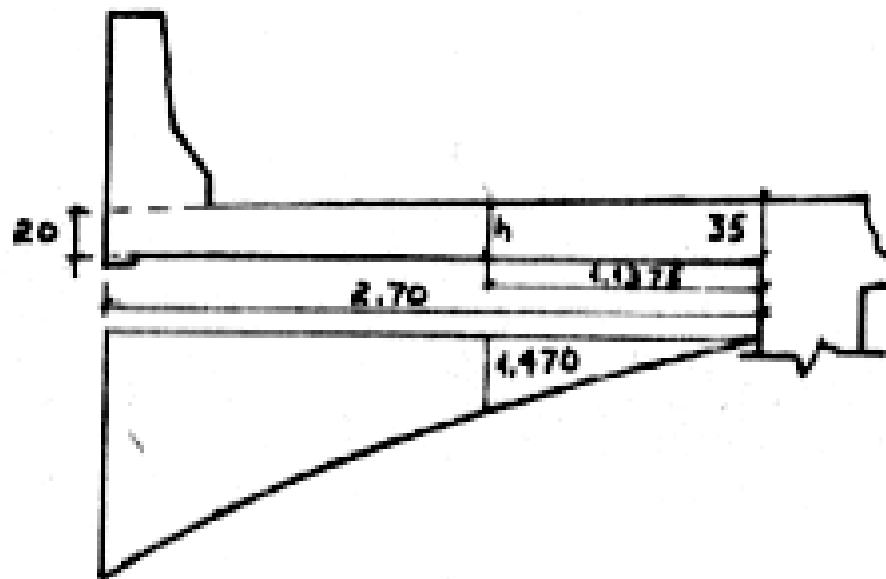
$$A_T = \frac{2}{3} t_x K A_s = \frac{2}{3} \times 7 \times 5,07 = 23,66 \text{ cm}^2$$

correspondente a 34 $\phi 3/8''$



Momento na direção Y

d-2) Balanço



$$M_d = 1,470 \text{ mt/m}$$

$$h = 20 + 15 \times \frac{1,7625}{2,70} = 29,79 \text{ cm}$$

$$d = 29,79 - 2,5 - 1,5 = 25,79 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{4}{29,79} = 0,134 \approx 0,15$$

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{1,470}{1 \times (0,2579)^2 \times 1200} =$$

$$= 0,0184 < \mu_{lim} = 0,257$$

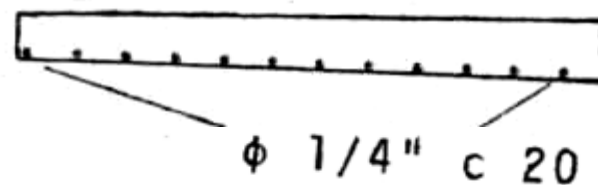
$$\text{tab } K_z = 0,989$$

$$\sigma_s = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$z = K_z \times d = 0,989 \times 25,79 = 25,51 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{1,470}{43480 \times 0,2551} = 1,33 \times$$

$$\times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 1,33 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi \text{ } 1/4'' \text{ } c_{20} (1,58 \text{ cm}^2/\text{m})$$



+++

Na parte superior da laje devemos ter uma armadura de distribuição, no sentido longitudinal de $12,5\% \times 13 = 1,64 \text{ cm}^2/\text{m}$. + $\phi 1/4''$ c 16 ao longo de todo o tabuleiro superior .

e) Armadura de engastamento da laje na cortina

e-1) Dimensionamento

Este momento de engastamento foi calculado no caso II da laje central. Neste caso consideramos um semi-engastamento da laje na cortina, ou seja, para a armação calculada com M_{ye} adotaremos a sua metade (procedimento prático) para toda a extensão da cortina inclusive nas pontas da laje em balanço .

$$M_d = 1,5 \times M_{ye} = 1,5 \times 4,805 = 7,208 \text{ mt/m} .$$

$$h = 26 \text{ cm}$$

$$d = 26 - 2,5 - 0,5 = 23 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{3}{26} = 0,11 \cong 0,10$$

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{7,208}{1 \times (0,23)^2 \times 1200} = 0,114 < \mu_{lim} =$$

$$= 0,257$$

$$\text{tab } K_z = 0,927$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$z = K_z \times d = 0,927 \times 23 = 21,32 \text{ cm}$$

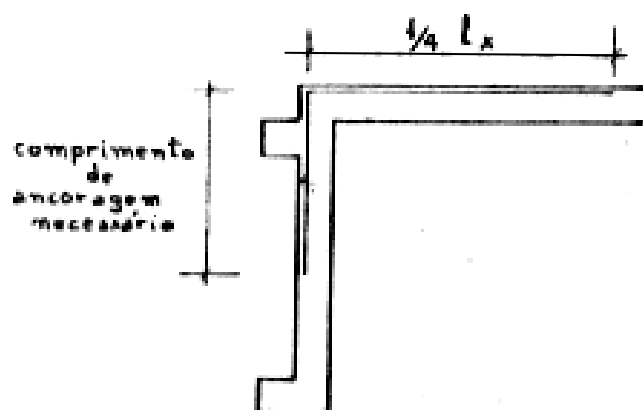
$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{7,208}{43480 \times 0,2132} = 7,78 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{m}$$

$$= 7,78 \text{ m}^2/\text{m} .$$

$$A_{s \text{ adotado}} = \frac{A_s}{2} = \frac{7,78}{2} = 3,89 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\rightarrow \phi \ 5/16 \text{ c } 12^5 (3,96 \text{ cm}^2/\text{m}) .$$

e-2) Detalhe prático da armação de engastamento da laje na cortina :



$$\frac{1}{4} l_x = \frac{1}{4} \times 7 = 1,75 \text{ m}$$

Observação :

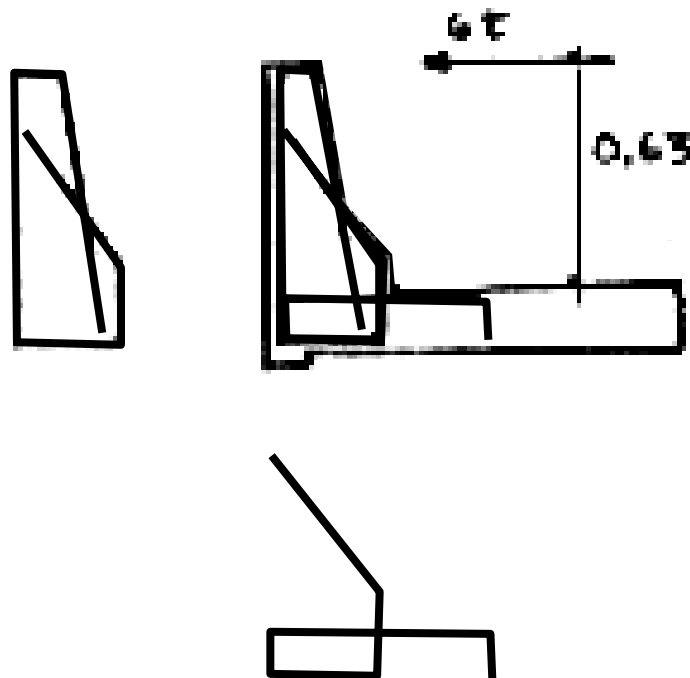
Esta armadura é estendida ao longo de toda a laje central e também nos balanços com um espaçamento igual ao calculado anteriormente .

f) Defesa

f-1) No sentido transversal .

Devemos seguir o Item 6 da NB-6 o qual transcrevemos abaixo :

" A defesa deverá ser verificada para um força horizontal concentrada de intensidade igual ao peso da roda do veículo aplicada na aresta superior da defesa, suposta atuando em uma extensão igual a 100 cm . "



$$M = 6 \times 0,63 = 3,78 \text{ mt}$$

$$M_d = 1,5 \times 3,78 = 5,67 \text{ mt}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$d = 40 - 2,5 - 0,5 = 37 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{3}{40} = 0,08 \approx 0,10$$

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{5,67}{1 \times (0,37)^2 \times 1200} =$$

$$0,035 < \mu_{11m} = 0,257$$

$$\text{tab } K_z = 0,979$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$z = K_z \times d = 0,979 \times 37 = 36,22 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{5,67}{43480 \times 0,3622} = 3,60 \times$$

$$\times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{m} = 3,60 \text{ cm}^2/\text{m}$$

estrito 5/16" c 30

3 ϕ 5/16" c 12⁵

entre os estribos

(3,96 cm²)

f-2) No sentido longitudinal

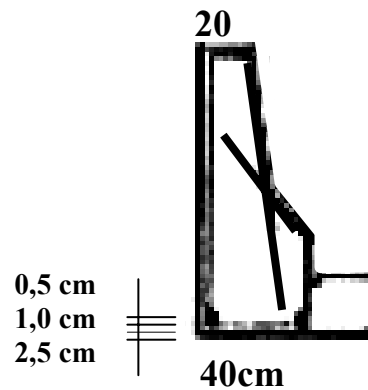
$$M_{yr} = 2,81 \text{ mt}$$

$$M_d = 1,5 \times 2,81 = 4,215 \text{ mt}$$

Observação :

A defesa por ser mais rígida que a laje (possui

altura bem maior) é que irá absorver o momento M_{yr} existente na laje.



$$h = 83 \text{ cm}$$

$$d = 83 - 2,5 - 1,0 - 0,5 = 79 \text{ cm}$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{4}{83} = 0,05$$

$$KMD = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = \frac{4,215}{0,20 \times (0,79)^2 \times 1200} =$$

$$0,028 < \mu_{lim} = 0,257$$

$$\text{tab } K_z = 0,991$$

$$\sigma_{sd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

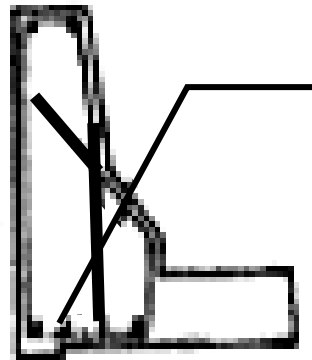
$$z = K_z \times d = 0,991 \times 79 = 78,29 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times z} = \frac{4,215}{43480 \times 0,7829} = 1,24 \times$$

$$\times 10^{-4} \text{ m}^2 = 1,24 \text{ cm}^2$$

$$+ 2 \phi 3/8'' (1,43 \text{ cm}^2)$$

2Ø3/8"



Usar mais ferros para reduzir a distância entre os ferros

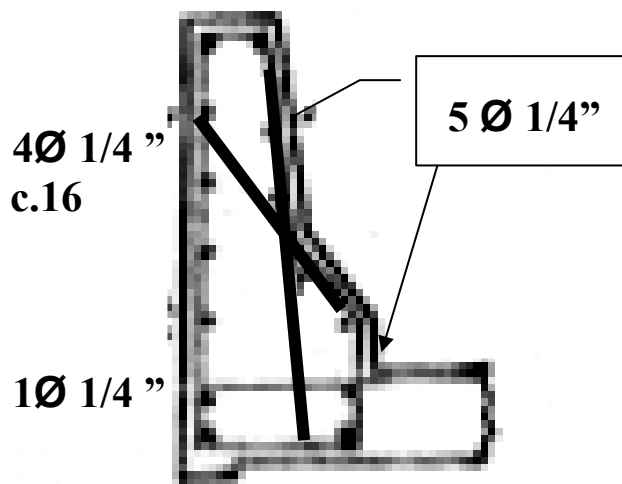
4Ø3/8"

f-3) Armadura de pele .

- Em cada face :

$$0,05\% b_w d = \frac{0,05}{100} \times 40 \times 79 = 1,58 \text{ cm}^2$$

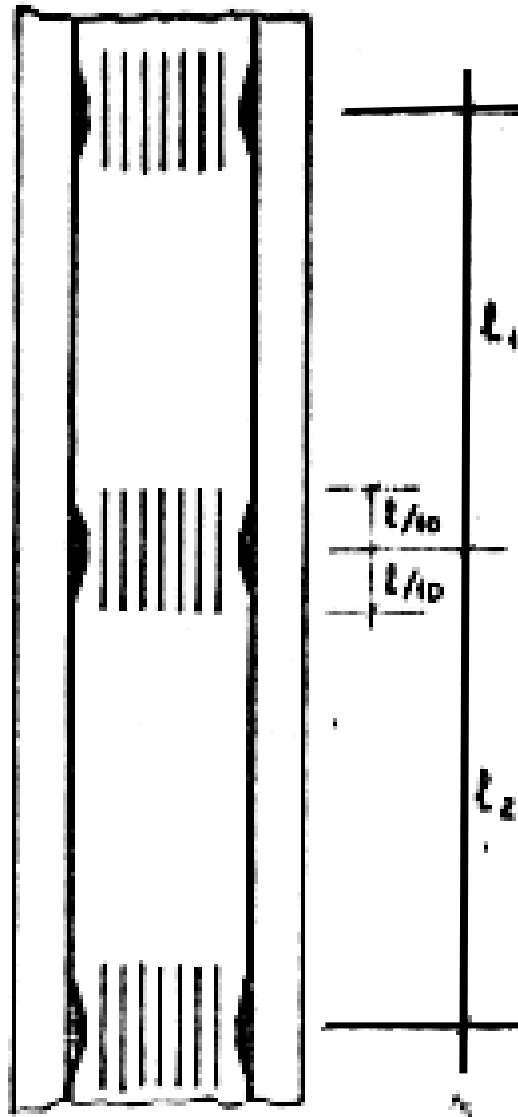
⇒ 5 φ 1/4"



g) Armaduras adicionais recomendáveis

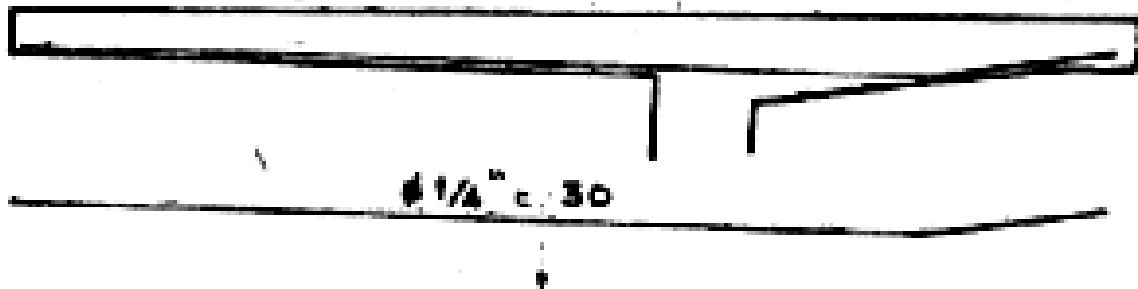
É de toda conveniência adotar-se uma armadura negativa na laje, sobre a linha dos pilares, com o intuito de evitar-se fissuras transversais .

Essa armadura deverá ser de $3/8"$ c 10 ou de $1/2"$ c 15.



- ℓ é o maior dos vãos entre ℓ_1 e ℓ_2 .

Deve-se colocar a armadura detalhada abaixo em todas as lajes para se evitar problemas de fissuras .



+++

II-3-5-7 - Estudo do cortante .

a) Laje central

a-1) Cálculo da largura de contribuição da laje para estudo cortante .

1º) Cortante da laje como bi-apoiada .



$$\frac{l_y}{l_x} = \infty \quad \left(\frac{l_y}{l_x} = 2 \right) \rightarrow \text{tab 99}$$

$$\frac{l_x}{a} = \frac{7.00}{2.00} = 3,50 .$$

$$\frac{t}{a} = \frac{0,76}{2,00} = 0,38$$

Carga permanente

$$Q_{xg} = 0,5 \times g \times l_x = 0,5 \times 0,838 \times 7 = 2,933 \text{ t/m}$$

Carga móvel

		t/a		
		0,250	0,500	0,380
l_x/a	3,00	1,46	0,94	
	4,00	1,53	1,03	
	3,50	1,495	0,985	1,230

		p	p'
		l_x/a	3,00
	4,00	0,26	1,00
	3,50	0,205	0,710

- Cortante da laje para o cálculo da largura efetiva (devido a carga concentrada)

$$Q'_{xp} = 6 \times 1,230 = 7,380 \text{ t/m}$$

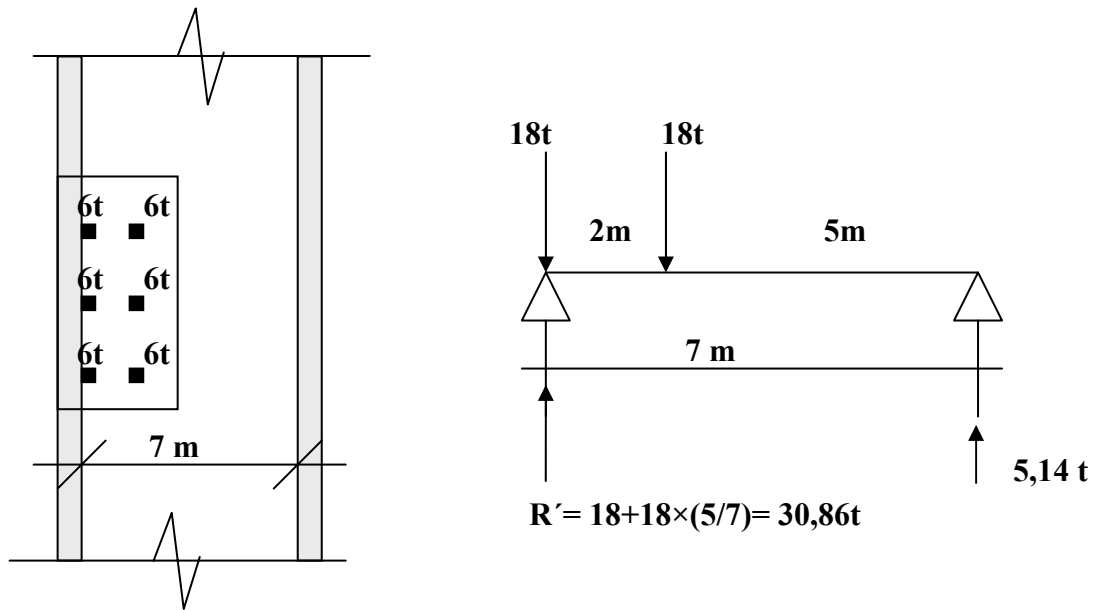
- Cortante considerando todo o trem-tipo .

$$Q_{xp} = 6 \times 1,230 + 0,5 \times 0,205 + 0,3 \times 0,710 = 7,696 \text{ t/m} .$$

29) Cálculo da reação devido ao binário provocado pelo trem-tipo na posição abaixo :

II-163

Laje considerada bi-apoiada carregada com o caminhão tipo :

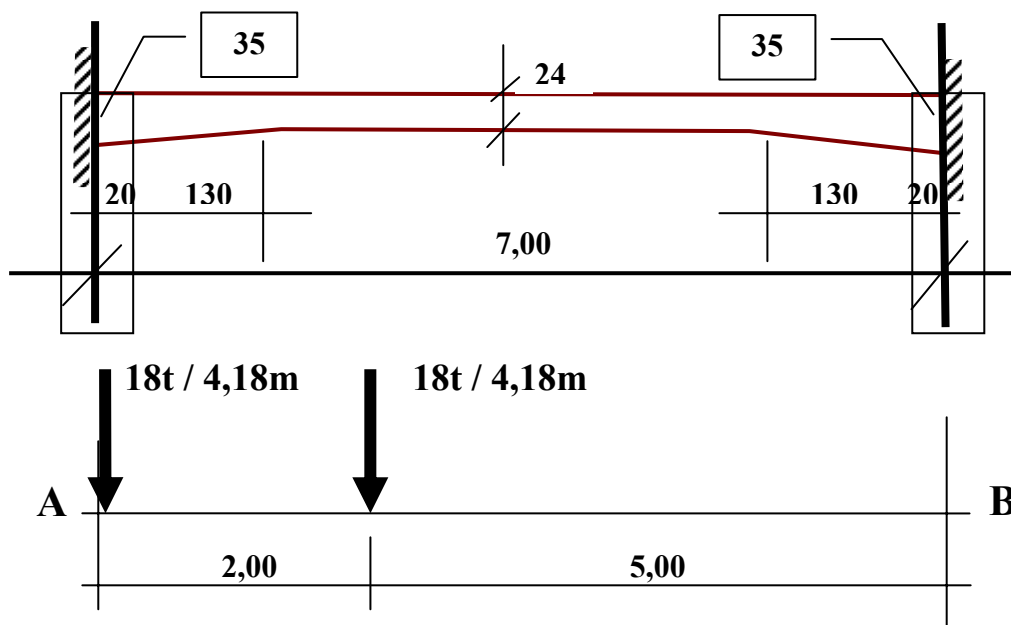


39) Largura efetiva

$$b = \frac{R'}{Q'_{xp}} = \frac{30,86}{7,380} = 4,18 \text{ m}$$

a-2) Momento de engastamento na laje considerada como viga bi-engastada com a largura efetiva :

Pelas tabelas de Barth temos :



$$J_s = \frac{bh^3}{12} = \frac{4,17 \times 0,35^3}{12} = 0,0149 \text{ m}^4$$

$$J_0 = \frac{bh^3}{12} = \frac{4,17 \times 0,24^3}{12} = 0,0048 \text{ m}^4$$

$$n = \frac{J_0}{J_s} = \frac{0,0048}{0,0149} = 0,322 \quad \epsilon = \frac{a}{L} = \frac{150}{700} = 0,214$$

$$M = C \times P \times L$$

C → coeficiente retirado da tabela de BARTH .

Momento em A

$$\epsilon = \frac{x}{L} = \frac{200}{7,00} = 0,286$$

$$n = 0,300$$

		ε		
		0,2	0,3	0,214
ξ	0,2	0,152	0,151	0,15186
	0,3	0,178	0,182	0,17856
	0,286			0,17482

$$n = 0,400$$

		ε		
		0,2	0,3	0,214
ξ	0,2	0,147	0,146	0,14686
	0,3	0,171	0,173	0,17128
	0,286			0,16786

$$n = 0,300 + c = 0,17482$$

$$n = 0,322 + c = 0,1733$$

$$n = 0,400 + c = 0,16786$$

$$M_A = C \times P \times L = 0,1733 \times \frac{18}{4,18} \times 7,00 = 5,224 \text{ mt/m}$$

Momento em B

$$\xi = \frac{x}{l} = \frac{500}{700} = 0,714$$

$$n = 0,300$$

		c		
		0,2	0,3	0,214
ξ	0,7	0,061	0,063	0,06128
	0,8	0,026	0,028	0,02628
	0,714			0,05638

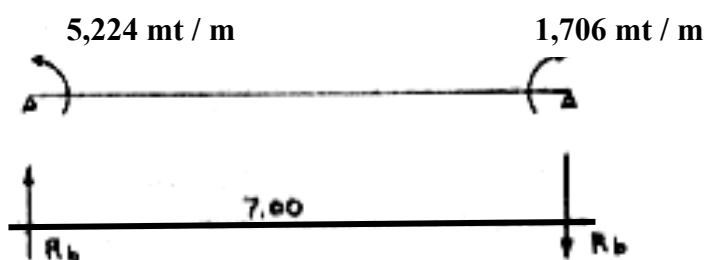
$$n = 0,400$$

		c		
		0,2	0,3	0,214
ξ	0,7	0,062	0,064	0,06228
	0,8	0,028	0,030	0,02828
	0,714			0,05752

$$\begin{array}{l} n = 0,300 \quad c = 0,05638 \\ n = 0,400 \quad c = 0,05752 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} n = 0,300 \\ n = 0,400 \end{array}} \right\} n = 0,322 \rightarrow c = 0,0566$$

$$M_B = 0,0566 \times \frac{18}{4,18} \times 7 = 1,706 \text{ mt/m}$$

a-3) Reação devido aos momentos de engastamento na viga de largura efetiva de 4,18 m .



$$R_b = \frac{5,224 - 1,706}{7,00} = 0,503 \text{ t/m}$$

a-4) Esforço cortante

$$V = Q_{xg} + \psi_1(Q_{xp} + R_b) = 2,933 + 1,351 (7,696 + 0,503) = 14,010 \text{ t/m}$$

a-5) Tensão no concreto

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \times d}$$

$$d = 0,90 \times h = 0,90 \times 35 = 31,50 \text{ cm}$$

$$V_d = 1,4 V = 1,4 \times 14,010 = 19,614 \text{ t/m}$$

Considerando uma faixa com a largura de 4,18 m calculada anteriormente, teremos :

$$\tau_{wd} = \frac{19,614 \times 4,18}{4,18 \times 0,315} = 62,27 \text{ t/m}^2 = 6,227 \text{ kg/cm}^2$$

a-6) Valores últimos da tensão de cálculo

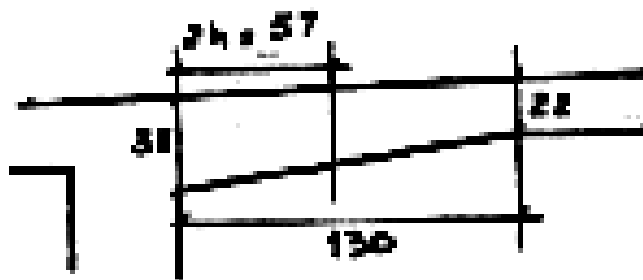
$$\tau_{wu1} = \psi_4 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{Item 5.3.1.2 letra d da NB-1/77}$$

$$\psi_4 = 2 \sqrt[4]{\rho_1} \quad \text{para } h \leq 15 \text{ cm}$$

$$\psi_4 = 1,4 \sqrt[4]{\rho_1} \quad \text{para } h \geq 60 \text{ cm}$$

onde ρ_1 = menor taxa da armadura longitudinal de tração no trecho a 2h a partir da face do apoio (4.1.4.2 da NB-1/77) .

A figura da página seguinte, esclarece os detalhes da determinação da altura da peça a 2h do apoio .



$$h = \frac{35 + 22}{2} = 28,50$$

$$2h = 57,00$$

$$h_1 = \frac{35-22}{130} \times 73 + 22 = 29,30 \text{ cm}$$

Armação de tração existente a "2h" do apoio .

$$A_s = 16,93 \text{ cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \times d}$$

$$b_w \times d = 100 \times 0,9 \times h_1 = 100 \times 0,9 \times 29,30 = 2637 \text{ cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \times d} = \frac{16,93}{2637} = 6,42 \times 10^{-3}$$

$$\psi_4 = 2 \times \sqrt[4]{\rho_1} = 2 \times \sqrt[4]{6,42 \times 10^{-3}} = 0,566 \text{ para } h \leq 15 \text{ cm .}$$

$$\psi_4 = 1,4 \times \sqrt[4]{\rho_1} = 1,4 \times \sqrt[4]{6,42 \times 10^{-3}} = 0,396 \text{ para } \geq 60 \text{ cm .}$$

$$h = 35 \text{ cm} + \psi_4 = 0,490$$

$$\tau_{wu_1} = \psi_4 \sqrt{f_{ck}} = 0,490 \sqrt{180} = 6,574 \text{ kg/cm}^2$$

No caso de lajes, dispensa - se o uso de armadura transversal se (item 4.1.4.2 da NB - 1/77) :

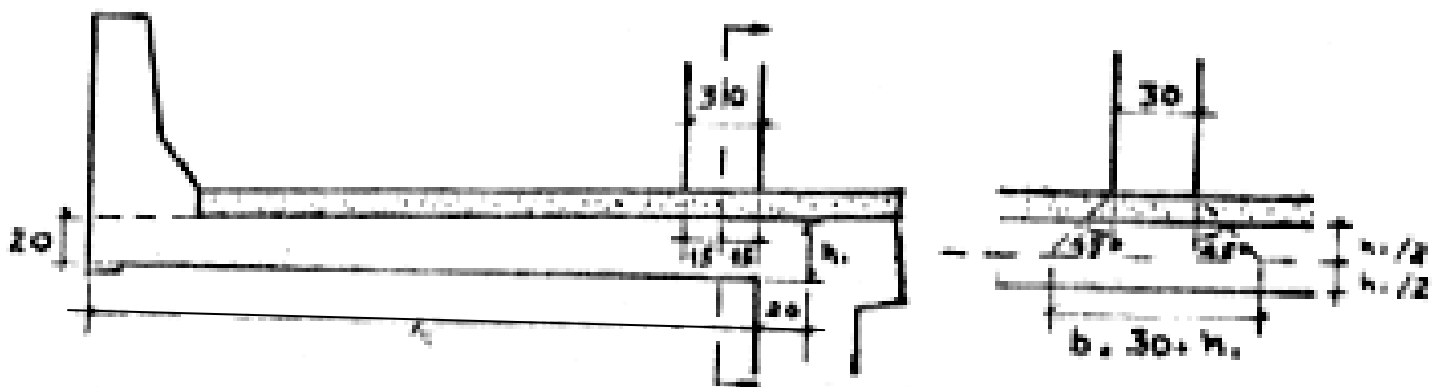
$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu_1}$$

$$\tau_{wd} = 6,227 \text{ kg/cm}^2 \leq \tau_{wu_1} = 6,574 \text{ kg/cm}^2$$

b) Laje em balanço

b-1) Distribuição de cargas

Posição mais desfavorável do trem-tipo é quando a roda do mesmo faceia a viga .



$$h_1 = \frac{35-20}{270} \times 255 + 20 = 34,17 \text{ cm}$$

$$b = 30 + h_1 = 30 + 34,13 = 64,17 \text{ cm} .$$

b-2) Largura Útil a ser considerada .

Será calculada segundo o ítem 3-3-2-5 da NBI-77 que transcreveremos abaixo :

" Nas lajes armadas em uma única direção, permite-se o cálculo simplificado como viga de largura " b_w " igual a largura " b " da carga (determinada de acordo com o ítem 3-3-2-4 para a direção perpendicular à armadura principal) se " b " for maior ou igual ao vão teórico " l " ou ao comprimento teórico (balanço) e , em caso contrário, igual a " b " acrescido de :

$$0,5 a_1 \left(1 - \frac{b}{l} \right)$$

onde a_1 é a distância do centro da carga ao apoio. "

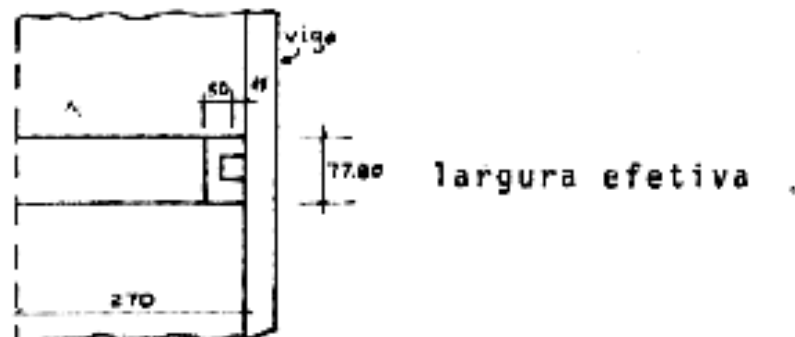
$$a_1 = 35 \text{ cm}$$

$$b = 64,17 \text{ cm}$$

$$l = 290 \text{ cm}$$

$$b_w = 64,17 + 0,5 \times 35 \left(1 - \frac{64,17}{290} \right) = 77,80 \text{ cm}$$

b-3) Cálculo do esforço cortante



$$V_g = 0,576 + 0,013 + 0,550 + 1,914 = 3,053 \text{ t/m}$$

$$V_p = \frac{6}{0,778} + \frac{0,3 \times 2,05 \times 0,778}{0,778} = 8,327 \text{ t/m}$$

$$\Psi = 1,359$$

$$V = V_g + \psi V_p = 3,053 + 1,359 \times 8,327 = 14,369 \text{ t/m}$$

$$V_d = 1,4V = 1,4 \times 14,369 = 20,117 \text{ t/m}$$

b-4) Tensão no concreto .

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \times d}$$

$$d = 0,9 \times h = 0,9 \times 35 = 31,50 \text{ cm}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \times d} = \frac{20,117}{1 \times 0,3150} = 63,86 \text{ t/m}^2$$

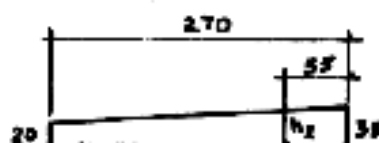
$$\tau_{wd} = 6,386 \text{ kg/cm}^2$$

b-5) Valores últimos da tensão de cálculo.

- Cálculo de percentagem de armadura tracionada a 2h da face do apoio .

$$h_m = \frac{35 + 20}{2} = 27,5 \rightarrow 2h = 55 \text{ cm .}$$

$$A_s = 16,93 \text{ cm}^2 \text{ a } 2h \text{ da face da viga}$$



$$h_2 = \frac{35 - 20}{270} \times 215 + 20 = 31,94 \text{ cm}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w \times d} = \frac{16,93}{100 \times 0,90 \times 31,94} = 5,89 \times 10^{-3}$$

- Cálculo de ψ_4

$$\psi_4 = 2 \times \sqrt[4]{f_1} = 2 \times \sqrt[4]{5,89 \times 10^{-3}} = 0,554 \text{ para } h \leq 15 \text{ cm}$$

$$\psi_4 = 1,4 \times \sqrt[4]{f_1} = 1,4 \times \sqrt[4]{5,89 \times 10^{-3}} = 0,388 \text{ para } h \geq 60 \text{ cm}$$

$$h = 35 \text{ cm} \rightarrow \psi_4 = 0,480$$

$$\tau_{wu_1} = \psi_4 \sqrt{f_{ck}} = 0,480 \sqrt{180} = 6,440 \text{ kg/cm}^2$$

No caso de lajes dispensa-se o uso de armadura transversal se :

$$\tau_{wd} = \tau_{wu_1}$$

$$\tau_{wd} = 6,386 \text{ kg/cm}^2 \leq \tau_{wu_1} = 6,440 \text{ kg/cm}^2$$

11-3-6 - Lajes de pontes ferroviárias

Citaremos nesta seção os particulares do cálculo de laje ferroviária, visto que seu processo de dimensionamento é um tanto quanto diferente da laje rodoviária .

11-3-6-1 - Cargas atuantes .

a) cargas permanentes

a-1) Trecho entre as vigas principais

Devemos considerar as cargas da laje, lastro, trilho, contra-trilho e dormentes .

a-2) Balanço

No balanço, as cargas a serem adotadas são as da laje, lastro, guarda-lastro e guarda-corpo .

b) Carga móvel

b-1) Trem-tipo a ser adotado .

O trem-tipo a ser adotado deve ser relacionado entre os padronizados pela ABNT na NB-7 de acordo com cada caso específico, ou, de acordo com instruções particulares do órgão contratante, por exemplo o trem-tipo da ENGEFER para a ferrovia do Aço .

b-2) Distribuição das cargas .

Para as pontes ferroviárias, a superfície de carga correspondente a cada roda, medida na face inferior do dormente, é um retângulo de 25cm na direção longitudinal e 60cm na direção transversal ao tráfego. A borda da superfície média da placa, não poderá ultrapassar a metade da distância à carga mais próxima em qualquer direção (Item 22-b da NB-2) .

b-3) Exemplo de uma distribuição de carga em uma laje ferroviária .

- bitola larga — TB - 32
- altura da laje — 15 cm
- altura do lastro — 40 cm

19) Distribuição longitudinal

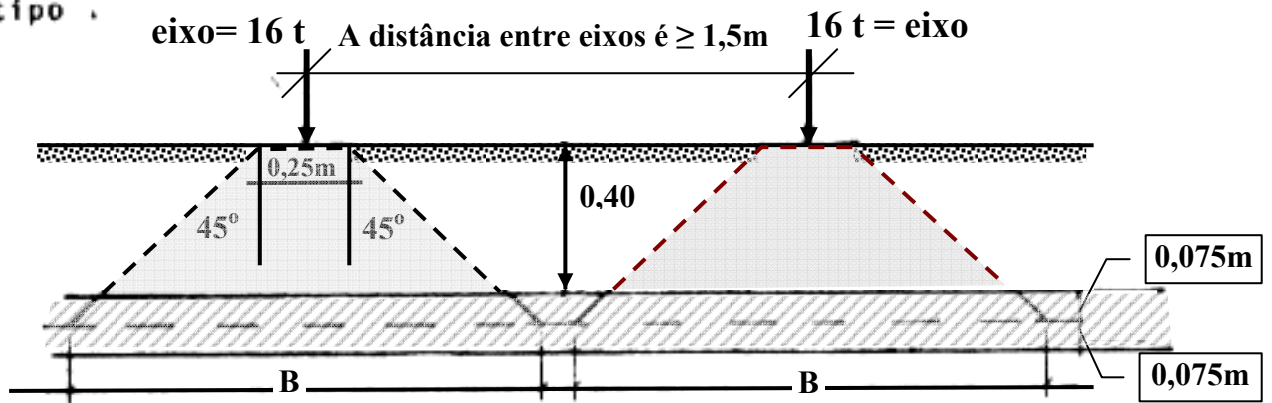
$$B = 0,25 + 2(0,40 + 0,075) = 1,20 \text{ m}$$

11-173

$B < 1,50 \text{ m} +$ Não há superposição de carga .

Observação :

1,50 m é a menor distância entre os eixos do trem-tipo .

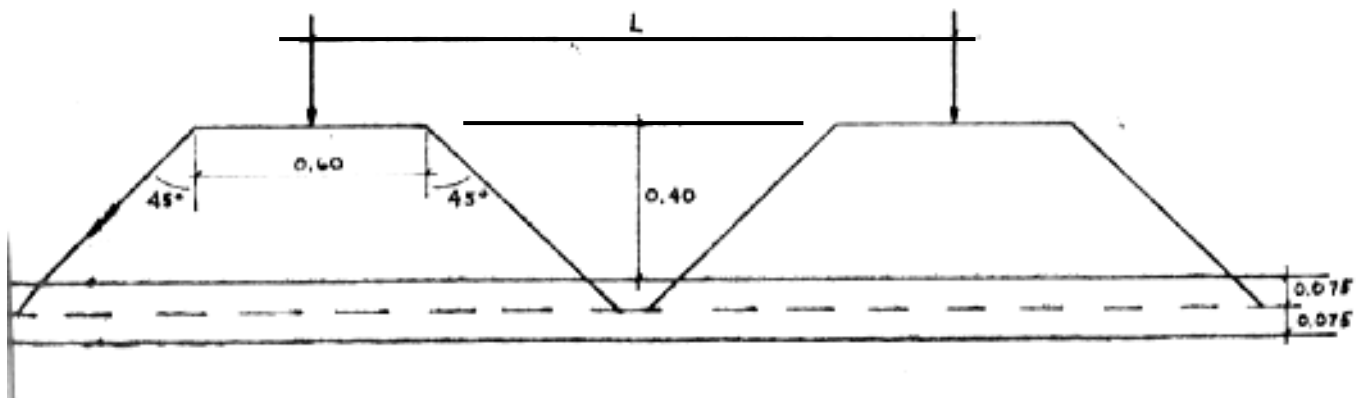


29) Distribuição transversal

$L = 1,60 \text{ m}$ (bitola)

$B = 0,60 + 2(0,40 + 0,075) = 1,55 \text{ m}$

$B < L \dots$ Não há superposição .



39) Área de Distribuição

1,20 m x 1,55 m

49) Carga distribuída

$$q = \frac{16}{1,20 \times 1,55} = 8,60 \text{ t/m}^2$$

II-3-6-2 - Cálculo das solicitações nas lajes .

O sistema estático a ser adotado nos casos correntes para este cálculo é o seguinte :

- a) Laje central - engastada nas duas vigas principais
- b) Laje em balanço - engastada em duas vigas principais .

Segundo o item 3-1-2 da NB-1 devemos considerar neste cálculo a influência desfavorável de um engastamento parcial. Este problema foi abordado em outro item do nosso trabalho . (item II-3-4 - Cálculo do engastamento elástico das lajes nas vigas) .

II-3-6-3 - Dimensionamento

O dimensionamento será feito considerando os esforços calculados como atuantes em uma faixa de 1 m de laje como se a mesma fosse uma viga .