

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO  
DEP - DPET



SEÇÃO DE FORTIFICAÇÃO E CONSTRUÇÃO

# Projeto e Cálculo de Pontes de Concreto Armado

VOLUME I

Notas de Aulas

Prof. ANTÔNIO CARLOS DE AREIAS NETO

1977

CAPÍTULO II - PARTE B



## 11-2-5-2 - Esforços cortantes devidos à carga móvel

Das tabelas de ANGER, temos :

POSIÇÃO DA CARGA	ESFORÇOS CORTANTES (em t.)	
	0	1,0000
1	0,8757	0,0258
2	0,7529	0,0500
3	0,6330	0,0711
4	0,5175	0,0875
5	0,4079	0,0977
6	0,3057	0,1000
7	0,2124	0,0930
8	0,1293	0,0750
9	0,0580	0,0445
10	0	1,0000
11	-0,0509	0,9270
12	-0,0335	0,8360
13	-0,0999	0,7323
14	-0,1034	0,6180
15	-0,0964	0,0818
16	-0,0818	0,3820
17	-0,0621	0,2878
18	-0,0401	0,1640
19	-0,9185	0,0730
20	0	0
21	0,0115	-0,0445
22	0,0193	-0,0750
23	0,0239	-0,0930
24	0,0257	-0,1000
25	0,0251	-0,0977
26	0,0225	-0,0875
27	0,0183	-0,0711
28	0,0129	-0,0500
29	0,0065	-0,0258
30	0	0

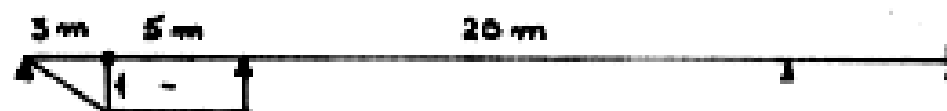
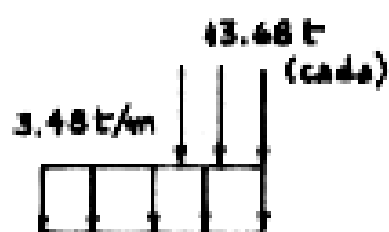
Seção a

13,68 t (cada)



$$Q_a \text{ m\bar{a}x} = 0$$

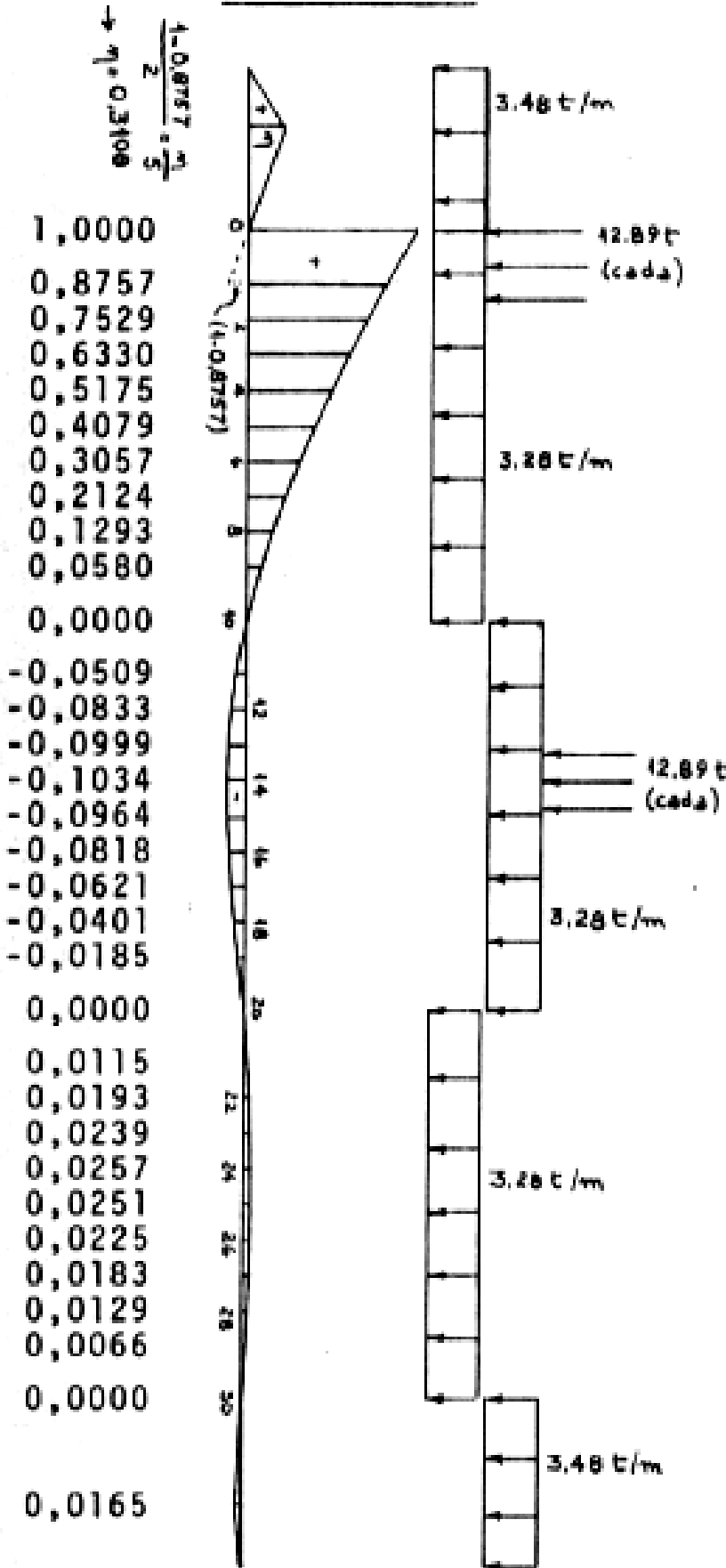
$$Q_a \text{ min} = - \left( 13,68(1+0,5+0) + 3,48 \times \frac{3 \times 1}{2} \right) = -25,74 \text{ t.}$$

Seção "0" esq.

$$Q_0^e \text{ m\bar{a}x} = 0$$

$$Q_0^e \text{ min} = - \left( 13,68(1+1+1) + 3,48 \left( \frac{3 \times 1}{2} + 5 \times 1 \right) \right) = -63,66 \text{ t.}$$

Seção "0" dir.



$$\begin{aligned}
 Q_0^d \text{ m\acute{a}x} &= (3,48 \times (3+5) \times 0,3108 \times \frac{1}{2} + 12,89(1+0,9068+0,8143) + 2 \frac{1}{2}(-0,8757+0,7529+ \\
 &+ 0,6330+0,5175+0,4079+0,3057+0,2124+0,1293+0,0580) \times 3,28 + 2(0,0115+ \\
 &+ 0,0193+0,0239+0,0257+0,0251+0,0225+0,0183+0,0129+0,0066) \times 3,28) = \\
 &= + 69,30t.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_0^d \text{ min} &= -(12,89(0,1012+0,1034+0,0990) + 3,28 \times 2,4 \times 0,6364 + 3,48 \times (5+3) \times \frac{0,0165}{2}) = \\
 &= - 9,15t.
 \end{aligned}$$



Seção 4

$$\begin{aligned}
 Q_4 \text{ m\bar{a}x} &= 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,3108 + 12,89(0,5175 + 0,4353 + 0,3568) + \\
 &+ 3,28 \times 2 \times \left( \frac{0,5175}{2} + 0,4079 + 0,3057 + 0,2124 + 0,1293 + \right. \\
 &\left. + 0,058 \right) + 3,28 \times 2 \times (\sum \eta = 0,1658) = 31,30 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_4 \text{ min} &= - (12,89(0,3071 + 0,396 + 0,4825) + 3,28 \times 2 \times \left( \frac{0,4825}{2} + \right. \\
 &+ 0,367 + 0,2471 + 0,1243) + 3,8 \times 2 \times (\sum \eta = 0,6364) + \\
 &+ 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,0165) = - 26,11 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

Seção 6

$$\begin{aligned}
 Q_6 \text{ m\bar{a}x} &= 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,3108 + 12,89(0,3057 + 0,2357 + 0,1709) + \\
 &+ 3,28 \times 2 \times \left( \frac{0,3057}{2} + 0,2124 + 0,1293 + 0,058 \right) + 3,28 \times \\
 &2 \times (\sum \eta = 0,1658) = +18,22 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

$$Q_6 \text{ min} = 42,41 \text{ t.}$$

Seção 8

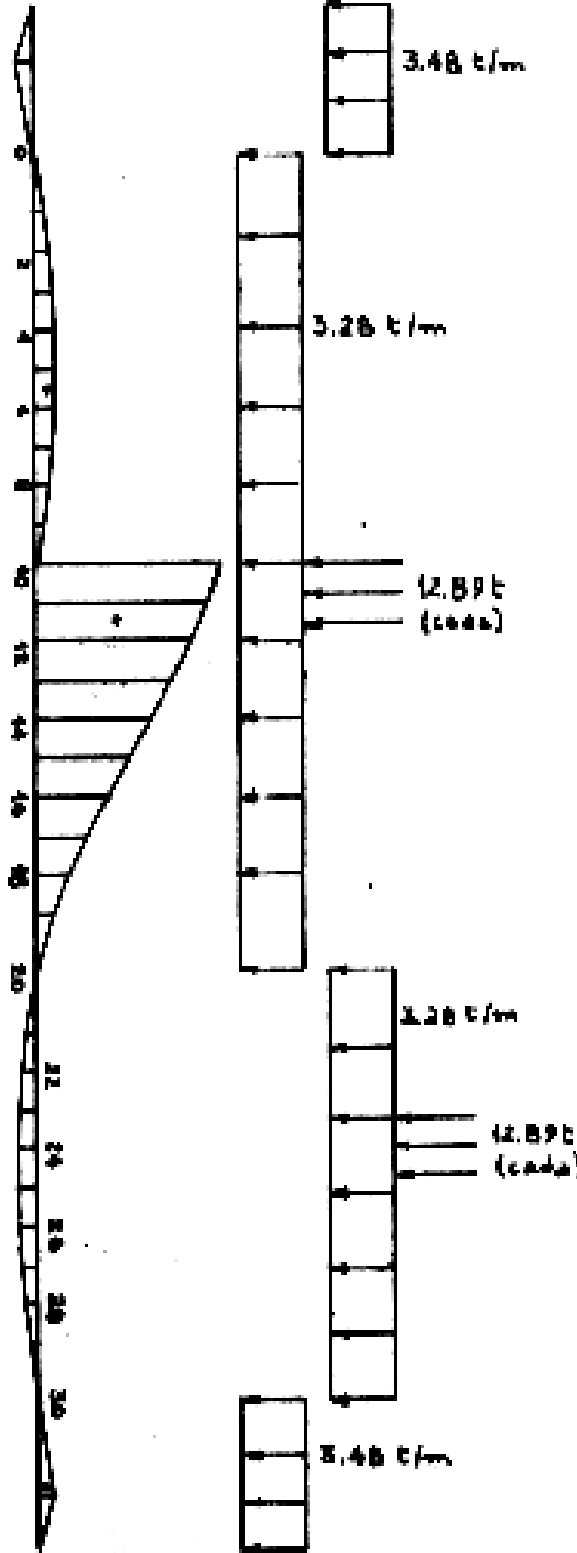
$$\begin{aligned}
 Q_8 \text{ m\bar{a}x} &= 13,68(0,3108 + 0,1554 + 0,2175) + 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,3108 + \\
 &+ 3,28 \times 2 \times \left( \frac{0,1293}{2} + 0,058 \right) + 3,28 \times 2 \times (\sum \eta = 0,1658) = \\
 &= 15,57 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

$$Q_8 \text{ min} = - 60,13 \text{ t.}$$

Seção 10

L.L. de S<sub>10</sub> à direita

- 0,0000
- 0,0258
- 0,0500
- 0,0711
- 0,0875
- 0,0977
- 0,1000
- 0,0930
- 0,0750
- 0,0445
- 1,0000
- 0,9270
- 0,8360
- 0,7323
- 0,6180
- 0,5000
- 0,3820
- 0,2678
- 0,1600
- 0,0730
- 0,0000
- 0,0445
- 0,0750
- 0,0930
- 0,1000
- 0,0977
- 0,0875
- 0,0711
- 0,0500
- 0,0258
- 0,0000



$$Q_{10}^e \text{ min} = -(12,89(0,9064+0,9565+1,000))+3,28 \times 2 \times (\frac{1}{2} + 0,942 + 0,8707 + 0,7876 + 0,6943 + 0,5921 + 0,4825 + 0,367 + 0,2471 + 0,1243 + 0) + 3,28 \times 2 \times (\Sigma \eta = 0,6364) + 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,0165 = -78,09 \text{ t.}$$

$$Q_{10}^e \text{ max} = 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,3108 + 13,68(0,1554 + 0,3108 + 0,2175) + 3,28 \times 2 \times$$

$$\times (\Sigma \eta = 0,1658) = + 14,77 \text{ t.}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{10}^d \text{ m\bar{a}x} &= 12,89(1,000+0,9544+0,8815)+3,28 \times 2,4 \times \left(\frac{1}{2} + \right. \\
 &+ 0,9270+0,8360+0,7323+0,6180+0,5000+0,3820 + \\
 &+ 0,2678+0,1600+0,0730)+3,28 \times 2 \times (\sum \eta = 0,6446) + \\
 &+ 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,0645 = 81,01 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{10}^d \text{ m\bar{i}n} &= -(3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,0645 + 12,89(0,095+0,1+0,0983) + \\
 &+ 3,28 \times 2 \times (\sum \eta = 0,6446) = - 8,91 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

### Seção 12

$$\begin{aligned}
 Q_{12} \text{ m\bar{a}x} &= 12,89(0,8360+0,7712+0,7040)+3,28 \times 2,4 \times \left(\frac{0,8360}{2} + \right. \\
 &+ 0,7323+0,618+0,500+0,382+0,2678+0,1600+0,0073)+ \\
 &+ 3,28 \times 2 \times (\sum \eta = 0,6446) + 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,0645) = \\
 &= 59,72 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{12} \text{ m\bar{i}n} &= -(12,89(0,0548+0,1071+0,164)+3,28 \times 2,4 \times \left(\frac{0,164}{2} + \right. \\
 &+ 0,073)+3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,0645 + 3,28 \times 2 \times (\sum \eta = 0,6446)) = \\
 &= - 10,55 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

### Seção 14

$$\begin{aligned}
 Q_{14} \text{ m\bar{a}x} &= 12,89(0,618+0,5442+0,4705)+3,28 \times 2,4 \times \left(\frac{0,618}{2} + \right. \\
 &+ 0,5+0,382+0,2678+0,16+0,073)+3,28 \times 2 \times (\sum \eta = \\
 &= 0,6446)+3,28 \times \frac{5+3}{2} \times 0,0645) = + 39,44 \text{ t.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{14} \text{ m\bar{i}n} &= -(12,89(0,382+0,3105+0,2418)+3,28 \times 2,4 \times \left(\frac{0,382}{2} + \right. \\
 &+ 0,2677+0,164+0,073)+\left(3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,0645\right) + 3,28 \times \\
 &\times 2 \times (\sum \eta = 0,6446) ) = - 22,65 \text{ t.}
 \end{aligned}$$



Seção 15

$$Q_{15} \text{ máx} = 12,89(0,5+0,4262+0,3534)+3,28 \times 2,4 \times \left(\frac{0,5}{2} + 0,382+0,2678+0,1600+0,073\right) + 3,28 \times 2 \times (\Sigma \eta = 0,6446) + 3,48 \frac{5+3}{2} \times 0,645) = +30,54t.$$

$$Q_{15} \text{ mín} = -(12,89(0,5+0,4262+0,3534)+ 3,28 \times 2,4 \times \left(\frac{0,5}{2} + 0,382 + 0,2678+0,1600+0,073\right) + 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 0,645 + 3,28 \times 2 \times \Sigma \eta = 0,6446) = -30,54t.$$

+++

## 11-2-5-3 Quadro dos esforços envoltórios devido a carga móvel

a) Momentos fletores - ( mt )

Seção	0	2	4	6	8	10	12	14	15
Máx	-	194,34	275,18	245,82	120,66	75,39	137,45	269,28	286,62
Mín	-220,08	-186,17	-153,12	-128,15	-147,65	-264,57	-113,66	-93,45	-84,42

b) Esforço cortante - ( t )

Seção	a	0esq	0dir	2	4	6	8	10esq	10dir	12	14	15
Máx	0	0	69,30	48,40	31,30	18,22	15,57	14,77	81,04	59,72	39,44	30,54
Mín	-25,74	-63,66	-9,15	-12,85	-26,11	-42,41	-60,13	-78,09	-8,94	-10,55	-22,65	-30,54

## II-2-6 - Traçado das Envoltórias

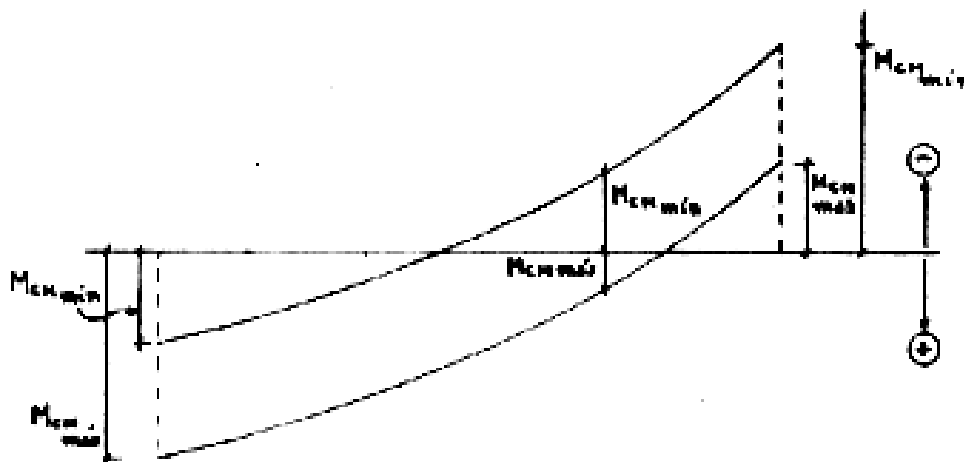
Uma vez analisados os esforços nas seções da ponte, para as cargas permanentes e cargas móveis, constroi-se o quadro dos esforços envoltórios, isto é, os esforços máximo e mínimo nas seções. Por esforço máximo entenda-se o maior esforço positivo, e por esforço mínimo o menor (valor algébrico) esforço negativo em uma seção.

## II-2-6-1 Envoltória de momento fletor

Calculados os esforços devidos às cargas permanentes e móveis, tem-se o seguinte quadro de valores (caso de ponte com placa de transição).

Seção	Momento de carga permanente		Momento de carga móvel	
	c/ placa	s/ placa	Mcm máx	Mcm mín

No desenho abaixo vê-se como podem se apresentar os diagramas de  $M_{cm\ m\grave{a}x}$  e  $M_{cm\ m\grave{i}n}$ .



Ao calcular-se o  $M_{m\grave{a}x}$  (momento fletor máximo) resultante em uma seção, pode ocorrer um dos casos abaixo :

- 1º - Momento de carga permanente  $> 0$
- 2º - Momento de carga permanente  $< 0$

Para o 1º caso, para obter-se  $M_{m\grave{a}x}$ , soma-se o maior momento positivo de carga permanente com o  $M_{cm\ m\grave{a}x}$ .

Para o 2º caso, soma-se o maior ( valor algébrico ) momento negativo de carga permanente com o  $M_{cm \text{ m\~{a}x}}$ .

No cálculo do  $M_{\text{min}}$  ( momento fletor mínimo ) resultante em uma seção pode ocorrer um dos casos :

1º Momento de carga permanente  $> 0$

2º Momento de carga permanente  $< 0$

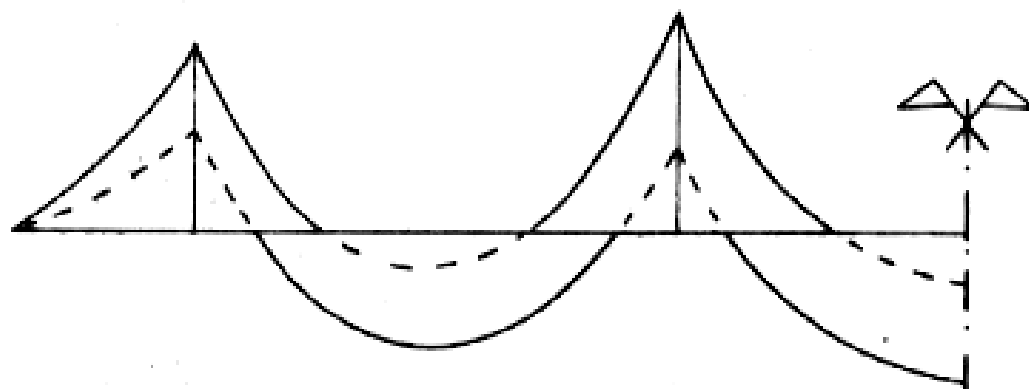
Para o 1º caso soma-se o menor momento positivo de carga permanente ao  $M_{cm \text{ min}}$ .

Para o 2º caso, soma-se o menor (valor algébrico) momento negativo de carga permanente com o  $M_{cm \text{ min}}$ .

Adiciona-se por fim ao quadro de esforços já existente as colunas

Seção	Momentos envoltórios		1,5 x Mom. envoltório	
	$M_{\text{m\~{a}x}}$	$M_{\text{m\~{i}n}}$	$M_{\text{d m\~{a}x}}$	$M_{\text{d m\~{i}n}}$

Desenha-se em seguida, com os valores de  $M_{\text{d m\~{a}x}}$  e  $M_{\text{d m\~{i}n}}$  o diagrama envoltório. Aconselha-se adotar as escalas : Horizontal - 1:100 ou 1:50; Vertical - 1cm = 20 mt ou 2cm = 50 mt .



Em linha cheia tem-se o diagrama envoltório

#### II-2-6-2 - Envoltória de esforços cortantes

A envoltória de esforços cortantes é obtida de maneira análoga à envoltória de momentos fletores, tendo-se ao fim o quadro .

Seção	$Q_{cp}$		$\psi \times Q_{cm}$		$Q_{envoltório}$		$Q_d = 1,5 \times Q$	
	c/placa	s/placa	máx	mín	máx	mín	máx	mín

#### II-2-7 - Quadro envoltório dos esforços para a ponte - exemplo .

Baseando-nos nos valores calculados anteriormente, construimos os quadros a seguir. As colunas com os valores de  $K$  dos momentos fatigados serão explicados adiante no "Dimensionamento de Armação da Viga" .

O desenho do diagrama envoltório encontra-se junto aos desenhos para o cálculo da armação da viga .

QUADRO ENVOLTÓRIO DE MOMENTOS - FLEIORES

SEÇÃO	CARGA PERMANENTE		x CARGA MÓVEL		MOMENTOS ENVOLTÓRIOS		$M_d = 1,5(M_{c1} + M_{cm})$		k	MOMENTOS FADIGADOS	
	COM PLACA	SEM PLACA	MÁXIMA	MÍNIMA	MÁXIMA	MÍNIMA	MÁXIMA	MÍNIMA		MÁXIMA	MÍNIMA
0	-195,57	-166,77	-	-220,08	-166,77	-415,65	-250,16	-623,48	1,00	-250,16	-623,48
2	30,26	52,27	194,34	-186,17	246,61	-155,91	369,92	-223,87	1,83	676,72	-427,83
4	126,76	141,99	275,18	-153,12	417,17	-26,36	625,76	-39,54	1,43	897,28	-56,70
6	93,94	102,37	245,82	-128,15	348,19	-34,21	522,29	-51,32	1,46	761,64	-74,83
8	-68,22	-66,57	120,66	-147,65	54,09	-215,87	81,14	-323,81	1,56	126,91	-506,48
10	359,70	-364,842	75,39	-264,57	-284,31	-629,41	-426,47	-944,12	1,00	-426,47	-944,12
12	14,05	8,91	137,45	-113,66	151,50	-104,75	-227,25	-157,13	1,87	425,08	-293,91
14	200,93	195,79	269,28	-93,45	470,21	102,34	705,32	153,51	1,09	767,01	166,94
15	224,29	219,15	286,62	-84,42	510,91	134,73	766,37	202,10	1,02	784,34	206,83

QUADRO ENVOLTÓRIO DE ESFORÇOS      CORTANTES

SEÇÃO	CARGA PERMANENTE		x CARGA MÓVEL		CORTANTES ENVOLTÓRIOS			Qd= 1,5( cl+0cm)	
	COM PLACA	SEM PLACA	MÁXIMA	MÍNIMA	MÁXIMA	MÍNIMA	MÁXIMA	MÍNIMA	
a	-18,439	-12,679	0	-25,74	-12,679	-44,179	-19,019	-66,269	
0 Esq	-59,789	-54,029	0	-63,66	-54,029	-123,449	-81,044	-185,174	
0 Dir	72,620	70,926	69,30	-9,15	141,920	61,776	212,880	92,664	
2	40,29	38,59	48,40	-12,85	88,690	25,75	133,035	38,610	
4	7,96	6,26	31,30	-26,11	39,260	-19,850	53,890	-29,775	
6	-24,38	-26,07	18,22	-42,41	6,160	-68,480	-9,240	-102,720	
8	-56,71	-58,40	15,57	-60,13	-41,140	-118,530	-61,710	-177,795	
10 Esq	-89,04	-90,734	14,77	-78,09	-74,270	-168,824	-111,405	-253,236	
10 Dir	97,332	97,332	81,01	-8,91	178,342	88,422	267,513	132,633	
12	58,4	58,4	59,72	-10,55	118,120	47,850	177,180	71,775	
14	19,47	19,47	39,44	-22,65	58,910	-3,180	88,365	-4,77	
15	-	-	30,54	-30,54	30,54	-30,54	45,810	-45,810	

## II-2-8 - Dimensionamento da Armação da Viga

Constitui-se de duas etapas de cálculo, a primeira para a determinação dos ferros necessários para combater os esforços provenientes do momento fletor, e a segunda para o cálculo dos ferros que combatem o esforço cortante .

### II-2-8-1 - Armadura de Flexão

#### a) Efeitos da fadiga

Traçado o diagrama envoltório temos determinados os momentos máximo e mínimo em cada seção . O dimensionamento da armadura é feito então para 2 seções da viga, a que apresenta maior momento positivo e a de maior momento negativo .

Devido à alterância dos valores de esforços em uma seção, causada pelas diferentes situações de carregamento, a norma EB3 manda que o dimensionamento seja feito para as seções que apresentarem maiores momentos fadigados positivos e negativos. Define-se momento fadigado por :  $M_f = M_1 \times K$ , onde  $M_1$  é o maior momento (valor absoluto) na seção e  $K$  é dado para dois casos :

a-1) momentos máximo e mínimo na seção são do mesmo sinal

$$K = \frac{M_1 - M_2}{M_1} \times \frac{\sigma_e}{\sigma_1}$$

a-2) momentos máximo e mínimo na seção são de sinais contrários .

$$K = \frac{M_1 + 0,5 M_2}{M_1} \times \frac{\sigma_e}{\sigma_1}$$



Nestas definições temos que :

$M_1$  e  $M_2$  são os momentos envoltórios máximo e mínimo na seção, usados nas fórmulas com seus valores absolutos .

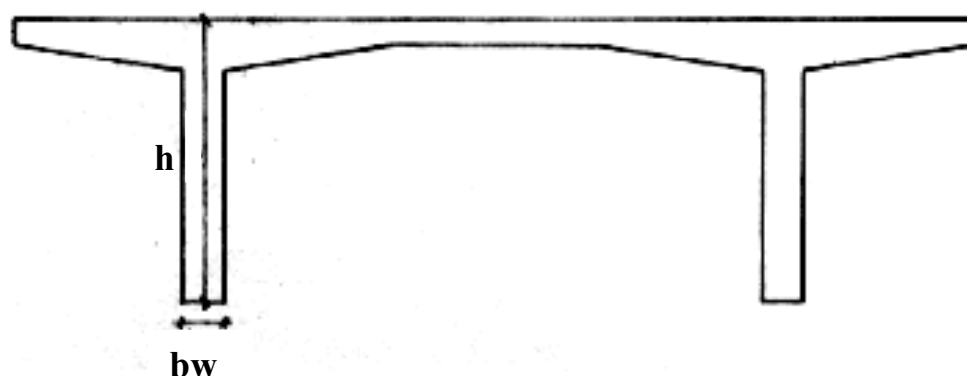
$$\sigma_e = f_{yk} \text{ de aço utilizado}$$

$$\sigma_1 = \frac{3600}{\psi} , \text{ onde : } \psi = 1, \text{ quando houver predominância de cargas pesadas (estradas) — } \psi = 0,75 \text{ quando não houver predominância de cargas pesadas (cidades)}$$

Uma vez calculada uma área de ferro para a seção , ela será multiplicada pelo coeficiente de fadiga K, obtendo-se assim a área definitiva de ferro a ser usada.

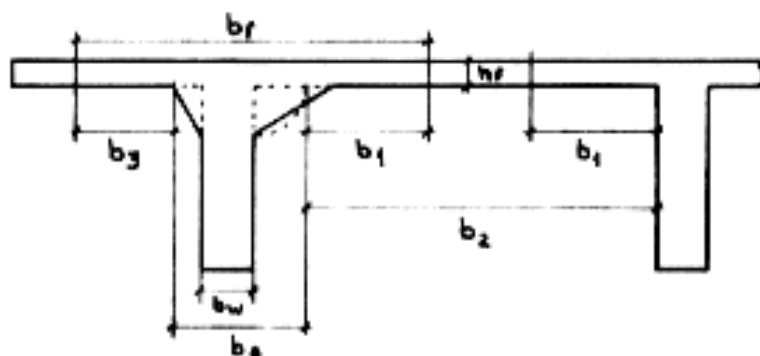
#### b) Dimensionamento

Determinadas as seções de maiores momentos positivo e negativo fadigados, procede-se ao cálculo das armaduras. Os dois casos de dimensionamento, momento positivo e negativo, diferem entre si apenas pela seção de concreto a ser adotada. Considerando-se a seção típica de uma ponte em duas vigas principais podemos ter :



- para momentos negativos : considera-se a viga como sendo retangular de largura  $b_w$  e altura  $h$ . O dimensionamento da armadura será igual ao caso de momento positivo .

- para momentos positivos : considera-se o auxilio da laje na resistência à compressão. Para tanto calcula-se a largura útil da laje ,  $b_f$  :



onde :

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,10 a \\ 8 h_f \\ 0,5 b_2 \end{cases} \quad b_3 \leq \begin{cases} 0,10 a \\ 6 h_f \end{cases}$$

$a = \ell$  , para vigas simplesmente apoiadas

$a = 3/4$  de  $\ell$ , para vãos com momento em apenas uma extremidade

$a = 3/5$  de  $\ell$  - para vãos com momentos nas duas extremidades

$a = 2 \ell$  - para trechos em balanço

$\ell =$  vão ou trecho considerado

$b_a = b_w +$  o menor cateto de cada uma das mísulas da laje .

#### b-1) Emprego das tabelas de ERNANI DIAZ

Para facilitar o cálculo empregaremos as tabelas de ERNANI DIAZ (CNT 113 - Pontes e Grandes Estruturas) que se baseiam nas normas do CEB 70, correntes com o que preconiza a NB1/77 .

O roteiro dado a seguir é para o caso de dimensionamento de seções com momentos positivos; para momentos negativos o procedimento é mais simples, necessitando-se apenas calcular os coeficientes com auxílio das tabelas e com estes determinar a área de ferro .

#### 1º) Cálculo da linha neutra - x :

Toma-se o momento  $M_{m\bar{a}x}$  na seção e determina-se o momento de cálculo :

$$M_{sd} = 1,5 \times M_{m\bar{a}x}$$

Calcula-se :

$$KMD = \frac{M_{sd}}{b_f d^2 f_{cd}}$$

onde : d = distância do centro de gravidade da armadura ao bordo comprimido, adota-se : 0,85; 0,90 ou 0,95 de h .

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5}$$

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão

Se  $KMD > \mu_{lim}$  (valores tabelados para cada Tipo de aço) teremos necessidade de armadura complementar de compressão na parte comprimida da viga, o que veremos adiante .

Se  $KMD < \mu_{lim}$  não é necessária armadura de compressão .

Escolhe-se um dos diagrama de deformação do concreto : parabólico - retangular ou retangular, de acordo também com o valor de  $\Delta H/H$  adotado (0,05 ou 0,10 de h)

Entra-se na tabela com o valor de KMD, interpolando-se linearmente onde necessário .

A primeira linha, corresponde ao KMD, dá os valores de KX, KZ, EC1, T24, T50, e T60, a linha inferior os valores de T'24, T'50 T'60, E'S, ES, EC2 .

Com o valor de KX calcula-se x .

$$x = KX \cdot d$$

Tem-se duas possibilidades que estudaremos separadamente :

$$\begin{cases} x < h_f \\ x > h_f \end{cases}$$

29) Cálculo da armadura quando  $x < h_f$  .

Neste caso a viga trabalha como se fosse retangular de largura  $b_f$  e altura h . Esta suposição foi feita quando usamos  $b_f$  no cálculo de KMD .

Com o valor de KZ correspondente ao KX, calcula-se :

$$Z = KZ \cdot d$$

A área de ferro necessária será :

$$A_s = \frac{1}{\sigma_{sd}} \frac{M_{sd}}{Z}$$

onde :  $\sigma_{sd}$  = T do aço com qual se está trabalhando .

No caso de ter sido calculado  $KMD > \mu_{lim}$ , tem-se :

$$M_{dc} = \mu_{lim} \cdot b_f \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$\Delta M_{sd} = M_{sd} - M_{sdc}$$

A área total de ferros resistentes à tração será :

$$A_s = \frac{1}{\sigma_{sd}} \frac{M_{sdc}}{Z} + \frac{\Delta M_{sd}}{d - \Delta h'}$$

onde :  $\sigma_{sd}$  e KZ são tirados da tabela em função do  $\mu_{lim}$ , e  $\Delta h'$  é estimado entre os valores possíveis de  $\Delta h'/h$  (0,05; 0,10; ou 0,15).

A área de ferros resistentes à compressão será :

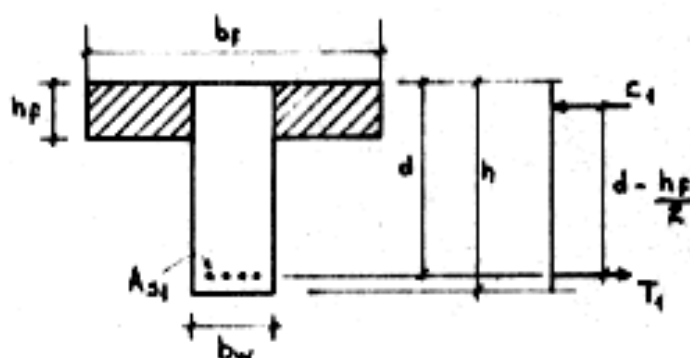
$$A'_s = \frac{1}{\sigma_{sd}} \frac{\Delta M_{sd}}{d - \Delta h'}$$

onde :  $\tau'_{sd} = T'$  do aço com o qual se está trabalhando

### 39) Cálculo da armadura quando $x > h_f$ .

Neste caso a viga trabalha como viga T, com mesa de largura  $b_f$  e alma de largura  $b_w$ .

i - Considera-se o momento resistido pelas abas da mesa -  $M'_{sd}$ .



$$b' = b_f - b_w$$

$$M'_{sd} = b' \cdot h_f \cdot 0,85 f_{cd} \left( d - \frac{h_f}{2} \right)$$

A área de ferro correspondente será  $A_{s1}$

$$A_s = \frac{1}{\sigma_{sd}} \cdot \frac{M'_{sd}}{Z}$$

onde :

$$Z = d - \frac{h_f}{2}$$

$T_{sd}$  será obtido na etapa seguinte .

ii - Calcula-se o momento complementar  $M''_{sd}$

$$M''_{sd} = M_{sd} - M'_{sd}$$

Com este valor calcula-se

$$KMD = \frac{M''_{sd}}{b_w d^2 f_{cd}}$$

Com este valor procede-se da mesma maneira como já foi visto para o caso de  $x \leq h_f$

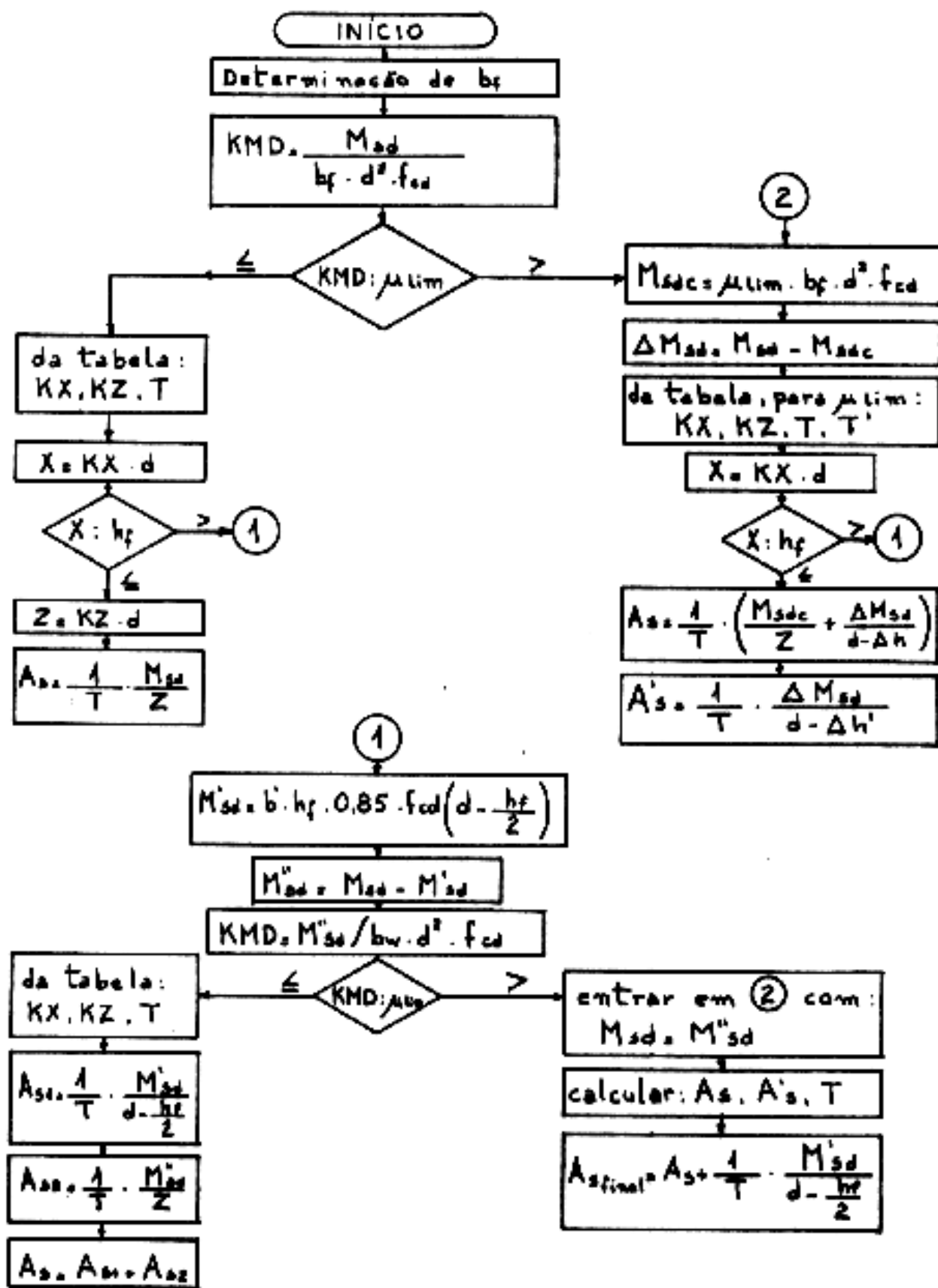
Obtêm-se uma armadura  $A_{s2}$  . A armadura final será :

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

Uma vez determinada para a seção a área de ferro necessária, multiplica-se este valor por K, coeficiente de fadiga, e obtém-se a área de ferro a ser utilizada .

Para metodizar o processo acima, apresentamos um fluxograma para dimensionamento da armadura de flexão .

FLUOGRAMA PARA DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA DE FLEXÃO:





c) Fissuração - Dobramento - Comprimento de Ancoragem -  
Comprimento de Traspasse

c-1) Fissuração .

A escolha da bitola de ferro deverá basear-se na fissuração máxima admissível pela norma. Para o caso de pontes (peça não protegida, em meio não agressivo) tem-se normalmente que a fissuração não deve ultrapassar 0,2mm. Para tal necessita - se que :

$$\frac{\phi}{\eta_b} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right) < 2$$

com as unidades em cm e  $K_{gf}/cm^2$  e onde :

$\sigma_s$  = tensão de serviço na armadura

$\rho_r$  = taxa geométrica da armadura na seção transversal de concreto  $A_{cr}$  interessada pela fissuração =

$$\frac{A}{A_{cr}} \cdot A_{cr} = 0,25 b_w d ; \rho_r \geq 0,04$$

$\phi$  = diâmetro da barra (bitola)

$\eta_b$  = coeficiente de deformação superficial das barras da armadura .

$$E_s = 2,1 \times 10^6 K_{gf}/cm^2 \quad \eta_b = \begin{cases} 1 & \text{para CA24, CA32} \\ 1,2 & \text{para CA40} \\ 1,5 & \text{para CA50} \\ 1,8 & \text{para CA60} \end{cases}$$

### 2) Dobramento .

No caso de vigas de pontes o dobramento das barras é feito num ângulo de 60º com a horizontal

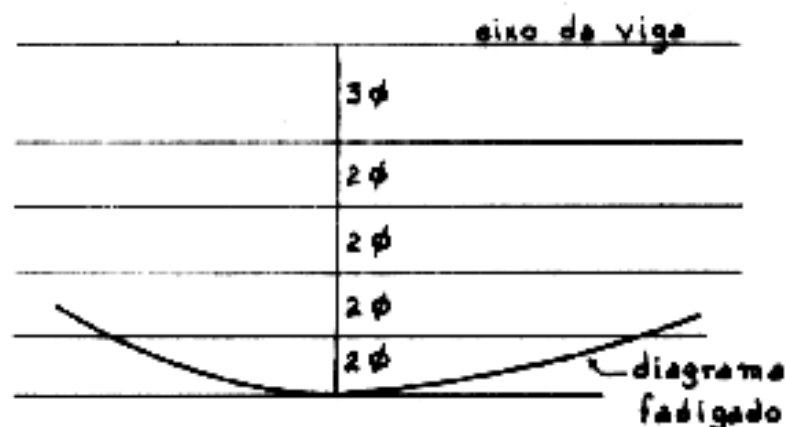
As barras serão sempre dobradas aos pares, i.e. , em um determinado ponto da viga não pode haver apenas uma barra dobrada .

O procedimento que enunciamos a seguir é válido tanto para armadura positiva quanto para armadura negativa, sendo realizado separadamente para cada um dos dois casos .

1º Divide-se por dois o número de ferros calculados para a seção mais solicitada. Caso o número de barras seja ímpar, arredonda-se para menos .

2º Divide-se a ordenada do diagrama de momentos fadigados, na seção considerada, pelo número acima obtido. Cada divisão corresponderá a duas barras. Caso o número de barras seja ímpar, a primeira divisão será uma e meia vez maior que as outras, pois representa 3 barras .

Exemplo de diagrama dividido para 11 barras necessárias .



Traçam-se paralelas ao eixo da viga pelos pontos de divisão .

3º O diagrama de momentos fadigados é então deslocado paralelamente ao eixo da viga no sentido desfavorável, de um valor  $a_d$ .

A NB 1 define  $a_d$  como sendo :

$$a_d = (1.5 - 1.2 \eta) d \geq 0.5d$$

O valor de  $\eta$  será visto adiante no estudo do cisalhamento.

A norma, entretanto, permite que  $a_d$  seja calculado em função da relação :

$$\frac{\tau_d}{1.15 \tau_w d} = r$$

Os valores de  $\tau_d$  e  $\tau_w d$  são obtidos do cálculo da armadura de cisalhamento.

$$a_d = 1.0 d, \text{ quando } r \leq 0.6$$

$$a_d = 0.75 d, \text{ quando } 0.6 < r < 0.8$$

$$a_d = 0.50 d, \text{ quando } r \geq 0.8$$

Na prática adota-se  $a_d = 0.75 d$

4º Os pontos onde as divisões paralelas à viga cortam o diagrama deslocado, são os pontos onde os pares de ferros podem ser dobrados. Embora estes sejam os pontos a partir dos quais os ferros podem ser dobrados, o dobramento será definido posteriormente pelo estudo dos esforços cortantes.

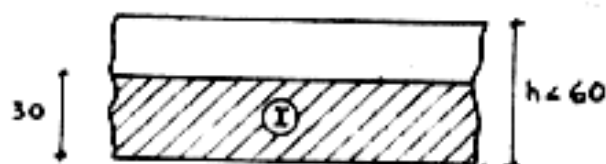
## c-3) Ancoragem

Segundo a norma brasileira, a tensão para o cálculo do comprimento de ancoragem de uma barra depende da região onde esta se encontra ancorada. Sendo assim define-se Zona de Boa Aderência (Zona I) como :

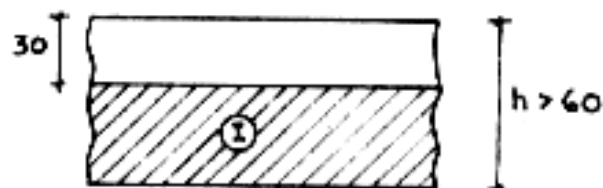
- qualquer região onde ancore um trecho de barra inclinada entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$  com a horizontal .

- para trechos de barra ancorando horizontalmente ou em ângulo menor que  $45^\circ$  têm-se as seguintes situações :

i - Viga com  $h < 60\text{cm}$  : Zona I é a região compreendida entre o fundo da viga e uma altura de 30cm a partir do fundo .



ii - Viga com  $h > 60\text{cm}$  - Zona I é a região começando 30cm abaixo da face superior da viga e indo até a face inferior .



Qualquer região diferente das acima definidas é considerada Zona de Má Aderência (Zona II) .

## 19) Comprimento de ancoragem

O comprimento de ancoragem é dado pela fórmula

$$l_b = l_{b1} \frac{A_s \text{ calculada}}{A_s \text{ existente}}$$

onde :

$A_s$  = área de ferro da armadura de momento

$$l_{b1} = \frac{\phi}{4} \frac{f_{gd}}{b} \quad (\text{Zona de Boa Aderência})$$

ou

$$l_{b1} = \frac{\phi}{4} \frac{f_{gd}}{\frac{2}{3} b} \quad (\text{zona de má aderência})$$

$\phi$  = diâmetro da barra em cm

$f_{gd}$  e  $b$  em  $Kg.f/cm^2$

$b = 0,9 \eta_b f_{cd}$ , para  $\eta_b \leq 1,2$  (CA25,CA32)

$b = 0,5 \eta_b f_{cd}^2$ , para  $1,5 \leq \eta_b \leq 1,8$

(CA40,CA50,CA60)

Deve-se observar :

$$l_b \geq \begin{matrix} l_{b1}/3 \\ 10 \phi \\ 10 \text{ cm} \end{matrix}$$

29) Uso de ganchos .

Caso sejam usados ganchos nas extremidades dos trechos de ancoragem, minora-se o comprimento de  $l_b$ . tem-se :

$$l_{be} = l_b - \Delta l_b$$

onde :

$$\Delta l_b = 15 \phi , \text{ para CA25 e CA 32}$$

$$\Delta l_b = 10 \phi , \text{ para CA40 , CA50 e CA60}$$

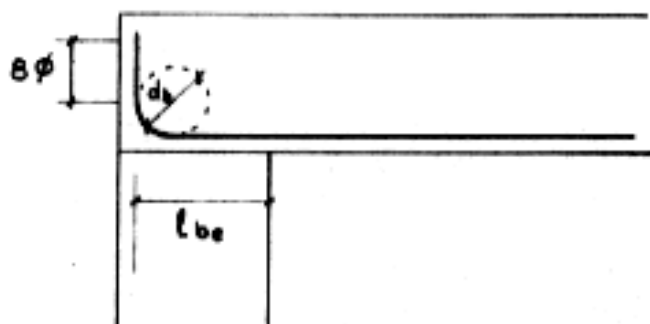
### 39) Ancoragem nos apoios .

Para garantir a transmissão da carga da viga para o apoio, deve-se prolongar parte da armadura do vão até o apoio. Têm-se dois casos :

#### i Apoio extremo :

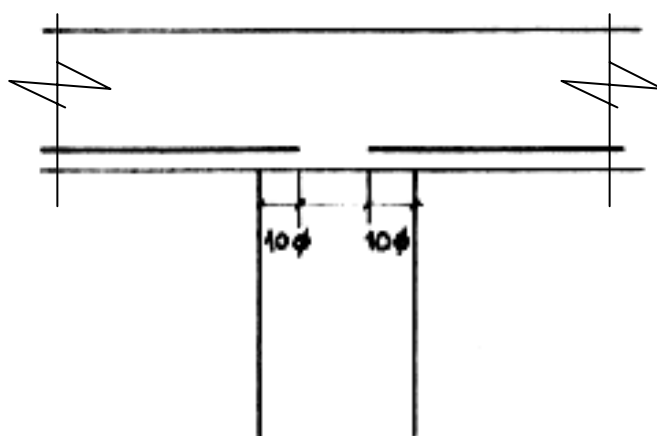
Prolonga-se 1/3 da armadura do vão até o apoio, sendo o comprimento de ancoragem =  $l_{be}$  .

$$l_{be} = l_b - \Delta l_b$$



ii - Apoio intermediário .

Prolonga-se 1/4 da armadura do vão .



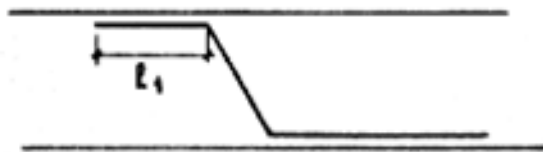
40) Ancoragem de barras dobradas .

Como foi visto dobram-se as barras a 60º com a horizontal .

Ocorrem dois casos :

i - Barra dobrada combatendo o cisalhamento

Deve ser ancorada horizontalmente com comprimento de ancoragem =  $l_1$



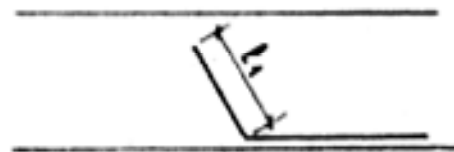
$0,6\ell_b$  , sem gancho

1  $0,6\ell_b - \Delta\ell_b$  , com gancho

$0,5 \ell_{b1}$  , sempre

ii- Barra dobrada não combatendo o cisalhamento .

Ancorada inclinada com comprimento de ancoragem  $\ell_1$  ( visto anteriormente ) .



Segue-se uma tabela elaborada pela Promon, para aço CA50, determinando os vários comprimentos de ancoragem, de acordo com bitola e  $f_{ck}$  .



TABELA COMPRIMENTOS DE ANCORAGEM (cm)  
AÇO CA-50

Ø mm	ANCORAGEM RETA				BARRAS DOBRADAS			
	SEM GANCHOS		COM GANCHOS		SEM GANCHOS		COM GANCHOS	
	ZONA I	ZONA II	ZONA I	ZONA II	ZONA I	ZONA II	ZONA I	ZONA II
5	27	40	22	35	16	24	13	20
6,3	34	51	27	44	20	30	17	25
8	43	64	35	56	26	39	21	32
10	54	80	44	70	32	48	27	40
12,5	67	100	54	88	40	60	33	50
16	86	128	70	112	51	77	43	64
20	107	161	87	141	64	96	54	80
22,2(*)	119	178	97	156	71	107	59	89
25	134	201	109	176	80	120	67	100
32	171	257	-	-	-	-	-	-
5	24	36	19	31	14	21	12	18
6,3	30	45	24	39	18	27	15	22
8	38	57	30	49	23	34	19	28
10	47	71	37	63	28	43	24	36
12,5	59	89	47	76	36	53	30	44
16	70	114	60	98	46	68	38	57
20	95	142	75	122	57	85	47	71
22,2(*)	105	158	83	135	63	95	53	79
25	119	178	94	153	71	107	59	89
32	152	228	-	-	-	-	-	-
5	22	33	17	28	13	20	11	17
6,3	28	42	22	35	17	25	14	21
8	35	53	27	45	21	32	18	27
10	44	66	34	56	27	40	22	33
12,5	55	83	43	70	33	50	28	41
16	71	106	55	90	42	64	35	53
20	88	133	68	113	53	80	44	66
22,2(*)	98	147	76	125	59	88	49	74
25	110	166	85	141	66	99	55	83
32	141	212	-	-	-	-	-	-

(\*) Bitola intermediária não especificada pela EB-3/76

$f_{ck} = 150 \text{ kgf/cm}^2$

$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2$

$f_{ck} = 200 \text{ kgf/cm}^2$

## c-4) Comprimento de traspasse

Quando para um determinado ferro na viga calcula-se um comprimento total maior que 11 m ( comprimento máximo de uma barra ), este poderá ser constituído por barras emendadas por superposição ou traspasse .

O comprimento de superposição necessário, para que se garanta transmissão de esforços, é dado por :

$$l \text{ traspasse} = \psi_5 l_b \text{ ( sem ganchos )}$$

$$l \text{ traspasse} = \psi_5 l_b - \Delta l_b \text{ ( com ganchos )}$$

onde :

$l_b$  e  $\Delta l_b$  são os mesmos vistos na ancoragem

$\psi_5$  é um coeficiente que depende da proporção  $K$  de barras emendadas na mesma seção e da distância transversal  $a$  entre emendas de uma seção .

Vista em planta



Valores de  $\psi_5$ 

a	K				
	$\leq 1/5$	$>1/5 \leq 1/4$	$>1/4 \leq 1/3$	$>1/3 \leq 1/2$	$>1/2$
$\leq 10 \phi$	1,4	1,6	1,8	2,0	-
$> 10 \phi$	1,2	1,3	1,3	1,5	1,6

Para  $a \leq 10 \phi$  não é permitido emendar mais que 50% dos ferros de uma seção .

Deve-se ter uma espessura de concreto em torno da emenda não inferior a  $2\phi$  nem a 2 cm .

Valores máximos de K ( proporção de barras emendadas )

BITOLA	$S_{gk} > S_{qk}$		$S_{gk} > S_{qk}$	
	$\eta_b \geq 1,5$	$\eta_b < 1,5$	$b > 1,5$	$\eta_b < 1,5$
$\leq 12,5$	todas	1/2	1/2	1/4
$> 12,5$	1/2	1/4	1/2,5	1/5

onde :

$S_{gk}$  = esforços devidos a carga permanente

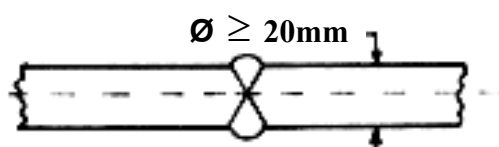
$S_{qk}$  = esforços devido a carga móvel

## c-5) Emenda com Solda

Quando um ferro exige comprimento maior que o de uma barra, podem ser executados tres tipos de solda, de acordo com

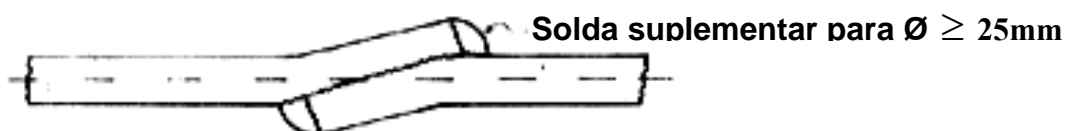
as especificações do construtor :

19) De topo - para bitolas não inferiores a 20mm

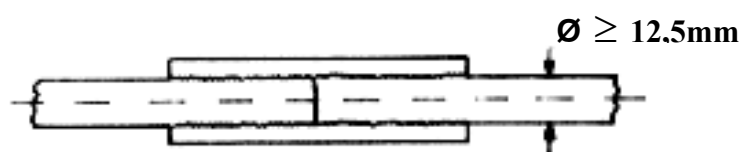


29) De traspasse - para bitolas entre 6mm e 40mm .

As barras devem ter seus eixos alinhados e, sendo a bitola maior que 25mm, as barras devem ser cobertas frontalmente com solda suplementar.



39) Com outras barras agindo como cobrejuntas, com cordões de solda longitudinais, para bitolas não inferiores a 12,5mm. O eixo do baricentro da solda deve coincidir com o eixo das barras .



## II-2-8-2 - Armadura de Cisalhamento

Traçada a envoltória de esforço cortante traçar-se o diagrama de  $\tau_{wd}$  ( tensão cisalhante de cálculo ), dado por :

$$\tau_{wd} = \frac{1,5 V}{b_w d} ,$$

Calculado apenas para os pontos notáveis, i.e., início e fim de voute, onde ocorre maior cortante e entre os quais  $b_w$  varia, sendo :

$$V = V_{cp} + \varphi V_{cm} = \text{cortante envoltório na seção}$$

$\varphi$  = coeficiente de impacto .

Determina-se o valor último da tensão de cálculo :

$$\tau_{wc} = 0,20 f_{cd} = 0,20 \frac{f_{ck}}{1,5}$$

Se  $\tau_{wd} \leq \tau_{wu}$  e  $\tau_{wd}$  (no fim da voute)  $> \tau_{wu}$  é necessário aumentar o comprimento da voute. Prolonga-se a voute da viga até o ponto onde  $\tau_{wd} = \tau_{wu}$ . Evita-se assim que a tensão de cálculo ultrapasse o valor último ( $\tau_{wu}$ ). O estudo é feito para o fim da voute pois é aí que se dá a maior tensão cisalhante .

Se  $\tau_{wd}$  (no apoio)  $> \tau_{wu}$ , é necessário aumentar a largura da viga sobre o apoio para que se tenha  $\tau_{wd}$  (no apoio)  $\leq \tau_{wu}$ . Calcula-se de novo os outros  $\tau_{wd}$  e procede-se como foi visto acima quanto ao prolongamento da voute .

Em seguida segue-se o seguinte roteiro .

a) Divide-se a viga em trechos respeitando-se o seguin

te :

1º cada trecho deve ser aproximadamente 1/10 do vão .

2º em torno dos apoios, os trechos à esquerda e à direita são terão armação de estribos .

3º um dos trechos deve sempre terminar onde se tenha o fim da voute e onde se tenha força cortante nula.

4º outro trecho onde se considerará somente armação com estribos é onde ocorrerem forças cortantes positivas e negativas.

b) Cálculo da percentagem de armadura:  $\rho_{wm}$

Para cada trecho da viga, calcula-se a percentagem de armadura de cisalhamento ( relativa à seção de concreto ) .

$$\rho_{wm} = \frac{\tau_d}{f_{gd}} = \frac{1,15 \tau_{wd}}{\frac{f_{gk}}{1,15}}$$

Nos trechos de largura variável, usa-se a largura da seção correspondente ao  $\tau_{wd}$  adotado no trecho .

A área de ferro será dada por :

$A_s = \rho_{wm} \times 100 b_w$  ; que é a área de ferro necessária por metro de viga .

c) Cálculo da fadiga .

Segundo a EB-3 .

- Para estribos :

$$K_e = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \times \frac{\sigma_e}{2800}$$

- Para ferros dobrados :

$$K_d = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \times \frac{\sigma_e}{3600}$$

onde :

$Q_1$  e  $Q_2$  correspondem aos valores máximo e mínimo do cortante no trecho usados em valor absoluto. Se em um trecho houver inversão de força cortante, torna-se,  $Q_2 = 0$ .

$$\sigma_e = f_{yk} \text{ do aço utilizado}$$

d) Cálculo da minoração de  $\rho_{wm}$  :  $\rho_{wu}$

Deve-se considerar, no caso de pontes, a diminuição de tensões devida à compressão do concreto. Baseia-se na recomendação 43143 do CEB, onde :

$$\rho_{wu} = \eta \rho_{wm}$$

Em cada zona (definida abaixo)  $\eta$  é calculado pela fórmula :

$$\eta = 1 - 1,25 \frac{f_{ck}}{\tau_{wd}} \times \psi_0 \text{ estando } f_{ck} \text{ e } \tau_{wd} \text{ em Newton/cm}^2, \text{ ou aproximadamente t/m}^2.$$

$\psi_0$  é dado por :

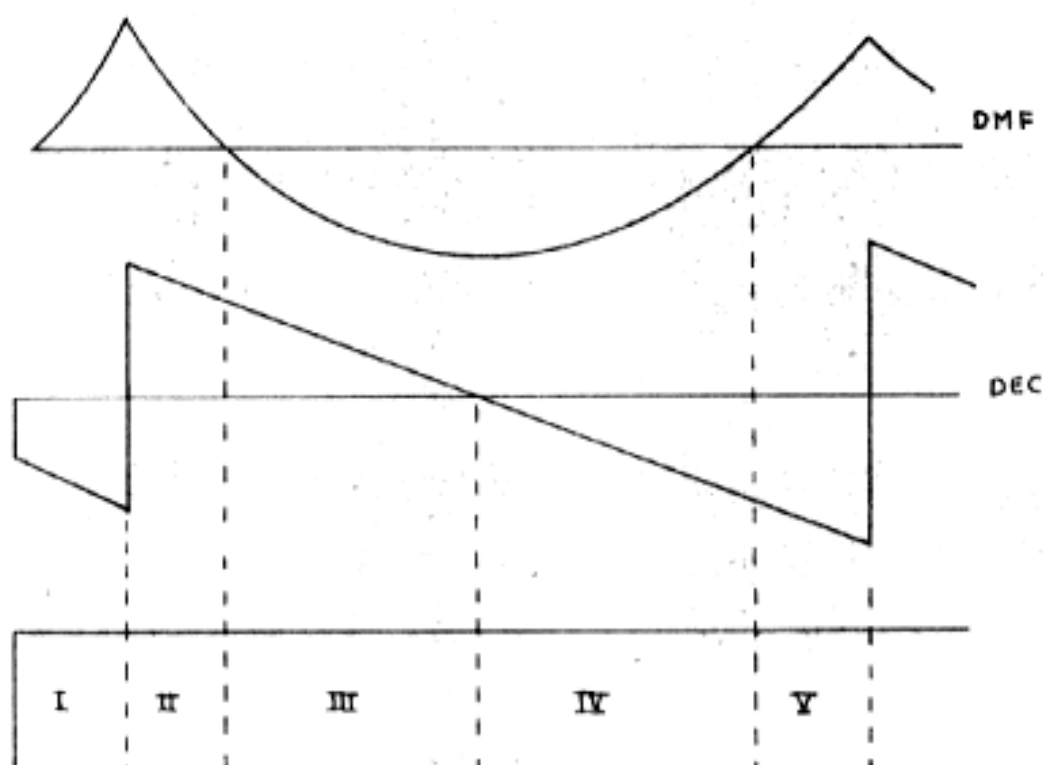
$$\psi_0 = 0,5 + 33 \times \rho_{\ell w}, \text{ para } \rho_{\ell w} < 0,015$$

$$\psi_0 = 1, \text{ para } \rho_{\ell w} \geq 0,015.$$

$\rho_{\ell w}$  é a percentagem de armadura de tração, referida à área da seção de concreto, calculada a 2h do apoio.

As zonas onde se deve tomar  $\eta$  constante são determinadas com auxílio dos diagramas de momento e esforço cortante de carga permanente. São as zonas compreendidas entre pontos em que um dos dois diagramas é zero.

Veja o desenho .



Nas zonas de predominância de momentos positivos, calcula-se o  $\rho_{\ell w}$  referente à armadura de ferros positivos a  $2h$  do apoio. Nos trechos onde predominam momentos negativos,  $\rho_{\ell w}$  refere-se aos ferros negativos .

Para o cálculo de  $\rho_{\ell w}$  deve-se deslocar longitudinalmente o diagrama de momentos fadigados de um valor  $a_{\ell}$  dado por :

$$a_{\ell} = ( 1,5 - 1,2\eta ) d \quad 0,5 d$$



Como não se sabe ainda o valor de  $\eta$ , adota-se  $a_l = 0,75d$  para o cálculo de  $\rho_{lW}$  e, posteriormente, de  $\eta$ .

#### e) Quadro de cálculo

Para facilitar o cálculo, usa-se construir o seguinte quadro.

Zona	Trecho	$\Delta l$	$z_{wd}$	$\rho_{wn}$	$\eta$	$k_d$	$k_e$	$A_s$	$k_e A_s$	$40\% k_e A_s$	$A_{sd}$	$A_{sd\text{ real}}$
			↑ maior valor no trecho					$= \eta \cdot \rho_{wn} \cdot 100 \cdot b_w$		↑ recomenda- ção de estribo por metro	$= 60\% k_e A_s \cdot \Delta l$	$= \frac{A_{sd}}{\sqrt{2} \cos \beta}$

Caso um trecho abranja duas zonas, adota-se para  $\eta$  do trecho o seu maior valor entre as duas zonas.

Nos trechos juntos aos apoios e onde há alternância de força cortante sã se usa armação de estribo.

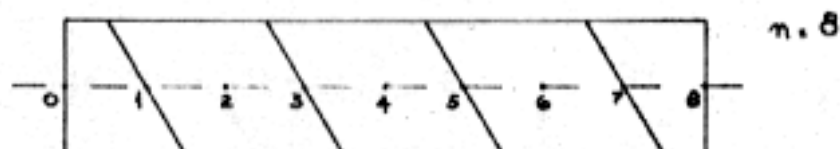
Nos demais trechos, segundo recomendação do CEB, adota-se 40% de estribos e 60% de ferros dobrados.

$\beta$  é o ângulo que o ferro faz com uma reta a 45° com a horizontal. Em pontes, como a barra é dobrada a 60° com a horizontal,  $\beta = 15^\circ$

Sabendo-se a área real de ferro dobrado necessária em um trecho, determina-se o número de barras a serem utilizadas, dividindo-se a área necessária pela área da barra em uso (especificada quando se dimensiona ao momento fletor).

Divide-se o trecho pelo número de ferros dobrados necessários ( $n$ , tomado sempre par). Numerando-se as divisões

de zero a  $n$ , os ferros serão dobrados dois a dois nas divisões im pares. Veja o desenho .



O espaçamento entre os ferros deve aumentar  $\bar{a}$  medida que se afasta do apoio, porém não deve exceder a  $h/2$  .

Com a área de estribos necessária por metro —  $(40\% k_e A_s)$ , determina-se a bitola e o espaçamento a serem usados.

Escolhido um ferro para estribo ( $\phi$  estribo =  $1/8 b_w$ ) com área  $S_f$ , o espaçamento no trecho será :

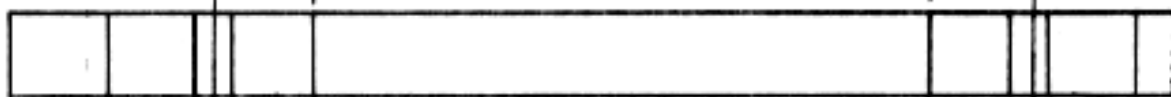
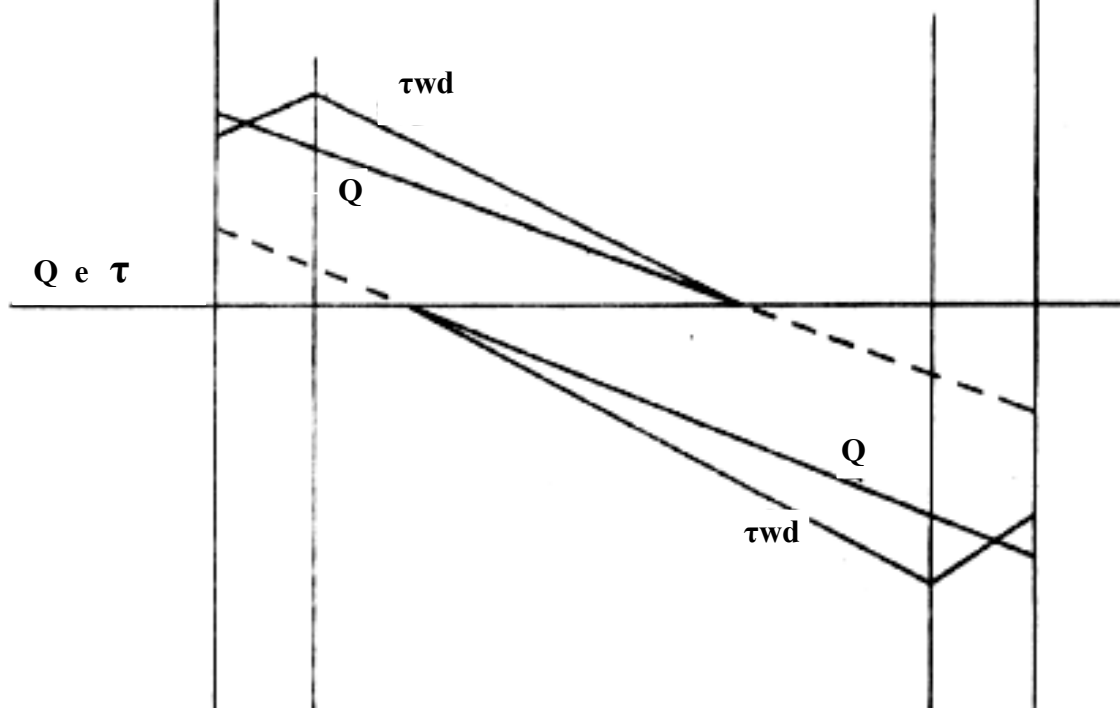
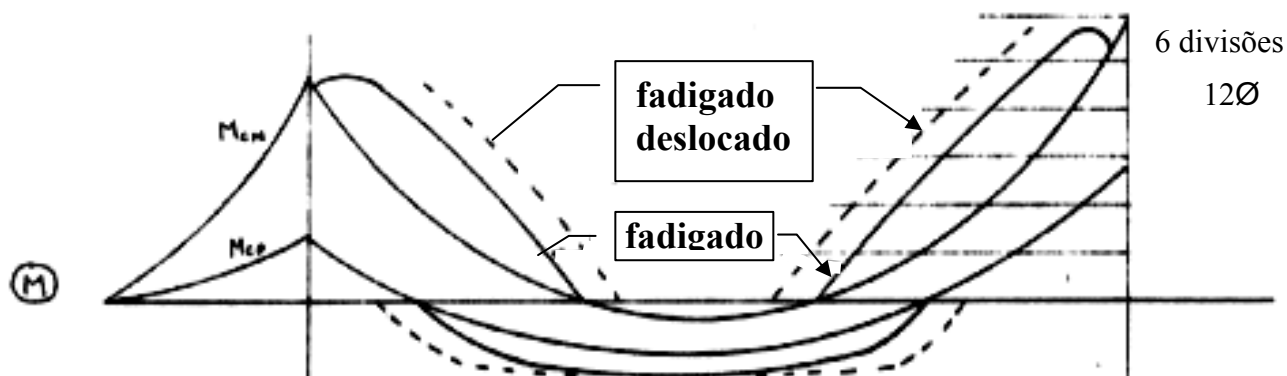
$$e = \frac{p \cdot S_f}{0,4 k_e A_s}$$

onde  $p$  é número de pernas do estribo; quando simples,  $p=2$ , quando duplo,  $p = 4$  .

Se o trecho não é múltiplo do espaçamento , é feita uma correção a partir do apoio, aumentando-se o trecho quando necessário e descontando-se do trecho seguinte .

É comum entre alguns calculistas o uso de apenas estribos no combate  $\bar{a}$  força cortante. Neste caso a área de estribo necessária por metro será  $k_e A_s$  .

### Momento Fletor



Viga



Viga em Planta

2º De acordo com o que foi visto em I-3-2, determinam-se os pontos onde os ferros podem ser dobrados .

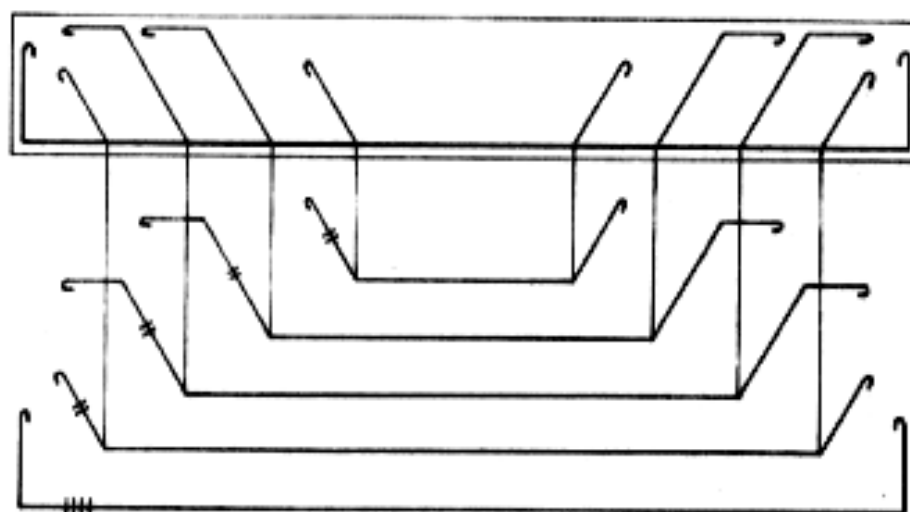
3º Baseado no que foi exposto no ítem "e" e no quadro de cálculo, traçam-se no desenho da viga as posições dos pares de ferro dobrados, que combatem o cisalhamento .

4º Sabendo o ponto de dobramento dos pares de ferro ( passo 2 ), eles são dobrados a partir deste ponto, na direção de maior segurança, de maneira que uma vez dobrados estejam em uma das posições determinadas no passo 3. Em cada uma destas posições podem ser dobrados tantos ferros quantos forem possíveis, não ultrapassando o número limite de ferros em uma camada. Dos ferros dobrados em uma posição, um par combate o cisalhamento, ancorando com patamar horizontal, podendo os restantes ancorarem inclinados.

Obs: Visto que o comprimento de ancoragem inclinada é igual ao de ancoragem horizontal, tornou-se nos últimos tempos prática usual sã serem dobrados os ferros que combatem o cisalhamento. Os demais ferros ancoram na horizontal a partir do ponto em que não são mais necessários .

5º Caso se tenham ferros positivos e negativos para combater o cisalhamento em uma dada posição, usa-se aquele que ancora na Zona I (vide Ancoragem) .

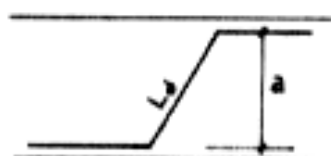
6º Seguindo-se as etapas acima, tem-se desenhados : a viga, com os ferros dobrados em posição, sabendo-se quais ancoram dobrados com patamar e quais dobrados sem patamar. Pode-se então tirar os ferros da viga, de tal maneira que um ferro menor fique sempre dentro do que lhe é maior. Veja o desenho .



7º Separam-se os ferros, tanto positivos como negativos, em camadas. Não se adota o número máximo permissível em uma camada, prevendo-se a possível existência de emendas. Os ferros positivos maiores pertencem às camadas inferiores na face inferior, e os negativos maiores às camadas superiores na face superior.

8º O comprimento inclinado do ferro irá depender da distância a entre as camadas onde se encontra o ferro e onde ele ancora.

$$L \text{ dobrado} = \frac{l}{\text{sen } 60^\circ} \quad a = 1,15 a$$

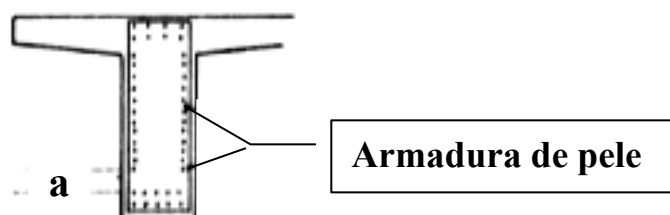


## II-2-8-3 - Armadura de distribuição

Segundo o item 6-3-1-2, da NBI adota-se, além das armaduras principais, quando a altura da viga é maior que 60cm, uma armadura distribuída nas paredes da viga. Esta armadura é conhecida como "armadura de pele" e tem seu valor dado por :

$$A_{pele} = \frac{0,05}{100} \times b_w \times d \text{ ( em cada face )}$$

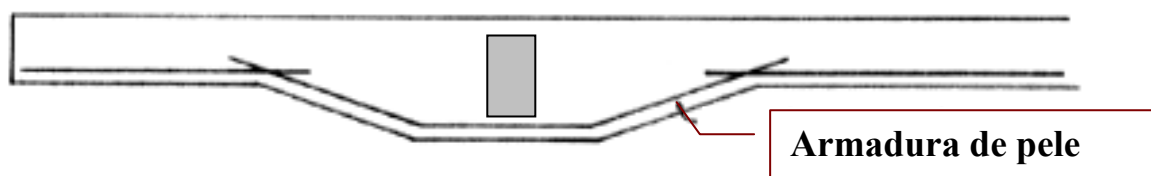
Esta armadura é colocada corrida nas duas faces da viga, e de uma maneira tal que sua distância à armadura positiva seja igual à distância à armadura negativa. O espaçamento entre as barras não deve ser maior que  $d/3$  ou 30cm .



$$6\text{cm} < a < 20\text{cm}$$

No alargamento sobre os apoios a armadura de pele acompanha o contorno da viga .

Vista em planta .



## II-2-8-4 - Dimensionamento da armadura da ponte-exemplo .

Como a ponte é simétrica, analizaremos apenas metade desta, sendo a armadura encontrada repetida para a outra metade .

## 1º Armadura de momento fletor .

Dimensionaremos as seções mais esforçadas, que são: 4, 10 e 15, sendo que a seção 0 (apoio extremo) será dimensionada com armadura proporcional à da seção 10 .

Seguiremos o fluxo apresentado anteriormente :

- Seção 4

Cálculo de  $b_f$  :

$$b_f = b_w + b_1 + b_3$$

das características da seção da ponte temos :

$$b_w = 0,4 + 2 \times 0,13 = 0,66$$

$$0,10_a = 0,10 \times 3/5 \times 20 = 1,2m$$

$$b_1 \leq 8h_f = 8 \times 0,22 = 1,76m$$

$$0,5 b_2 = 0,5 \times 6,34 = 3,15m$$

$$+ b_1 = 1,2 m$$

$$0,10_a = 0,10 \times 3/5 \times 20 = 1,2m$$

$$b_3 <$$

$$6h_f = 6 \times 0,22 = 1,32m$$

$$b_3 = 1,2 m$$

$$b_f = 0,66 + 1,2 + 1,2 = 3,06m$$

$$KMD = \frac{M_d}{b_f \times d^2 \times f_{cd}}$$

$$M_d = 625,76 \text{ mt}$$

$$d = 0,95h = 0,95 \times 2 = 1,90\text{m}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,5} = \frac{1800}{1,5} = 1200 \text{ t/m}^2$$

$$KMD = \frac{625,76}{3,06 \times 1,9^2 \times 1200} = 0,047 < \mu_{lim}$$

→  $KX = 0,071$  ( usando o diagrama retangular de tensões )

$$KZ = 0,972$$

$$T = 4348$$

$$X = 1,9 \times 0,071 = 0,135 < h_f = 0,22$$

$$Z = 0,972 \times 1,9 = 1,8468$$

$$A_s = \frac{1}{T} \frac{M_d}{Z} = \frac{1}{4,348} \times \frac{625,76}{1,8468} = 81,79\text{cm}^2$$

$$K \times A_s = 1,43 \times 81,79 = 116,96\text{cm}^2$$

→  $42\phi 3/4''$  ( $119,7\text{cm}^2$ )

momentos resistido por uma barra

$$116,96 \text{ ————— } 625,76 \times 1,43$$

$$119,7 \text{ ————— } x = 915,8\text{mt}$$

→  $m_1\phi = 22\text{mt}$  divide-se o diagrama em 21 partes —

(42/2) de 44mt (2 x 22), que representam os momentos resistidos pelos pares de ferros .



- Seção 10**Apoio 10 - Momento fletor Maximo Negativo**

Apoio central

$$M_d = 944,12 \text{ tm}$$

$$b = 80 \text{ cm}$$

$$h = 2,0 \text{ m} ; d = 1,9 \text{ m}$$

$$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2 = 1800 \text{ t/m}^2$$

$$k_{md} = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{944,12 \text{ tm}}{0,80 \text{ m} \times (1,90 \text{ m})^2 \times \left(\frac{1800}{1,5}\right) \left(\frac{\text{t}}{\text{m}^2}\right)} =$$

$$k_d = 0,27 \cong 0,26 = k_{md} \text{ limite para CA50}$$

$$k_z = 0,815$$

$$A_s = \frac{M_d}{k_z \times d \times f_{yd}} = \frac{944,12 \text{ tm}}{0,815 \times 1,90 \text{ m} \times \left(\frac{5,0}{1,15}\right) \left(\frac{\text{t}}{\text{cm}^2}\right)} = 140 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 28 \text{ ferros } 1'' (25 \text{ mm}) \text{ CA } 50$$

$$\text{Cada ferro resiste a } \Delta M = \frac{944,12 \text{ tm}}{28 \text{ ferros}} = \frac{33,7(\text{tm})}{1 \text{ ferro de } 25 \text{ mm}}$$

$$\text{Interrompendo 3 ferros de cada vez : } \Delta M = 3 \text{ ferros} \times 33,7 \left(\frac{\text{tm}}{\text{ferro de } 25 \text{ mm}}\right) = 101 \text{ tm}$$

Dividir o diagrama proporcionalmente.

$$\text{Decalagem} = 0,75 \times 1,90 \text{ m} = 1,4 \text{ m}$$

$$\text{Ancoragem do ferro negativo ( zona de má aderência) } = 50 \times 2,54 = 1,3 \text{ m}$$

$$\text{Total} = \text{Decalagem} + \text{Ancoragem} = 2,7 \text{ m}$$

- Seção 15 Cálculo de  $b_f$  ;  $b_f = b_w + b_1 + b_3$

$$b_w = 0,4 + 0,13 + 0,13 = 0,66$$

$$b_1 = 0,1_a = 0,1 \times 3/5 \times 24 = 1,44 \text{ m}$$

$$b_3 = 6h_f = 6 \times 0,22 = 1,32 \text{ m}$$

$$b_f = 0,66 + 1,44 + 1,32 = 3,42 \text{ m}$$

$$M_d = 766,37 \text{ mt}$$

$$KMD = \frac{766,37}{3,42 \times 1,9^2 \times 1200} = 0,052 < \mu_{lim}$$

$$KX = 0,079$$

$$KZ = 0,969$$

$$T = 4,348$$

$$X = 0,079 \times 1,9 = 0,15 < h_f = 0,22$$

$$Z = 0,969 \times 1,9 = 1,84$$

$$A_s = \frac{1}{4,348} \frac{766,37}{1,84} = 95,74 \text{ cm}^2$$

$$K \times A_s = 1,02 \times 95,74 = 97,65 \text{ cm}^2$$

$$35 \phi 3/4" (99,75 \text{ cm}^2)$$

momento resistido por barra :

$$97,65 \text{ ——— } 766,37 \times 1,02$$

$$99,75 \text{ ——— } x$$

$$x = 798,51 \text{ m}_1 \phi = \frac{798,51}{35} = 23 \text{ mt. dividimos o dia}$$

grama em 17 partes, uma correspondendo a 3 ferros (69 mt) e as outras aos pares de ferro (46mt cada)

Obs: Optamos pelo processo de calcular o momento resistido por barra, e depois marcar este valor no diagrama de momentos

fadigados, em vez de simplesmente dividir o diagrama pelo número de pares de ferros calculados .

## 2º Armadura de cisalhamento

Dividimos a viga em 17 trechos representados de I a XVIII no desenho e em 7 zonas (A a G), de acordo com as condições já expostas,

$$\tau_{wu} = 0,20 f_{cd} = 0,20 \times \frac{180}{1,5} = 24 \text{ kg/cm}^2$$

Ao ser marcado  $\tau_{wu}$  no diagrama de tensões cisalhantes, notou-se a necessidade de ser prolongado o alargamento da viga sobre o apoio interno (Seção 10) .

Em seguida preenchemos o quadro anexo com valores retirados dos desenhos e calculados conforme os preceitos anteriormente explanados .

O deslocamento dado no diagrama de momentos fadigado foi de  $0,75 d = 1,45\text{m}$  .

O estribo adotado foi o de 3/8" .

As duas últimas colunas dos quadros indicam o espaçamento e tipo de estribos e número de ferros dobrados necessários no trecho .

Sobre os dois apoios (seções 0 e 10) foram colocadas mais duas barras, além das necessárias, que são dobradas para combater o cisalhamento nos trechos VI e XI. Se fossemos dobrar nestes trechos barras de armadura de momento fletor, o diagrama de momentos não ficaria coberto .

Em cada posição de ferro dobrado, 2 barras combatem o cisalhamento e ancoram com patamar .

ZONA	TRECHO	$\Delta x$ (m)	$\rho_{wm}$ $\frac{z_{wd}}{cm^2} \times 10^3$	Q	Ke	Kd	$\rho_{kw}$	$\phi_s$	$\eta$	bw (cm)	Ast (cm <sup>2</sup> )	ke Ast (cm <sup>2</sup> )	40% ke Ast	60%kd Ast = As $\Delta x$	Asd re. $\frac{a_1}{Asd/\sqrt{2}}$ cos $\beta$	ESTRI- BO	FERRO DORRADO		
A	I	1,60	14,0	3,7	104	20	1,45	1,13	0,004	0,632	0,761	40	11,26	16,33	6,53	12,21	8,94	3/8c.30	4 $\phi$
	II	1,70	14,0	3,7	145	32	1,39	1,08	0,004	0,632	0,761	51	14,36	19,96	7,98	15,82	11,58	c.15	5 $\phi$
	III	1,70	12,2	3,2	186	46	1,35	1,05	0,004	0,632	0,761	71	17,23	23,34	-	-	-	dup. c.10	-
B	IV	1,70	16,5	4,4	214	70	1,28	1,00	0,013	0,929	0,741	71	23,15	29,63	-	-	-	dup. c.8 <sup>a</sup>	-
	V	1,70	19,0	5,0	178	48	1,31	1,02	0,013	0,929	0,741	51	18,90	24,76	9,904	19,66	14,39	c.12 <sup>s</sup>	5 $\phi$
	VI	2,70	19,0	5,0	145	0	1,79	1,39	0,013	0,929	0,741	40	14,82	26,53	10,61	33,37	24,43	c.12 <sup>s</sup>	3 $\phi$
C	VII	2,65	13,3	3,5	94	0	1,79	1,39	0,013	0,929	0,741	40	10,37	18,56	-	-	-	c.7 <sup>s</sup>	-
	VIII	2,65	12,5	3,3	92	0	1,79	1,39	0,013	0,929	0,741	40	9,78	17,51	-	-	-	c.7 <sup>s</sup>	-
D	IX	2,60	18,8	5,0	139	0	1,79	1,39	0,007	0,731	0,838	40	16,76	30,00	12,00	36,34	26,60	c.11 <sup>s</sup>	10 $\phi$
	X	2,60	24,0	6,3	189	33	1,47	1,14	0,007	0,731	0,838	40	21,12	31,05	12,42	37,56	27,50	c.11 <sup>s</sup>	10 $\phi$
E	XI	1,70	24,0	6,3	222	65	1,28	1,00	0,007	0,731	0,838	51	26,92	34,46	13,78	27,46	20,10	c.10	8 $\phi$
	XII	1,70	20,3	5,4	254	90	1,28	1,00	0,007	0,731	0,838	71	32,13	41,13	-	-	-	dup. c.6 <sup>s</sup>	-
F	XIII	2,30	20,9	5,5	266	120	1,28	1,00	0,009	0,797	0,824	71	32,18	41,19	-	-	-	dup. c.6 <sup>s</sup>	-
	XIV	2,25	24,0	6,3	224	76	1,28	1,00	0,009	0,797	0,824	51	26,48	33,89	13,56	35,75	26,17	c.10	10 $\phi$
G	XV	2,25	24,0	6,3	183	40	1,39	1,08	0,008	0,764	0,831	40	20,94	29,11	11,64	30,53	22,35	c.11 <sup>s</sup>	10 $\phi$
	XVI	2,50	18,8	5,0	141	0	1,79	1,39	0,008	0,764	0,831	40	16,62	29,75	11,90	34,65	25,37	c.11 <sup>s</sup>	9 $\phi$
	XVII	2,70	12,8	3,4	96	0	1,79	1,39	0,008	0,764	0,831	40	11,30	20,23	-	-	-	c.7 <sup>s</sup>	-

### 39 Ancoragem das barras dobradas

- Barras que não combatem o cisalhamento :

Todas ancoram na Zona 1, visto que são dobradas de um ângulo maior ou igual a 60° .

Para a barra de 3/4" (20,0mm) e concreto  $f_{ck} = 180 \text{ kg/cm}^2$ , temos, de acordo com a tabela de ancoragem :

$$l_1 = 0,6l_{b1} - \Delta l_b = 47 \text{ cm ( com gancho )}$$

- Barras de armadura positiva que ancoram com pata-mar (armadura de cisalhamento) .

Estas barras ancoram na região superior da viga, logo Zona 2 . Da tabela temos :

$$l_1 = 0,6l_{b1} - \Delta l_b = 71 \text{ cm ( com gancho )}$$

- Barras da armadura negativa que ancoram com pata-mar (armadura de cisalhamento).

Estas barras ancoram na região inferior da viga , logo Zona 1. Da tabela temos :

$$l_1 = 0,6l_{b1} - \Delta l_b = 47 \text{ cm ( com gancho )}$$

### 40 Armadura necessária nos apoios

- Apoios externos :

É necessário 1/4 das barras no vão :

$$\frac{1}{4} 42 = 11 \text{ barras}$$

$$l_{be} = l_{bl} - \Delta l_b = 75 \text{ cm ( com gancho )}$$

- Apoios internos :

É necessário 1/4 das barras no vão :

$$\frac{1}{4} 35 = 9 \text{ barras}$$

$$l_{be} = l_{bl} - \Delta l_b = 75 \text{ cm ( com ganchos )}$$

5º Emenda das barras .

Ferros que exigem comprimentos de barra maior que o existente no mercado (aprox. 11m), serão obtidos por emenda de barras com solda de topo .

6º Armadura de pele .

$$A_{pele} = \frac{0,05}{100} \times b_w \times d$$

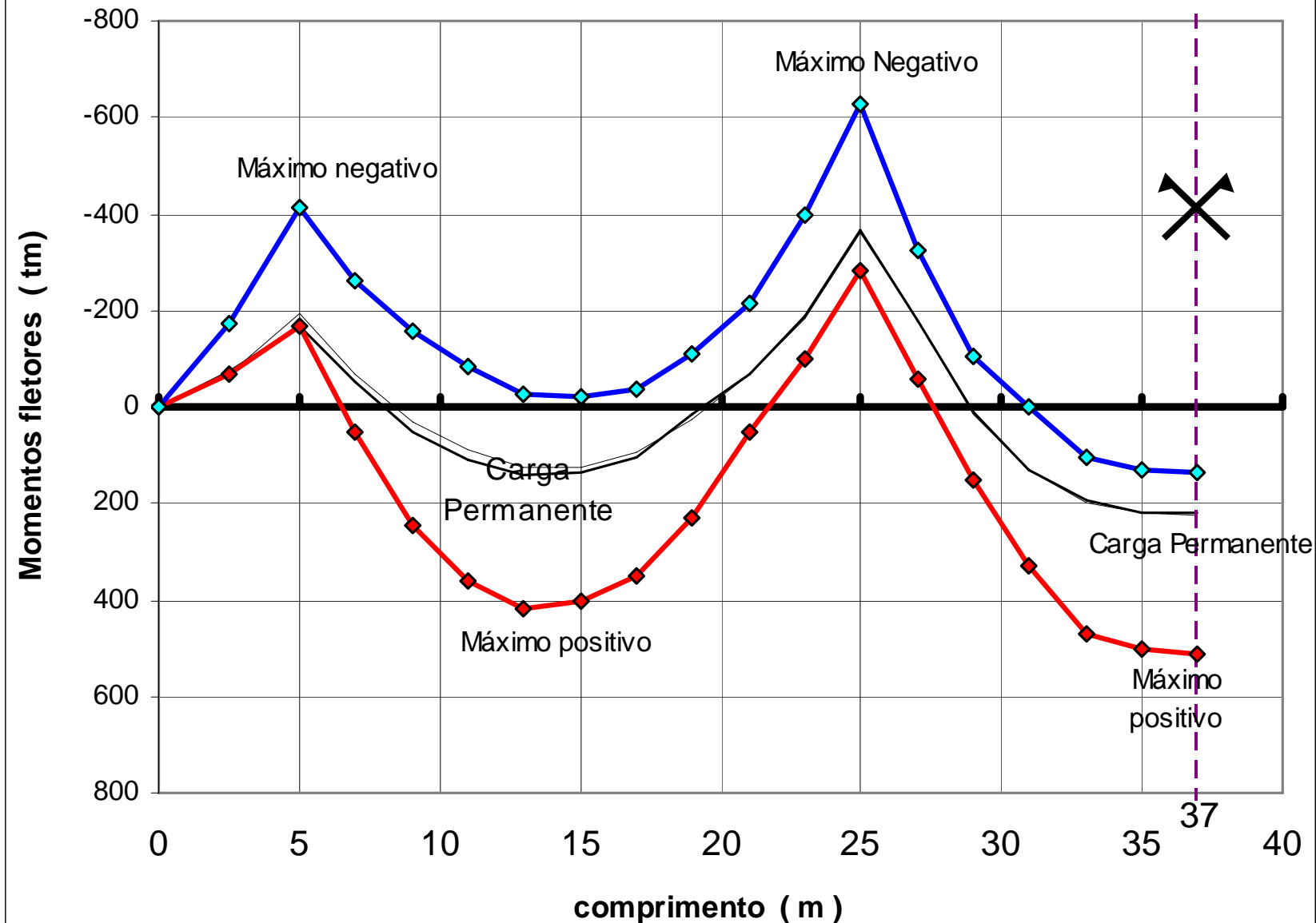
Adotamos  $b_w$  médio de 60cm baseando-nos nos calculos da armadura de flexão .

$$A_{pele} = \frac{0,05}{100} \times 60 \times 190 = 5,7 \text{ cm}^2$$

Usamos 12  $\phi$  5/16" (5,94cm<sup>2</sup>) em cada face .

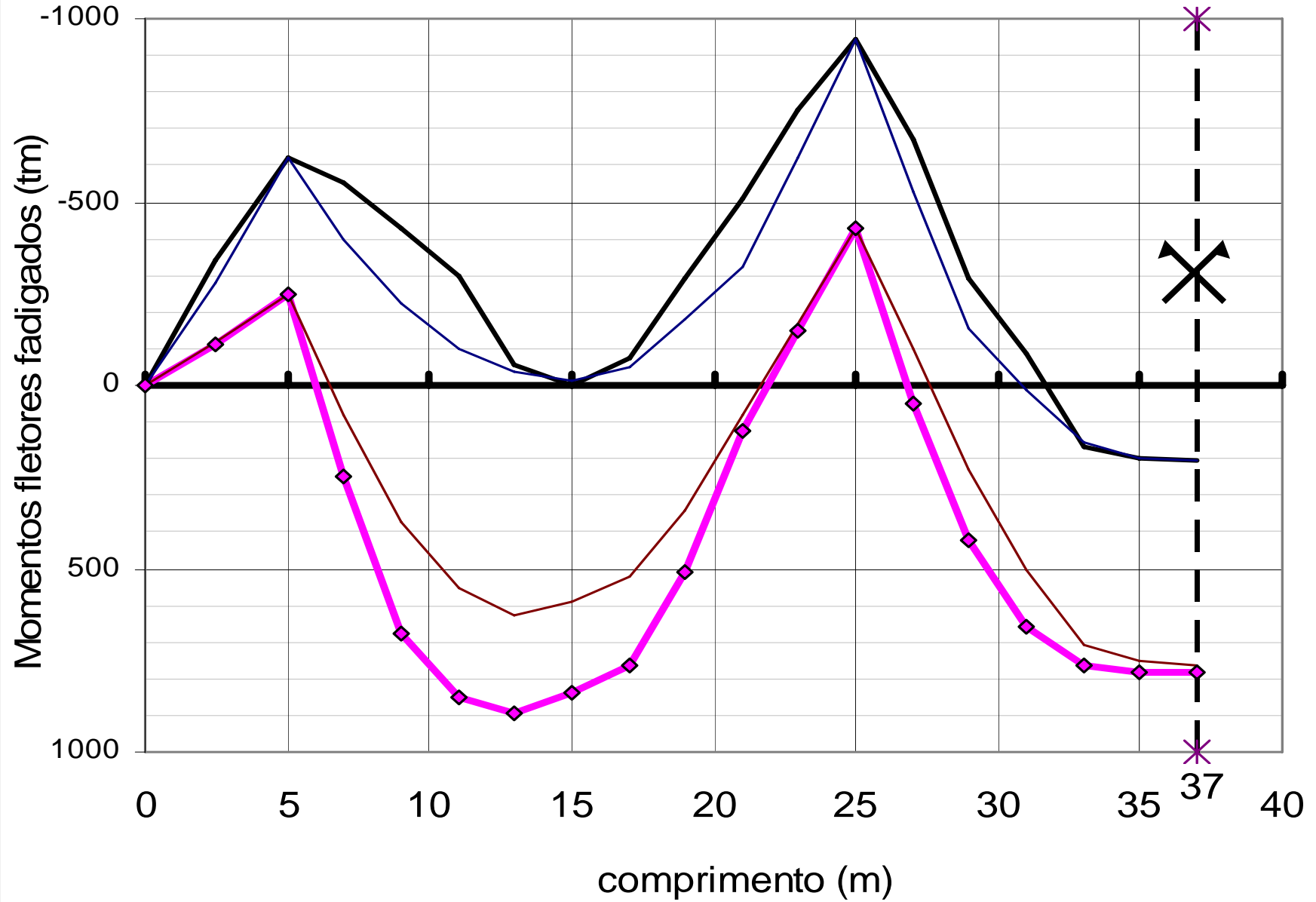
# **ANEXOS**

### Envoltória de Momentos Fletores





### Momentos fletores fadigados



**Apoio 0 - Momento fletor Maximo**

Apoio extremo

$$M_d = 623,48 \text{ tm}$$

$$b = 80 \text{ cm}$$

$$h = 2,0 \text{ m} ; d = 1,9 \text{ m}$$

$$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2 = 1800 \text{ t/m}^2$$

$$k_{md} = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{623,48 \text{ tm}}{0,80 \text{ m} \times (1,90 \text{ m})^2 \times \left(\frac{1800}{1,5}\right) \left(\frac{\text{t}}{\text{m}^2}\right)} = 0,18 < 0,26 = k_{md} \text{ limite para CA50}$$

$$k_z = 0,88$$

$$A_s = \frac{M_d}{k_z \times d \times f_{yd}} = \frac{623,48 \text{ tm}}{0,88 \times 1,90 \text{ m} \times \left(\frac{5,0}{1,15}\right) \left(\frac{\text{t}}{\text{cm}^2}\right)} = 86 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 18 \text{ ferros } 1'' (25 \text{ mm})$$

$$\text{Cada ferro resiste a } \Delta M = \frac{623,48 \text{ tm}}{18 \text{ ferros}} = \frac{34,6(\text{tm})}{1 \text{ ferro de } 25 \text{ mm}}$$

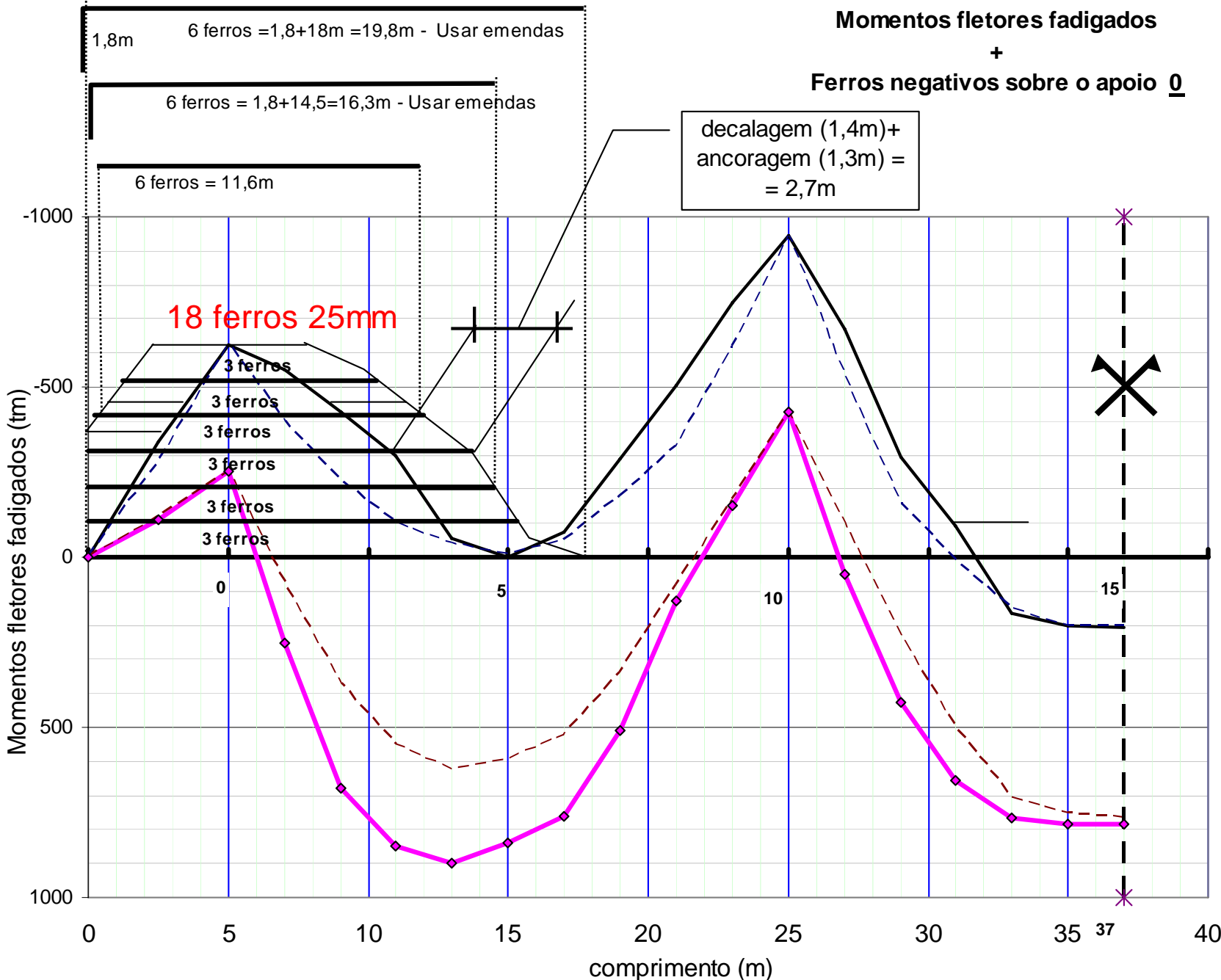
$$\text{Dobrando 3 ferros de cada vez : } \Delta M = 3 \text{ ferros} \times 34,6 \left(\frac{\text{tm}}{\text{ferro de } 25 \text{ mm}}\right) = 103,9 \text{ tm}$$

Dividir o diagrama proporcionalmente.

$$\text{Decalagem} = 0,75 \times 1,90 \text{ m} = 1,4 \text{ m}$$

$$\text{Ancoragem do ferro negativo ( zona de má aderência) } = 50 \times 2,54 = 1,3 \text{ m}$$

$$\text{Total} = \text{Decalagem} + \text{Ancoragem} = 2,7 \text{ m}$$



**Apoio 10 - Momento fletor Maximo Negativo**

Apoio central

$$M_d = 944,12 \text{ tm}$$

$$b = 80 \text{ cm}$$

$$h = 2,0 \text{ m} ; d = 1,9 \text{ m}$$

$$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2 = 1800 \text{ t/m}^2$$

$$k_{md} = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{944,12 \text{ tm}}{0,80 \text{ m} \times (1,90 \text{ m})^2 \times \left(\frac{1800}{1,5}\right) \left(\frac{\text{t}}{\text{m}^2}\right)} =$$

$$k_{md} = 0,27 \cong 0,26 = k_{md} \text{ limite para CA50}$$

$$k_z = 0,815$$

$$A_s = \frac{M_d}{k_z \times d \times f_{yd}} = \frac{944,12 \text{ tm}}{0,815 \times 1,90 \text{ m} \times \left(\frac{5,0}{1,15}\right) \left(\frac{\text{t}}{\text{cm}^2}\right)} = 140 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 28 \text{ ferros } 1'' (25 \text{ mm})$$

$$\text{Cada ferro resiste a } \Delta M = \frac{944,12 \text{ tm}}{28 \text{ ferros}} = \frac{33,7(\text{tm})}{1 \text{ ferro de } 25 \text{ mm}}$$

$$\text{Interrompendo 3 ferros de cada vez : } \Delta M = 3 \text{ ferros} \times 33,7 \left(\frac{\text{tm}}{\text{ferro de } 25 \text{ mm}}\right) = 101 \text{ tm}$$

Dividir o diagrama proporcionalmente.

$$\text{Decalagem} = 0,75 \times 1,90 \text{ m} = 1,4 \text{ m}$$

$$\text{Ancoragem do ferro negativo ( zona de má aderência) } = 50 \times 2,54 = 1,3 \text{ m}$$

$$\text{Total} = \text{Decalagem} + \text{Ancoragem} = 2,7 \text{ m}$$

Seção 4

$$M_d = 897,28 \text{ tm} \quad b_f = b_a + b_1 + b_3$$

$$b_a = 40 + (35 - 22) = 53 \text{ cm}$$

$$b_1 = 0,10 a = 0,10 \times (0,60 \times 20 \text{ m}) = 1,20 \text{ m}$$

$$b_1 = 8 h_f = 8 \times 22 = 1,76 \text{ m}$$

$$b_1 = 0,5 b_2 = 0,5 \times (6,60 - 2 \times 0,13) = 3,17 \text{ m}$$

$$\text{logo } b_1 = 1,20$$

$$b_3 = 0,10 \times (0,60 \times 20 \text{ m}) = 1,20 \text{ m}$$

$$b_3 = 6 \times 0,35 \text{ m} = 2,1 \text{ m}$$

$$\text{logo } b_3 = 1,20 \text{ m}$$

$$b_f = b_a + b_1 + b_3 = 0,53 + 1,2 + 1,2 = 1,93 \text{ m}$$

$$h = 2,0 \text{ m} ; d = 1,9 \text{ m}$$

$$f_{ck} = 180 \text{ kgf/cm}^2 = 1800 \text{ t/m}^2$$

$$k_{md} = \frac{M_d}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{897,28 \text{ tm}}{1,93 \text{ m} \times (1,90 \text{ m})^2 \times \left(\frac{1800}{1,5}\right) \left(\frac{\text{t}}{\text{m}^2}\right)} = 0,11 < 0,26 = k_{md} \text{ limite para CA50}$$

$$k_x = 0,174x = 0,174 \times 190 = 33\text{cm};$$

Posição da zona comprimida :  $y = 0,8x = 26,4\text{cm} < 35\text{cm}$ , logo dentro da laje

$$k_z = 0,930$$

$$A_s = \frac{M_d}{k_z \times d \times f_{yd}} = \frac{897,28\text{tm}}{0,93 \times 1,90\text{m} \times \left( \frac{5,0}{1,15} \right) \left( \frac{\text{t}}{\text{cm}^2} \right)} = 117\text{cm}^2$$

$$A_s = 24 \text{ ferros } 25\text{mm}$$

$$\text{Cada ferro resiste a } \Delta M = \frac{897,28 \text{ tm}}{24 \text{ ferros}} = \frac{37,4(\text{tm})}{1 \text{ ferro de } 25\text{mm}}$$

$$\text{Dobrando 3 ferros de cada vez : } \Delta M = 3 \text{ ferros} \times 37,4 \left( \frac{\text{tm}}{\text{ferro de } 25\text{mm}} \right) = 112,2\text{tm}$$

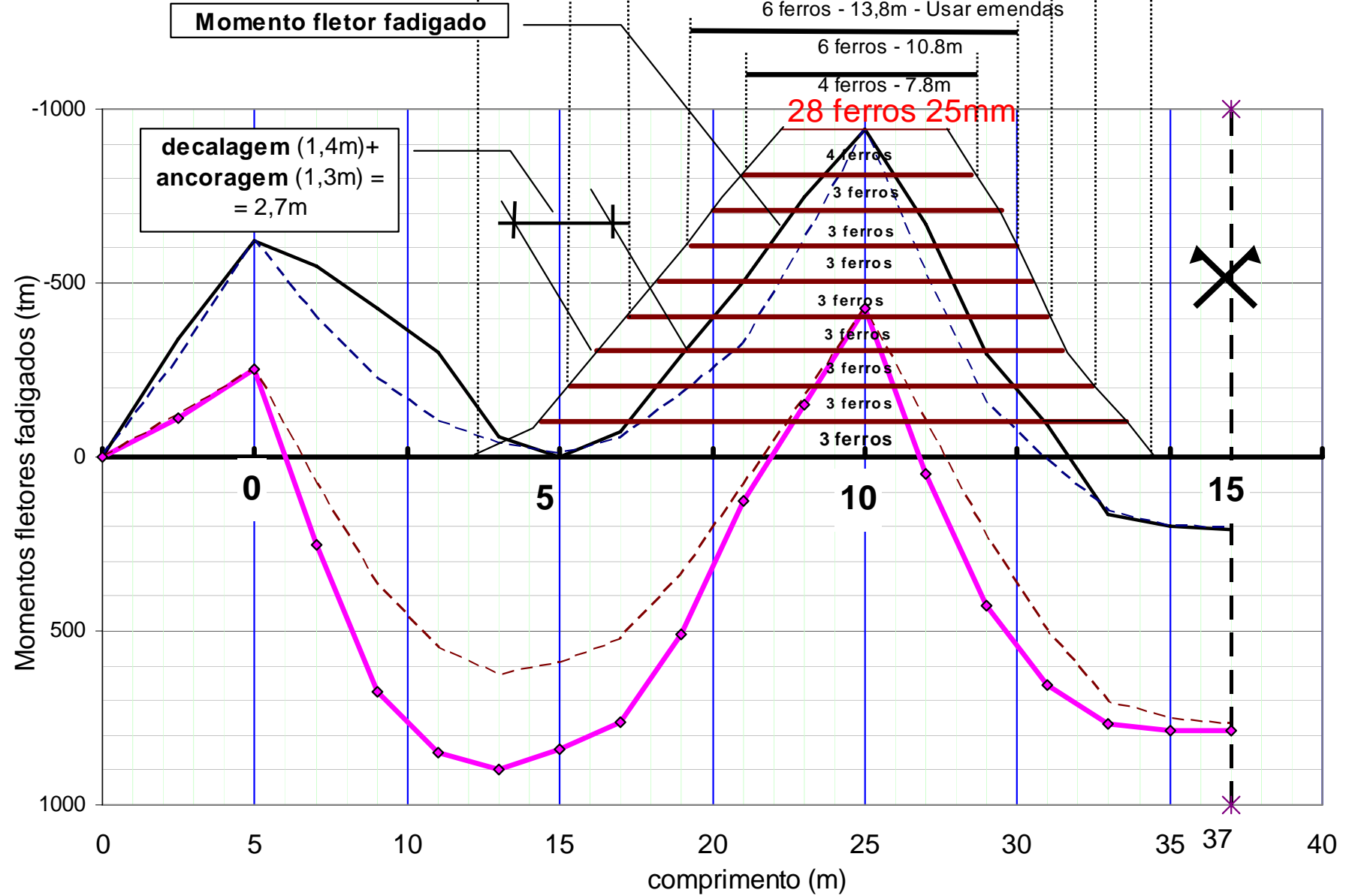
Dividir o diagrama proporcionalmente.

$$\text{Decalagem} = 0,75 \times 1,90\text{m} = 1,4 \text{ m}$$

$$\text{Ancoragem do ferro positivo ( zona de boa aderência) } = 36 \times 2,5 = 0,9\text{m}$$

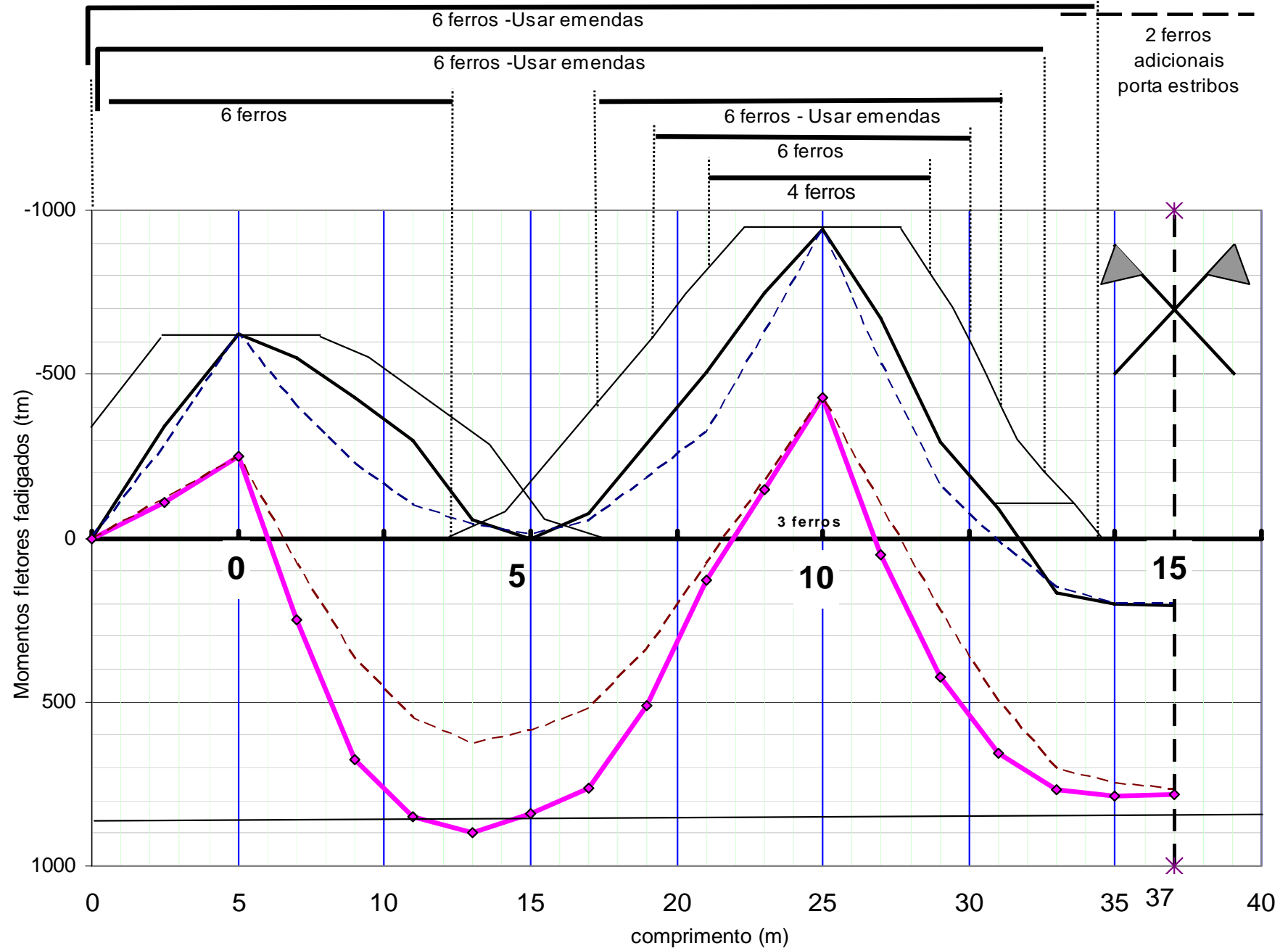
$$\text{Total} = \text{Decalagem} + \text{Ancoragem} = 2,3\text{m}$$

**Momentos fletores fadigados +  
Feros negativos sobre o apoio 10**



# Unificação dos ferros negativos

II - 109 I





### Momentos fletores fadigados + Decalagem + Ancoragem

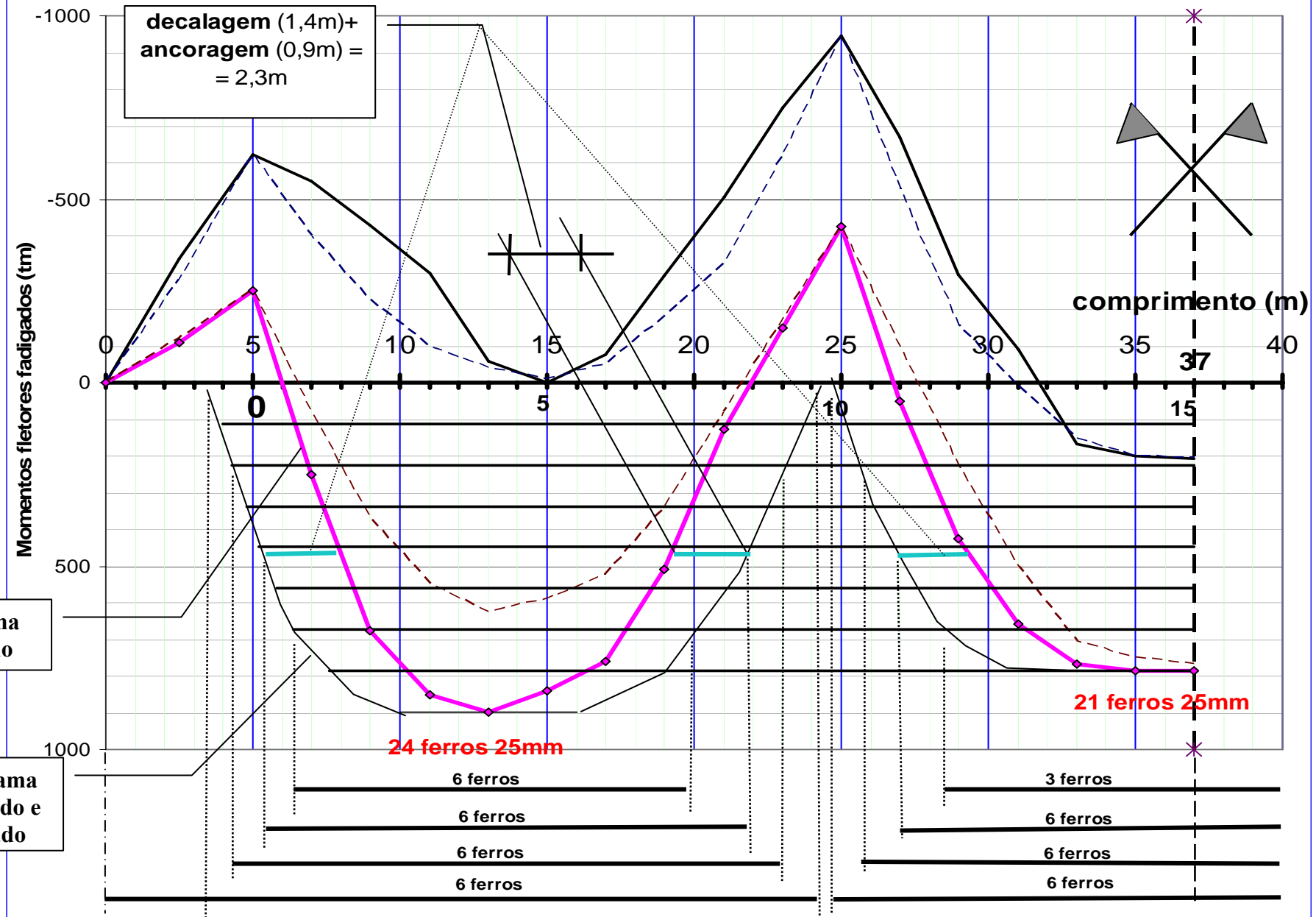


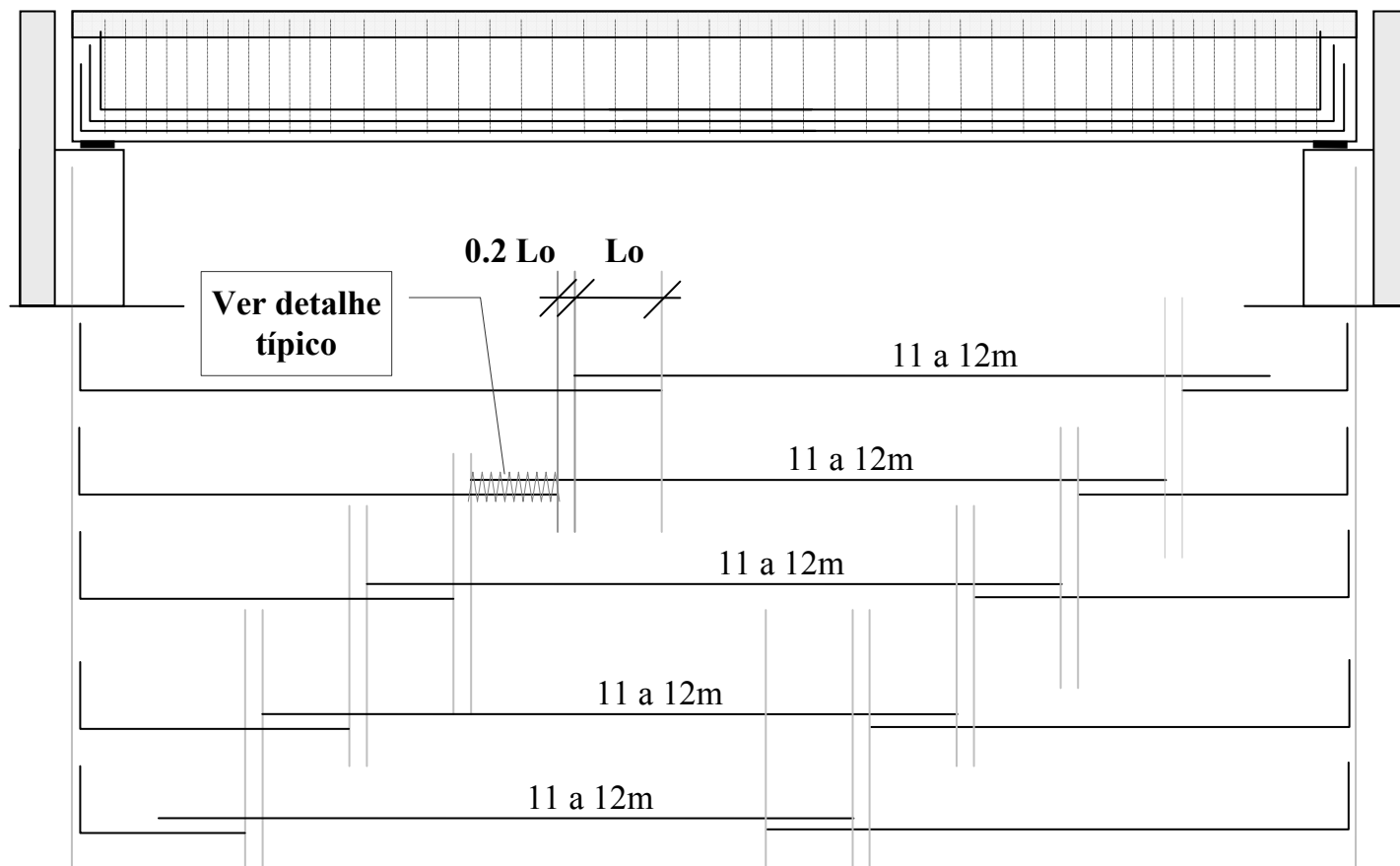
Diagrama fadigado

Diagrama fadigado e decalado

## COMENTÁRIO : EMENDAS DAS BARRAS DE FLEXÃO :

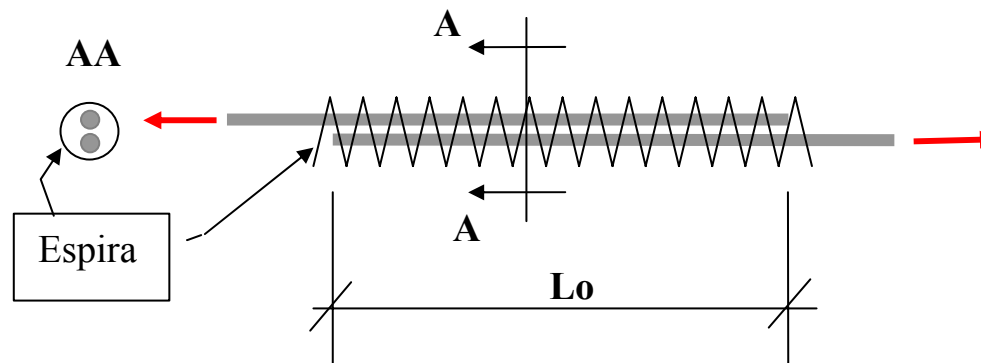
- Usar comprimento de emenda  $L_o$ , segundo a norma NBR 6118 - item 9.5.2.2.
- Usar no máximo 20 % de emendas na mesma seção.
- Usar emendas defasadas, com distância,  $0.2 L_o$ , entre elas.
- Usar espiras ao longo das emendas.

## EXEMPLO TÍPICO DE UMA SÉRIE DE EMENDAS :



## Detalhe das emendas das barras :

Usar armadura transversal em espiras:



### ESPIRAS :

$n$  = número de espiras em uma emenda. ;  $A_{\text{esp.}}$  = Área da barra da espira.

$A_{\text{long.}}$  = Área da barra longitudinal emendada. ;

$$n \times (2 \times A_{\text{esp.}}) = A_{\text{long.}} ;$$

$$n = \frac{A_{\text{long.}}}{2 \times A_{\text{esp.}}}$$

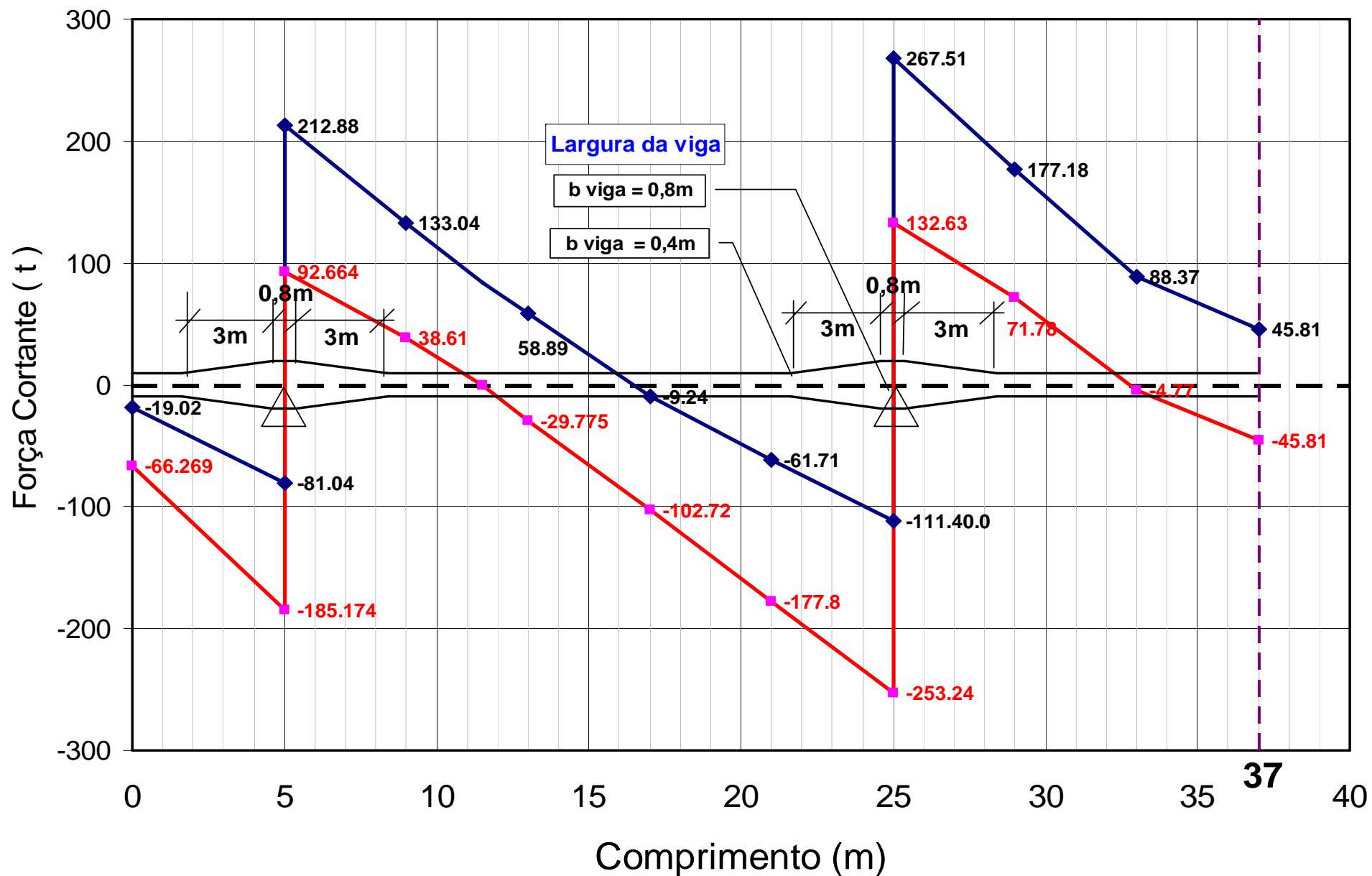
### EXEMPLO :

Barra longitudinal :  $\phi = 25\text{mm}$  ;  $A_{\text{long.}} = 5,0 \text{ cm}^2$ . Barra da espira :  $\phi = 6,3\text{mm}$  ;  $A_{\text{esp.}} = 0,31 \text{ cm}^2$

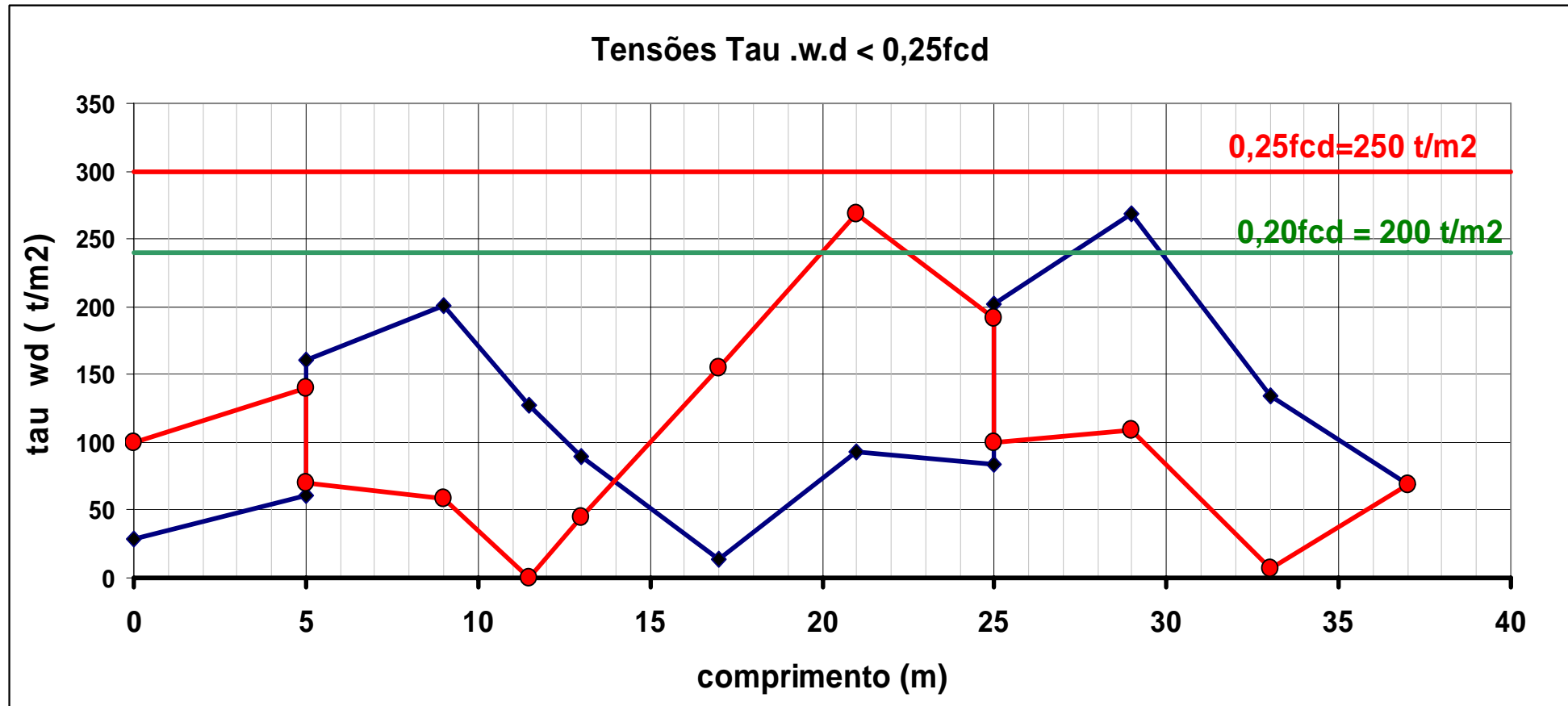
$$\text{Número de espiras : } n \geq \frac{A_{\text{long.}}}{2 \times A_{\text{esp.}}} = \frac{5,0 \text{ cm}^2}{2 \times 0,31 \text{ cm}^2} \geq 8 \text{ espiras completas}$$

Embora a norma NBR6118 sugira o uso de espiras apenas nas 2 extremidades da emenda, é mais prático estender a espira ao longo de todo o comprimento da emenda, ainda que se use mais espiras que o necessário.

Força Cortante Máxima e Mínima :  $Q_d = 1,5x(Q_g + \phi \cdot Q_c.móvel)$



Verificação das tensões de compressão nas diagonais comprimidas da viga. ( Bielas comprimidas)



- $\tau_{wd} = \frac{1,15 \times Qd}{b \times d} < 0,25 fcd$
- A norma NB 01 de 1960 exigia  $\tau_{w.d} < 0,20 fcd$ .
- A norma NB 01 de 1978 permitia  $\tau_{w.d} < 0,25 fcd$ .
- Se a tensão  $\tau_{w.d}$  for maior que  $0,25 fcd$  deve-se aumentar a largura da viga.

**Detalhamento da viga sem ferros dobrados.**  
**Estribo : Área (cm<sup>2</sup>/m) e Espaçamento ( cm)**

