

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO
DEP - DPET



SEÇÃO DE FORTIFICAÇÃO E CONSTRUÇÃO

Projeto e Cálculo de Pontes de Concreto Armado

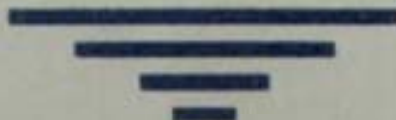
VOLUME I

Notas de Aulas

Prof. ANTÔNIO CARLOS DE AREIAS NETO

1977

CAPÍTULO II - PARTE A



CAPÍTULO II

SUPERESTRUTURA DAS PONTES

II - 1 INTRODUÇÃO

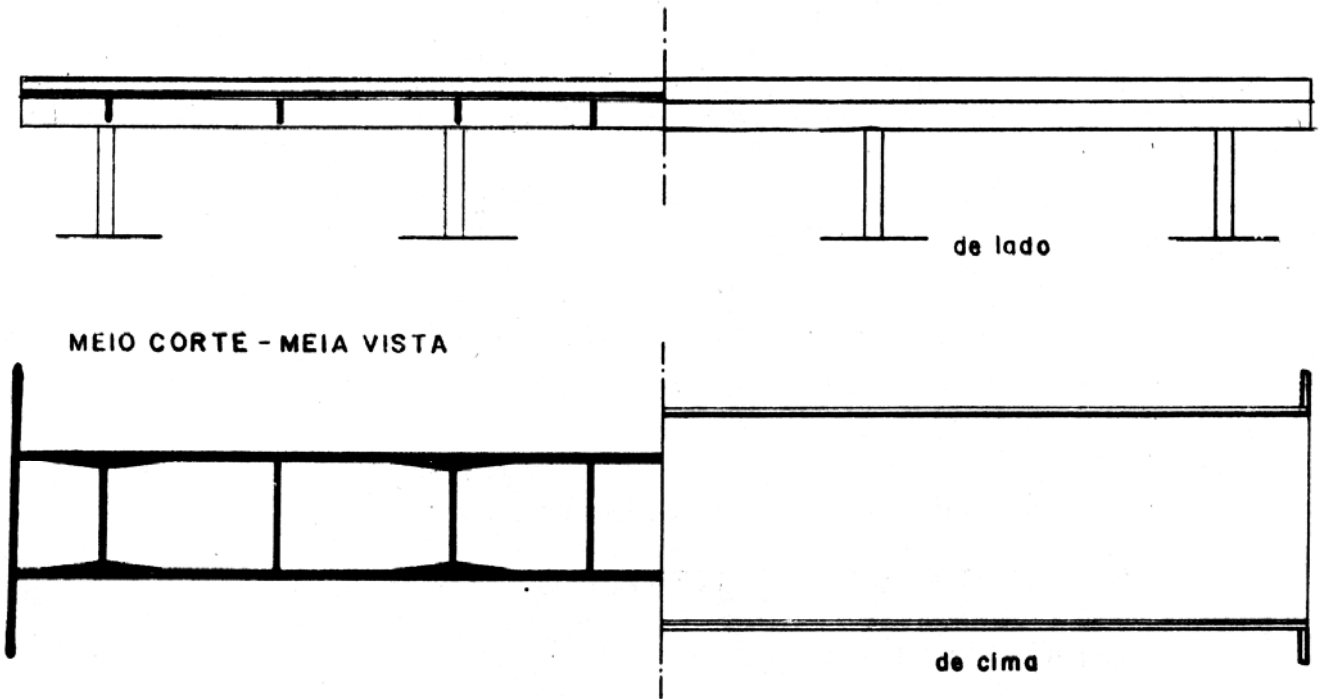
Como vimos anteriormente as pontes possuem três elementos fundamentais básicos, quais sejam:

- SUPERESTRUTURA - (tabuleiro)
- MESOESTRUTURA - (pilares e encontros)
- INFRAESTRUTURA - (fundações)

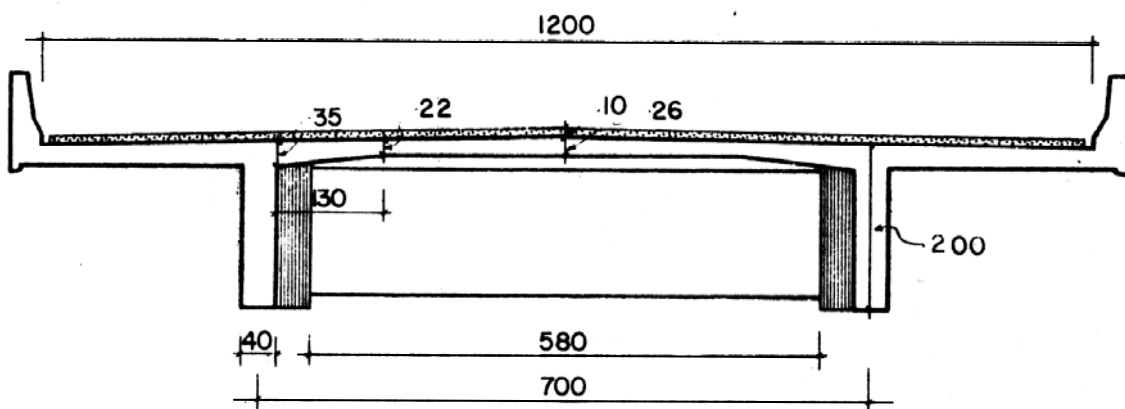
Neste capítulo estudaremos a SUPERESTRUTURA. Infelizmente, apesar de se ter mostrado os tipos estruturais e seções transversais mais usadas atualmente no Brasil, não será possível estudá-los a todos detalhadamente, nem tampouco, se poderá estudar os diversos tipos de pontes para as diferentes estradas rodoviárias e ferroviárias. Vamos apresentar o cálculo do tabuleiro de uma ponte em viga reta contínua com duas vigas principais, por ser o mais corretamente empregado nas estradas. Particularizaremos o cálculo, ainda mais, para uma ponte rodoviária da classe I (36t), utilizando-se a seção - tipo do DNER. Para compensar, procuraremos mostrar, dentro do que foi diferente, as pontes em tabuleiros celulares, as pontes curvas e os pontilhões, bem como as características peculiares às pontes ferroviárias.

Utilizaremos uma estrutura com as seguintes características principais:

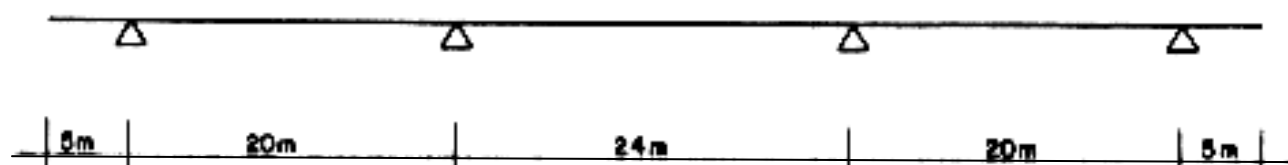
- Seção longitudinal da ponte .



- Seção transversal da ponte



- Sistema estrutural



Passemos então ao cálculo propriamente dito, estudando de per si cada um dos componentes da SUPERESTRUTURA .

II - 2 VIGA PRINCIPAL

Para o vigamento principal da ponte vamos dividir o estudo nas seguintes etapas :

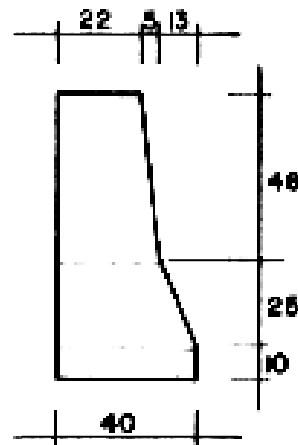
- levantamento da carga permanente ;
- levantamento da carga móvel ;
- utilização das tabelas de ANGER para obtenção dos esforços devido a carga móvel ;
- estabelecimento dos quadros de esforços envoltórios ;
- traçado das envoltórias com estudo da fadiga e,
- dimensionamento da armação .

II - 2.1 Levantamento da carga permanente .

Façamos então o levantamento da carga permanente para uma viga principal :

a) carga constante no tabuleiro

a.1) defensa :



$$\left(\frac{0,22+0,27}{2} \times 0,48 + \frac{0,27+0,4}{2} \times 0,25 + 0,1 \times 0,4 \right) \times$$

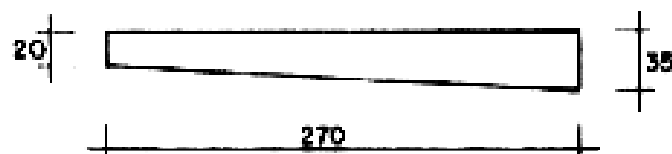
$$\times 1 \times 2,4 = 0,579 \text{ t/m}$$

a.2) pavimentação :

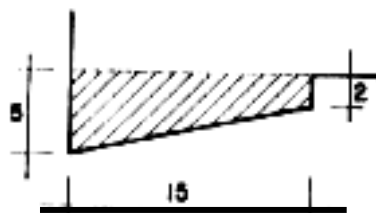
$$0,1 \times 6 \times 1 \times 2,2 = 1,320 \text{ t/m}$$

Obs : Devemos colocar juntas na pavimentação e nas de
fensas em cima da linha dos apoios .

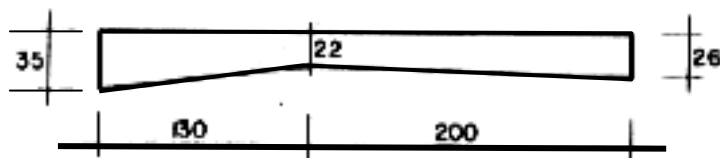
a.3) laje em balanço :



$$\frac{0,2 + 0,35}{2} \times 2,7 \times 1 \times 2,4 = 1,782 \text{ t/m}$$

a.4) pingadeira :

$$\frac{0,05 + 0,02}{2} \times 0,15 \times 1 \times 2,4 = 0,013 \text{ t/m}$$

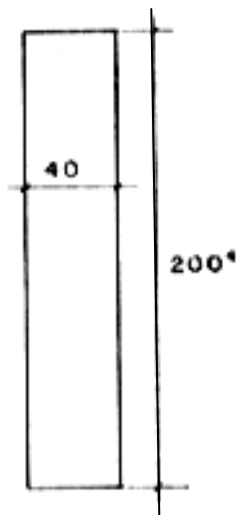
a.5) laje central

$$\left(\frac{0,35+0,22}{2} \times 1,3 + \frac{0,22+0,26}{2} \times 2 \right) \times 1 \times 2,4 =$$

$$= 2,041 \text{ t/m}$$

b) carga variável no tabuleirob.1) peso próprio da viga principal .

A altura econômica da viga principal é (1 / 10) do vão externo.

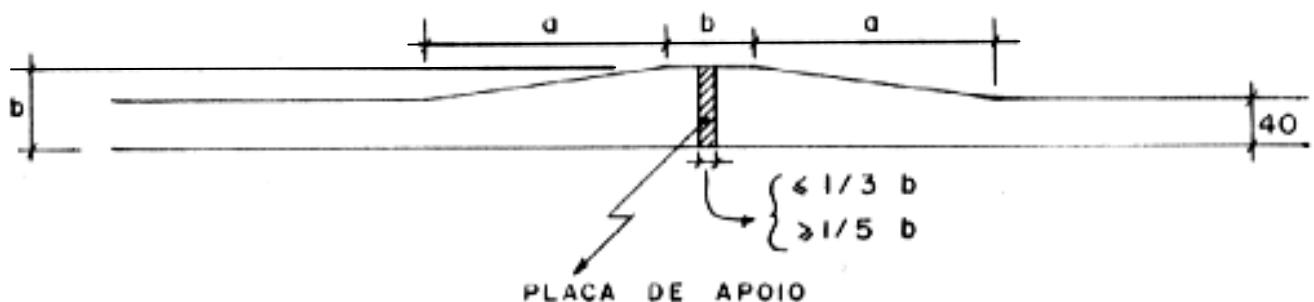


$$0,4 \times 2,004 \times 1 \times 2,4 = 1,923 \text{ t/m}$$

b.2) alargamento da viga principal

Para obtermos uma melhor distribuição de esforços na viga principal, procedemos o seu alargamento junto aos apoios. Quando estudarmos a mesoestrutura, aprenderemos os diversos métodos para o dimensionamento deste alargamento. Agora, para o levantamento da carga permanente empregaremos o METODO DA PLACA DE APOIO, que consiste basicamente no seguinte :

- cálculo de "b"



$$R_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}} = R_{\text{cp}} + \varphi R_{\text{cm}}$$

$$R_{\text{m}\bar{\text{a}}\text{x}} = \text{reação máxima sobre o apoio .}$$

R_{cp} = reação de carga permanente máxima .

R_{cm} = reação de carga móvel máxima .

ϕ = coeficiente de impacto (veremos o que significa, mais adiante) .

$\bar{\sigma}_{placa}$ = 150 kg/cm^2 - tensão máxima admissível na placa de apoio de concreto (tipo articulação FREYSSINET)

$$\text{área da placa} - S = \frac{1}{3} b \cdot b = \frac{b^2}{3}$$

$$\text{temos então : } S = \frac{R_{m\bar{x}}}{\bar{\sigma}_{placa}}$$

$$\text{ou seja : } b = \sqrt{\frac{R_{m\bar{x}}}{50}} \quad - \quad (R_{m\bar{x}} \text{ em kg })$$

$$\text{- dados práticos} - \frac{1}{10} < \frac{b/2}{a} < \frac{1}{5}$$

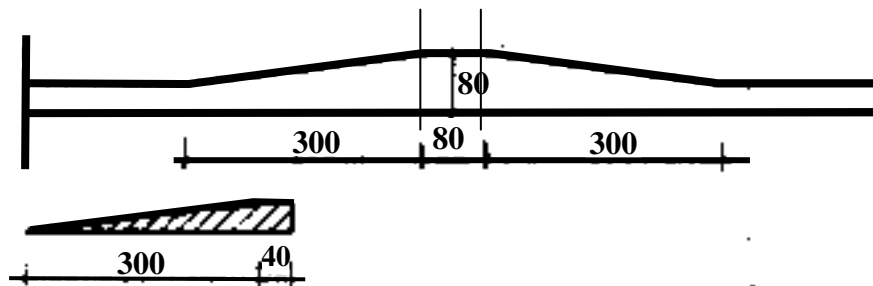
$$200 < a < 400$$

$$70 < b < 90$$

- Supondo-se que $R_{m\bar{x}}$ seja igual a 320 t, teremos :

$$b = \sqrt{\frac{320\,000}{50}} = 80 \text{ cm}$$

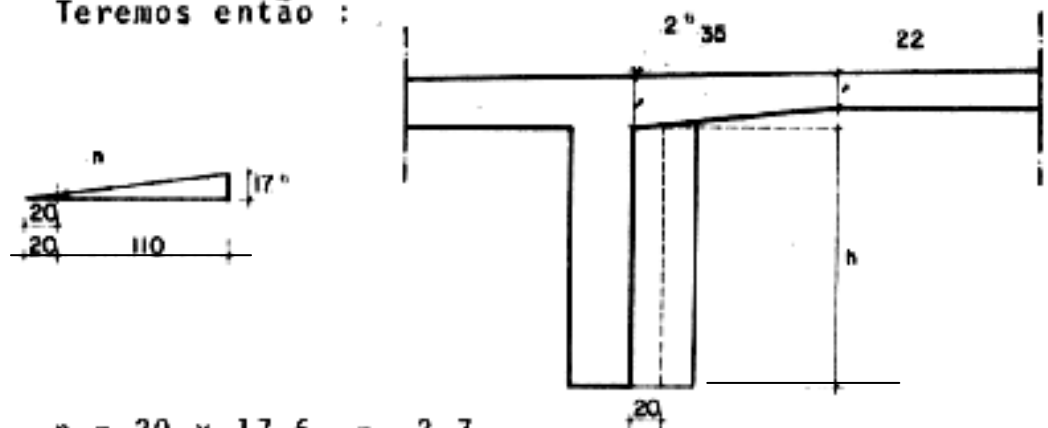
e admitindo-se $a = 300 \text{ cm}$, vem :



$$S = \frac{0,4 \times 3}{2} + 0,4 \times 0,4 = 0,76$$

Achada a área devemos determinar a altura média do alargamento .

Teremos então :



$$n = 20 \times \frac{17,6}{130} = 2,7$$

$$h = 165 + 2,7 = 167,7$$

$$\text{- peso do alargamento : } 0,76 \times 1,677 \times 2,4 = 3,058t$$

Faremos aqui uma aproximação, uniformizando o peso do alargamento e distribuindo-o no vão. Tal procedimento causa

diferenças desprezíveis levando-se em conta as demais cargas .

$$P = 3,058t$$

$$- \text{vão de 24m} : p = \frac{2 \times 3,058}{24} = 0,255 \text{ t/m}$$

$$- \text{vão de 20m} : p = \frac{2 \times 3,058}{20} = 0,306 \text{ t/m}$$

$$- \text{balanço (5m)} : p = \frac{3,058}{5} = 0,612 \text{ t/m}$$

Obs : a) Ao final do cálculo dos diagramas envoltório - rios, devemos verificar se o valor arbitrado para a reação máxima ($R_{m\bar{a}x}$), coincide com os resultados obtidos;

b) A reação máxima para a verificação citada anteriormente, não é o valor de cálculo ($R_{m\bar{a}x} = 1,5 \cdot (R_{cp} + \varphi R_{cm})$) e sim $R_{m\bar{a}x} = R_{cp} + \varphi R_{cm}$.

c) Caso não coincidam os valores calculados e adotado, procedemos da seguinte forma :

1º) Se o valor calculado for menor que o adotado, prosseguimos no cálculo;

2º) Se o valor calculado for maior que o adotado, devemos aumentar a dimensão "b". Se a diferença entre os valores de carga permanente for inferior a 5%, desprezamos o aumento de carga e prosseguimos no cálculo (Ítem 5 da NB-2); se ao contrário, for superior a 5%, devemos modificar a dimensão do alarga-

mento da viga e refazer todo o cálculo estático da carga permanente .

b.3) transversinas

As transversinas tem duas finalidades :

1º) dar rigidez a estrutura ;

2º) combater esforços de torção nas vigas principais

Hoje em dia no Brasil se fazem as transversinas desligadas das lajes .

Estudaremos mais tarde todos os tipos de TRANSVERSINAS. No momento nos limitaremos a fazer o levantamento de seu peso e, citar a seguir, as condições fixadas pelo DNER para colocação de transversinas :

1º) devemos colocar transversinas nas linhas de apoio ;

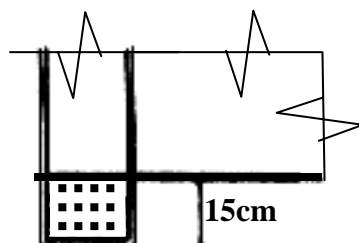
2º) a distância entre os eixos das transversinas não deve ultrapassar o maior entre os dois valores a seguir :

- o dobro da distância entre os eixos das vigas principais ou ,
- 10 metros .

3º) largura mínima da transversinas : 20 cm ;

4º) altura da transversinas, igual ou maior que 75% da altura da viga principal .

Obs : Nunca devemos colocar a transversina na parte inferior da viga principal, pois poderia haver problemas de cruzamento de ferros .



(1) Transversinas intermediárias

Tendo a transversina de apoio $0,20 \times 1,50 \times 5,80$ e as transversinas no vão $0,20 \times 1,50 \times 6,60$, vem :

$$- \text{ no apoio : } 0,20 \times 1,5 \times 2,9 \times 2,4 = 2,088 \text{ t}$$

$$- \text{ no vão : } 0,20 \times 1,5 \times 3,3 \times 2,4 = 2,376 \text{ t}$$

Adotaremos aqui o mesmo procedimento anterior, distribuindo o peso das transversinas no vão, exceto as transversinas de apoio que consideraremos como cargas concentradas .

$$P = 2,376 \text{ t}$$

$$- \text{ vão de 24m (2 transversinas): } p = \frac{2 \times 2,376}{24} =$$

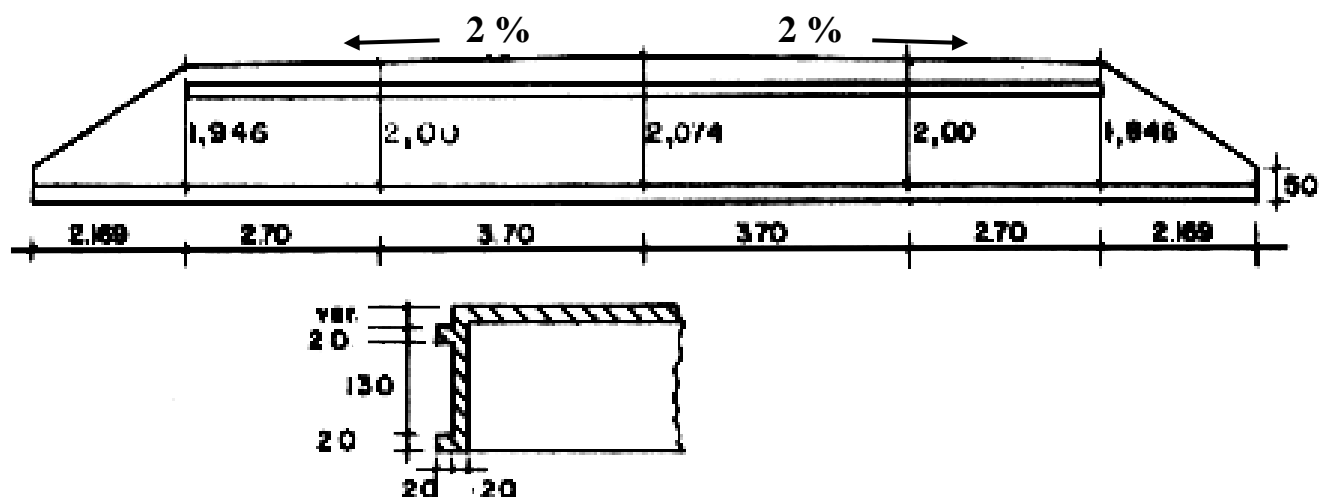
$$= 0,198 \text{ t/m}$$

$$- \text{ vão de 20m (1 transversina): } p = \frac{2,376}{20} =$$

$$= 0,119 \text{ t/m}$$

(2) Transversina extrema ou cortina :

Tem a seguinte geometria



- placa vertical

$$0,2 \times \left(\frac{0,5 + 1,946}{2} \times 2,169 + \frac{1,946 + 2,0}{2} \times 2,7 + \frac{2,0 + 2,074}{2} \times 3,7 \right) \times 24 = 7,448 \text{ t}$$

- dente inferior :

$$0,2 \times 0,2 \times 8,569 \times 2,4 = 0,823 \text{ t}$$

- dente superior :

$$0,2 \times 0,2 \times 6,4 \times 2,4 = 0,614 \text{ t}$$

- peso do aterro :

$$0,2 \left(1,3 \times 6,4 + \frac{0,3 + 1,746}{2} \times 2,169 \right) \times \\ \times 1,8 = 3,794 \text{ t}$$

- peso total : 12,679 t

b.4) Placa de transição

O cálculo anterior foi feito considerando que o aterro apoie a placa de transição. Caso ocorra queda do aterro, a placa funcionará como uma laje bi-apoiada e transmitirá metade de seu peso à cortina. Ou seja, para uma placa de 3m teremos:

$$P = \frac{0,25 \times 3,00 \times 6,4 \times 2,4}{2} = 5,76 \text{ t}$$

Teríamos então como carga total da cortina :

$$P = 12,679 + 5,76 = 18,439 \text{ t}$$

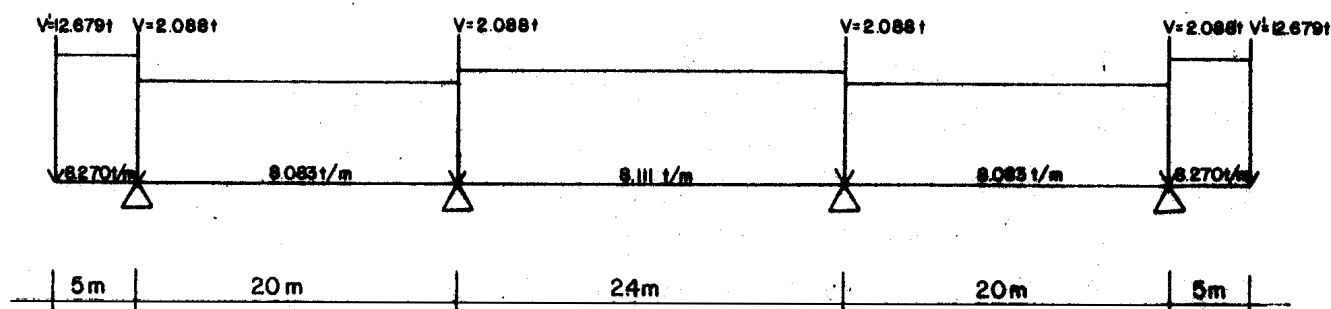
b.5) Carregamentos permanentes da viga principal . (totais) .

Podemos então determinar a carga permanente total sobre cada uma das vigas principais .

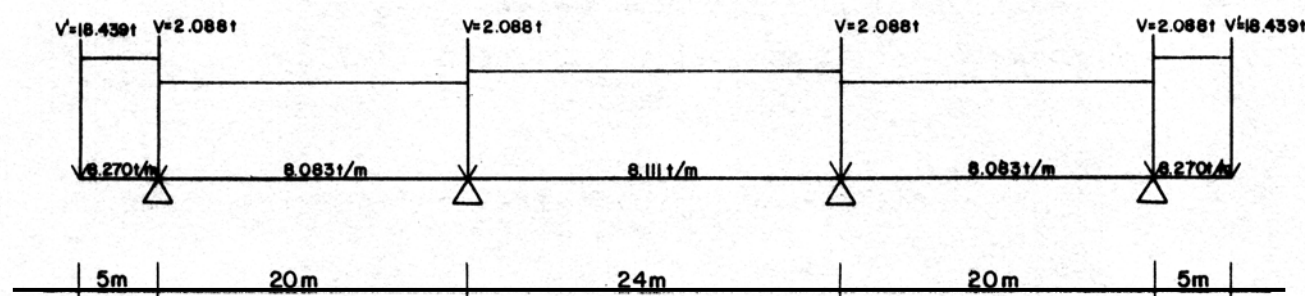
CARREGAMENTOS		DISTRIBUIDO (t/m)			CONCENTRADO (t)		V
		VÃO			V.		
		Balanco	de 20m	de 24m	s/Placa	c/Placa	
CONSTANTE NO TABULEIRO	Defensa	0,579			-	-	-
	Pavimentação	1,320			-	-	-
	Laje em balanço	1,782			-	-	-
	Pingadeira	0,013			-	-	-
	Laje central	2,041			-	-	-
VARIÁVEL NO TABULEIRO	Peso próprio V.P.	1,923			-	-	-
	Alargamento V.P.	0,612	0,306	0,255	-	-	-
	Transversina de apoio	-			-	-	2,088
	Transversina no vão	-	0,119	0,198	-	-	-
	Cortina	-			12,679	12,679	-
	Placa de transição	-			-	5,76	-
S O M A		8,270	8,083	8,111	12,679	18,439	2,088

Finalmente teremos a viga principal com os seguintes carregamentos :

- sem placa de transição



- com placa de transição



II-2-2 Cálculo estático da viga principal sob a ação da carga permanente .

O cálculo estático da viga principal sob a ação da carga permanente pode ser obtido por vários métodos, dentre os que estudamos em ESTÁTICA DAS CONSTRUÇÕES. Apresentamos a seguir os resultados obtidos com o emprego do MÉTODO DE GROSS .

II-2-2-1 Envoltórias de cargas permanentes

a) Momento fletor

SEÇÃO	0	2	4	6	8	10	12	14	15
c/placa	-195,57	30,26	126,76	93,94	-68,22	-359,70	14,05	200,93	224,29
s/placa	-166,77	52,27	141,99	102,37	-66,57	-364,84	8,91	195,79	219,15

b) Esforço cortante

SEÇÃO	a	0esq	0dir	2	4	6	8	10esq	10dir	12	14
c/placa	-18,439	-59,789	72,62	40,29	7,96	-24,38	-56,71	-89,04	97,332	58,4	19,47
s/placa	-12,679	-54,029	70,926	38,59	6,26	-26,07	-58,40	-90,734	97,332	58,4	19,47

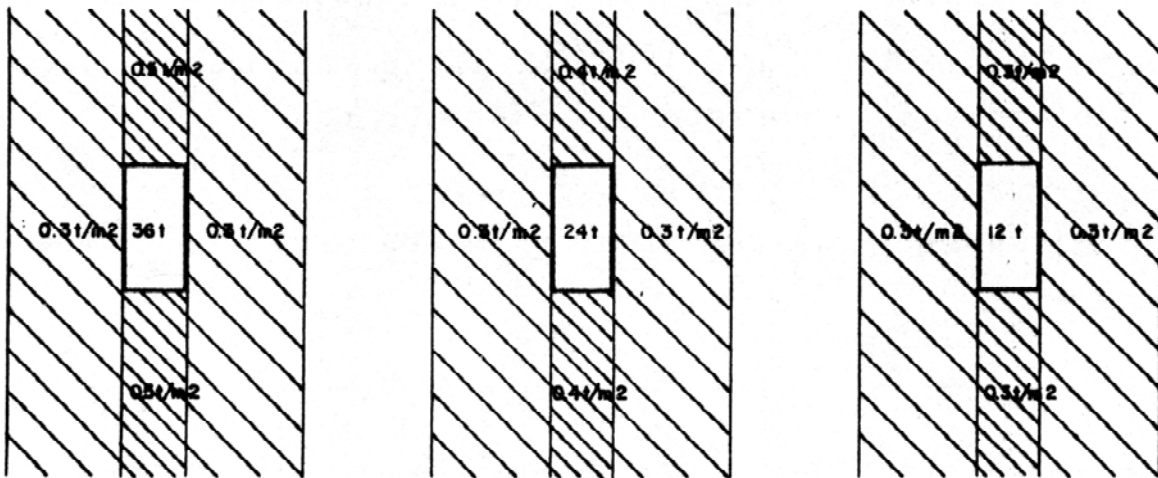
II-2-3 Levantamento da carga móvel

A carga móvel nas pontes é regida como vimos anteriormente pela NB-6 para pontes rodoviárias e pela NB-7 para pontes ferroviárias .

Para as pontes rodoviárias temos os seguintes carregamentos conforme sua classe :

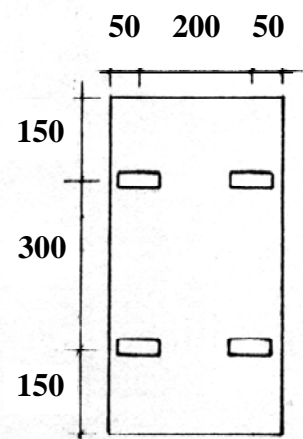
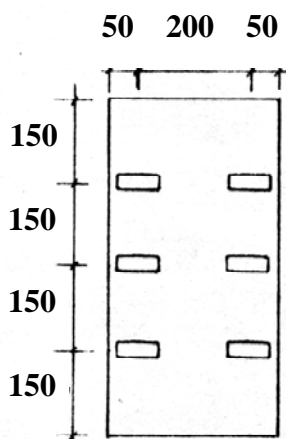
- classe I : caminhão de 36 t
- classe II : caminhão de 24 t
- classe III : caminhão de 12 t

As figuras explicam melhor os carregamentos :



- caminhão de 36t e 24t

- caminhão de 12t

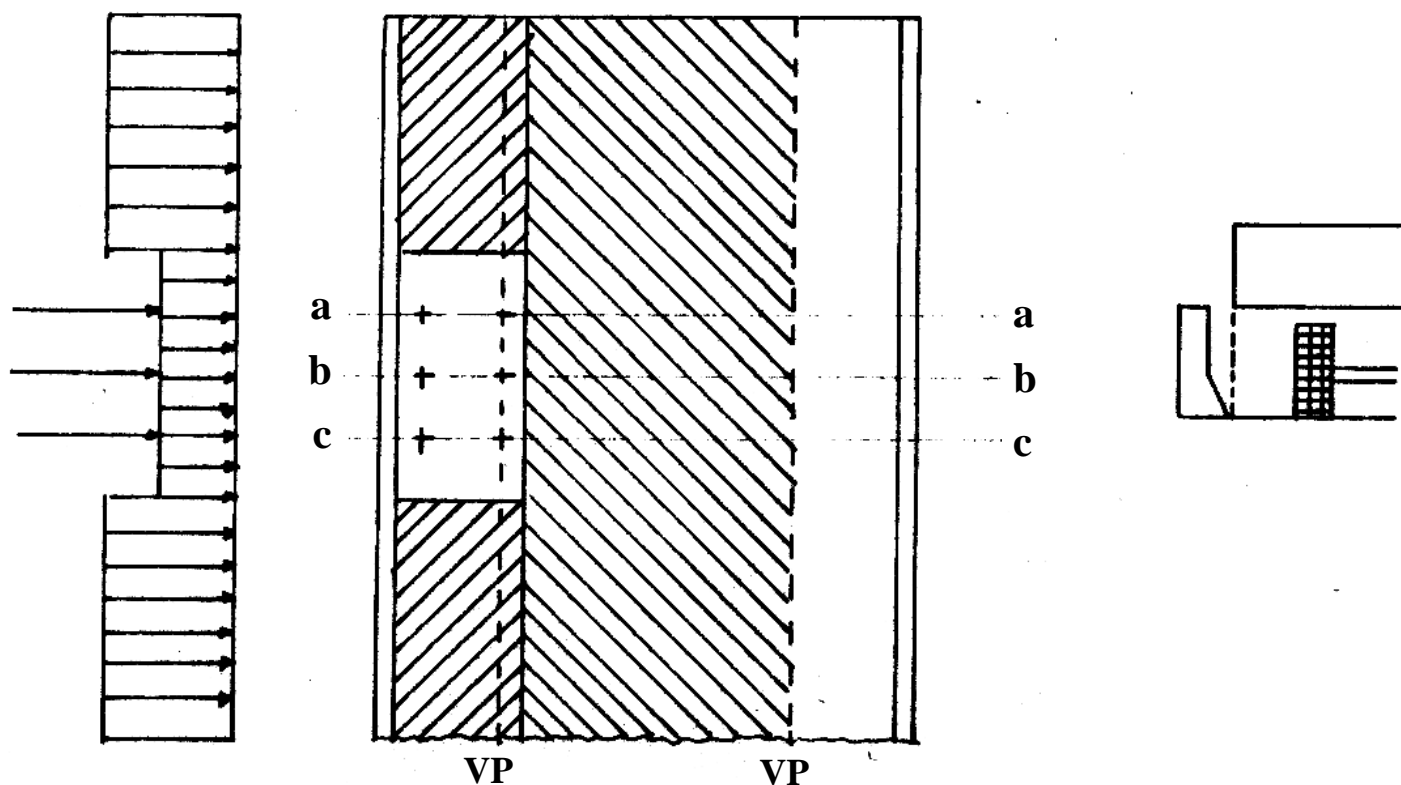


- caminhão de 36t : 6t por roda
- caminhão de 24t : 4t por roda
- caminhão de 12t : $\left\{ \begin{array}{l} 2t \text{ por roda dianteira} \\ 4t \text{ por roda traseira} \end{array} \right.$

Cada roda apresenta uma superfície de contato de 45x20cm.

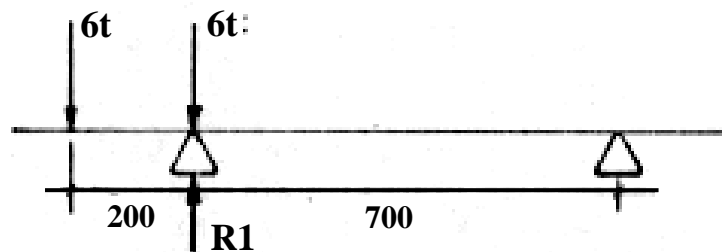
Com esta carga móvel devemos calcular o trem-tipo ou seja a reação máxima da carga móvel sobre a viga principal. Esta reação máxima corresponderá a situação do trem-tipo no balanço com as cargas concentradas o mais distante possível da viga principal.

Somente no cálculo de lajes em balanço e transversinas em balanço se deve encostar a roda do caminhão no guarda-roda. Caso contrário a projeção da carroceria deve estar no limite deste.



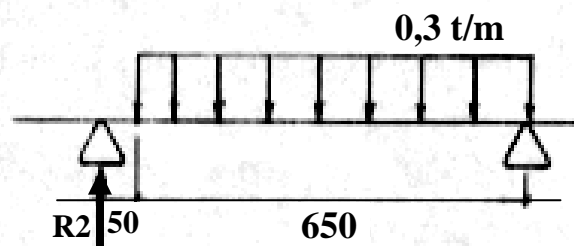
Façamos três cálculos de reações :

(1)



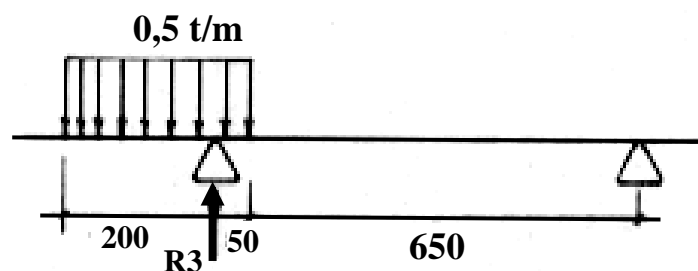
$$R_1 = \frac{6 (7 + 9)}{7} = 13,714t$$

(2)



$$R_2 = \frac{0,3 \times 6,5 \times 6,5}{2 \times 7,0} = 0,905 \text{ t/m}$$

(3)



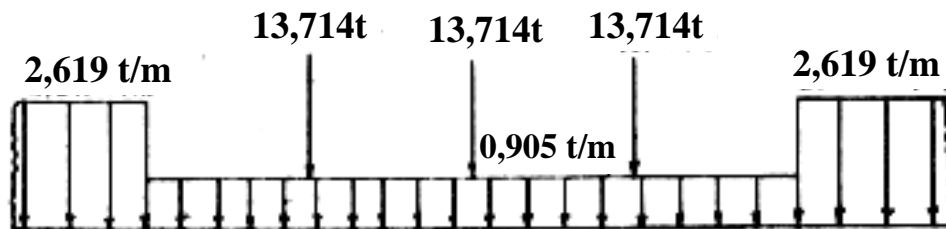
$$R_3 = \frac{0,5 \times 3,0 \times 8,0}{7,0} = 1,714 \text{ t/m}$$

Logo : seção a - a : $R = R_1 + R_2$

seção b - b : $R = R_2$

seção c - c : $R = R_2 + R_3$

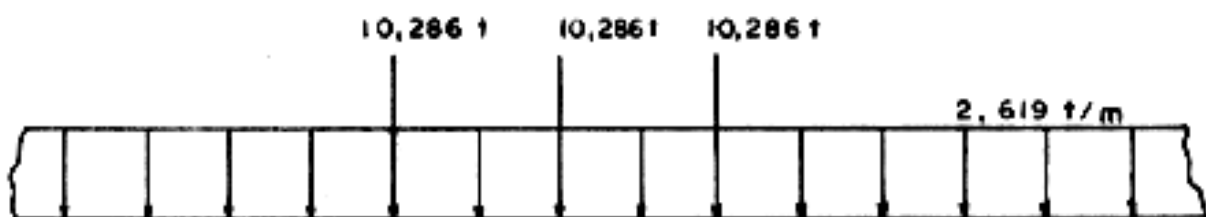
Assim, o trem-tipo terá o seguinte aspecto :



Para facilitar o cálculo das linhas de influência, e como tal procedimento nos leva a resultados bastante aproximados, vamos uniformizar a carga distribuída, aumentando seu valor sob o caminhão e diminuindo o valor das cargas concentradas. Logo :

- aumento da carga distribuída = $2,619 - 0,905 = 1,714 \text{ t/m}$
- diminuição de carga concentrada por roda = $\frac{1,714 \times 6}{3} = 3,428\text{t}$
- valor das cargas concentradas = $13,714 - 3,428 = 10,286\text{t}$

Assim, o trem - tipo ficará :



Considerando que tais cargas são dinâmicas, devemos levar em conta as imperfeições da pista de rolamento e multiplicar o trem-tipo por um coeficiente de impacto assim previsto no artigo 7 da NB-2 :

- pontes rodoviárias : $\Phi = 1,4 - 0,007 \ell \geq 1$
- pontes ferroviárias : $\Phi = 0,001(1600 - 60\sqrt{\ell} + 2,25) \geq 1,2$

onde ℓ é o vão .

No caso de vigas contínuas, permite a norma que se considere um único valor do coeficiente de impacto tomando ℓ o vão médio e desde que o vão menor seja no mínimo 0,7 do maior .

$$\text{No nosso caso : } 20 > 0,7 \times 24 = 16,8$$

$$\text{Logo : } \ell = \frac{20 + 24 + 20}{3} = 21,333 \text{ m}$$

$$\varphi = 1,4 - 0,007 \times 21,333 = 1,251 \text{ (para os vãos)}$$

Para o balanço, desde que a norma brasileira é omissa, adota-se para valor de ℓ , duas vezes o comprimento do balanço — (NORMA ALEMÃ) .

No nosso caso :

$$\ell = 2 \times 5 = 10\text{m}$$

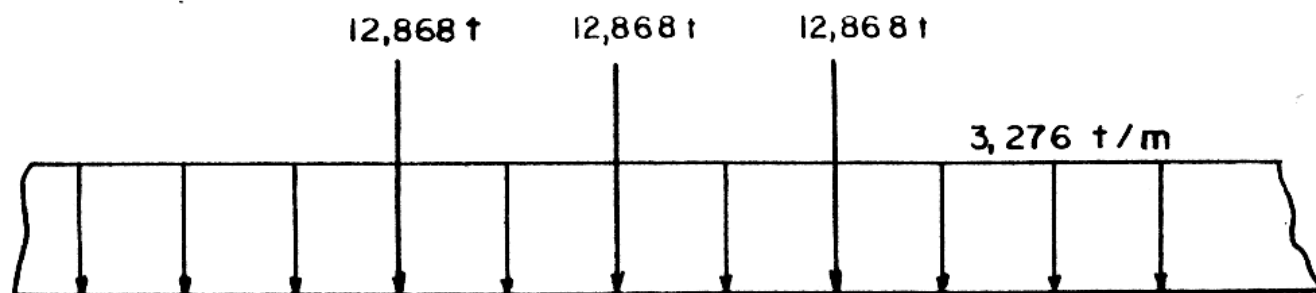
$$\text{Logo : } \varphi = 1,4 - 0,007 \times 10 = 1,33 \text{ (para o balanço)}$$

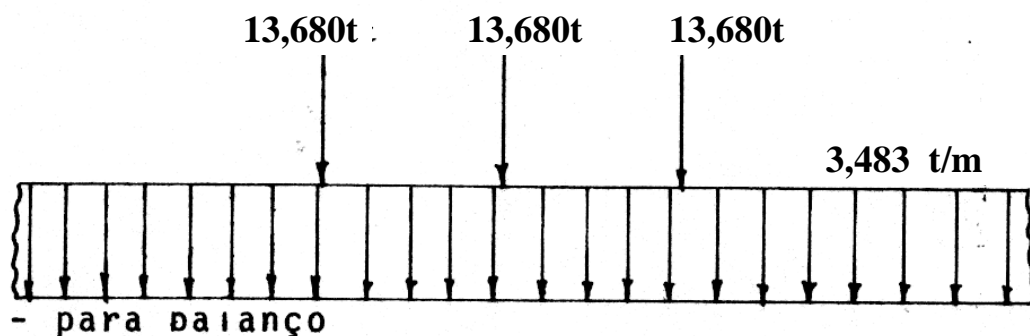
Logo teremos 2 trens-tipo; um para o cálculo das seções no vão e outro para o cálculo das seções do balanço .

- para os vãos

$$10,286 \times 1,251 = 12,868\text{t}$$

$$2,619 \times 1,251 = 3,276\text{t/m}$$





$$10,286 \times 1,33 = 13,680t$$

$$2,619 \times 1,33 = 3,483t/m$$

II-2-4 - Utilização das Tabelas Anger

II-2-4-1 - Apresentação

É intuitivo que uma carga concentrada se deslocando de um até outro extremo de uma ponte, provoque esforços diferentes em uma seção considerada, em função das diversas posições ocupadas pela carga. Torna-se absolutamente indispensável o conhecimento desta variação, para podermos efetuar o cálculo dos esforços devido a carga móvel. Isto será conseguido através do traçado das L.I. (linhas de influência) de cada esforço (momento fletor, esforço cortante, momento torçor, etc) para cada uma das seções da ponte.

Desenhando-se por exemplo um diagrama em que as ordenadas sejam os momentos em uma determinada seção, correspondentes a cada ponto de atuação da carga, obteremos uma curva que será a linha de influência de momentos fletores para esta mesma seção. Carregando-se o diagrama assim obtido com o trem-tipo calculado (ou determinado por norma), em sua posição mais desfavorável, obteríamos o momento fletor máximo na seção devido a carga móvel, que somado ao momento produzido pela carga permanente nos daria o valor do momento fletor envoltório para aquela mesma seção.

Com o objetivo de facilitar este cálculo foram organizadas por GEORG ANGER uma série de tabelas que nos dão as LINHAS DE INFLUÊNCIA para vigas contínuas.

De uma maneira geral são as seguintes as tabelas dis -

poníveis :

- Linhas de influência de Momento Fletor ;
- Linhas de influência de Esforços Cortantes ;
- Linhas de influência de Reações de Apoio .

As linhas de influência são apresentadas calculadas para :

- décimos de vão ;
- esforços máximos ;
- terços e quartos de vão e ainda ,
- são fornecidos valores tabelados para o cálculo de momentos devido a cargas uniformemente distribuídas .

Temos tabelas para :

- vigas sobre 3 apoios (2 vãos) - desde a relação 1:1 ($e_1 : e_2$) até a relação 1:2,5 ;
- vigas sobre 4 apoios (3 vãos) - desde a relação 1:1:1 até a relação 1:2:1 ;
- vigas sobre 5 apoios (4 vãos) - desde a relação 1:0,8:0,8:1 até a relação 1:2:2:1 .

São ainda apresentadas as considerações efetuadas na elaboração das tabelas e, também, como proceder para a sua utilização.

Temos também disponíveis as seguintes L.I. :

- L.I para a viga simples sobre dois apoios (um vão)
- L.I. para a viga livremente apoiada num lado e, rigidamente engastada no outro lado .

- L.I. para a viga rigidamente engastada em ambos os lados .

Tudo que foi dito anteriormente se refere a 1ª edição brasileira, traduzida da 7ª edição alemã de 1949. Dispõe-se também de tabelas elaboradas por ANGER, considerando vigas contínuas com extremidades em balanço .

11-2-4-2 - L.I. de Momentos Fletores

Usam-se os valores das colunas de 1 até 20 das tabelas para vigas de até quatro vãos, que são as mais comuns .

a) para cargas concentradas .

Os valores das tabelas são momentos em m.t. para um vão de referência de 1,00m e para uma carga concentrada de 1,0t .

Modo de utilização :

Procura-se a tabela correspondente ao nosso caso de cálculo (relação de vãos). Encontrada a tabela que nos interessa, para cada seção de cálculo, entramos na linha horizontal que estabelece as posições de cada uma das seções e retiramos a coluna que nos possibilitará o traçado da L.I. daquela seção. Traça-se a L.I. da seção .

Posiciona-se a carga de tal forma que se obtenha os valores máximos (ou mínimos, conforme o caso) do esforço considerado. Assim, multiplica-se a ordenada da posição da carga concentrada pelo valor dessa carga em t e depois pela distância entre os apoios x, em metros do primeiro vão. O resultado é o momento em m.t. .

Normalmente não há coincidência entre os valores dos segmentos da viga dividida entre seções de cálculo (que depende do vão) com os decorrentes das cargas concentradas do trem - tipo que têm posições definidas, como vimos anteriormente .

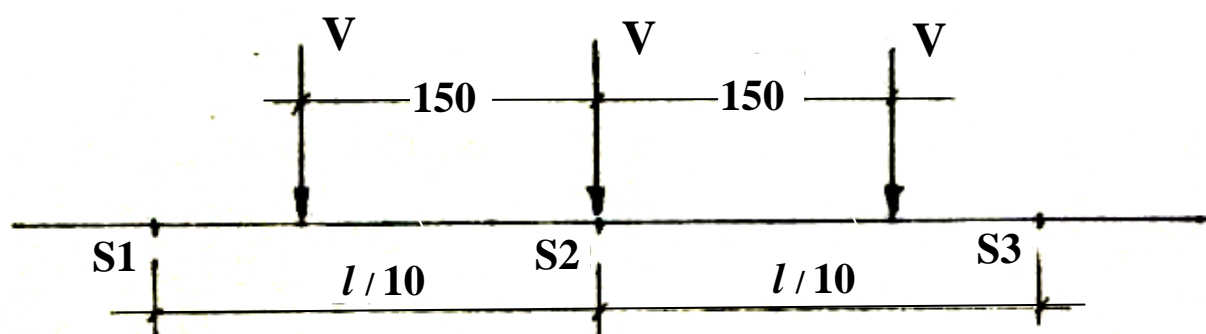
Para facilitar o cálculo pode-se proceder de duas maneiras :

(1) Calcular os valores das ordenadas da curva representativa da linha de influência, correspondentes à posição das cargas concentradas do trem-tipo. Este cálculo pode ser feito aproximadamente através de simples regra de três, considerando uma variação linear que terá que ser repetido cada vez que for preciso efetuar a operação .

(2) Adaptar o trem-tipo de tal forma que se tenha a posição das cargas concentradas do mesmo, exatamente numa seção de cálculo cuja ordenada está tabelada no ANGER. Existem duas situações distintas de cálculo :

1º caso :

Tendo-se posicionado o trem-tipo de acordo com a L.I., com as cargas simétricas em relação à ordenada máxima como se mostra na figura abaixo ,

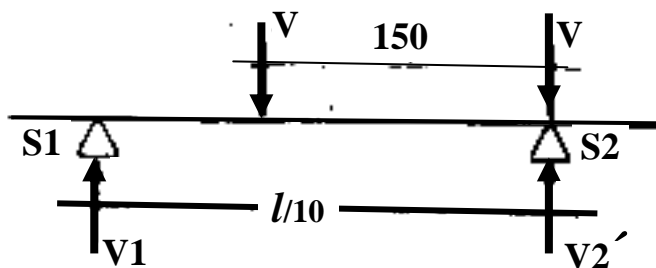
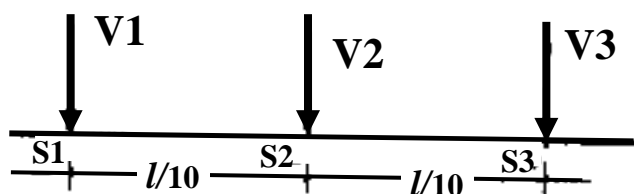


$S_1 - S_2 - S_3$ + seções de cálculo ;

S_2 + posição correspondente a ordenada máxima ;

V + valor da carga concentrada do trem-tipo .

o problema consiste em determinar os valores das cargas concentra-
das V_1 , V_2 e V_3 exatamente sobre as seções de cálculo S_1, S_2 e S_3



$$V_1 = V_3 = \frac{15V}{\ell}$$

ℓ + em metros

$$V_2' = V = \frac{15V}{\ell}$$

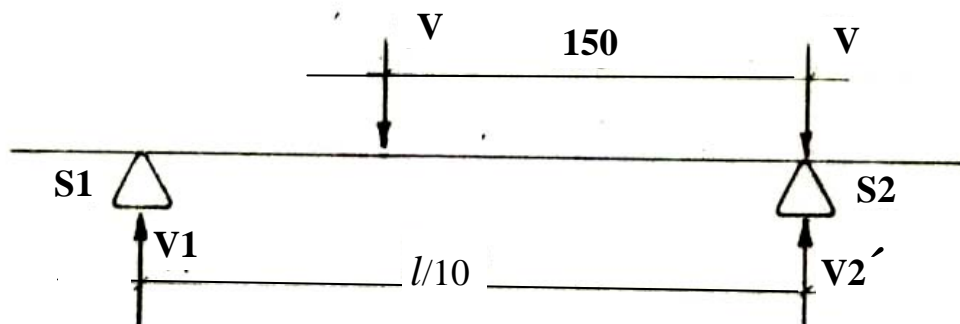
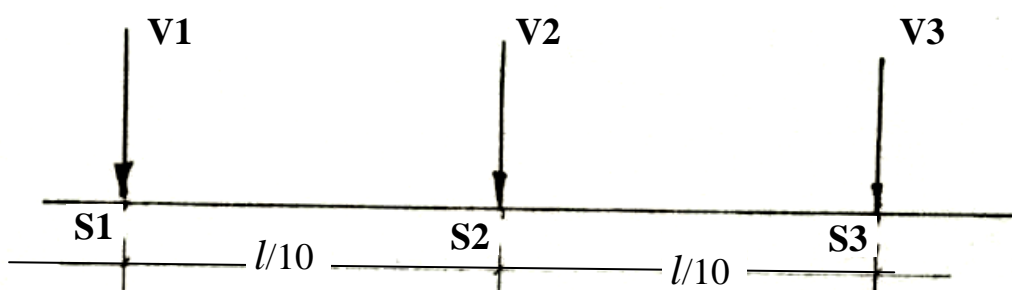
V + em toneladas

$S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \rightarrow$ seções de cálculo ;

$S_2 \rightarrow$ posição correspondente a ordenada máxima ;

$V \rightarrow$ valor da carga concentrada do trem-tipo .

o problema consiste em determinar os valores das cargas concentra-
das V_1 , V_2 e V_3 exatamente sobre as seções de cálculo S_1, S_2 e S_3 .



$$V_1 = V_3 = \frac{15V}{l}$$

$l \rightarrow$ em metros

$$V_2' = V - \frac{15V}{l}$$

$V \rightarrow$ em toneladas

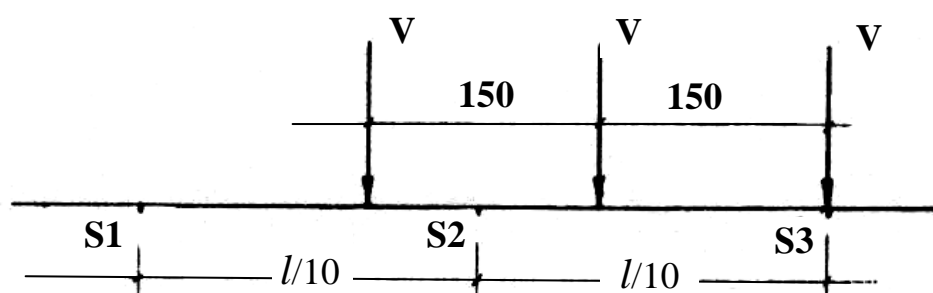
Determinação de V_2

$$V + 2 \left(V - \frac{15V}{l} \right) = 3V - \frac{30V}{l}$$

$$\therefore V_2 = 3V - 2V_1$$

2º caso :

Quando devido a L.I., a posição do trem - tipo não é simétrica em relação à ordenada máxima situada em S_3 (ou S_1) .

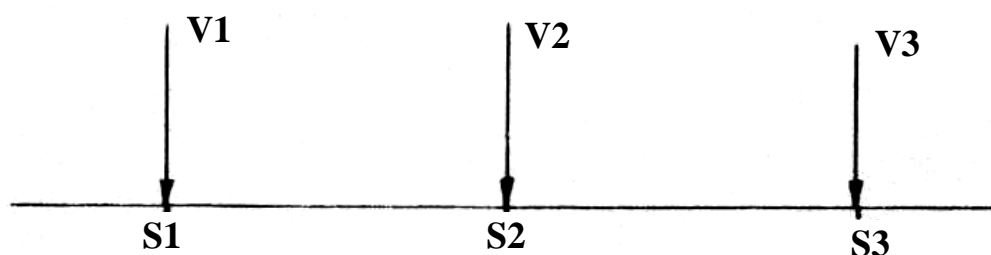


$S_1; S_2; S_3$ → seções de cálculo

S_3 → posição da ordenada máxima

V → carga concentrada do trem-tipo .

Temos que determinar novos valores para as cargas concentradas do trem-tipo agora posicionadas da maneira que se segue :



Raciocinando-se de maneira análoga ao caso anterior, vem :

$$V_3 = V + \frac{V(\ell/10 - 1,5)}{\ell/10}$$

$$\therefore V_3 = 2V - \frac{15V}{\ell}$$

$$V_2 = \frac{V \times 1,5}{\ell/10} + \frac{V | \ell/10 - (3 - \ell/10) |}{\ell/10} = \frac{15V}{\ell} + 2V - \frac{30V}{\ell}$$

$$\therefore V_2 = 2V - \frac{15V}{\ell}$$

$$V_1 = \frac{V(3 - \ell/10)}{\ell/10} = \frac{V(30 - \ell)}{\ell}$$

$$\therefore V_1 = \frac{30V}{\ell} - V$$

Precaução : Testar sempre, no caso de dúvida, a posição do trem-tipo que conduz ao máximo esforço que se deseja calcular, isto é, a posição das cargas concentradas do trem-tipo que conduz a maior soma das três ordenadas da L.I. .

b) para cargas parciais

Multiplica-se a carga parcial para cada metro em toneladas pela área sob a curva das linhas de influência que é a -

brangida pelo carregamento parcial e depois se multiplica o resultado pela distância entre os apoios x_1 , do vão extremo. O resultado final é o momento em m.t. .

b.1) Utilização da regra de Integração Simpson .

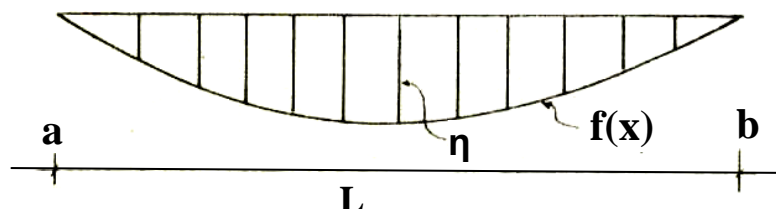
O único problema aqui é a determinação das áreas sob as curvas das linhas de influência. Para essa determinação utilizamos as fórmulas de integração de Simpson que são exatas para curvas até o 3º grau .

$$\int_a^b f(x) = \frac{\Delta x}{3} \left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{2n-2}) + 4f(x_{2n-1}) + f(x_{2n}) \right]$$

onde $\Delta x = \frac{b - a}{2n}$

Com os cuidados decorrentes, a aplicação dessa fórmula não precisa ser feita para cada intervalo entre duas seções de cálculo e sim, para todo o vão entre os apoios .

Exemplo :



temos que :

$$\Delta x = L/2$$

$$f(x_0) = 0$$

$$f(x_1) = \eta$$

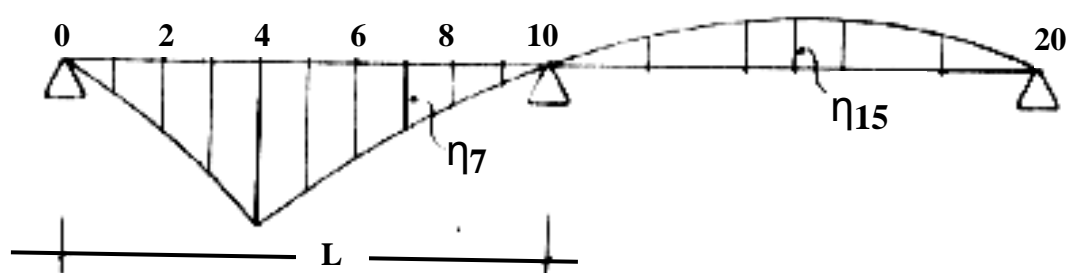
$$f(x_2) = 0$$

então:
$$S = \int_a^b f(x) dx = \frac{L}{2 \times 3} (0 + 4\eta + 0)$$

$$\therefore S = \frac{2}{3} L\eta$$

η = valor da ordenada correspondente a seção média da curva .

(2) Para outra situação comum :



A aplicação neste caso, das fórmulas de integração de Simpson pode ser feita por trecho. Usando o mesmo raciocínio anterior empregamos as fórmulas para os trechos 0-4, 4-10 e 10-20 adaptando os valores de acordo com a situação .

Para o trecho 0-4.

$$\Delta x = \frac{0,4 L}{2} = 0,2 L$$

$$f(x_0) = 0$$

$$f(x_1) = n_2$$

$$f(x_2) = n_4$$

$$S_1 = \int_0^4 f(x) dx = \frac{0,2L}{3} (0 + 4n_2 + 2n_4) = \frac{0,4L}{3} (2n_2 + n_4)$$

$$\therefore S_1 = \frac{0,4L}{3} (2n_2 + n_4)$$

Para o trecho 4-10.

$$x = \frac{0,6L}{2} = 0,3L$$

$$f(x_0) = n_4$$

$$f(x_1) = n_7$$

$$f(x_2) = n_{10} = 0$$

$$S_2 = \int_4^{10} f(x) dx = \frac{0,3L}{3} (n_4 + 4n_7 + 0) = 0,1L (n_4 + 4n_7)$$

$$\therefore S_2 = 0,1L (n_4 + 4n_7)$$

Para o trecho 10-20

Recai-se no caso do ítem (1) anteriormente explorado .

b.2) Utilização direta das tabelas de ANGER

As tabelas que dão os valores de momentos fletores para cargas uniformemente distribuídas, apresentam os valores das L.I. para cargas parciais sobre qualquer dos vãos. Devemos ter cuidado apenas com as seções que possuem ordenadas de L.I. com os dois sinais no mesmo vão, pois neste caso, o valor apresentado nas L.I. para cargas parciais refere-se apenas ao valor da área de maior sinal, devendo a área menor (de sinal contrário) ser calculada através de um outro método (como sugestão o método de Simpson, anteriormente visto). Como exemplo veja no ítem II.2.5.1 o cálculo do momento fletor para a seção 12 .

c) para cargas uniformemente distribuídas .

Usam-se tabelas especiais, denominadas de " momentos em m.t. para carga uniformemente distribuída de 1t/m." Nesse caso os valores dos momentos são fornecidos diretamente para cada seção de cálculo .

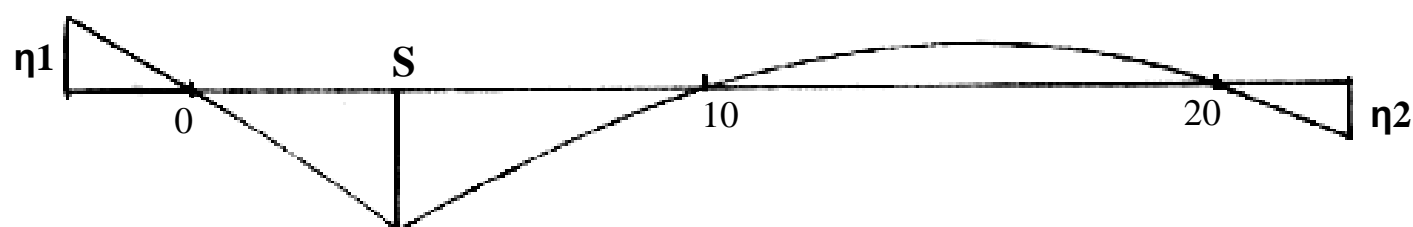
$$M = K g \ell_1^2 , \text{ onde :}$$

- K → retirado das tabelas
- g → carga distribuída em m.t.
- ℓ_1 → vão extremo da viga .

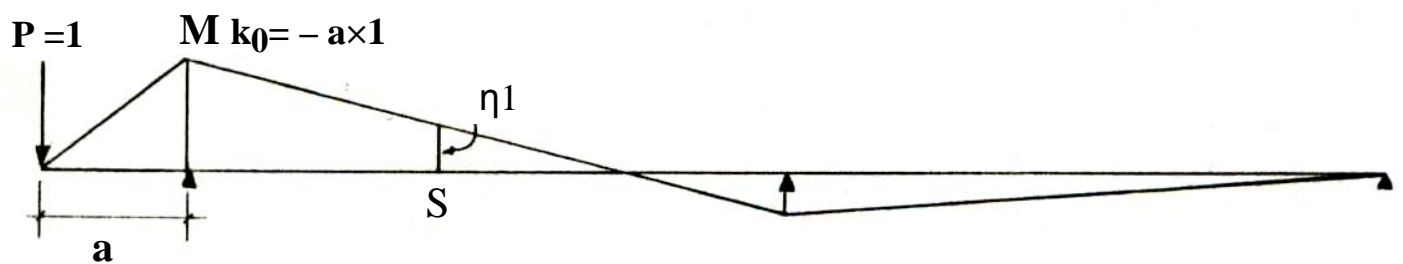
d) forma de computar a influência do balanço no traçado das L.I. de momento fletor .

As tabelas fornecem apenas as L.I. das seções da viga entre apoios. No caso da existência de balanço ter-se-á que

determinar, qual a ordenada da L.I. na extremidade do mesmo para a seção considerada ou, o que é o mesmo, qual o valor de momento na seção considerada quando a carga concentrada está na extremidade do balanço (este conceito decorre da própria definição de linha de influência). Vamos supor, para elucidar a questão, que se deseja obter a L.I. de momento fletor da seção S .



As ordenadas, dependendo da relação entre vãos, com preendidas entre os apoios extremos 0 e 20 são tabeladas por ANGER, restando, então definir os valores de η_1 e η_2 nas extremidades dos balanços. Basta então aplicarmos uma carga concentrada unitária na extremidade do balanço esquerdo e calcularmos o momento produzido por essa carga na seção S para termos o valor de η_1 . Procedendo de maneira análoga na extremidade do balanço direito obteremos o valor de η_2 .



Os valores η_1 e η_2 assim calculados são os valores reais de η e que, portanto, devem ser divididos por λ , para poderem ser considerados como os valores tabelados por ANGER.

Uma outra maneira de se levar em conta a influência dos balanços é através das tabelas de ANGER que fornecem as L.I. para momentos unitários concentrados aplicados nos apoios extremos. Para obtermos o valor da ordenada no extremo do balanço, agimos da seguinte forma:

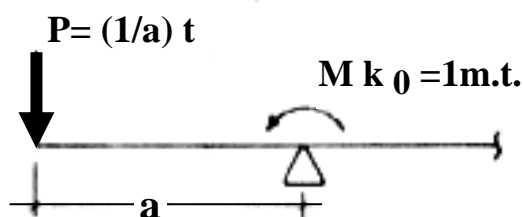
(1) Entra-se na tabela correspondente a nossa relação de vãos e, também, ao momento $M_k = 1$ mt, aplicado no apoio extremo, contíguo ao balanço considerado;

(2) Retira-se o valor da ordenada "M" da L.I. de M_k na seção "S" que se está calculando;

(3) Obtem-se o valor da ordenada da L.I. da seção "S" no extremo do balanço aplicando-se a seguinte relação:

$$M_1 = M \cdot \frac{a}{\lambda_1}$$

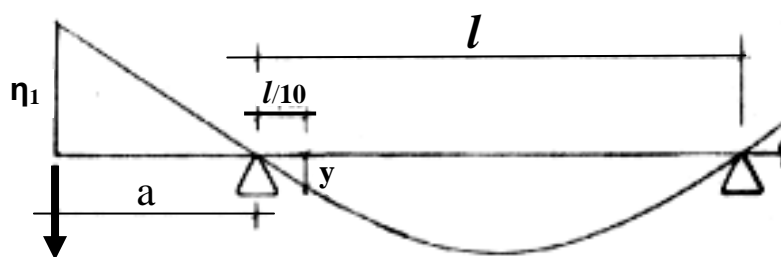
A demonstração desta relação é muito simples. Para conseguirmos um momento $M_k = 1 \text{ mt}$ no apoio extremo devemos ter :



Recaímos então no caso anterior porém, com a vantagem de não ser preciso o cálculo da viga, visto já dispormos da L.I. de $M_{k_0} = 1 \text{ mt.}$

Uma terceira maneira, aproximada, de avaliar o valor de η_1 (ou η_2) é traçando-se uma secante passando pelo apoio extremo considerado e, pelo valor correspondente a seção no décimo de vão mais próximo a ele, valor este tabelado por ANGER .

Estaremos considerando então uma variação linear da curva da L.I. entre esses pontos. Assim por exemplo .



y = ordenada tabelada por ANGER

Por semelhança de triângulo, teremos :

$$\frac{y}{l/10} = \frac{\eta_1}{a} \quad \therefore \quad \eta_1 = \frac{10 a y}{l}$$

11-2-4-3 - Linhas de influência das reações de apoio .

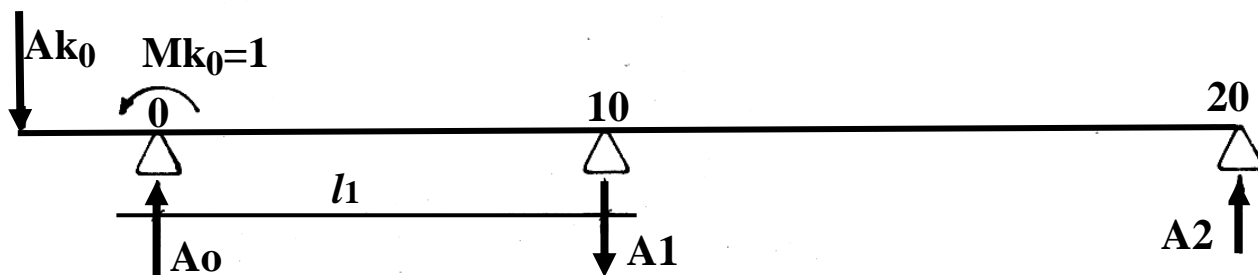
Encontram-se tabelados no ANGER para um tipo de viga e uma dada relação entre vãos, as linhas de influência para as diferentes reações de apoios das vigas .

Vale aqui apenas acrescentar que a influência do balanço será levada em conta, procurando-se determinar, à semelhança do que foi definido para momento fletor, as ordenadas da L.I. de reações de um apoio considerado nas extremidades dos balanços .

Isto é feito posicionando-se uma carga concentrada unitária na extremidade de cada balanço e a seguir determinando quais os valores das reações no apoio considerado, para cada posição de carga, ou seja, para a carga na extremidade do balanço esquerdo , qual a reação no apoio considerado e "mutatis mutandis", para a carga na extremidade do balanço direito. Estas reações serão respectivamente as ordenadas da L.I. no extremo do balanço esquerdo e no extremo do balanço direito .

Aqui também as tabelas de ANGER permitem a determinação dessas reações de apoio quando um momento unitário atua sobre um dos apoios extremos da viga .

Assim por exemplo :



onde :

$$A_0 = A_{k0} + \eta_0 \times \frac{M_{k0}}{l_1}$$

$$A_1 = \eta_1 \times \frac{M_{k0}}{l_1}$$

$$A_2 = \eta_2 \times \frac{M_{k0}}{l_1}$$

η_0 , η_1 , η_2 - ordenadas tabeladas por ANGER para reação em A_0 , A_1 , A_2 respectivamente .

M_{k0} - momento na extremidade do balanço considerado .

A_{k0} - valor da carga na extremidade do balanço. Quando raciocinamos com L.I. A_{k0} será igual a 1.0 .

O valor de A_0 será a ordenada da L.I. de reação do apoio 0 na extremidade do balanço esquerdo; o valor de A_1 será a

ordenada da L.I. de reação do apoio 10 na extremidade do balanço esquerdo, e o valor de A_2 será da mesma forma, o valor da ordenada da L.I. de reação do Apoio 20, na extremidade do balanço esquerdo .

A avaliação das áreas sob a curva das L.I. é feito de maneira idêntica ao que foi explanado anteriormente, utilizando-se as fórmulas de integração de SIMPSON, no caso de carregamento parcial ou uniformemente distribuído .

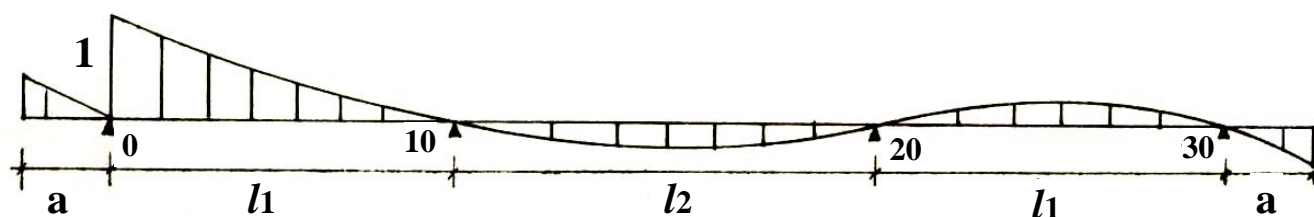
II-2-4-4 - Linhas de Influência de Cortante

a) Generalidades

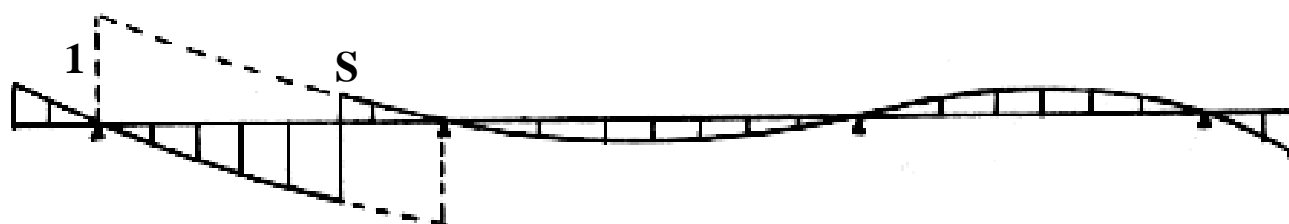
As linhas de influência de cortante para uma seção qualquer do vão decorrem das L.I. de cortante para as seções do apoio .

Assim, para uma seção qualquer do 1º vão utilizamos para obtenção da L.I. respectiva de cortante, a L.I. de cortante de Q_0 à direita ; para obtenção da L.I. de uma seção qualquer do 2º vão, utilizamos a L.I. de Q_{10} à direita. Como o ANGER só trabalha com vigas simétricas, estas L.I. são suficientes para a definição das L.I. de cortante das seções intermediárias das vigas até 4 apoios .

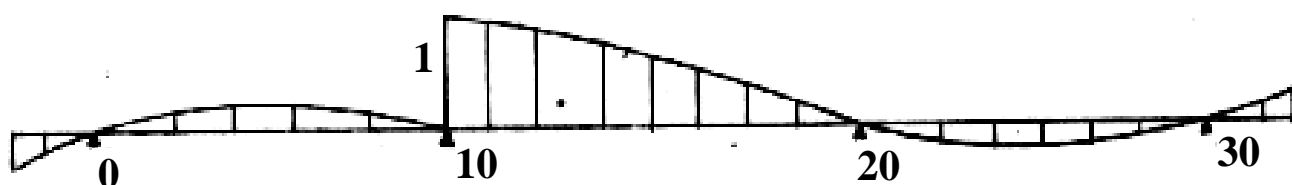
Aspecto da L.I. de Q_0 à direita



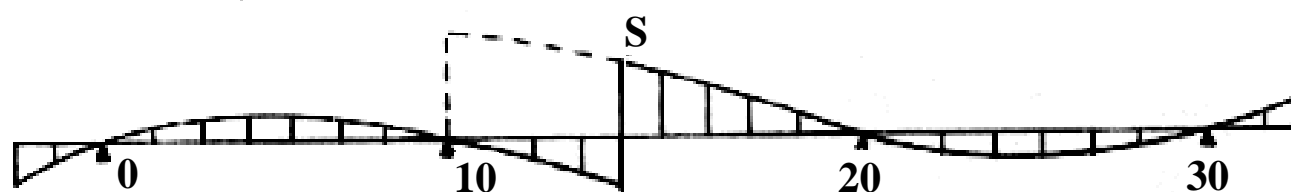
Para a seção S qualquer do 1º vão, o aspecto será:



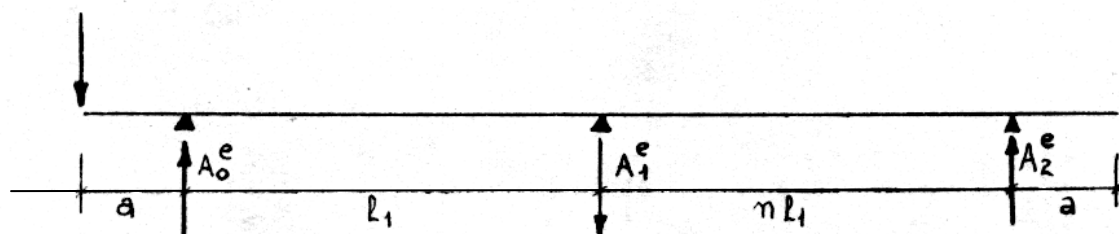
O Aspecto da L.I. de Q_{10} à direita será :



O aspecto da L.I. de cortante de uma seção S qualquer do 2º vão será :



b) Influência do balanço nas L.I. de Cortante das seções em vigas de 2 vãos.



Ordenada da extremidade do balanço das L.I. de cortantes das seções do 1º vão :

Da figura acima, quando a carga unitária está na extremidade do balanço esquerdo, vem :

$$M_{1e} (0-10) = A_0^e - 1,0$$

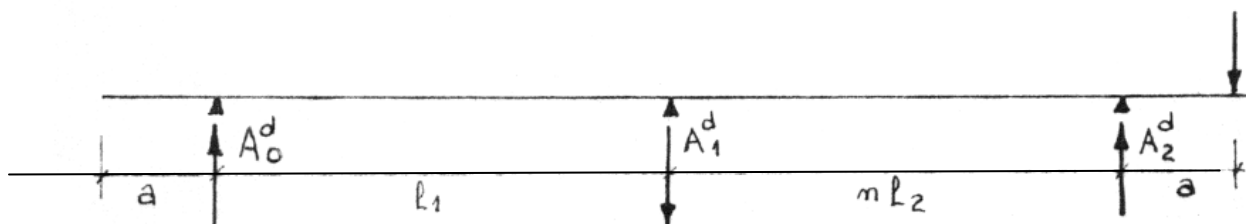
Ordenada da extremidade do balanço das L.I. de cortante das seções do 2º vão :

Quando a carga unitária está na extremidade do balanço esquerdo :

$$M_{2e} (10-20) = A_0^e + A_1^e - 1,0$$

Os valores de A_0 e A_1 estão tabelados no ANGER para momentos unitários M_{K_0} na seção do apoio 0.

Analogamente, quando a carga unitária está na extremidade do balanço direito, teremos :



Para as seções do 1º vão, a ordenada da L.I. de cortante será :

$$M_{1d(0-10)} = A_2^d + A_1^d - 1,0 = A_0^d$$

Para as seções do 2º vão, a ordenada da L.I. de cortante será :

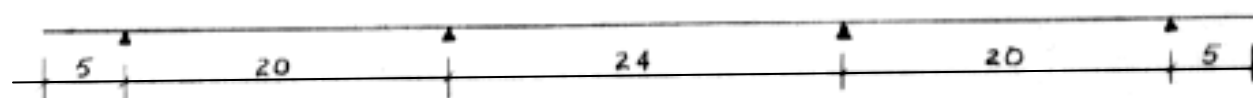
$$M_{2d(10-20)} = 1,0 - A_2^d = A_0^d + A_1^d$$

Para vigas de 3 e 4 vãos as tabelas de ANGER fornecem diretamente os cortantes nos diversos vãos quando atua um momento unitário M_{k0} na seção 0

No entanto, estas ordenadas são fornecidas em valor absoluto e os seus sinais tem que ser identificados com o aspecto da L.I. da seção considerada para que haja uma correta utilização das tabelas .

II-2-5 - Cálculo completo dos esforços, através das tabelas de ANGER para o nosso exemplo de ponte de projeto .

Sendo o nosso sistema estático

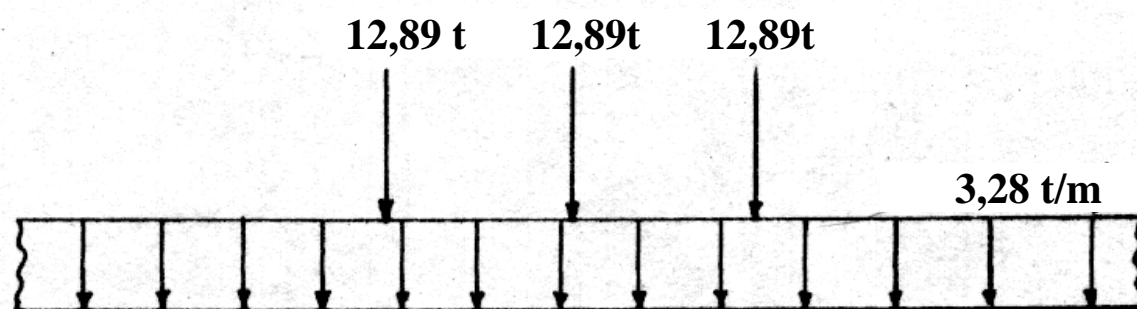


temos a seguinte relação entre vãos :

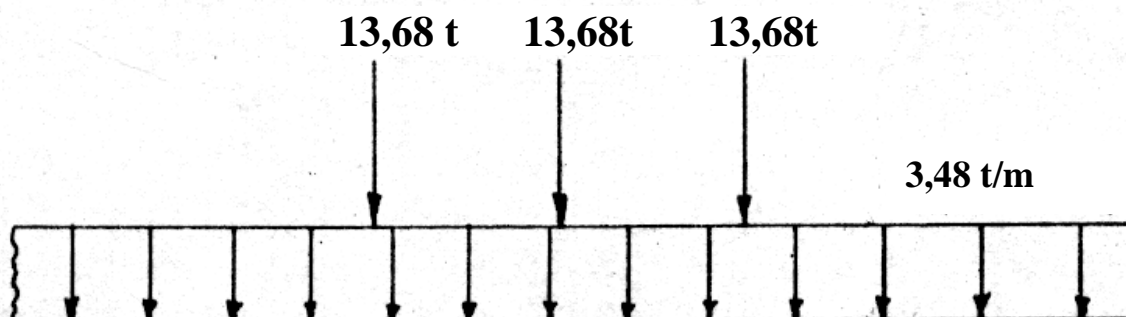
$$\frac{24}{20} = 1,2 \text{ , ou seja , } 1 : 1,2 : 1$$

Os trens-tipo calculados foram os seguintes :

- Para os vãos



- Para o balanço



II-2-5-1 - Momentos fletores

Retirando-se as tabelas de ANGER os valores para as seções de cálculo, teremos :

Linhas de influência : 3 vaos

1:1,2:1

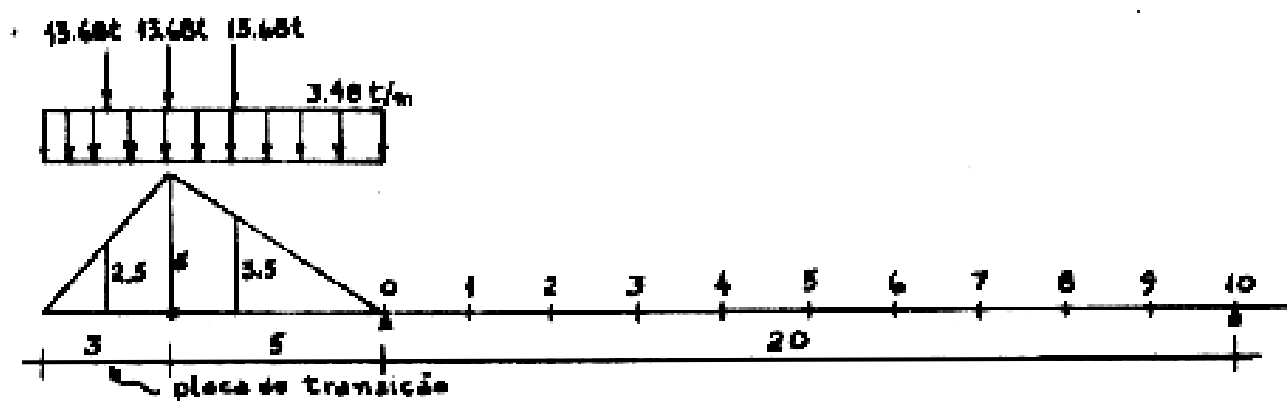
pos. carga		OS MOMENTOS FLETORES em tm							
		2	4	6	8	10	12	14	15
Estando a carga concentrada de 1 L sobre os pontos :	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0751	0,0503	0,0254	0,0006	-0,0243	-0,0181	-0,0119	-0,0088
	2	0,1506	0,1011	0,0517	0,0023	-0,0471	-0,0351	-0,0231	-0,0171
	3	0,1266	0,1532	0,0798	0,0064	-0,0670	-0,0500	-0,0329	-0,0244
	4	0,1035	0,2070	0,1105	0,0140	-0,0825	-0,0615	-0,0405	-0,0300
	5	0,0816	0,1632	0,1448	0,0263	-0,0921	-0,0685	-0,0452	-0,0335
	6	0,0611	0,1223	0,1835	0,0446	-0,0943	-0,0703	-0,0463	-0,0343
	7	0,0425	0,0849	0,1274	0,0699	-0,0677	-0,0653	-0,0430	-0,0319
	8	0,0259	0,0517	0,0776	0,1034	-0,0707	-0,0527	-0,0347	-0,0257
	9	0,0116	0,0232	0,0348	0,0463	-0,0420	-0,0313	-0,0206	-0,0153
	10	0	0	0	0	0	0	0	0
	11	-0,0102	-0,0204	-0,0306	-0,0407	-0,0509	0,0515	0,0340	0,0253
	12	-0,0167	-0,0333	-0,0500	-0,0667	-0,0833	0,1173	0,0780	0,0583
	13	-0,0200	-0,0400	-0,0599	-0,0799	-0,0999	0,0757	0,1312	0,0999
	14	-0,0207	-0,0413	-0,0620	-0,0827	-0,1034	0,0450	0,1933	0,1474
	15	-0,0193	-0,0386	-0,0579	-0,0771	-0,0964	0,0236	0,1436	0,2036
	16	-0,0154	-0,0327	-0,0491	-0,0554	-0,0818	0,0099	0,1016	0,1474
	17	-0,0124	-0,0248	-0,0373	-0,0497	-0,0621	0,0023	0,0666	0,0990
	18	-0,0080	-0,0160	-0,0241	-0,0321	-0,0401	-0,0008	0,0389	0,0583
	19	-0,0037	-0,0074	-0,0111	-0,0148	-0,0185	-0,0010	0,0165	0,0253
	20	0	0	0	0	0	0	0	0
	21	0,0023	0,0046	0,0069	0,0092	0,0115	0,0008	-0,0099	-0,0153
	22	0,0039	0,0077	0,0116	0,0154	0,0193	0,0013	-0,0167	-0,0257
	23	0,0048	0,0096	0,0143	0,0191	0,0239	0,0016	-0,0207	-0,0319
	24	0,0051	0,0103	0,0154	0,0206	0,0257	0,0017	-0,0223	-0,0343
	25	0,0050	0,0100	0,0151	0,0201	0,0251	0,0017	-0,0218	-0,0335
	26	0,0045	0,0090	0,0135	0,0180	0,0225	0,0015	-0,0195	-0,0300
	27	0,0037	0,0073	0,0110	0,0146	0,0183	0,0012	-0,0158	-0,0244
	28	0,0020	0,0051	0,0077	0,0103	0,0129	0,0009	-0,0111	-0,0171
	29	0,0013	0,0027	0,0040	0,0053	0,0066	0,0004	-0,0057	-0,0088
30	0	0	0	0	0	0	0	0	
		2	4	6	8	10	12	14	15

$x \cdot l_1$

MOMENTOS PARA CARGAS PARCIAIS DE 1t/m (em m.t.)		
Posição de carga	carga útil sobre vão (1)	carga útil sobre vão (2)
0	Q0	Q0
1	0,0399	-0,0077
2	0,0677	-0,0154
3	0,0886	-0,0231
4	0,0954	-0,0300
5	0,0943	-0,0386
6	0,0332	-0,0463
7	0,0620	-0,0540
8	0,0309	-0,0617
9	-0,0102	-0,0694
10	-0,0614	-0,0771
11	-0,0536	-0,0123
12	-0,0458	0,0381
13	-0,0370	0,0741
14	-0,0301	0,0957
15	-0,0223	0,1029
16	-0,0145	
17	-0,0067	
18	0,0011	
19	0,0089	
20	0,0167	
21	0,0150	
22	0,0134	
23	0,0117	
24	0,0100	
25	0,0084	
26	0,0057	
27	0,0060	
28	0,0033	
29	0,0017	
30	0	
$x \mu x_1^2$		

- Avaliação dos momentos fletores devido à carga móvel na seção "0"

L.I. da seção "0" e trem tipo sobre a L.I. de S_0 .



$$M_0 = - P (n_1 + n_2 + n_3) + q \times \text{Area da L.I.}$$

P = carga concentrada

q = carga distribuída

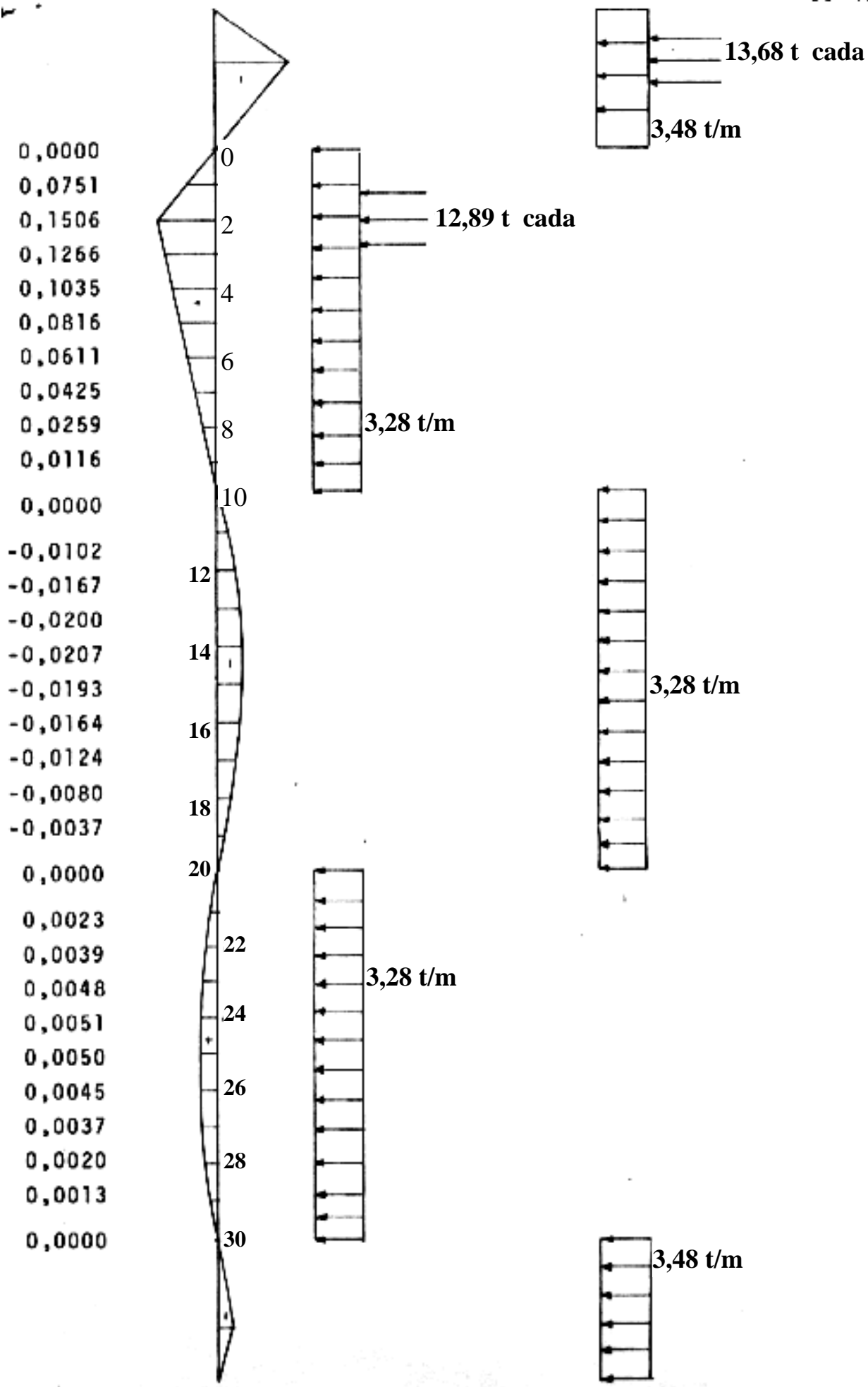
n_i = ordenadas da L.I. sob as cargas concentradas

$$M_0 = - 13,68 (2,5 + 5 + 7,5) + 3,48 \times \frac{8 \times 5}{2} = -220,08 \text{ m.t.}$$

- Avaliação do momento fletor máximo e mínimo na seção 2

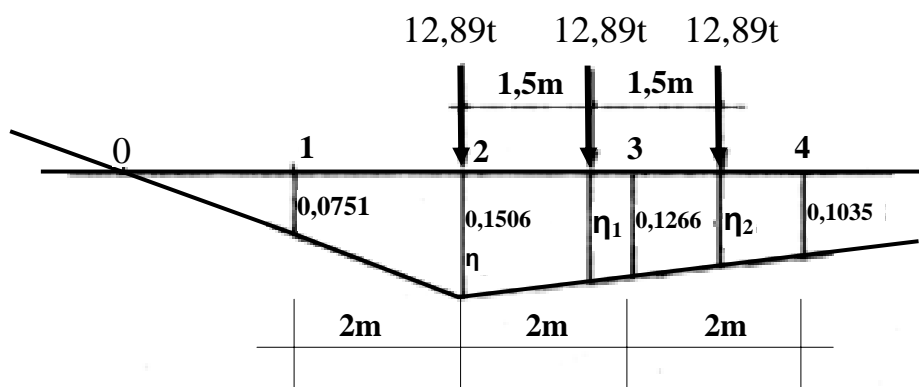
$$r_1 : r_2 : r_1 = 1 : 1,2 : 1 \quad \text{pág. 78 Anger}$$

Traça-se a L.I. de M_2 e a seguir carrega-se essa L.I. com os trens tipo na pior situação.



Deve ser procurada a posição das cargas concentradas na qual o somatório das ordenadas da L.I. seja a maior possível.

Por exemplo :

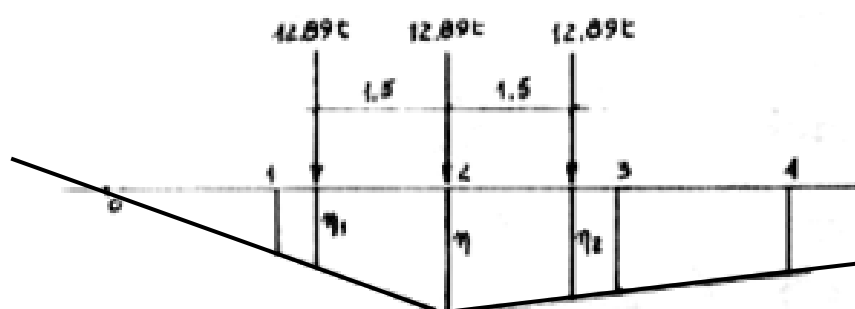


Cálculo das ordenadas η_1 e η_2 .

$$\frac{0,1506 - 0,1266}{2} = \frac{\eta_1 - 0,1266}{0,5} = \eta_1 = \frac{0,1506 - 0,1266}{2} \times 0,5 + 0,1266 = 0,1326$$

$$\frac{0,1266 - 0,1035}{2} = \frac{\eta_2 - 0,1035}{0,5} = \eta_2 = \frac{0,1266 - 0,1035}{2} \times 0,5 + 0,1035 = 0,1093$$

$$\text{logo } \eta + \eta_1 + \eta_2 = 0,1506 + 0,1326 + 0,1093 = 0,3925$$



$$\frac{0,1506-0,0751}{2} = \frac{\eta_1-0,0751}{0,5} = \eta_1 = \frac{0,1506-0,0751}{2} \times 0,5 +$$

$$+ 0,0751 = 0,094$$

$$\frac{0,1506-0,1266}{2} = \frac{\eta_2-0,1266}{0,5} = \eta_2 = \frac{0,1506-0,1266}{2} \times 0,5 +$$

$$+ 0,1266 = 0,1326$$

$$\text{logo } \eta + \eta_1 + \eta_2 = 0,1506 + 0,094 + 0,1326 = 0,3772 <$$

$$< 0,3925$$

∴ a pior situação é a primeira .

$$M_{2\text{máx}} = 12,89 (0,1506 + 0,1326 + 0,1093) \times 20 +$$

$$+ 0,0677 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0033 \times 3,28 \times 20^2 =$$

$$= + 194,34 \text{ mt.}$$

Explicação :

* O valor 0,0677 foi tirado da tabela para cargas parciais na seção 2 quando o primeiro vão está carregado .

O valor 0,003 foi tirado da tabela para a seção 2 quando o terceiro vão está carregado . Este valor tira-se da mesma coluna do vão (1) para o complemento da seção 2, i. é, seção (30-2) = 28, através de uma aplicação do Teorema de Betti.

- Avaliação de $M_2 \text{ min}$.

Carrega-se a linha de influência já traçada com o trem tipo na posição mais desfavorável e calcula-se o valor do momento fletor máximo negativo. Devemos avaliar três parcelas, nos dois balanços e no vão central .

Um artifício para calcular a primeira parcela consiste em multiplicar a ordenada da L.I. de M_2 na seção 1 por 10 e depois multiplicar pelo valor de M_0 já calculado, temos assim :

$$\begin{aligned}
 M_2 \text{ min} &= - \left[0,0751 \times 10 \times 220,08 + 0,0154 \times 3,28 \times \right. \\
 &\quad \left. \times 20^2 + 0,0013 \times 10 \times 3,48 \times \frac{(5 + 3) \times 5}{2} \right] = \\
 &= - 186,17 \text{ mt} .
 \end{aligned}$$

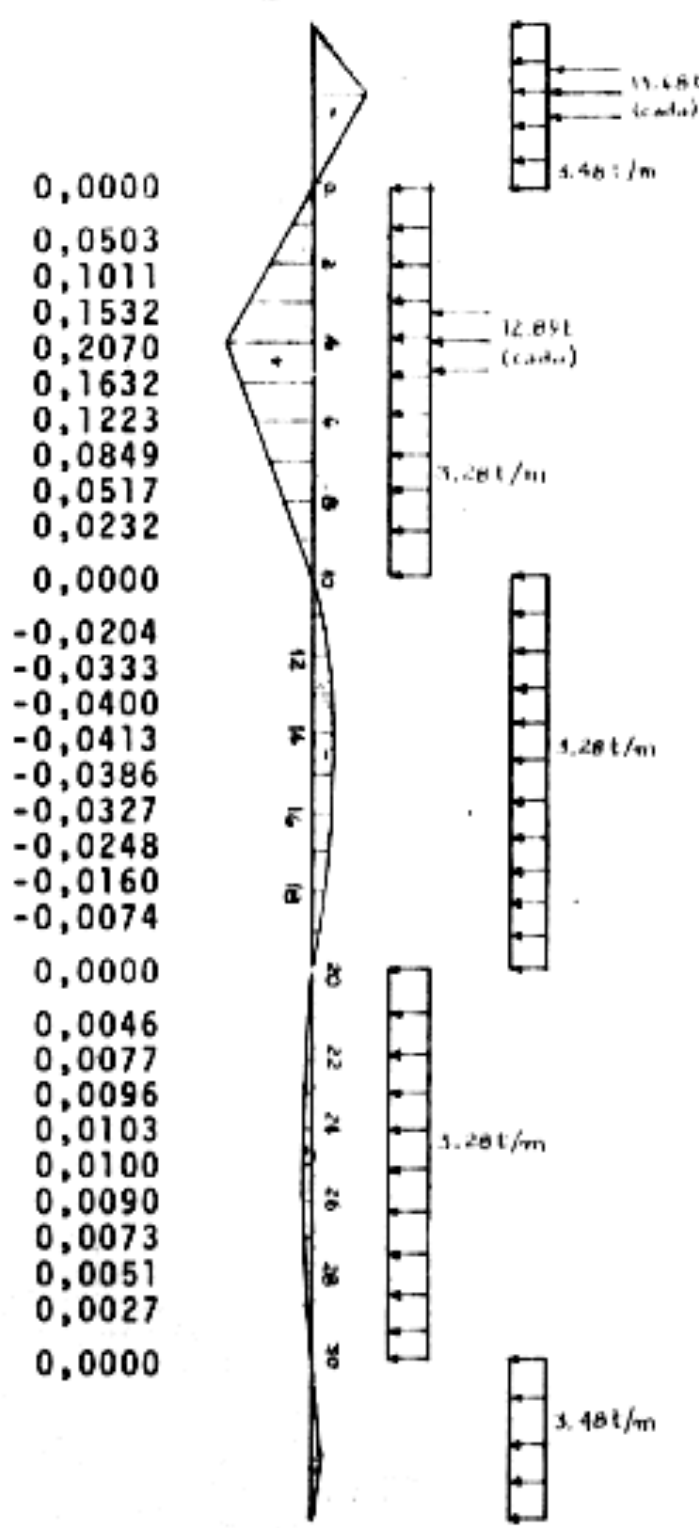
Na 2ª parcela, o valor 0,0154 foi tirado da pág - 70 do ANGER para a seção 2 quando o vão central está carregado .

Na 3ª parcela, multiplica-se a ordenada da L.I. na seção 29 por 10, pela multidão, e logo pela área da L.I. de S_0 .

O erro cometido com este artifício é desprezível .

- Avaliação do Momento fletor máximo e mínimo na seção

4

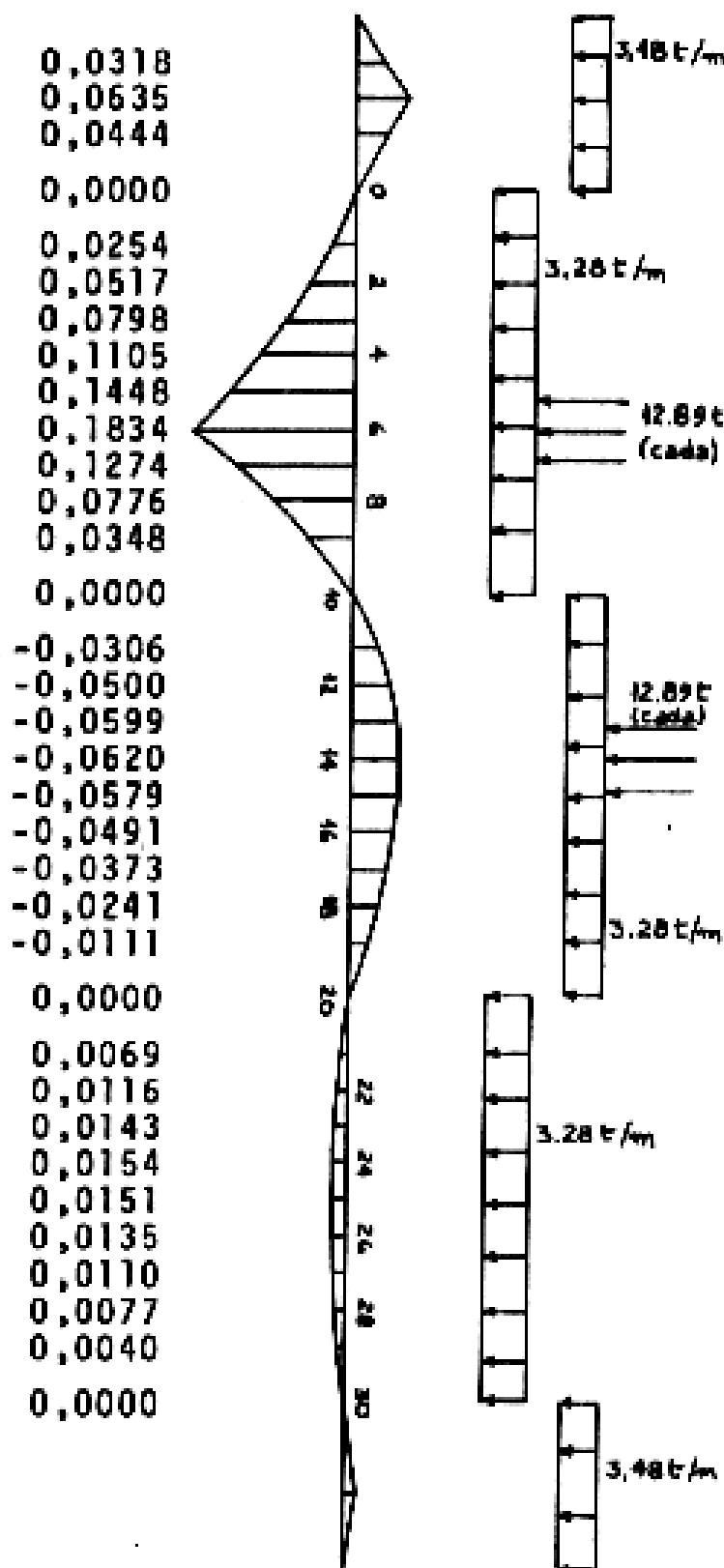


- 0,0000
- 0,0503
- 0,1011
- 0,1532
- 0,2070
- 0,1632
- 0,1223
- 0,0849
- 0,0517
- 0,0232
- 0,0000
- 0,0204
- 0,0333
- 0,0400
- 0,0413
- 0,0386
- 0,0327
- 0,0248
- 0,0160
- 0,0074
- 0,0000
- 0,0046
- 0,0077
- 0,0096
- 0,0103
- 0,0100
- 0,0090
- 0,0073
- 0,0051
- 0,0027
- 0,0000

$$M_4 \text{ máx} = 12,89 (0,1666 + 0,2070 + 0,1742) \times 20 + 0,0954 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0067 \times 3,28 \times 20^2 = + 275,18 \text{ mt.}$$

$$M_4 \text{ mín} = - \left[0,0503 \times 10 \times 220,08 + 0,0309 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0027 \times 10 \times 3,48 \times \frac{(5+3) \times 5}{2} \right] = - 153,12 \text{ mt.}$$

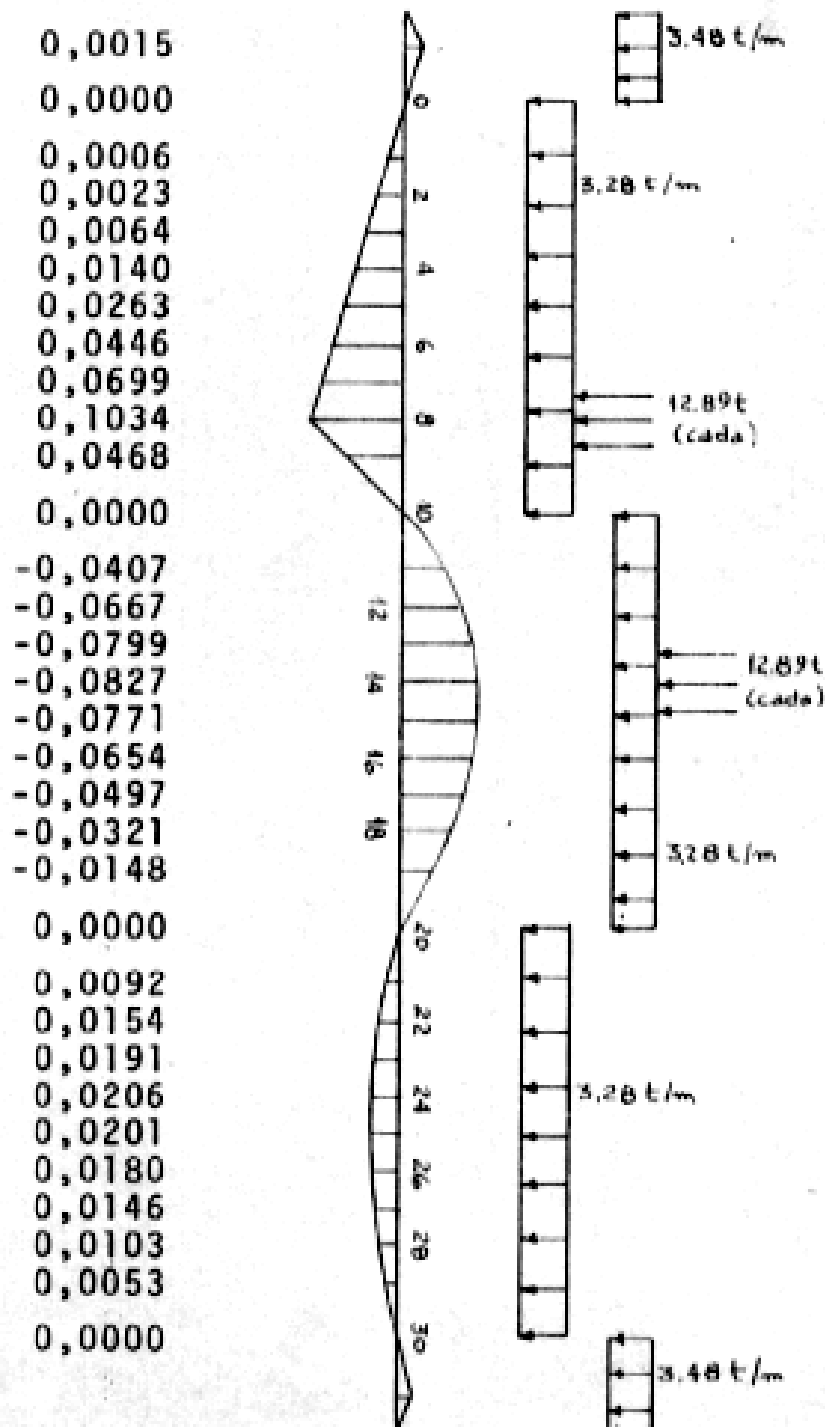
- Avaliação do Momento fletor máx e min na seção 6



$$M_6 \text{ máx} = 12,89 (0,1544 + 0,1634 + 0,1414) \times 20 + 0,0832 \times 3,28 \times 20^2 + 0,100 \times 3,28 \times 20^2 = 245,82 \text{ mt.}$$

$$M_6 \text{ mín} = -0,0254 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 5 + 12,89 (0,0607 + 0,0620 + 0,0594) \times 20 + 0,0463 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0040 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 5 = -128,15 \text{ mt.}$$

- Avaliação do Momento fletor máx e min na seção 8

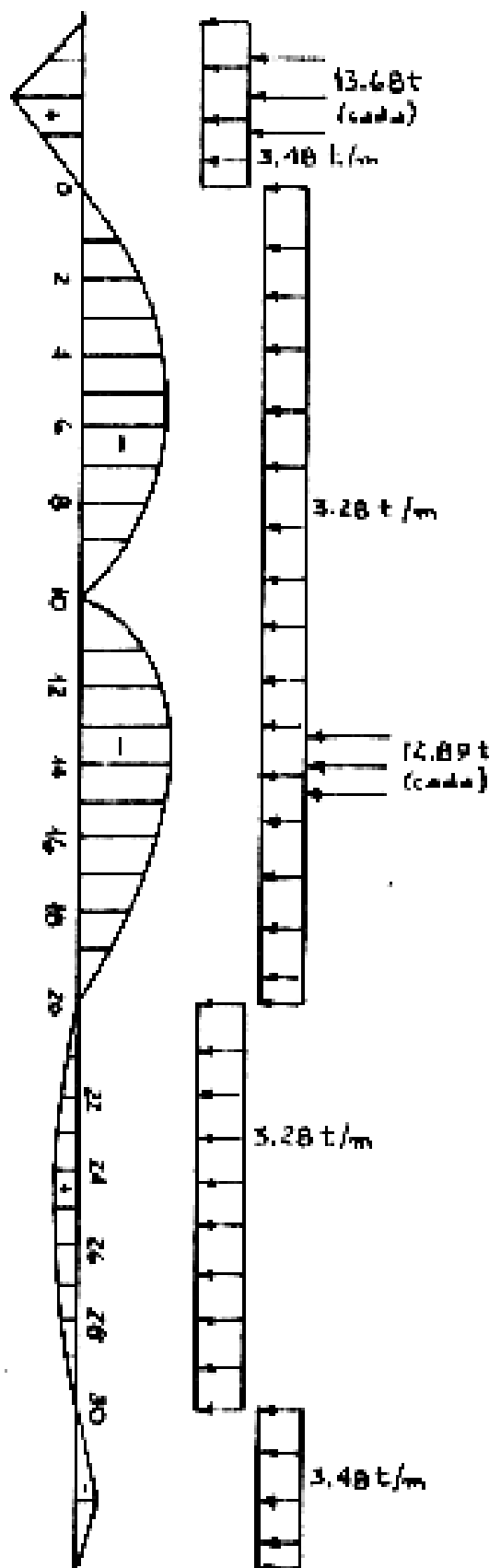


$$M_8 \text{ máx} = 12,89(0,0783+0,1034+0,0609)x20+0,0309x3,28x20^2+0,0134x3,28x20^2 = 120,66 \text{ mt.}$$

$$M_8 \text{ mín} = -\left[0,0006x10x3,48x\frac{5+3}{2}x5+12,89(0,0809+0,0827+0,0792)x20+0,0617 x 3,28x20^2+0,0053x10x3,48x\frac{5+3}{2}x5\right] = -147,65 \text{ mt}$$

- Avaliação do Momento fletor máx e min na seção 10

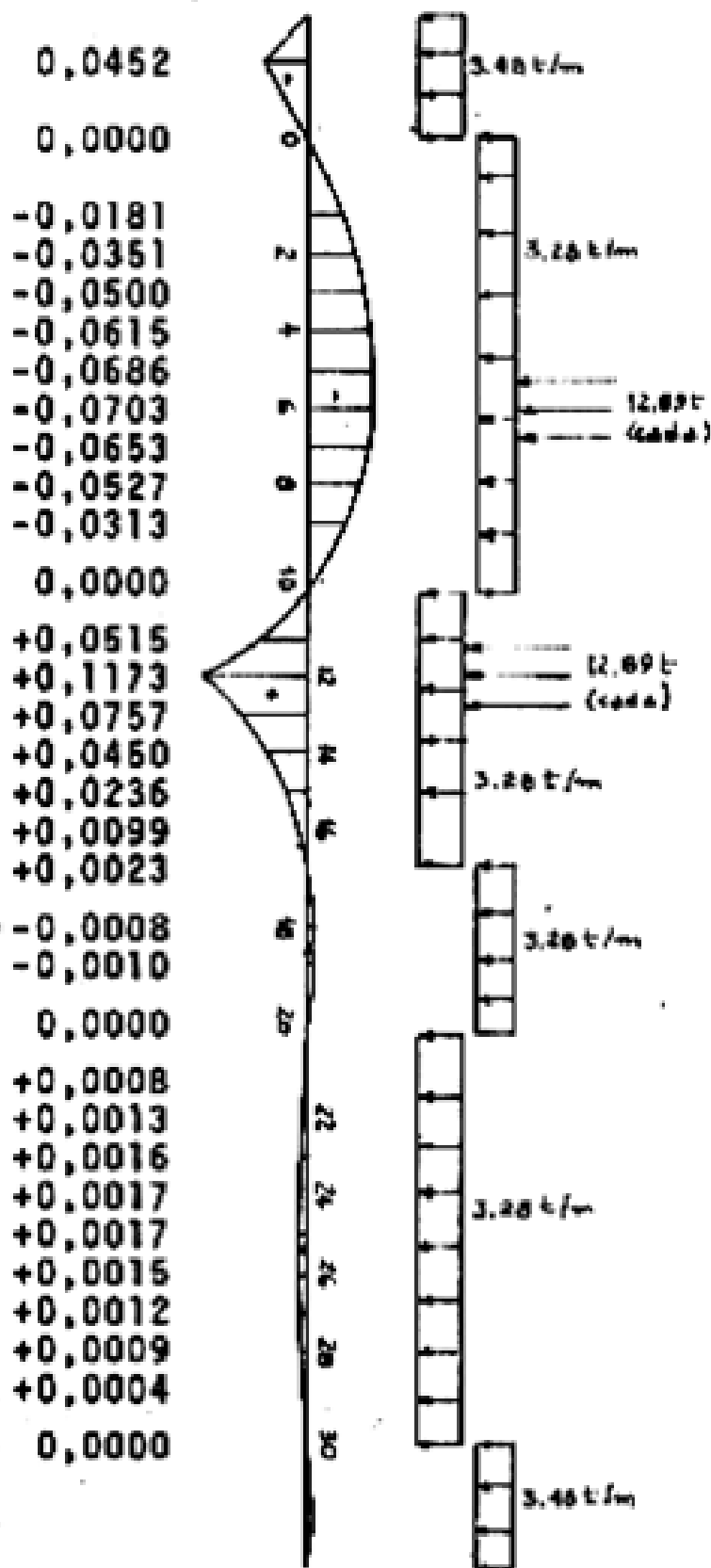
- 0,0304
- 0,0607
- 0,0425
- 0,0000
- 0,0243
- 0,0471
- 0,0670
- 0,0825
- 0,0921
- 0,0943
- 0,0877
- 0,0707
- 0,0420
- 0,0000
- 0,0509
- 0,0833
- 0,0999
- 0,1034
- 0,0964
- 0,0818
- 0,0621
- 0,0401
- 0,0185
- 0,0000
- 0,0115
- 0,0193
- 0,0239
- 0,0257
- 0,0251
- 0,0225
- 0,0183
- 0,0129
- 0,0066
- 0,0000



$$M_{10} \text{ máx} = 0,0243 \times 10 \times 220,08 + 0,0167 \times 3,28 \times 20^2 = 75,39 \text{ mt.}$$

$$M_{10} \text{ mín} = - [12,89 (0,1012 + 0,1034 + 0,0999) \times 20 + 0,0771 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0614 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0066 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 5] = - 264,57 \text{ mt}$$

- Avaliação do Momento fletor máx e min na seção 12



$$M_{12} \text{ máx} = 0,0181 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2} + 12,89(0,0762 + 0,1173 + 0,0913) \times 20 +$$

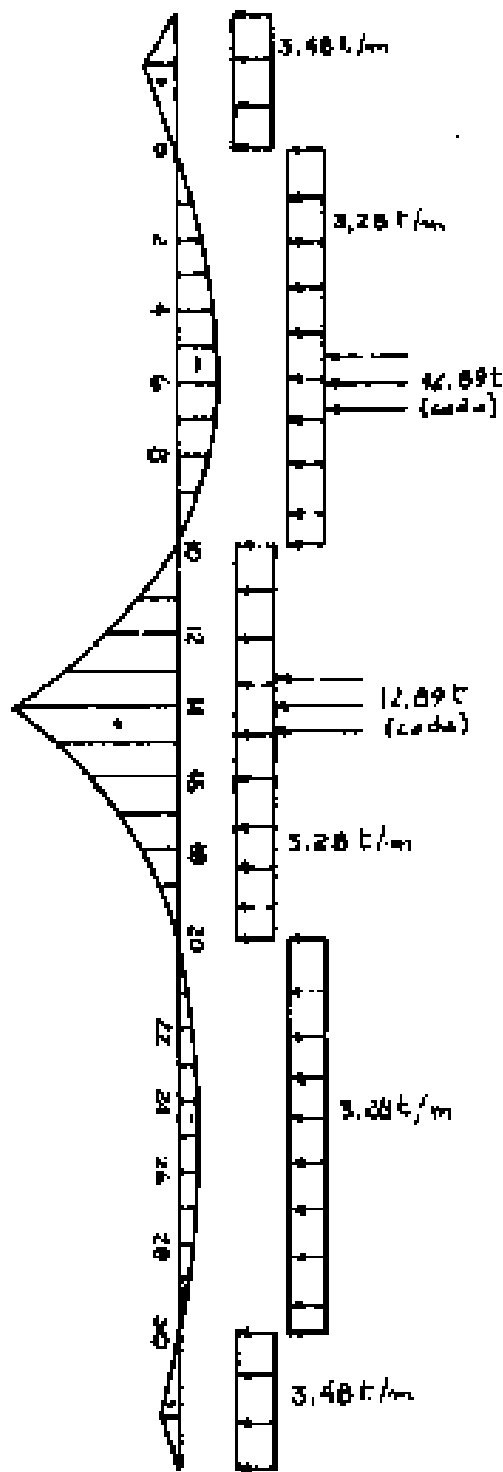
$$+ 0,0381 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0011 \times 3,28 \times 20^2 = + 137,45 \text{ mt.}$$

$$M_{12} \text{ min} = + [12,89(- 0,0669 + 0,0703 + 0,0665) \times 20 + 0,0458 \times 3,28 \times 20^2 + \frac{2}{3} \times$$

$$\times 5,4 + 0,0010 \times 3,28 \times 20 + 0,0004 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2}] = - 113,66 \text{ mt.}$$

- Avaliação do Momento máx e min na seção 14

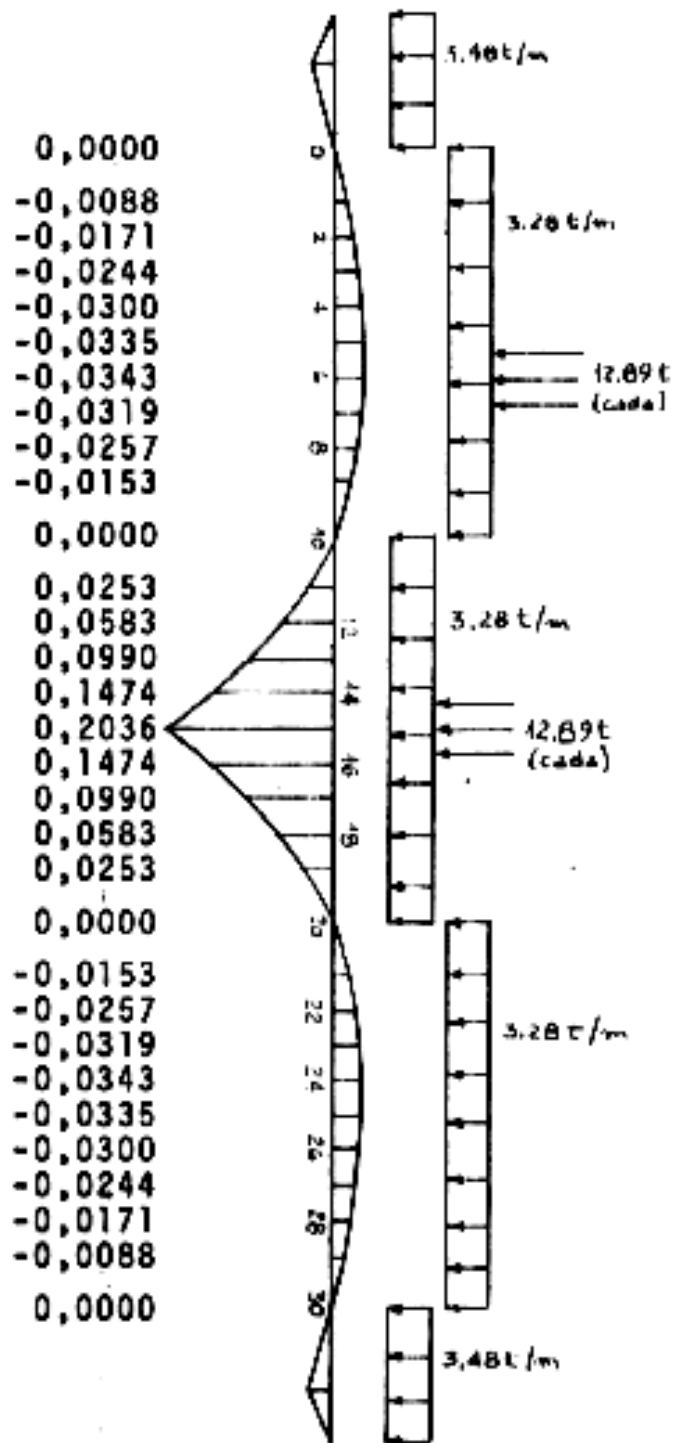
- 0,0000
- 0,0119
- 0,0231
- 0,0329
- 0,0405
- 0,0452
- 0,0463
- 0,0430
- 0,0347
- 0,0206
- 0,0000
- +0,0340
- +0,0780
- +0,1312
- +0,1933
- +0,1436
- +0,1016
- +0,0668
- +0,0386
- +0,0165
- 0,0000
- 0,0099
- 0,0167
- 0,0207
- 0,0223
- 0,0218
- 0,0195
- 0,0158
- 0,0111
- 0,0057
- 0,0000



$$M_{14} \text{ máx} = 0,0119 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 5 + 12,89 (0,1545 + 0,1933 + 0,1622) \times 20 + 0,0957 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0057 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 5 + 269,28 \text{ mt.}$$

$$M_{14} \text{ min} = - [12,89 (0,0459 + 0,0463 + 0,0438) \times 20 + 0,0301 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0145 \times 3,38 \times 20^2] = - 93,45 \text{ mt.}$$

- Avaliação do Momento fletor m_áx e min na seção 15



$$M_{15} \text{ m\acute{a}x} = 0,0088 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 5 + 12,89 \left(0,1685 + 0,2036 + 0,1685 \right) \times$$

$$\times 20 + 0,1029 \times 3,28 \times 20^2 + 0,0088 \times 10 \times 3,48 \times \frac{5+3}{2} \times 5 = + 286,62 \text{ mt.}$$

$$M_{15} \text{ min} = - \left(12,89 \left(0,0337 + 0,0343 + 0,0325 \right) \times 20 + 0,0223 \times 3,28 \times 20^2 + \right. \\ \left. + 0,0223 \times 3,28 \times 20^2 \right) = - 84,42 \text{ mt.}$$

