

SUMÁRIO

III- MESOESTRUTURA

III-1 Cálculo e Distribuição das Forças Longitudinais e Transversais de Pontes Retas

III-1-1 Generalidades

III-1-2 Tipos de articulações

III-1-2-1 Articulações fixas

III-1-2-2 Articulações móveis

III-1-3 Definição do tipo de fundação a utilizar

III-1-4 Fixação das dimensões do pilar

III-1-4-1 Critério da placa de apoio

III-1-4-2 Critério da Esbeltez Limite

III-1-4-3 Exemplo prático

III-1-5 Tipos de forças atuantes na Mesoestrutura

III-1-5-1 Cálculo das forças longitudinais

III-1-5-2 Cálculo das forças transversais

III-2 Forças Longitudinais e Transversais em Pontes Esconsas

III-2-1 Forças longitudinais

III-2-2 Forças transversais

III-2-2-1 Empuxo do aterro - E_a

III-2-2-2 Empuxo da sobrecarga - E_{sob}

III-3 Forças Longitudinais e Transversais em Pontes Curvas

III-3-1 Forças longitudinais

III-3-1-1 Forças devidas à temperatura e retração

III-3-1-2 Forças devidas à frenagem

III-3-1-3 Forças devidas ao empuxo na cortina

III-3-1-4 Empuxo nos pilares extremos

III-3-2 Forças transversais

III-3-2-1 Força do Vento

III-3-2-2 Força Centrífuga - F_c

III-3-2-3 Impacto Lateral - I

III-3-2-4 Forças devidas à correnteza e impacto de material sólido nos pilares

III-4 Cálculo dos Pilares de Inércia Constante

III-4-1 Generalidades

III-4-2 Solicitações

III-4-3 Determinação do comprimento de flambagem

III-4-3-1 Caso de pilar isolado de inércia constante (sentido longitudinal ou transversal)

III-4-3-2 Caso de pórtico isolado, sentido transversal

III-4-3-3 Caso de pilar + tubulão (sentido longitudinal)

III-4-3-4 Caso de pilar + tubulão (sentido transversal)

III-4-4 Dimensionamento da armação dos pilares

III-4-4-1 Roteiro de cálculo

III-4-4-2 Dimensionamento dos pilares de nossa ponte de projeto. (exemplo)

III-4-5 Dimensionamento à flexão composta

III-4-5-1 Cálculo do comprimento de flambagem dos pilares na direção longitudinal

III-4-5-2 Cálculo do comprimento de flambagem na direção transversal

III-5 Pilares de Inércia Variável

III-5-1 Introdução

III-5-2 Cálculo da deformada de um pilar simples

III-5-3 Exemplo

III-5-4 Generalização do método

III-5-5 Modificação das hipóteses iniciais

III-5-5-1 Consideração de uma deformação inicial

III-5-5-2 Consideração de um engastamento elástico

III-5-5-3 Consideração de pilar hiperestático

III-6 Articulações

III-6-1 Generalidades

III-6-1-1 Classificação

III-6-2 Blocos de Apoio

III-6-2-1 Considerações da NB-1/77 sobre blocos de apoio

III-6-2-2 Considerações de ordem prática

III-6-2-3 Uso de armadura de " cintamento "

III-6-2-4 Influência da resistência a rotação da viga

III-6-3 Articulação FREYSSINET

III-6-3-1 Cálculo da armadura que atravessa a articulação

III-6-4 Articulação de Chumbo

III-6-5 Articulação Menasger

III-6-5-1 Força longitudinal em uma barra

III-6-6 Articulação de Neoprene

III-6-6-1 Propriedades do Neoprene

III-6-6-2 Funcionamento e vantagens das articulações de NEOPRENE

III-6-6-3 Dimensionamento

III-6-7 Articulações Metálicas

III-6-7-1 Articulações que transmitem a reação mediante uma superfície plana

III-6-7-2 Articulações que transmitem a reação mediante uma superfície cilíndrica

III-6-7-3 Articulações que transmitem a reação mediante uma superfície esférica

III-6-7-4 Articulações de contato linear

III-6-7-5 Articulações com um só ponto de contato

III-6-7-6 Articulações móveis

III-6-7-7 Dimensionamento

III-6-8 Pêndulos

III-6-9 Articulação de Teflon

CAPÍTULO III

MESOESTRUTURA

**III-1 - CÁLCULO E DISTRIBUIÇÃO DAS FORÇAS LONGITUDINAIS E TRANS-
VERSAIS DE PONTES RETAS .**

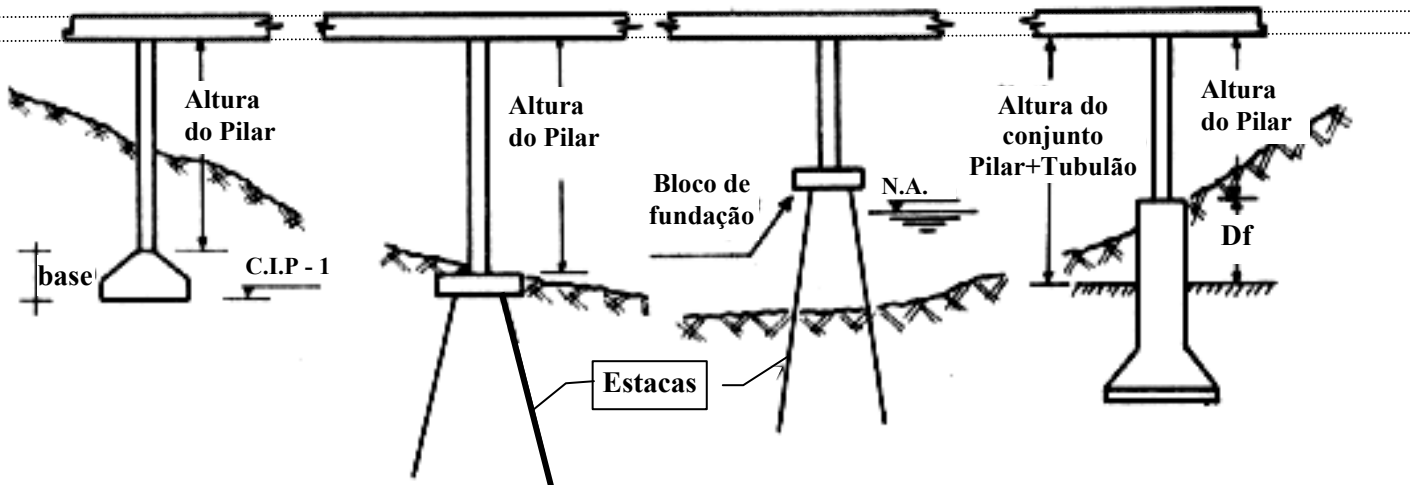
III-1-1 - Generalidades

Para o estudo de distribuição das forças longitudinais e transversais numa ponte reta, precisamos conhecer previamente o comprimento dos pilares, o tipo de fundação e o tipo da placa de apoio .

De posse da cota do greide do perfil do terreno e da sondagem, vamos definir :

- o tipo de fundação
- a cota de implantação da fundação
- a altura do pilar

O gráfico a seguir esquematiza os diversos tipos de fundação possíveis de serem encontrados em obras de ponte, bem como esclarece para cada caso, devemos considerar a altura do pilar ou do conjunto pilar + tubulão .



C I P - 1 : Cota de implantação do pilar 1 .

D_f : comprimento do tubulão enterrado a partir do qual o tubulão é considerado engastado no terreno .

Observação : Para o cálculo deste comprimento veja Ítem IV-4 - INFRAESTRUTURA .

Com relação a fundação podemos ter 2 tipos :

- a) Fundação direta : sapatas e blocos
- b) Fundação indireta : estacas ou tubulões

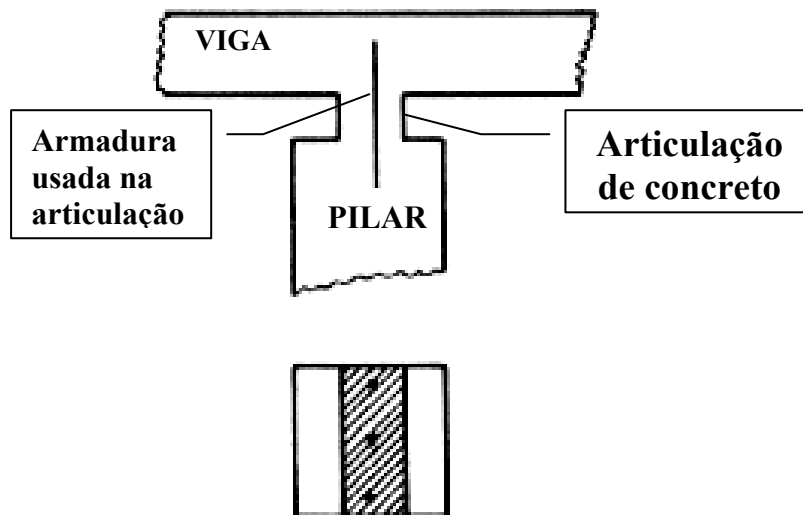
III-3

III-1-2 - Tipos de articulações

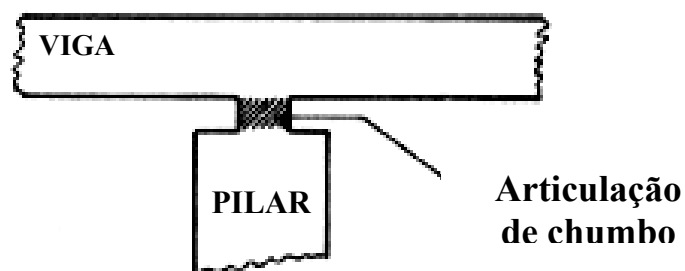
As articulações podem ser fixas ou móveis

III-1-2-1 - Articulações fixas

- Articulações FREYSSINET - atualmente em uso

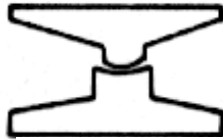


- Articulação de CHUMBO - em desuso



III-4

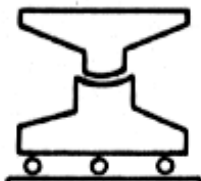
- Articulação METALICA - pouco usada, face seu preço elevado .



Articulação
metálica fixa

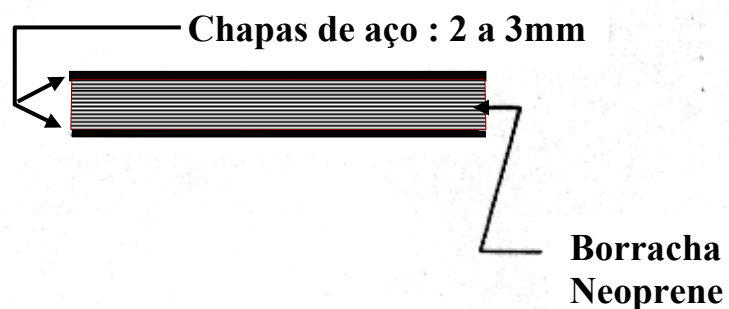
III-1-2-2 - Articulações móveis

- Articulação metálica - rolo metálico

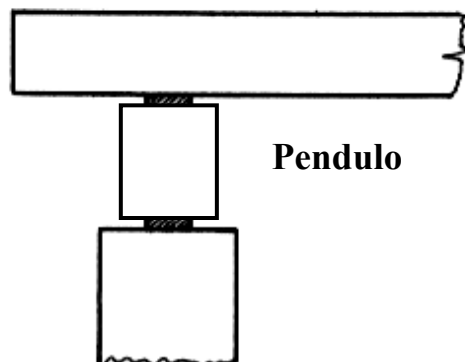


Articulação
metálica móvel

- Articulação de borracha NEOPRENE - mais usada .



- PENDULOS - atualmente condenado



- NEOFLON (NEOPRENE + TEFLON)

III-1-3 - Definição do tipo de fundação a utilizar

Com dados da sondagens, fazemos as seguintes considerações :

1) Se o terreno for bom superficialmente faz-se fundação direta : sapata ou bloco

2) Se o terreno for ruim superficialmente adotamos fundações profundas : estaca ou tubulão. Se não tivermos água faz-se a fundação com estacas com o topo do bloco no nível da superfície do terreno .

Se tivermos água sem correnteza, isto é, sem perigo de erosão, faz-se fundações sobre estaca com o bloco acima do nível d'água .

Se tivermos água com correnteza não se usa estacas e

sim tubulão .

Para viadutos temos geralmente :

- Fundações superficiais : sapatas
- Fundações profundas : tubulão ou estaca .

Para pontes sobre rios

- Fundações superficiais - sapatas engastadas na rocha



Chumbadores opcionais
para maior segurança.

- Fundações profundas : tubulões engastados na rocha.

III-1-4 - Fixação das dimensões do pilar .

Definida a altura do pilar, vamos ver como calcular as dimensões do mesmo.

As dimensões do pilar são fixadas segundo 2 critérios :

1º critério : critério da placa de apoio

2º critério : critério da esbeltez limite

III-7

Veremos cada um dos critérios separadamente .

III-1-4-1 - Critério da placa de apoio .

Para o estabelecimento deste critério devemos inicialmente calcular a reação máxima em cada pilar .

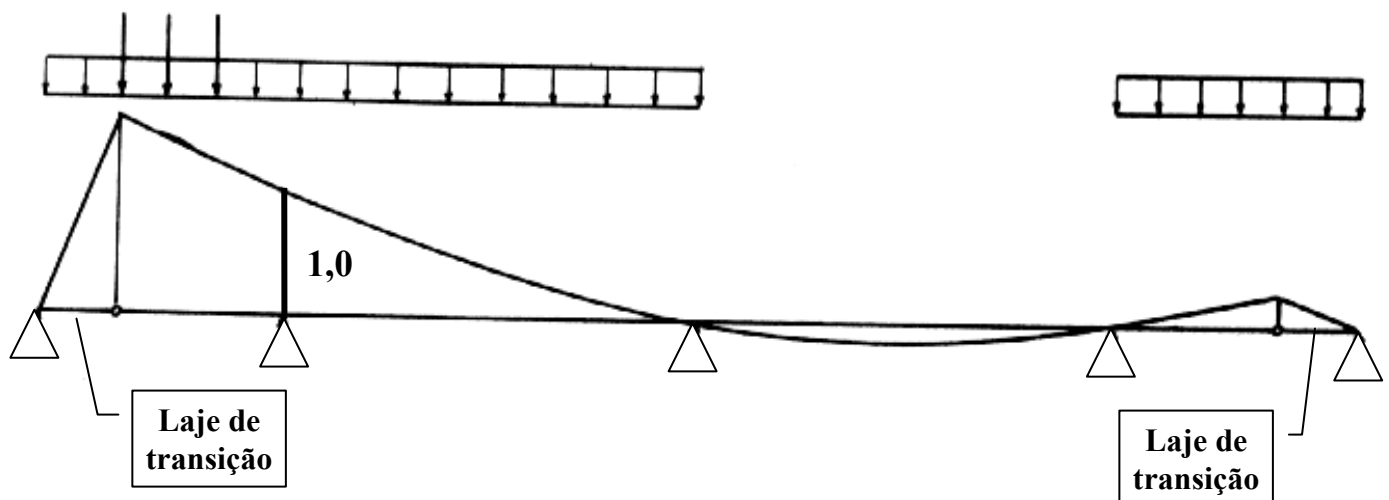
$$R_{\bar{m}ax} = R_{cp} + \Phi R_{cm}$$

A reação de carga permanente é a soma das forças cortantes \bar{a} esquerda e \bar{a} direita da seção correspondente ao pilar .

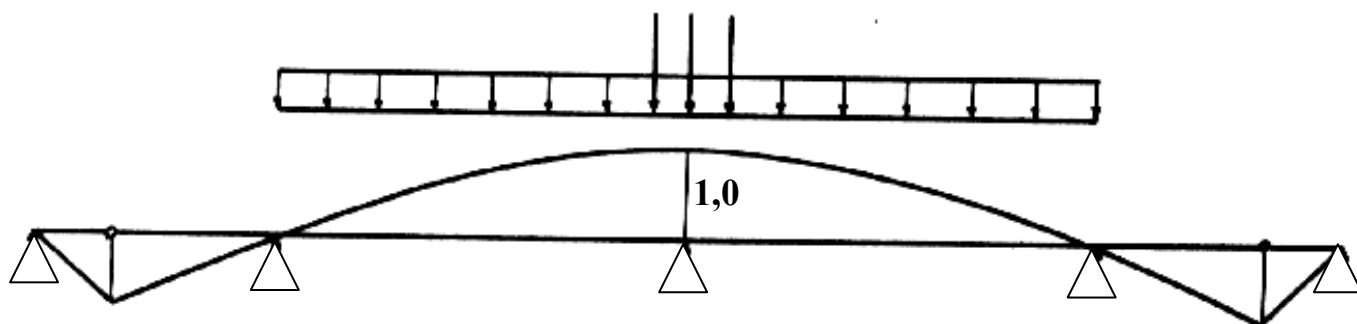
A reação máxima de carga móvel é obtida carregando-se as linhas de influência de reação com o trem-tipo multiplicado pelo coeficiente de impacto .

Assim, para o caso de 2 vãos com balanço, esquematizaremos abaixo a posição desse carregamento .

a) Para os pilares extremos ($R_{\bar{m}ax}$)



b) Para os pilares centrais ($R_{m\bar{x}}$)



Devemos ressaltar que para a obtenção das dimensões das placas não precisamos majorar a reação de carga móvel em 20%, conforme se permite fazer para carga centrada em pilares ao dimensionarmos a armação .

Assim a área da placa de apoio é obtida por :

$$S_{\text{placa de apoio}} = \frac{R_{m\bar{x}} \text{ (kg)}}{150 \text{ (kg/cm}^2\text{)}}$$

onde 150 kg/cm^2 é a tensão de contato nos blocos de apoio conforme ítem 5-3-1-2 "e" da NB-1/77 .

OBSERVAÇÃO :

Pela nova NB-1, o coeficiente a considerar é 1,4 então

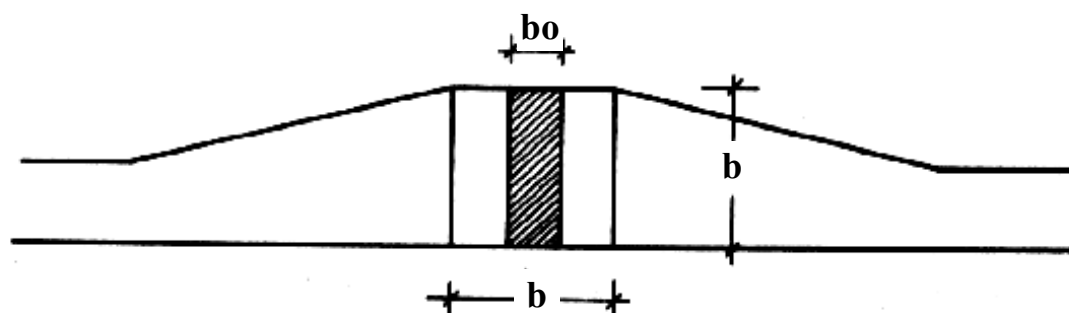
teremos,

$$S_{\text{placa de apoio}} = \frac{1,4 R_{\text{m\`a}x} (\text{kg})}{210 (\text{kg}/\text{cm}^2)} = \frac{R_{\text{m\`a}x}}{210 / 1,4} =$$

$$= \frac{R_{\text{m\`a}x}}{150}$$

onde $R_{\text{m\`a}x} = R_{\text{cp}} + R_{\text{cm}} \times \varphi$

A placa de apoio \u00e9 definida pelas dimens\u00f5es $b_0 \times b$, con-
forme a figura :



Nas articula\u00e7\u00f5es FREYSSINET a ser calculada pela f\u00f3r-
mula de HERTZ, fixamos $b_0 \leq \frac{1}{3} b$ e assim no caso limite teremos
 $b_0 = \frac{1}{3} b$ e a \u00e1rea da placa ser\u00e1 :

$$\frac{1}{3} b \times b = \frac{1}{3} b^2 = \frac{R_{\text{m\`a}x}}{150} \therefore b = \sqrt{\frac{3R_{\text{m\`a}x}}{150}} =$$

$$= \sqrt{\frac{R_{\text{m\`a}x}}{50}}$$

R_{\max} em kgf (sem majorar pelo coeficiente de segurança) .

Observação :

O estudo das articulações está feito com mais detalhes no item III-6.

III-1-4-2 - Critério da Esbeltez Limite.

Define-se esbeltez de um pilar a relação entre o comprimento de flambagem e o raio de giração mínimo da seção transversal do mesmo .

$$\lambda = \frac{l_{fl}}{i_{\min}}$$

Conforme a forma da seção transversal temos para :

a) Pilar quadrado de lado a

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J}{S}} = \sqrt{\frac{a \times a^3 / 12}{a \times a}} = \sqrt{\frac{a^2}{12}} = \frac{a}{3,46} \quad \therefore$$

$$\lambda = \frac{l_{fl}}{i_{\min}} = \frac{l_{fl}}{a/3,46} = \frac{3,46 \ l_{fl}}{a}$$

$$\therefore \lambda = 3,46 \frac{l_{fl}}{a}$$

Analogamente teremos para :

Pilar retangular de dimensões b e d, sendo b o la

do menor .

$$\lambda = 3,46 \frac{l_{fl}}{b}$$

b) Pilar de seção circular de diâmetro d

$$\lambda = 4 \frac{l_{fl}}{d}$$

c) Pilar de seção octogonal cujo círculo inscrito tem diâmetro d .

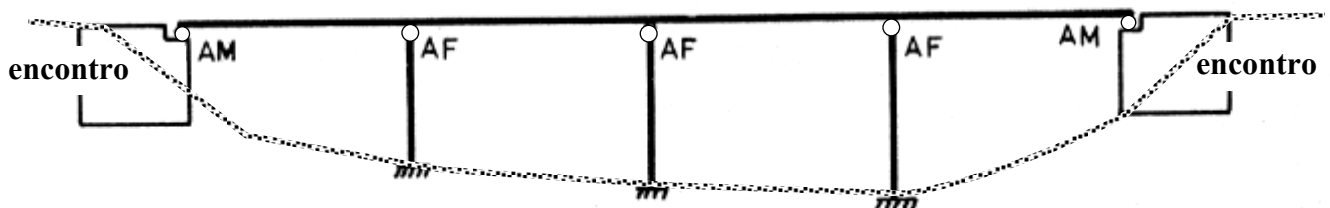
$$\lambda = 3,88 \frac{l_{fl}}{d}$$

d) Determinação do comprimento de flambagem dos pilares

Com relação ao comprimento de flambagem dos pilares, temos os seguintes casos a considerar .

d-1) na direção longitudinal

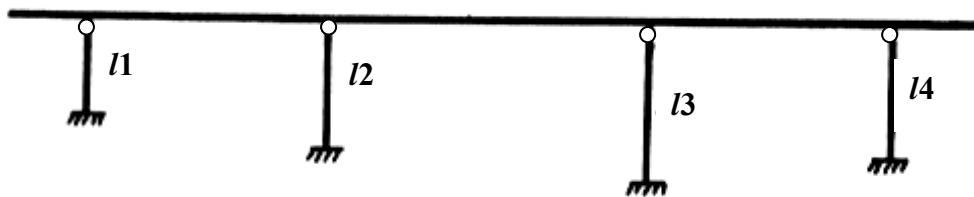
1º) Caso de pontes com encontro :



Neste caso podemos considerar o topo dos pilares indeslocáveis e assim o comprimento de flambagem será :

$$l_{fl} = \frac{l}{\sqrt{2}} \text{ sendo } l \text{ o comprimento do pilar}$$

29) Caso de pontes sem encontro .



Neste caso, os topos dos pilares são deslocáveis, então o comprimento de flambagem será :

$$l_{fl} = 2l$$

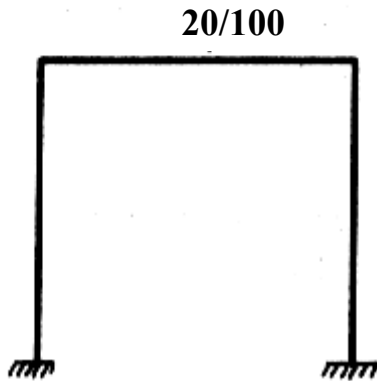
Observação :

No caso da determinação do comprimento de flambagem de pilar associado a tubulão, veja Anexo I .

d-2) Na direção transversal

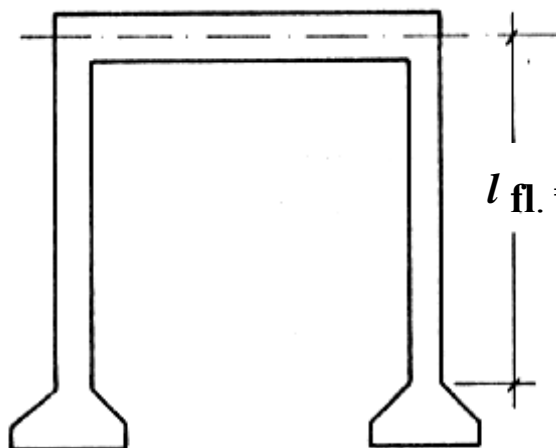
Devido a viga de contraventamento, o esquema es-

trutural dos pilares é :



A viga de contraventamento é geralmente de seção retangular com as dimensões de 20 x 100 .

O comprimento de flambagem considera-se como o comprimento do pilar até ao eixo da viga de contraventamento, a favor da segurança .



eixo da viga de contraventamento

No livro do Prof TELÉMAGO encontramos uma tabela ' que em função do comprimento da viga, do comprimento dos pilares e dos momentos de inércia da viga e dos pilares, permite calcular o comprimento de flambagem dos pilares, chegando sempre a valores menores que o comprimento real dos mesmos .

Devemos tomar sempre a largura do pilar na direção transversal igual à largura da viga no apoio. Se no cálculo chegarmos a uma largura do pilar maior que a largura da viga, então teremos que colocar mais uma viga de contraventamento, para diminuir o comprimento de flambagem.

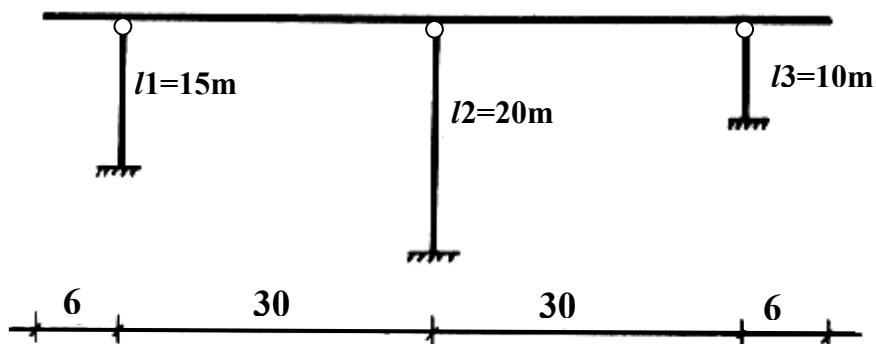
Fixados os critérios para definição dos comprimentos de flambagem, quer na direção longitudinal como transversal, a condição de esbeltez limite é :

$$\text{Pelo C E B } + \lambda \text{ limite } \leq 140$$

$$\text{Nos adotamos } \lambda \text{ lim } \leq 100$$

III-1-4-3 - Exemplo prático

Para melhor compreensão do exposto, consideremos o exemplo abaixo :



Reações máxima nos pilares :

Pilares 1 e 3

$$R_{\text{máx}} = 252 \text{ t.}$$

Pilares centrais

$$R_{\max} = 360 \text{ t.}$$

a) Critério da placa de apoio

Nos pilares extremos

$$S_{\text{placa}} = \frac{252000}{150} = 1.680 \text{ cm}^2$$

Nos pilares centrais

$$S_{\text{placa}} = \frac{360.000}{150} = 2.400 \text{ cm}^2$$

Dimensões dos pilares para atender às placas de apoio .

Para pilares extremos

$$\frac{1}{3} b \times b = 1.680 \text{ cm}^2 \therefore b = 71 \text{ cm} .$$

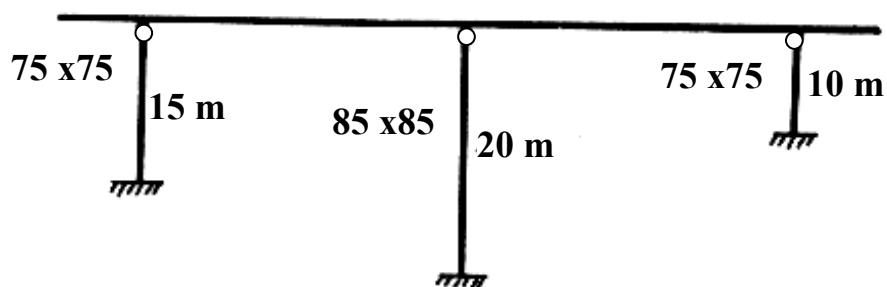
Adotamos pilar de 75 x 75 cm

Para os pilares centrais :

$$\frac{1}{3} b \times b = 2.400 \therefore b = 84,85 \text{ cm} .$$

Adotamos pilar de 85 x 85 cm .

Face o critério das dimensões das placas teremos o suporte estrutural seguinte :



Verifiquemos a seguir o 2º critério :

b) Critério da esbeltez limite

Pilar 1

- na direção longitudinal

$$l_{fl} = 2 \times 15 = 30 \text{ m .}$$

$$\lambda = 3,46 \frac{l_{fl}}{b} \leq 100$$

$$3,46 \times \frac{3000}{b} \leq 100 \quad \therefore \quad b \geq 103,8 \text{ cm}$$

Adotamos $b = 105 \text{ cm}$.

- na direção transversal

$$l_{fl} = 15 - 0,5 = 14,50 \text{ m .}$$

$$\text{com } b = 75 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 3,46 \times \frac{1450}{75} = 67 < 100$$

logo satisfaz .

O pilar 1 ficará com as dimensões 105 x 75

Pilar 2

- na direção longitudinal

$$l_{fl} = 2 \times 20 = 40 \text{ m}$$

$$\lambda = 3,46 \times \frac{4000}{b} \leq 100 \quad \therefore \quad b \geq 138,4$$

Adotamos $b = 140 \text{ cm}$.

- na direção transversal .

$$f = 20 - 0,5 = 19,50\text{mm}, \text{ com } b = 85 \text{ cm temos:}$$

$$= 3,46 \times \frac{1950}{85} = 79,37 < 100, \text{ dai satisfaz .}$$

O pilar 2 ficará com as dimensões de 140 x 85

Pilar 3

- na direção longitudinal

$$l_{fl} = 2 \times 10 = 20 \text{ m .}$$

$$\lambda = 3,46 < \frac{2000}{b} < 100 \therefore 69,2 \text{ daí } b = 75\text{cm}$$

- na direção transversal

$$l_{fl} = 10 - 0,5 = 9,50 \text{ m com } b = 75 \text{ cm}$$

$$\lambda = 3,46 \times \frac{950}{75} = 44 < 100 \text{ logo satisfaz .}$$

logo o pilar 3 ficará com as dimensões de 75 x 75 cm .

III-1-5 - Tipos de forças atuantes na Mesoestrutura

Definidas a altura e as dimensões dos pilares, passaremos a estudar as forças na mesoestrutura .

Estas forças são :

- Forças longitudinais

- a) forças devidas à temperatura e retração;
- b) forças devidas à frenagem ou aceleração;
- c) forças devidas ao empuxo na cortina ;
- d) forças devidas as empuxo do aterro sobre os pilares extremos.

- Forças transversais

- a) forças devidas ao vento ;
- b) força centrífuga (são para pontes curvas) ;
- c) forças devido à correnteza ;
- d) força lateral nas pontes ferroviárias (impacto lateral) ;
- e) impacto de material sólido sobre os pilares .

III-1-5-1 - Cálculo das forças longitudinais

A priori, consideramos todas as articulações como se fossem FREYSSINET, alterando somente para NEOPRENE caso a força devido à temperatura e retração do concreto seja maior que 8 toneladas (dado prático).

Consideramos assim os pilares elásticos .

Diz-se que um pilar é elástico quando o mesmo é articulado por uma articulação fixa à viga e apresenta a propriedade de, face à sua elasticidade, acompanhar a deformação da viga .

- a) Forças devido à variação de temperatura e retração

do concreto .

Segundo o ítem 3-1-1-4 da NB1/77, supõe-se que as variações de temperatura sejam uniformes na estrutura e que o coeficiente de dilatação térmica, seja :

$$\alpha = 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

Na prática, não se calcula o efeito da temperatura isoladamente, devemos sempre calcular junto com a retração do concreto.

A retração do concreto corresponde a uma diminuição de volume do concreto .

Esta diminuição ocorre como se houvesse uma diminuição de temperatura de -15°C , temos então :

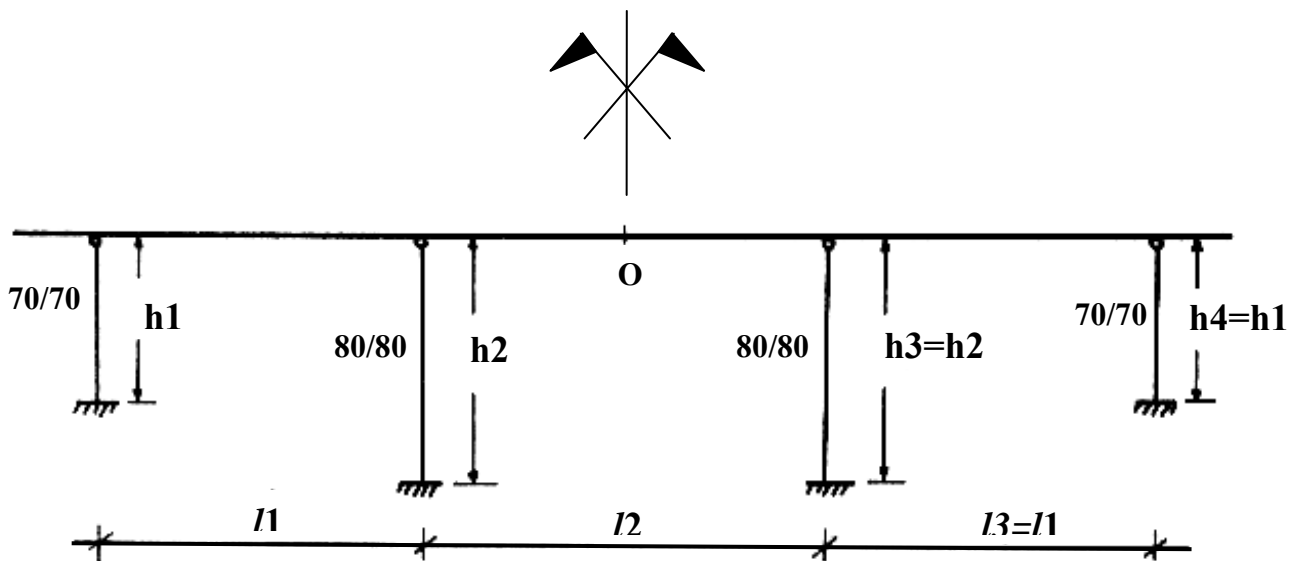
Temperatura	- 10°C	+ 10°C
Retração	$\frac{- 15^\circ\text{C}}{- 25^\circ\text{C}}$	$\frac{\quad}{+ 10^\circ\text{C}}$

Nos pilares adotamos armação simétrica para uma variação de temperatura e retração de $\pm 25^\circ\text{C}$. Logo o Δt será sempre igual a 25°C .

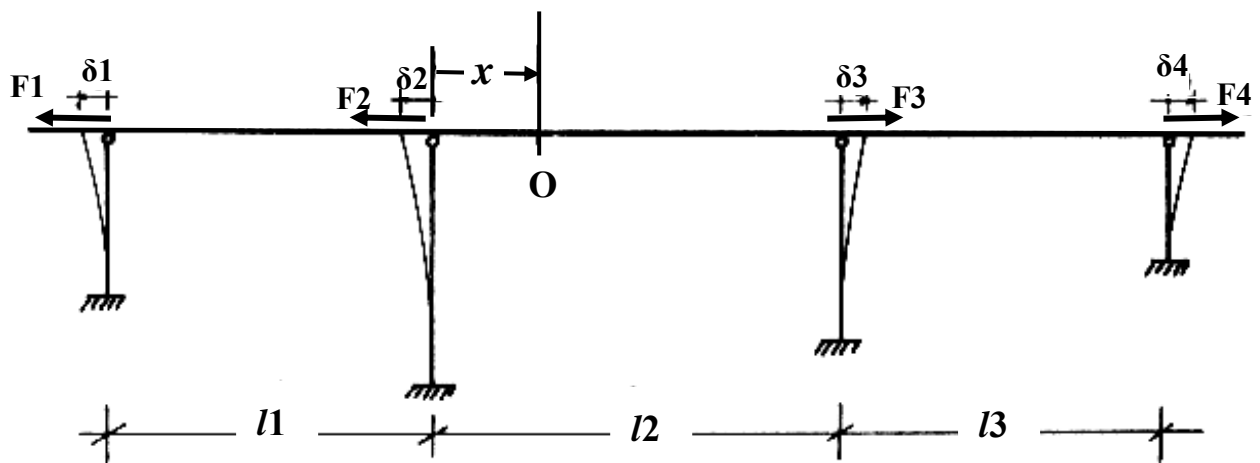
Ao se calcular a influência da variação de temperatura e retração na infra-estrutura, devemos inicialmente pesquisar o centro de dilatação térmica que chamaremos de "0" .

III - 20

No caso de ponte simétrica com relação à infraestrutura, o centro de dilatação térmica se encontra no eixo de simetria .

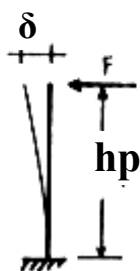


No caso geral, o centro de dilatação é determinado pela condição de ser um ponto tal que as forças que surgem no topo dos pilares devido à variação de temperatura e retração tenham uma resultante nula .



$$F_1 + F_2 = F_3 + F_4$$

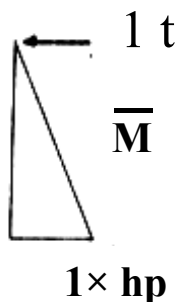
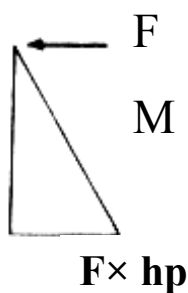
Sabemos da Resistência dos Materiais que, quando submetemos um pilar engastado na parte inferior e livre no topo, a uma força F , a sua deformação será :



$$F = \frac{3 E J \delta}{h_p^3}$$

Pelo teorema dos trabalhos virtuais :

$$E \int \delta = \int M \bar{M} ds$$



$$\therefore EJ\delta = \frac{1}{3} F h_p \times h_p \times h_p = \frac{1}{3} F h_p^3$$

$$\therefore F = \frac{3 E J \delta}{h_p^3}$$

Assim, se arbitrarmos inicialmente o nosso ponto 0 distante de "x" do topo do pilar 2, podemos escrever que as deformações δ_1 , δ_2 , δ_3 e δ_4 são as seguintes .

$$\delta_1 = \alpha x \Delta t (\ell_1 + x)$$

$$\delta_2 = \alpha x \Delta t x$$

$$\delta_3 = \alpha x \Delta t x (\ell_2 - x)$$

$$\delta_4 = \alpha x \Delta t x (\ell_2 + \ell_3 - x)$$

Se chamarmos, pois, as características de cada pilar por h_1, J_1 ; h_2, J_2 ; h_3, J_3 e h_4, J_4 como suas alturas e seus momentos de inércia longitudinais, teremos :

$$F_1 = \frac{3 E J_1 \delta_1}{h_1^3}$$

$$F_2 = \frac{3 E J_2 \delta_2}{h_2^3}$$

$$F_3 = \frac{3 E J_3 \delta_3}{h_3^3}$$

$$F_4 = \frac{3 E J_4 \delta_4}{h_4^3}$$

Na condição de que a soma das forças horizontais deve ser nula, teremos :

$$F_1 + F_2 = F_3 + F_4, \text{ isto é :}$$

$$\begin{aligned} & \frac{3 E J_1 \alpha \Delta t (\ell_1 + x)}{h_1^3} + \frac{3 E J_2 \alpha \Delta t x}{h_2^3} = \\ & = \frac{3 E J_3 \alpha \Delta t (\ell_2 - x)}{h_3^3} + \frac{3 E J_4 \alpha \Delta t (\ell_2 + \ell_3 - x)}{h_4^3} \end{aligned}$$

simplificando virá :

$$\frac{J_1(l_1+x)}{h_1^3} + \frac{J_2 x}{h_2^3} = \frac{J_3(l_2-x)}{h_3^3} + \frac{J_4(l_2+l_3-x)}{h_4^3}$$

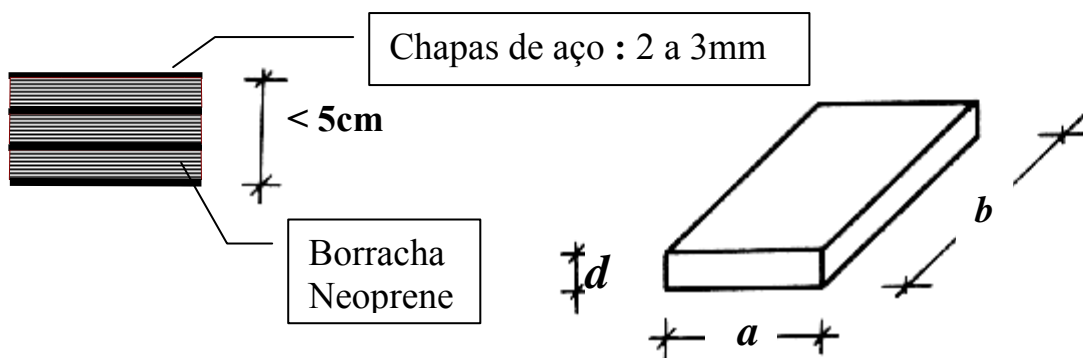
Com esta equação do 1º grau, calcula-se o valor de "x" e tem-se assim definida a posição do ponto "0", centro de dilatação .

Com o valor de "x", passamos a calcular as deformações reais δ_1 , δ_2 , δ_3 e δ_4 e as forças nos topos dos pilares F_1 , F_2 , F_3 e F_4 . A verificação é que a soma dessas forças tenha resultantes nula .

Nos topos dos pilares onde as forças calculadas forem maiores que 8 toneladas, substituímos as articulações FREYSSINET pelas articulações Neoprene (dado prático). Neste caso devemos recalcular a posição do centro de dilatação, pois os coeficientes "k" de rigidez dos pilares afetados pelo critério acima, terão que ser modificados .

A articulação Neoprene é uma articulação constituída por placas de borracha Neoprene fretadas, placas estas empilhadas uma sobre as outras, nunca se devendo ter altura total maior que 5 cm .

A área da placa é determinada de maneira a não ter uma tensão de contato maior que 120 a 132 kg/cm².



$$S_{\text{placa}} = a \times b \quad \text{e} \quad \text{devemos ter} \quad \frac{R_{\text{m\`a}x}}{S_{\text{placa}}} \leq 120 \quad \text{a} \\ 132 \text{ kg/cm}^2.$$

No Brasil adota-se, por precaução :

$$S_{\text{placa}} = \frac{R_{\text{m\`a}x}}{120}$$

A Articulação Neoprene funciona como um todo monolítico devido ao atrito existente entre as placas.

Com relação à dimensão "b" faz-se igual à largura da viga, e a dimensão "a" maior ou igual a 10δ sendo " δ " a deformação no topo da placa na direção longitudinal .

A altura d_{placa} é obtida, na condição de que o ângulo de distorção (γ) da mesma esteja compreendida entre os limites :

$$\gamma \left\{ \begin{array}{l} \leq 0,7 \text{ para cargas permanentes} \\ \leq 1,2 \text{ para cargas m\`oveis e permanentes} \end{array} \right.$$

Entende-se como cargas permanentes, provocando a deformação as devidas a temperatura e retração, empuxo do aterro , deformação lenta, etc ...

Como cargas m\`oveis, as devidas à frenagem, força centrífuga, etc ...

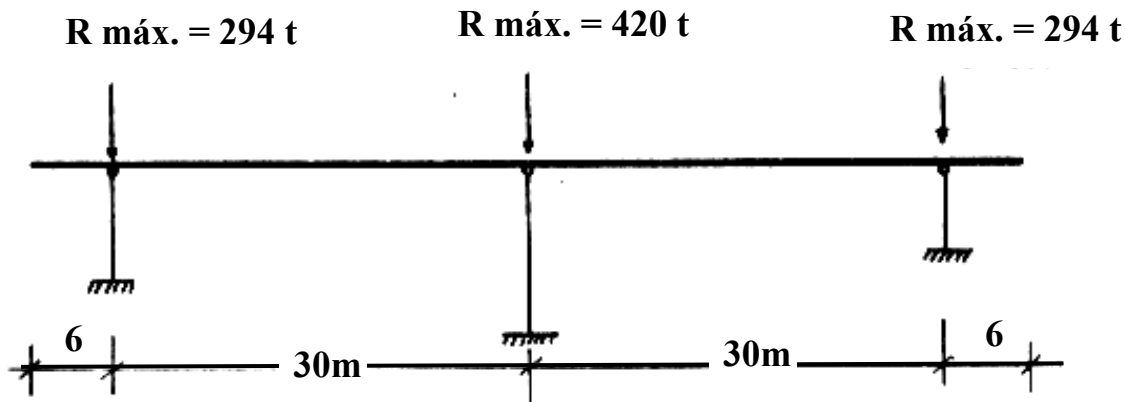
O dimensionamento de uma placa de Neoprene é feito por aproximações sucessivas como mostramos a seguir :

- fixamos as dimensões a e b da placa em função de $S = a \times b$ ser igual a :

$$S = \frac{R_{\text{máx}} \text{ (kg)}}{120 \text{ (kg/cm}^2\text{)}}$$

Lembramos que a reação de uma ponte de 13m de largura constituída por 2 vigas principais, pode ser avaliada aproximadamente, adotando-se uma carga de 14 t/m, uniformemente distribuída.

Adotando o processo das áreas de influência, teremos as seguintes reações :

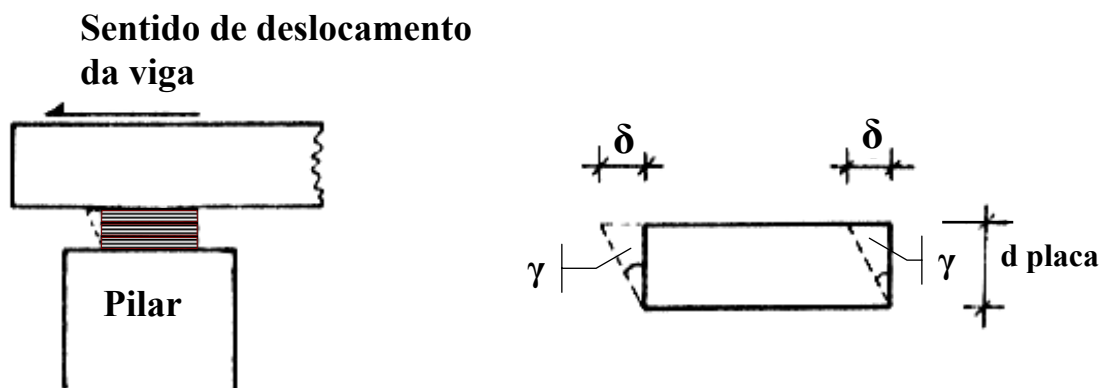


A seguir arbitra-se uma espessura $d \geq 2 \delta_{\text{máx}}$ devido à temperatura e retração, com a qual faz-se o cálculo dos deslocamentos na cabeça do pilar e verifica-se se estes deslocamentos conduzem a um ângulo de distorção γ que satisfaça as condições já vistas .

A placa Neoprene apresenta uma deformação chamada

em Resistências dos Materiais, como correspondente ao estado de cisalhamento puro .

Assim, se a viga que se apoia sobre a placa sofrer uma deformação δ , pelo atrito entre a viga e a placa, a mesma acompanhará a deformação da viga, as figuras esclarecem :



$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\delta}{d_{placa}} \text{ , como " } \gamma \text{ " } \bar{e} \text{ muito pequeno podemos assimilar a tangente ao arco e dai } \gamma = \frac{\delta}{d_{placa}}$$

Da resistência dos materiais temos o ângulo de distorção :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \text{ , no nosso caso temos ; } \frac{\delta}{d_{placa}} = \frac{\tau}{G} \therefore$$

$$\tau = \frac{G}{d_{placa}} \times \delta \text{ , aqui "G" } \bar{e} \text{ o m\u00f3dulo de elasticidade transversal da borracha cujo valor } \bar{e} \text{ de 8 a 10 kg/cm}^2$$

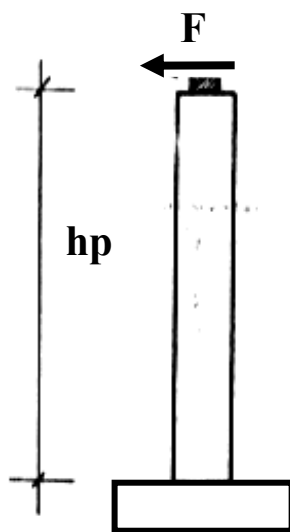
A força que se desenvolve na placa para provocar a

deformação " δ " da mesma será :

$$F = \tau \times S_{placa} = \frac{G}{d_{placa}} \times \delta \times S_{placa}$$

$$\delta = \frac{F}{G S_{placa}} \times d_{placa}$$

substituindo a articulação FREYSSINET pela articulação Neoprene , teremos para uma força f no topo da placa .



d_{placa}

$$\delta_{total} = \delta_{placa} + \delta_{pilar}$$

Sendo

$$\delta_{placa} = \frac{F}{G S_{placa}} \times d_{placa}$$

$$\delta_{pilar} = \frac{F h_{pilar}^3}{3EJ_{pilar}}$$

temos :

$$\delta_{total} = F \left(\frac{d_{placa}}{G \cdot S_{placa}} + \frac{h_{pilar}^3}{3EJ_{pilar}} \right)$$

donde :

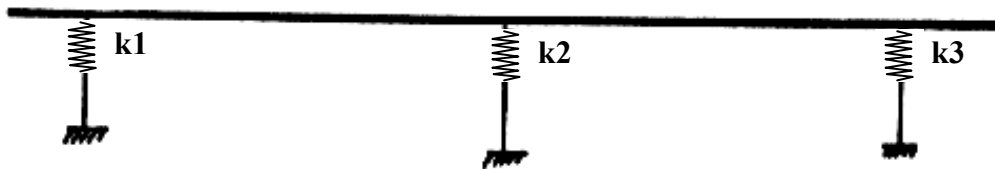
$$F = \frac{1}{\frac{d_{placa}}{G \cdot S_{placa}} + \frac{h_{pilar}^3}{3EJ_{pilar}}} \times \delta_{total}$$

chamando de :

$$k = \frac{1}{d_{placa}/G.S_{placa} + h_{pilar}^3/3EJ_{pilar}}$$

constante de mola do conjunto pilar + Neoprene, teremos :

$F_i = k_i \delta_i$ e, a nossa ponte fica assimilada à seguinte estrutura :



Se - Caso o pilar não tiver Neoprene, isto é, a articulação é do tipo FREYSSINET, então, a constante de mola :

$$k = \frac{1}{h_{pilar}^3/3EJ_{pilar}} = \frac{3EJ_{pilar}}{h_{pilar}^3}$$

- Caso de pilar com articulações Neoprene

$$k = \frac{1}{d_{placa}/G.S_{placa} + h_{pilar}^3/3EJ_{pilar}}$$

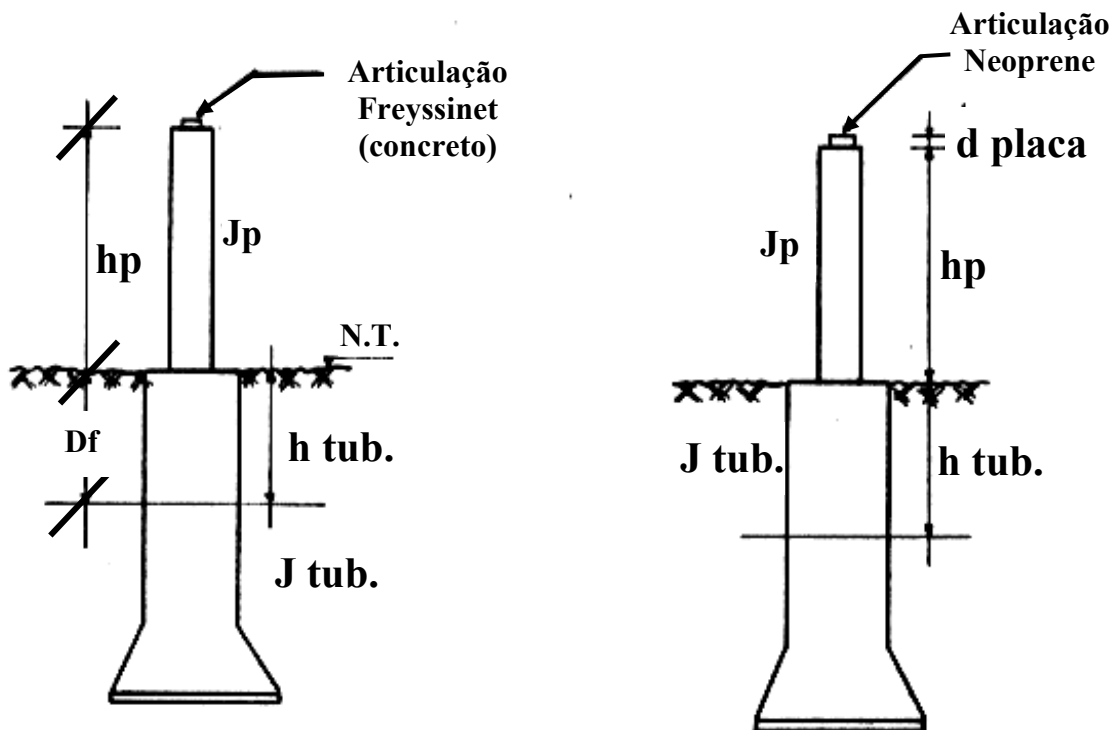
- Caso de pilar solidário a um tubulão com articulação FREYSSINET :

$$k = \frac{1}{1/E \cdot J_p \left\{ \frac{1}{3} h_p^3 + \frac{1}{3} (3 h_p^2 + h_{tub}^2 + 3 h_p \times h_{tub}) h_{tub} \times J_p/J_{tub} \right\}}$$

- Caso de pilar solidário a um tubulão com articulação Neoprene :

$$k = \frac{1}{d_{placa}/G \cdot S_{placa} + 1/E \cdot J_p \times \left(\frac{h_p^3}{3} + \frac{1}{3} (3 h_p^2 + h_{tub}^2 + 3 h_p \times h_{tub}) h_{tub} \times J_p/J_{tub} \right)}$$

As figuras seguintes esclarecem as expressões acima :



OBSERVAÇÃO :

Define-se a constante de mola "k" como a força "F" necessária para se obter uma deformação $\delta = 1$

Aproveitaremos como exemplo de resolução, para calcular a nossa ponte de projeto .

b) Forças devidas a frenagem ou aceleração

b-1) Caso de ponte rodoviária

Segundo o artigo 9 da NB-2, a força de frenagem nas pontes rodoviárias é adotada como a maior dos seguintes valores :

1º) 30 % do caminhão tipo ;

2º) 5% do carregamento do tabuleiro excluído os passeios, com as cargas móveis uniformemente distribuídas (carga de multidão) .

No 1º caso, para ponte classe 36 será :

$$F = \frac{30}{100} \times 36 = 10,8 \text{ t}$$

No 2º caso, deve-se considerar para 2 hipóteses:

a) Para R_{\max} ;

b) Para R_{\min} .

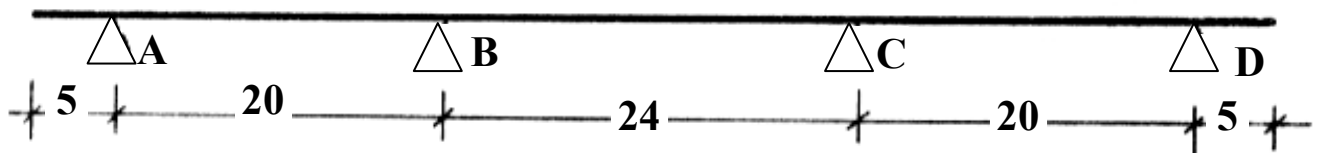
Se chamarmos de "L" o somatório dos vãos carregados para a determinação de R_{\max} ou R_{\min} , e de "q" a carga de multidão uniformizada na seção transversal, teremos :

$$F = \frac{5}{100} \times q \times L$$

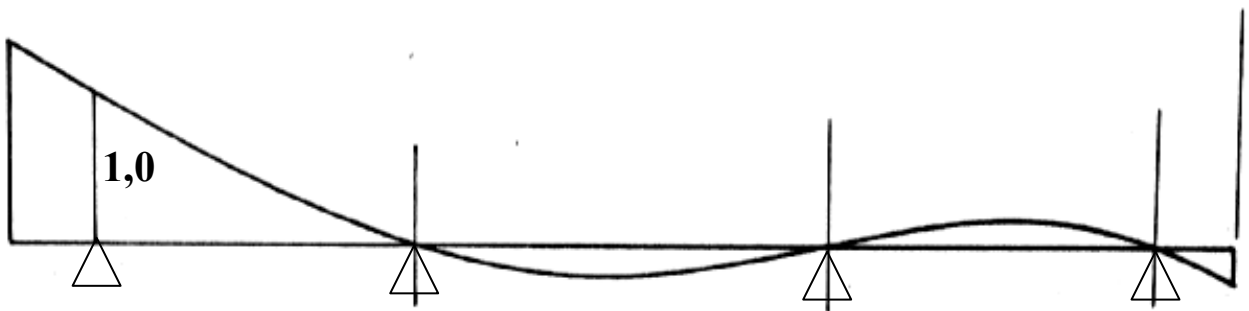
Prevalecerá o maior dos dois valores .

Exemplo .

Seja a ponte da figura :



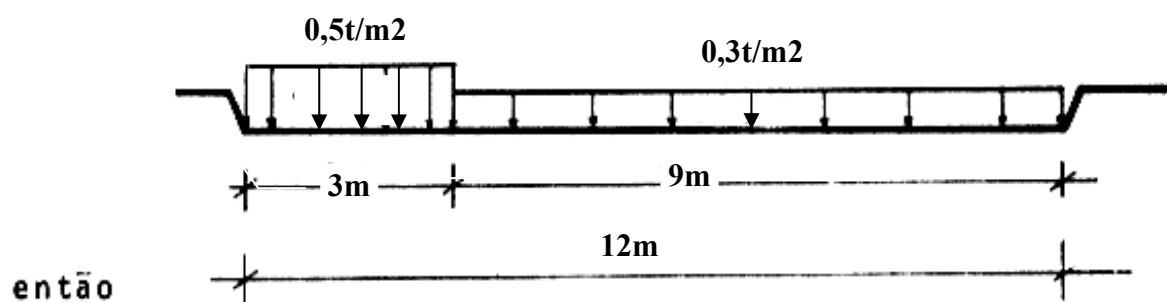
A L.I. de reação no apoio A será :



Se quisermos obter a reação máxima, vamos carregar a balanço, o 1º vão e o 3º vão, então o L será :

$$L = 5 + 20 + 20 = 45 \text{ m .}$$

O carregamento de multidão na seção transversal será :



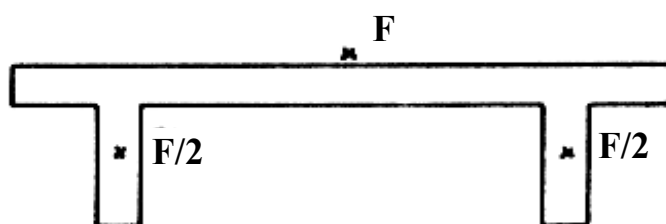
$$q = 0,5 \times 3 + 0,3 \times 9 = 4,2 \text{ t/m} .$$

logo a força de frenagem será :

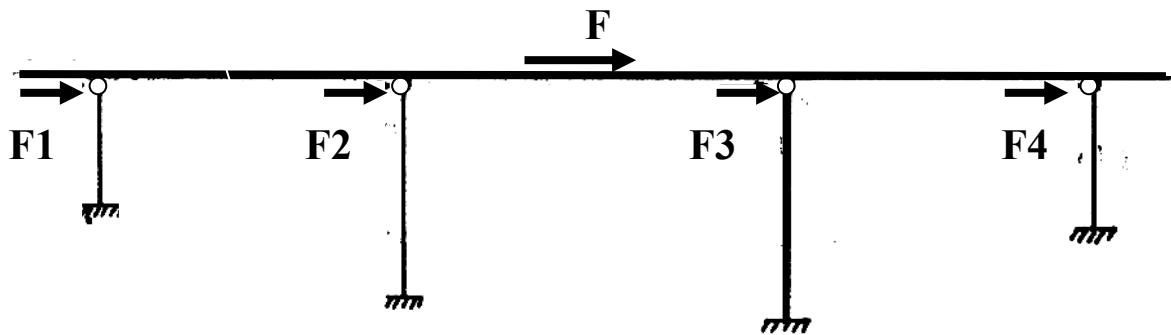
$$F = \frac{5}{100} \times 4,2 \times 45 = 9,45 \text{ t} .$$

Como é menor que 10,8 t, será considerada a força de 10,8 t.

A força de frenagem calculada é a força total do tabuleiro e assim, se o tabuleiro tiver n vigas principais, em cada atuará uma força de frenagem igual a $\frac{F}{n}$. No caso de duas vigas principais ($n=2$), teremos :



Para facilidade de raciocínio, chamaremos F/n de F . Deste modo, o nosso problema consistirá em determinar a parcela de F em cada pilar .



Esta determinação é feita na hipótese de tabuleiro rígido, ou seja, todos os pilares com a mesma deformação " δ ".

Nesta hipótese, teremos:

$$F_1 = \frac{3 E J_1 \delta}{h_1^3}$$

$$F_2 = \frac{3 E J_2 \delta}{h_2^3}$$

$$F_3 = \frac{3 E J_3 \delta}{h_3^3}$$

Como $F_1 + F_2 + F_3 = F$, temos:

$$\frac{3 E J_1 \delta}{h_1^3} + \frac{3 E J_2 \delta}{h_2^3} + \frac{3 E J_3 \delta}{h_3^3} = F$$

$$\delta = \frac{F}{3EJ_1/h_1^3 + 3EJ_2/h_2^3 + 3EJ_3/h_3^3}$$

Para facilitar o nosso cálculo, vamos caracterizar o pilar pelo valor de sua constante de mola k .

Dando este tratamento, a equação geral de frenagem será :

$$k_1\delta + k_2\delta + k_3\delta = F \therefore = \frac{F}{\Sigma k} \text{ e portanto ,}$$

$$F_1 = k_1 \cdot \delta = k_1 \times \frac{F}{\Sigma k} = \frac{k_1}{\Sigma k} \cdot F = \mu_1 F$$

$$\text{De uma maneira genérica, } F_i = \frac{k_i}{\Sigma k} \cdot F =$$

$$\therefore F_i = \mu_i F \text{ onde } \mu_i = \frac{k_i}{\Sigma k} \text{ - coeficiente de distribuição longitudinal das forças .}$$

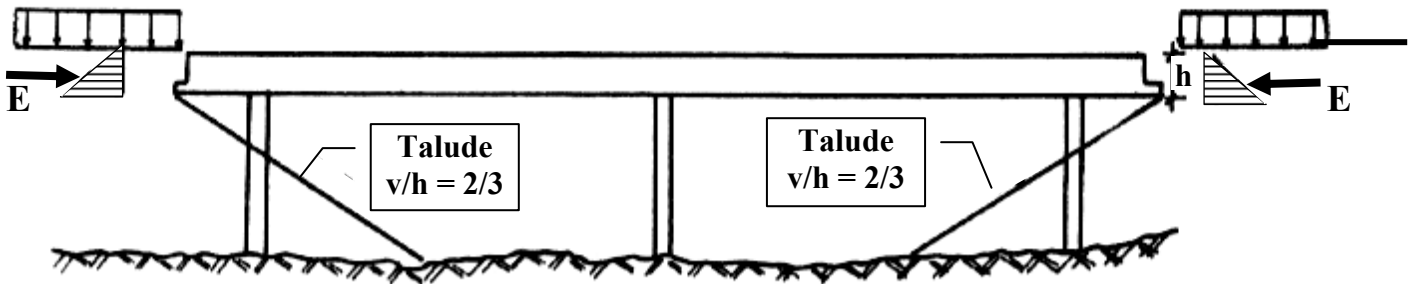
b-2) Caso de pontes ferroviárias .

A força longitudinal em cada via, devido a frenagem ou a aceleração do trem, será considerada aplicada no topo dos trilhos sem impacto e igual ao maior dos seguintes valores :

- 15 % da carga móvel para frenagem; ou ,
- 25 % do peso total sobre os eixos motores para o esforço de aceleração.

O trem tipo ferroviário é encontrado no ítem 2 da NB-7 .

c) Forças devidas ao empuxo na cortina.



Sobre a cortina, atuarão, dois empuxos: o empuxo de vido ao aterro, e o empuxo devido a sobrecarga no aterro .

O empuxo devido ao aterro, calculado pelo diagrama triangular, onde a ordenada máxima é $0,6 h$ (dado prático), pode ser considerado no caso de pontes retas, auto-equilibrado.

Vamos considerar a sobrecarga no aterro de um ou do outro lado da ponte, ver figura acima, originando empuxo num ou no outro sentido. O empuxo devido a sobrecarga é obtido, calculando-se um "h" fictício igual a $\frac{p}{\gamma}$ onde p é a carga de multidão atuando na seção transversal e γ o peso específico do material constituinte do atêrro .

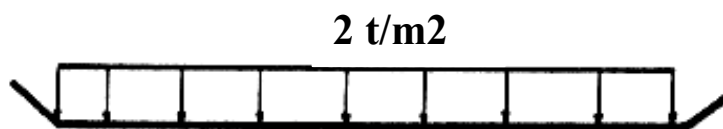
Existem dois critérios para avaliar o "p" .

1º critério :

E' o mais desfavorável e considera que o peso do ca

minhão tipo se distribui na cabeceira da ponte da seguinte maneira :

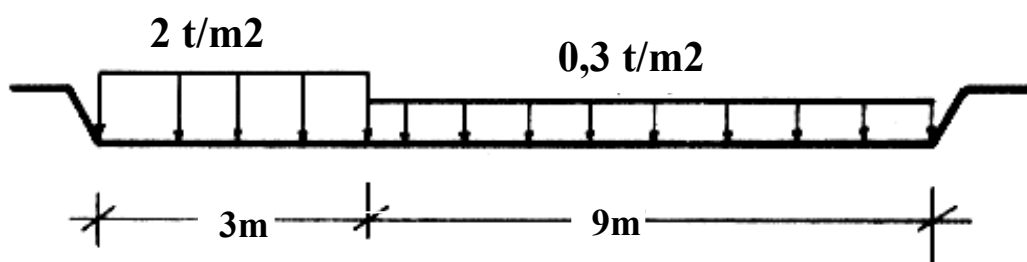
$$p = \frac{36 \text{ t}}{3 \times 6} = 2 \text{ t/m}^2 .$$



2º critério :

Adotado pelo DNER.

O DNER permite que se considere a média ponderada das cargas na seção transversal .



$$p = \frac{2 \times 3 + 0,3 \times 9}{3 + 9} = 0,725 \text{ t/m}^2 .$$

logo $h_{\text{ficticio}} = \frac{p}{\gamma}$ onde $\gamma = \text{peso específico do aterro}(=1,8\text{t/m}^3)$

temos então: $E_{sob} = 0,6xh_{fic}xhxb$ onde

$$\left\{ \begin{array}{l} h = \text{altura da cortina} \\ b = \text{largura da pista + acostamentos.} \end{array} \right.$$

Em cada linha de pilares, atuarã uma força igual a E_{sob}/n , onde $n = n\phi$ de linhas de pilares .

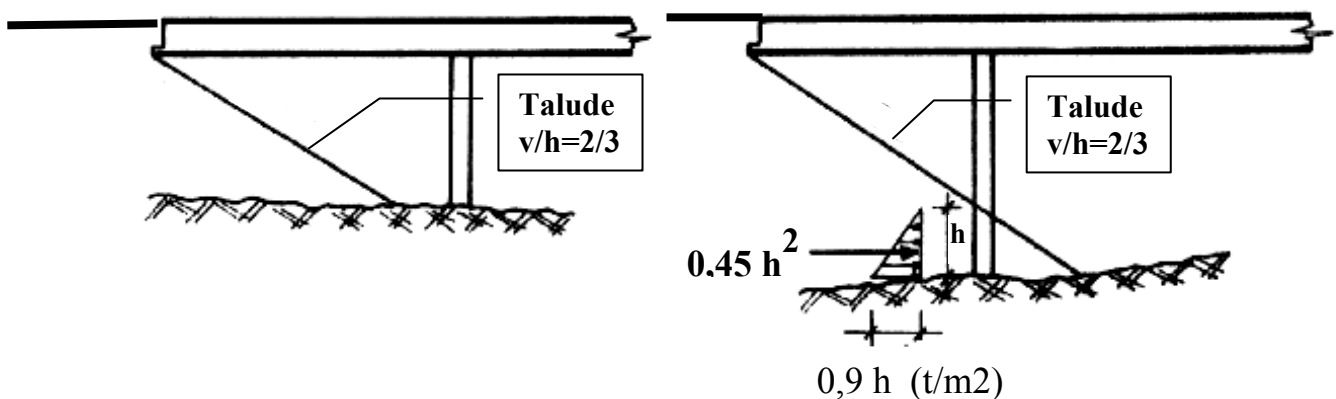
Para distribuição dessa força pelos pilares, procede-se de maneira idêntica à frenagem, isto é, função da rigidez dos pilares .

Assim

$$F_i = \mu_i \cdot \frac{E_{sob}}{n}$$

d) Empuxo do aterro nos pilares extremos .

Para se estudar o empuxo nos pilares, a partir do dente da cortina, devemos marcar a caída do aterro segundo um plano de 2 para 3 . Se este aterro não interceptar o pilar, não haverá empuxo de terra. Se interceptar o pilar, devemos considerar este empuxo .



A experiência nos tem revelado que face à uma má compactação do aterro debaixo da ponte, o mesmo produzirá empuxo nos pilares .

Assim sendo o coeficiente de empuxo deveria ser 1.8 e o diagrama de empuxo, um triângulo de ordenada máxima 1.8h .

Adota-se a favor da segurança um diagrama de empuxo igual a 0,9h sendo h a altura em que o aterro intercepta o pilar.

Segundo o artigo 17 da NB-2, o empuxo de terra sobre os pilares é considerado como sendo a resultante do diagrama triangular, considerando-se que sobre o pilar atue uma faixa de empuxo igual a 3b, sendo b igual à largura do pilar batida pelo aterro, e assim o empuxo terá o seguinte valor :

$$E = 1/2 \cdot 0,9h^2 \cdot 3b = 1,35 bh^2$$

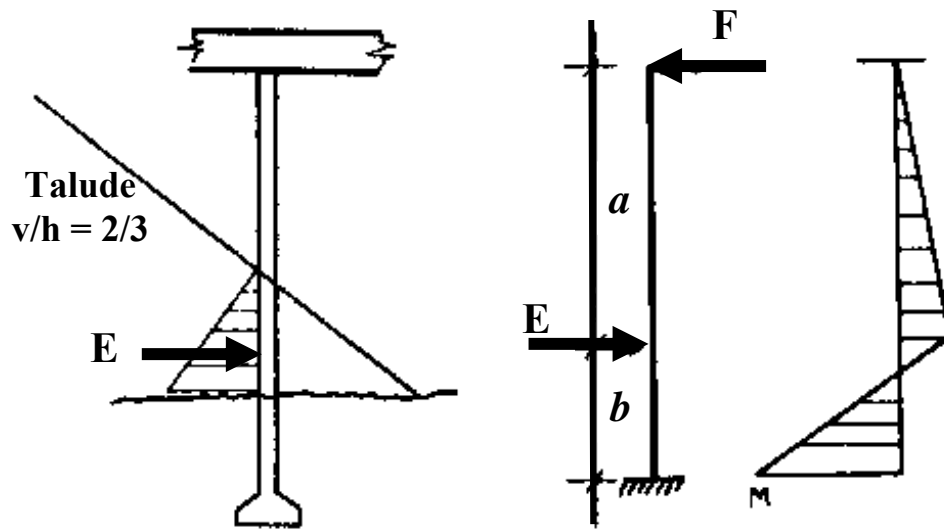
este empuxo calculado é aplicado no centro de gravidade do triângulo, ou seja a 1/3 da altura .

Não se deve considerar simultaneamente os dois empuxos nas cabeceiras das pontes .

Para facilidade de cálculo, consideramos o empuxo como uma carga concentrada sobre o pilar e resolvemos em 2 passos.

1º passo .

Supomos existir um apoio indeslocável no topo do pilar, que na verdade não existe .

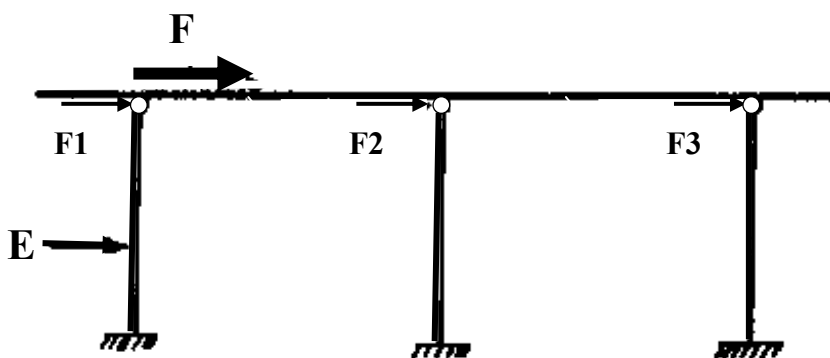


sendo $M = \frac{E \times a \times b}{2(a+b)^2} (2a+b)$ o valor do momento de engastamento

e $F = \frac{E \times b}{a+b} - \frac{M}{a+b}$ a força que aparece no topo do pilar .

2º passo

Considerar na infra-estrutura o efeito da força que produz a deslocabilidade da mesma (F força F' do 1º passo) .



esta força F que vêm do primeiro passo, distribui-se em F_1 , F_2 e F_3 nos topos dos pilares P_1 , P_2 e P_3 respectivamente sendo :

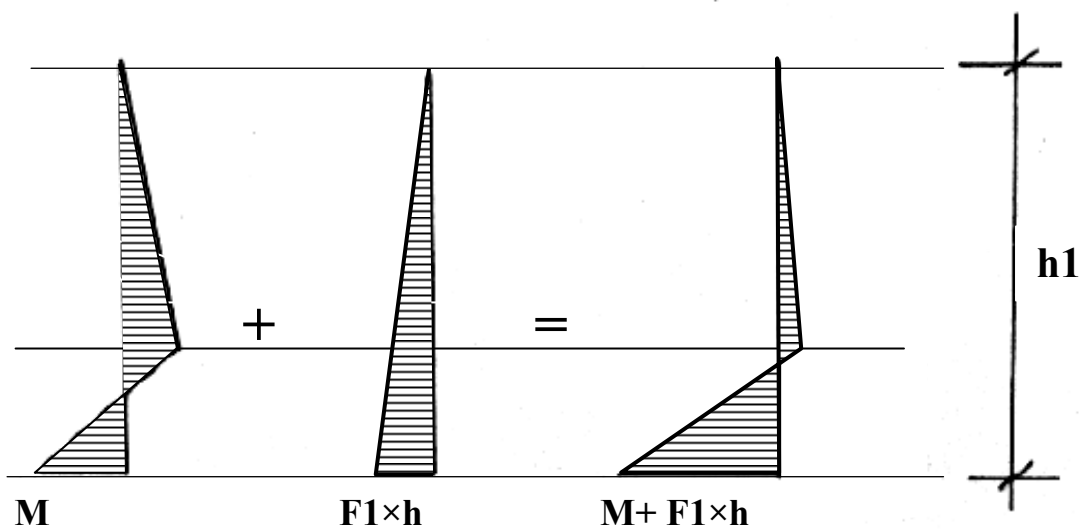
$$F = F_1 + F_2 + F_3$$

temos

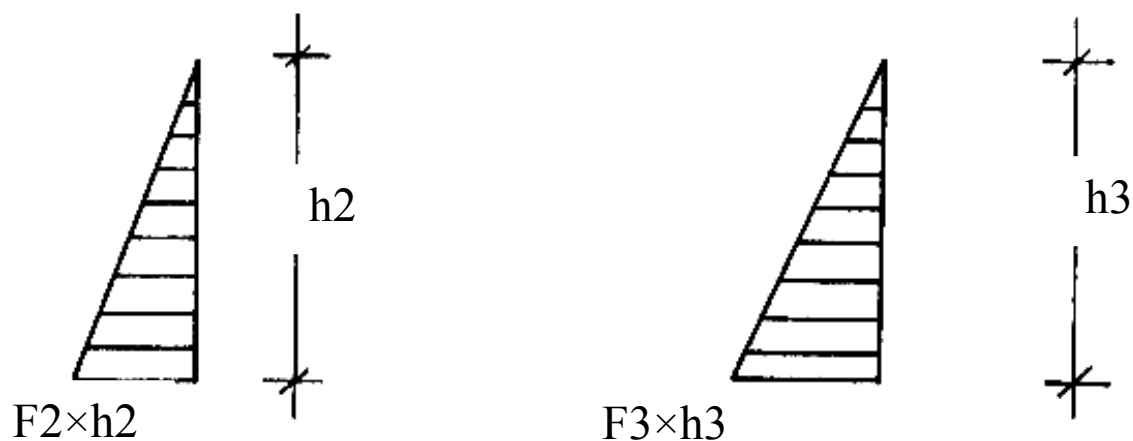
$$F_1 = \frac{k_1}{\Sigma k} F ; F_2 = \frac{k_2}{\Sigma k} F ; F_3 = \frac{k_3}{\Sigma k} F \quad \text{ou}$$

$$F_i = \frac{k_i}{\Sigma k} F .$$

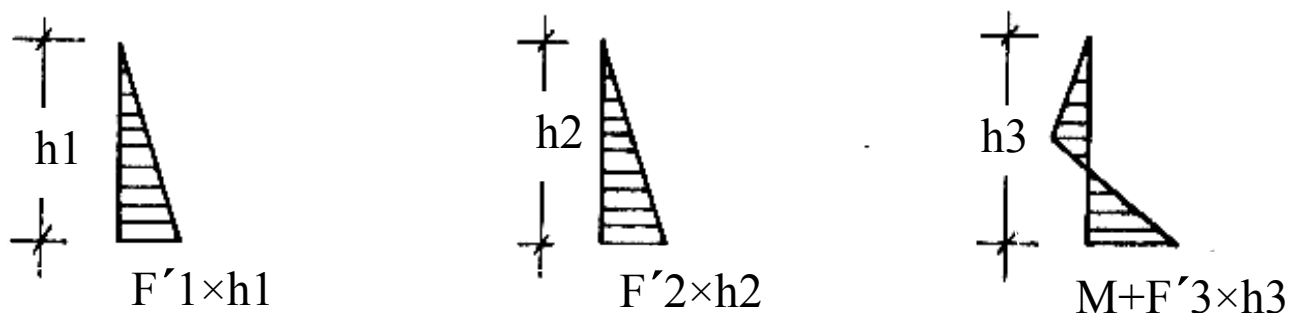
No pilar 1, o aspecto do diagrama de momentos fletores fica :



Nos pilares 2 e 3 teremos os diagramas do seguinte aspecto :



Mesma consideração deve ser feito do outro lado da ponte, isto é, teremos os diagramas de momentos fletores com os seguintes aspectos:



III-1-5-2 - Cálculo das forças transversais

a) Cálculo das forças devido ao vento

E' fixada pelo artigo 14 da NB-2. Por este artigo

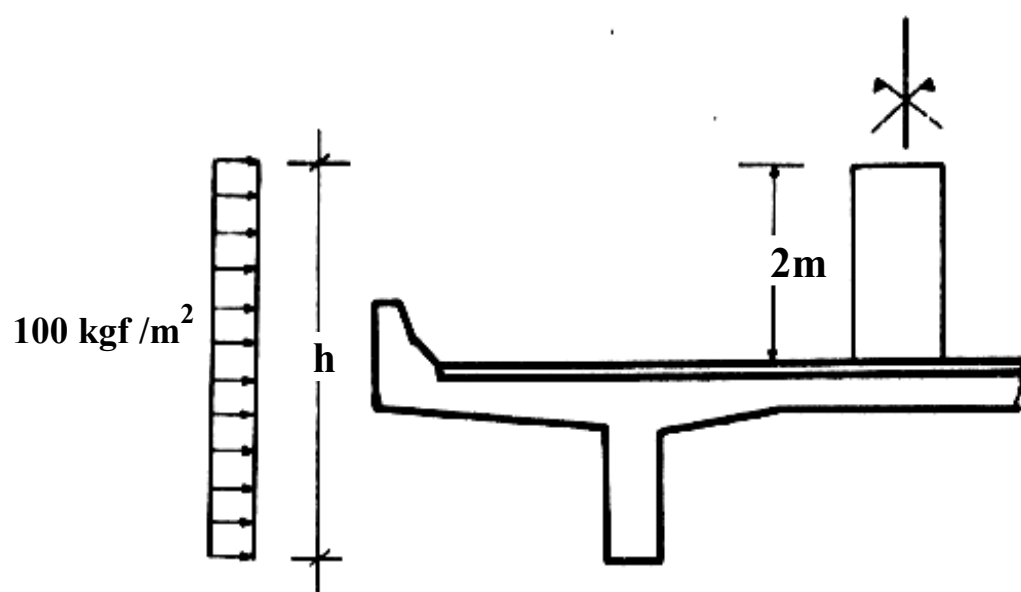
a norma considerada dois casos :

- Ponte carregada ;
- Ponte descarregada .

a-1) Caso de Ponte carregada

19) Ponte Rodoviária

Considera-se o vento sobre uma ponte como sendo a resultante de uma pressão de 100 kg/m^2 atuando normalmente à superfície da ponte .



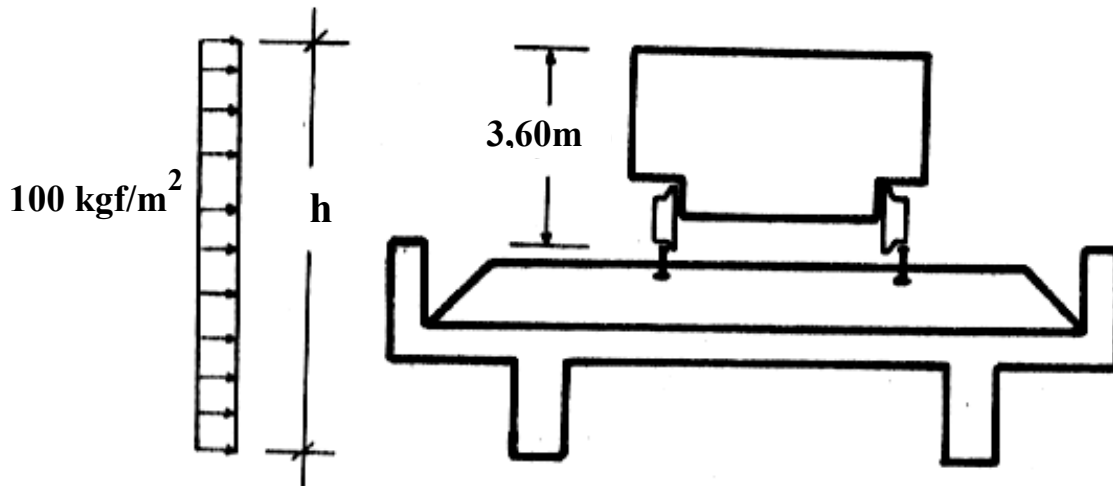
$$R = 100 h L$$

onde

L = comprimento total da ponte .

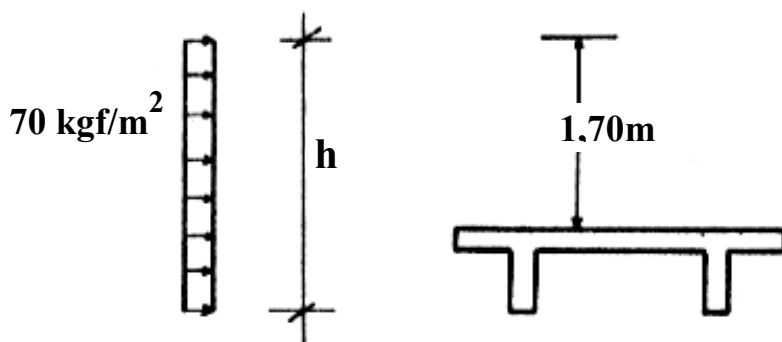
29) Ponte ferroviária

No caso de ponte ferroviária a altura h é :



$$R = 150 \times h \times L$$

30) Ponte de Pedestres

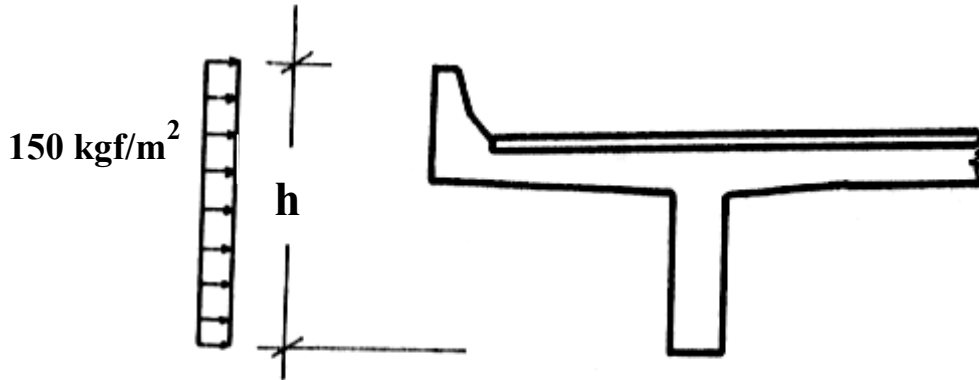


$$R = 70 \times h \times L$$

a-2) Caso de ponte descarregada

19) Ponte rodoviária

Considera-se uma pressão de 150 kgf/m^2 atuando sobre a superfície conforme mostra a figura .



$$R = 150 \times h \times L$$

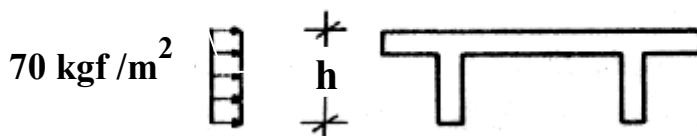
29) Ponte ferroviária

Em pontes ferroviárias, a altura h é a da figura da letra a-1, 29) diminuído de 3,50 metros .

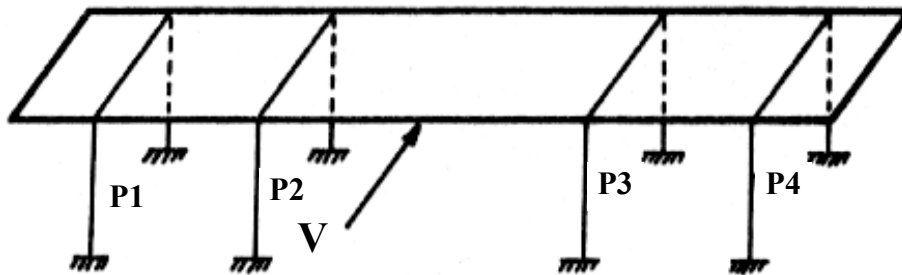
No caso de pontes expostas a ventos especialmente violentos, adotar-se-ão valores maiores que esses, de acordo com as circunstâncias locais .

39) Ponte para pedestres .

O \tilde{h} a considerar neste caso é o seguinte :



a-3) Distribuição da resultante de ventos sobre os pilares .



Seja a ponte da figura acima, a força V devida ao vento é calculada como já vimos, da seguinte maneira :

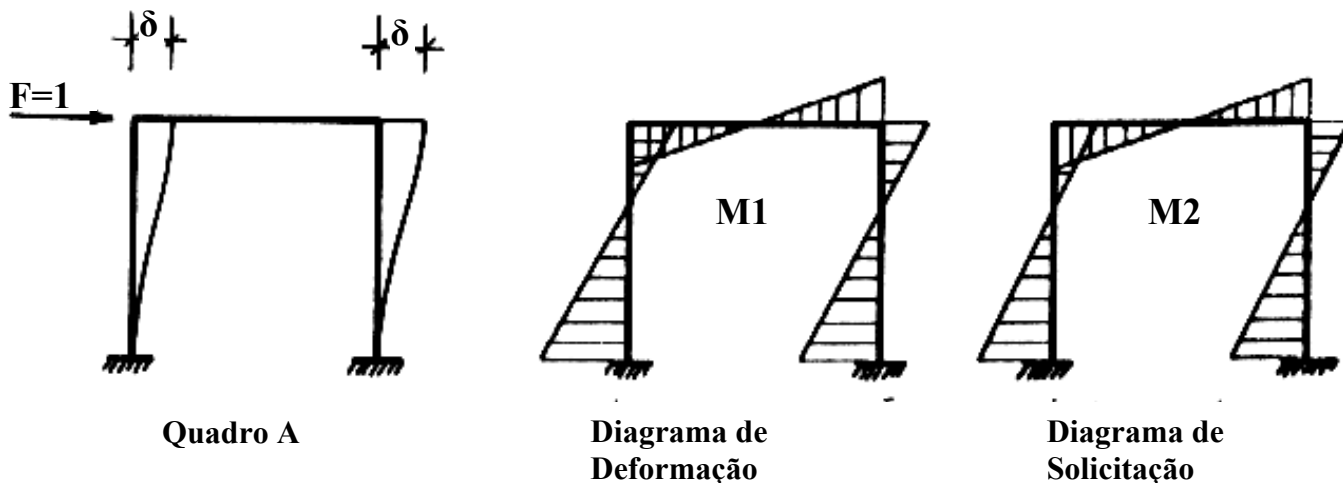
- Ponte carregada $V = 0,100 \times L \times h$
- Ponte descarregada $V = 0,150 \times L \times h$

O problema consiste em determinar a parcela de V , que atua em cada quadro dos pilares, para isso, devemos inicialmente determinar qual o valor das constantes de mola dos pilares .

Quando estudamos a distribuição das forças na direção longitudinal, vimos que a constante de mola de um pilar era a força F para o deslocamento $\delta = 1$, pois :

$$F = k \times \delta \quad , \quad \text{para } \delta = 1 \rightarrow F = k$$

Raciocinando da mesma forma, para os quadros transversais, para se determinar o valor de rigidez desses quadros, devemos pesquisar qual a deformação δ produzida por uma força unitária $F = 1$ aplicada no topo dos quadros .



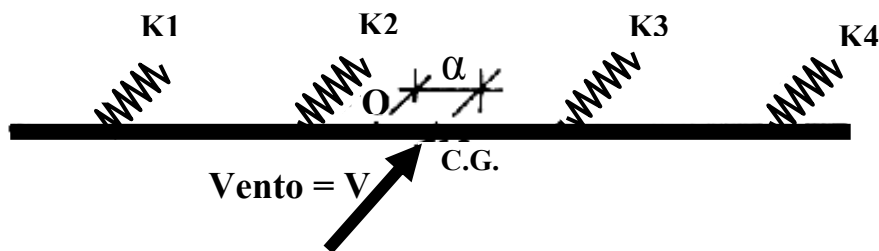
Da integração dos dois diagramas, obteremos :

$$E J \delta = \int M_1 M_2 dx$$

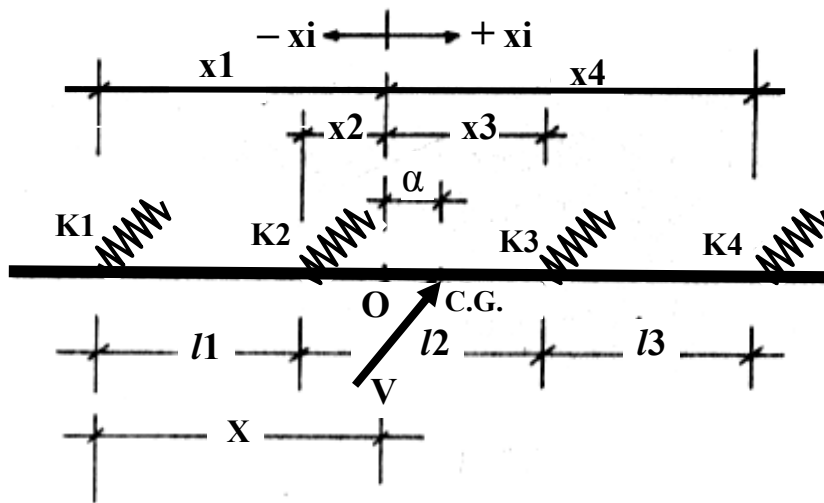
Determinamos assim o deslocamento δ do quadro, para a força unitária $F=1$, para uma deformação unitária $\delta = 1$ teremos o k .

$$\frac{1}{k} = \frac{\delta}{1} \quad \therefore k = 1/\delta$$

Sendo assim, podemos considerar a viga submetida à ação do vento, como apoiada sobre molas, de constantes $k_1, k_2, k_3, \text{ etc}$, como mostra na figura.



A força V pode cair ou não no ponto "O" centro de massa das molas k_1 , k_2 , k_3 e k_4 . Se não cair, deveremos calcular da seguinte maneira :



Pelo teorema de VARIGNON que diz : num sistema de forças coplanares, concorrentes ou paralelas, o momento resultante é igual ao momento da resultante, temos :

$$(k_1+k_2+k_3+k_4) \times X = k_1 x_0 + k_2 x l_1 + k_3 (l_1 + l_2) + k_4 \times (l_1 + l_2 + l_3)$$

donde

$$X = \frac{k_2 l_1 + k_3 (l_1 + l_2) + k_4 (l_1 + l_2 + l_3)}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4}$$

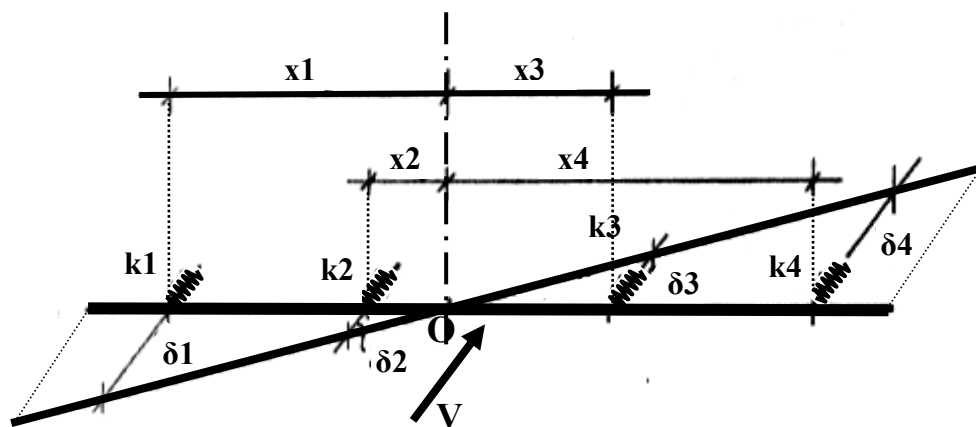
Como a força resultante V não é coincidente com o

centro de massa "0" das molas, admitindo-se o tabuleiro rígido, o mesmo sofrerá uma rotação em torno do ponto "0" no plano horizontal .

Face à rigidez do tabuleiro, vamos admitir que a deformação do mesmo seja dada pela equação de uma reta :

$$\delta_i = A + B \cdot X_i \quad ,$$

onde A e B são constantes da reta, X_i a distância de uma mola genérica ao ponto "0" e δ_i a deformação na direção desta mola .



Como $V = \Sigma F_i$ e sendo $F_i = k_i \delta_i$, teremos que :

$V = \Sigma k_i \delta_i = \Sigma k_i (A + b \cdot X_i) = A \Sigma k_i + B \Sigma k_i X_i$, mas como o ponto "0", origem de X_i , é o centro de massa, teremos que $B \Sigma k_i X_i = 0$, o que nos permite obter :

$$A = \frac{V}{\Sigma k_i}$$

Se chamarmos de α a distância da resultante V ao ponto "0", poderemos escrever que o momento $M = \alpha \cdot V$, tem de ser igual à soma dos momentos resistidos em cada um dos pilares .

$$M = \alpha \cdot V = \Sigma k_i \delta_i X_i = \Sigma k_i (A + B X_i) X_i \quad , \quad \text{ou}$$

$$\alpha \cdot V = A \sum k_i X_i + B \sum k_i X_i^2$$

Pela mesma razão acima, o primeiro termo do segundo membro será igual a zero e portanto :

$$B = \frac{\alpha \cdot V}{\sum k_i X_i^2}$$

Assim sendo, a deformação

$$\delta_i = A + B X_i = \frac{V}{\sum k_i} + \frac{\alpha V}{\sum k_i X_i^2} X_i, \text{ e a força corres-}$$

pondente a este pilar será :

$$F_i = k_i \delta_i = \left(\frac{V}{\sum k_i} + \frac{\alpha V}{\sum k_i X_i^2} X_i \right) k_i$$

O termo $\sum k_i X_i^2 = J$, chama-se momento inércia da infra-estrutura, logo a expressão fica :

$$F_i = V \left(\frac{k_i}{\sum k_i} + \frac{\alpha k_i X_i}{J} \right)$$

b) Força Centrifuga

Esta força aparece nas pontes curvas e portanto será abordada em um outro item .

c) Forças devido à correnteza

Segundo a AASHO (USA) a pressão no pilar devido à correnteza é dada pela seguinte expressão :

onde

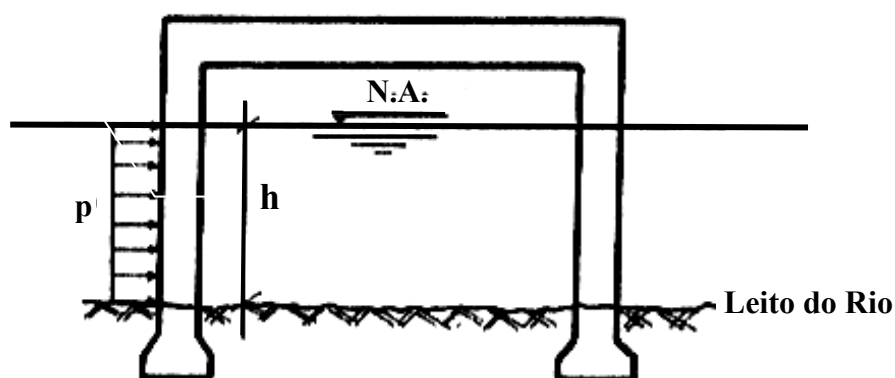
k - varia de acordo com a forma do pilar

V - velocidade do rio em $\text{p\~{e}/seg.}$

p - pressão sobre o pilar em $\text{libra/p\~{e}^2}$

Se o pilar \~{e} circular $\rightarrow k = \frac{2}{3}$

Se o pilar \~{e} retangular $\rightarrow k = \frac{4}{3}$



Trabalhando com o sistema m\~{e}trico, a express\~{a}o da press\~{a}o fica :

$$p = 52,55 k V^2 \quad \text{onde} \quad \begin{cases} p = \text{kg/cm}^2 \\ V = \text{m/seg} \end{cases}$$

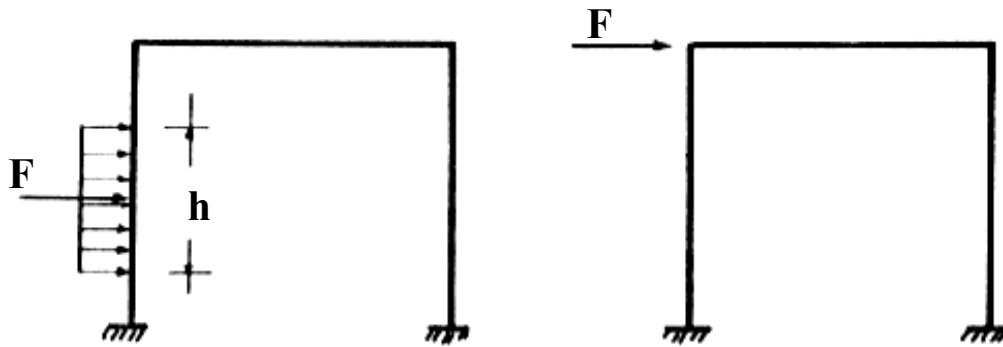
Para o caso de pilares circulares teremos :

$$p = 35,03 V^2$$

e para pilares retangulares : $p = 70,07 V^2$

Costuma-se para facilidade de c\~{a}lculo, substituir a carga distribuida por uma concentrada aplicada no topo do pi -

lar, como mostra a figura .



A força $F = p \times b \times h$ onde b = largura do pilar na direção da correnteza .

Um exemplo numérico também será dado sobre este no item

d) Força lateral nas pontes ferroviárias

O item 8 da NB-2 é o que regula este ponto em estuário .

O impacto lateral só é considerado para pontes ferroviárias, e tem o seguinte valor :

$$IL = 20\% \text{ da carga do eixo mais pesado .}$$

$$\text{No caso da ENGEFER, } IL = 20\% \times 36 = 7,2 \text{ t}$$

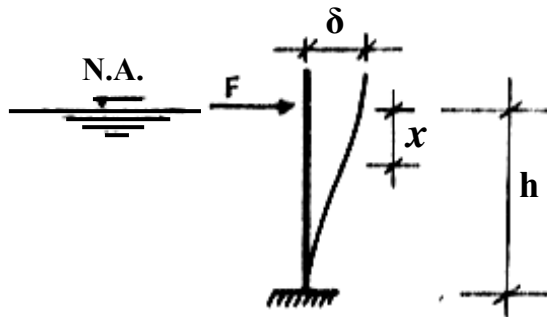
e) Impacto de material sólido sobre os pilares .

Seja m a massa da embarcação ou da tora de madeira

transportada pelo rio, e seja V a sua velocidade. Da Mecânica sabemos que a energia cinética desse corpo será :

$$E_c = (1/2) m v^2$$

O cálculo deste impacto sobre os pilares vai consistir em se determinar uma força F , que produza o trabalho interno, igual a energia cinética de deformação. A energia de deformação será :



$$E_d = 1/2 \int \frac{M^2}{EJ} dx$$

sendo $M = F \times X$ teremos :

$$E_d = 1/2 \int_0^h \frac{(F \cdot x)^2}{EJ} dx = \frac{F^2}{EJ} \int_0^h x^2 dx, \text{ esta energia}$$

deve ser igual no momento da batida, à energia cinética do corpo, portanto

$$\frac{F^2}{EJ} \int_0^h x^2 dx = 1/2 m v^2, \text{ integrando e ordenando te}$$

remos :

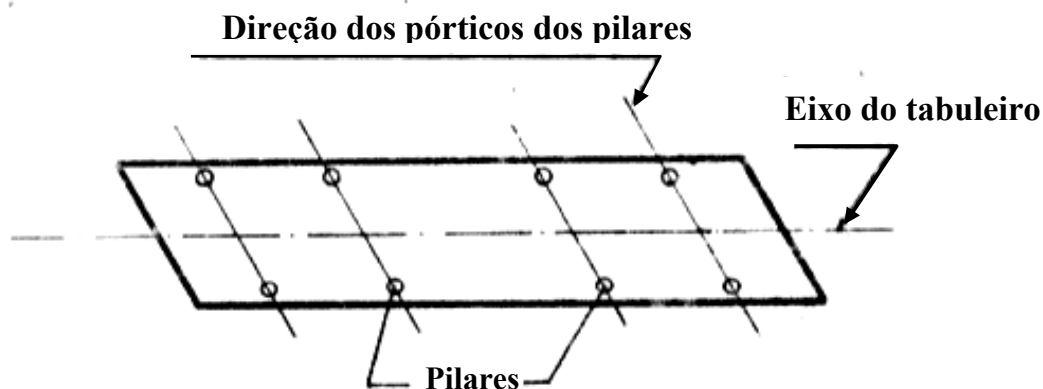
$$F = \sqrt{\frac{3 E J m v^2}{h^3}} ; J - \text{momento de inércia do pilar.}$$

Calculada a força F que produz a mesma energia de deformação que a energia cinética de choque, o problema consistirá em levar em consideração esta força no cálculo do pilar.

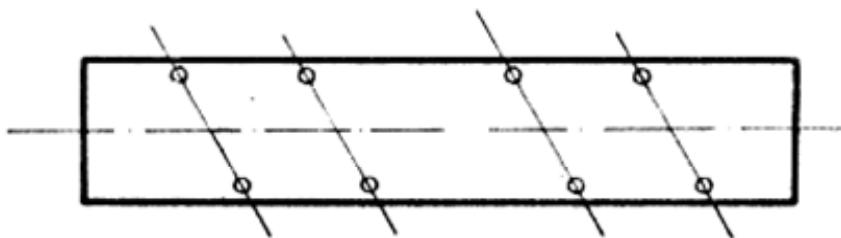
A norma Alemã ao abordar o problema de impacto de navios, ou de locomotiva sobre os pilares, considera no dimensionamento dos mesmos, o concreto na ruptura e o aço no escoamento.

III-2 - FORÇAS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS EM PONTES ESCONSAS

Define-se ponte esconsa como aquela em que o eixo do tabuleiro forma um ângulo diferente de 90° com os pórticos dos pilares.



As pontes esconsas devem ser evitadas devido aos esforços que resultam da sua configuração. Quando tornar-se necessário adotá-las, deve ser dada preferência por cortinas perpendiculares ao eixo da ponte, para que se evite a torção do tabuleiro.



III-2-1 - Forças longitudinais

A distribuição dos esforços longitudinais (frenagem , aceleração, temperatura, retração, empuxo do aterro nos pilares) no tabuleiro entre os pilares é a mesma já vista para pontes retas .

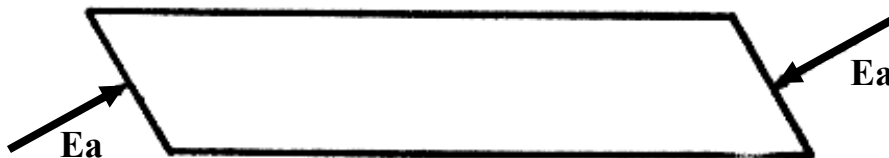
III-2-2 - Forças transversais

Quando a cortina é perpendicular ao eixo da ponte, o empuxo que sobre ela atua acarreta um esforço transversal que analizaremos a seguir .

O empuxo da cortina divide-se em duas parcelas, uma devida ao aterro e outra à sobrecarga atuante no aterro. Estudaremos os dois casos separadamente .

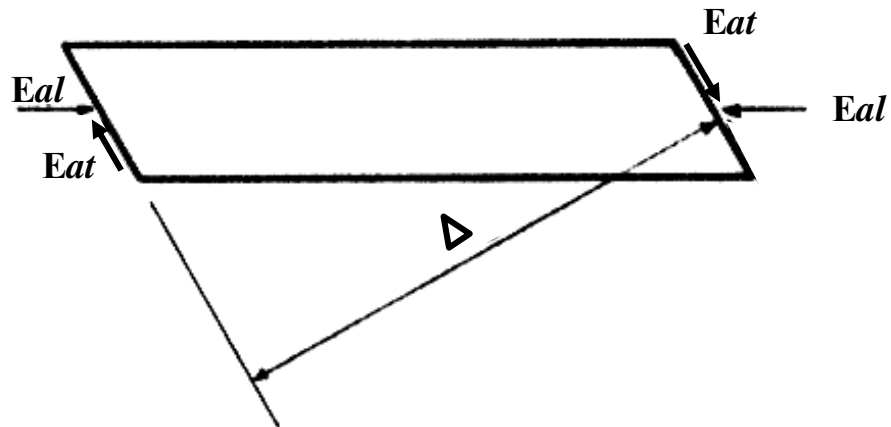
III-2-2-1 - Empuxo do aterro - E_a

Tem-se inicialmente o sistema abaixo :



Obtem-se o valor de E_a da mesma maneira já vista para pontes retas .

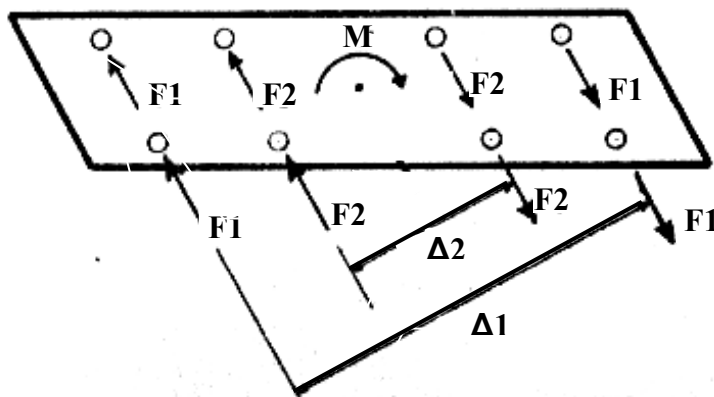
Podemos decompor E_a em : E_a longitudinal e E_a transversal :



Observa-se que os E_{al} se auto equilibram e que os E_{at} formam um binário cujo momento é :

$$M = E_{at} \times \Delta$$

Este momento será absorvido pelos pilares, através de reações resultantes no topo de cada um .



Tem-se que :

$$2 F_1 \Delta_1 + 2 F_2 \Delta_2 = M$$

e

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \quad \text{ou} \quad F_2 = F_1 \frac{\Delta_2}{\Delta_1}$$

logo :

$$2 F_1 \Delta_1 + 2 F_1 \frac{\Delta_2^2}{\Delta_1} = M$$

$$2 F_1 \left(\frac{\Delta_1^2}{\Delta_1} + \frac{\Delta_2^2}{\Delta_1} \right) = M$$

ou

$$\frac{2 F_1}{\Delta_1} \left(\sum \Delta_1^2 \right) = M$$

assim

$$F_1 = \frac{M \Delta_1}{2 \sum \Delta_1^2}$$

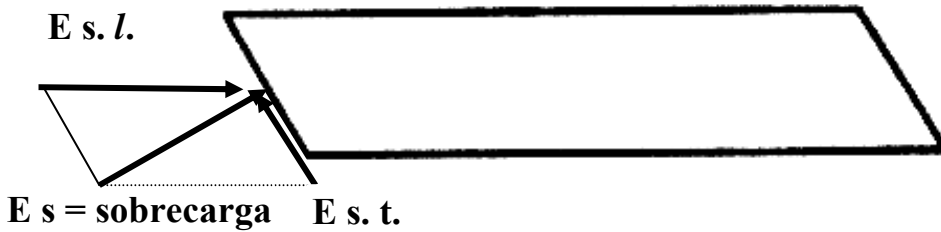
Generaliza-se então :

$$F_i = \frac{M \Delta_i}{2 \sum \Delta_i^2}$$

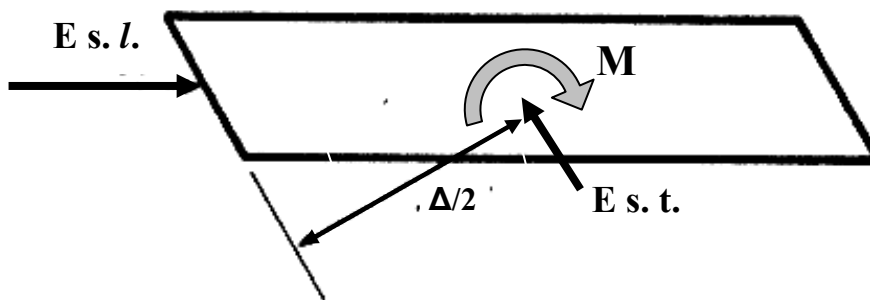
III-2-2-2 - Empuxo da sobrecarga - E_{sob} .

Considera-se a sobrecarga no aterro em apenas uma das extremidades da ponte. O empuxo resultante é o mesmo já visto

para pontes retas . Tem-se o seguinte esquema de forças .



que pode ser reduzido a :



onde :

$$M = E_{st} \cdot \frac{\Delta}{2}$$

E_{sl} se distribui como uma força de frenagem, logo a força longitudinal atuante no topo de cada pilar será :

$$F_{il} = \frac{k_i}{\Sigma k_i} E_{sl}$$

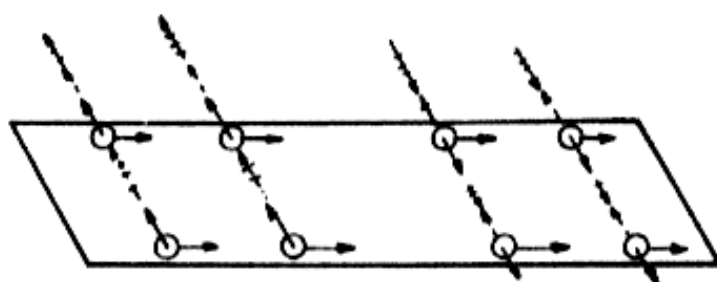
onde k_i é a constante de mola do pilar no sentido longitudinal .

O momento M é absorvido da mesma maneira que o momento devido ao empuxo do aterro, logo :





$$F_{it} = \frac{M \Delta_i}{2 \Sigma \Delta_i^2}$$

E_{st} se distribui análogamente a uma força de vento, assunto que discutiremos adiante.

Finalmente tem-se para a ponte esconsa a seguinte configuração de esforços nos pilares devidos aos empuxos na cortina:



onde :

-  forças devidas ao empuxo do aterro
-  forças devidas ao empuxo E_{sl} da sobrecarga
-  forças devidas ao empuxo E_{st}
-  forças devidas ao momento M produzido por E_{st}

As demais forças transversais que atuam nas pontes esconsas (correnteza, impacto de material sólido, e vento) são analisadas segundo os mesmos métodos já vistos para pontes retas não esconsas. A única diferença é que nas pontes esconsas os pilares não são mais considerados formando um pórtico no sentido transversal. Desta maneira, considera-se a constante de mola transversal de cada pilar individualmente na distribuição dos esforços transversais entre eles.

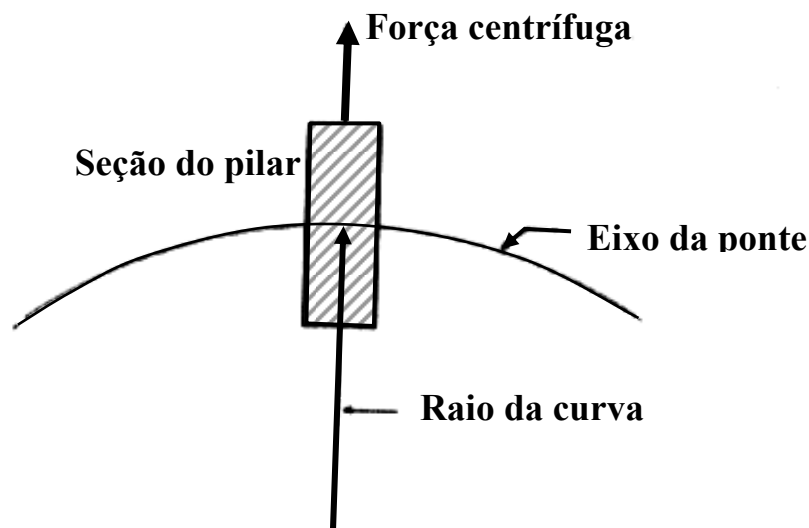
III-3 - Forças longitudinais e transversais em pontes curvas

III-3-1 - Forças longitudinais

A distribuição de esforços longitudinais nas pontes curvas baseia-se nos mesmos princípios já vistos para pontes retas, residindo em parte a diferença no cálculo das constantes de mola dos pilares .

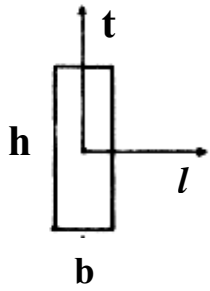
Como nas pontes curvas a direção dos esforços resultantes nos pilares é variável, adota-se de preferência pilares circulares, que apresentam a mesma constante de mola em todas as direções .

Quando, devido a imposições de arquitetura, o uso de pilares retangulares for necessário, estes devem ter sua direção transversal orientada segundo o raio da curva, ou seja, devem ter direção radial .



No caso de pilares retangulares tem-se :

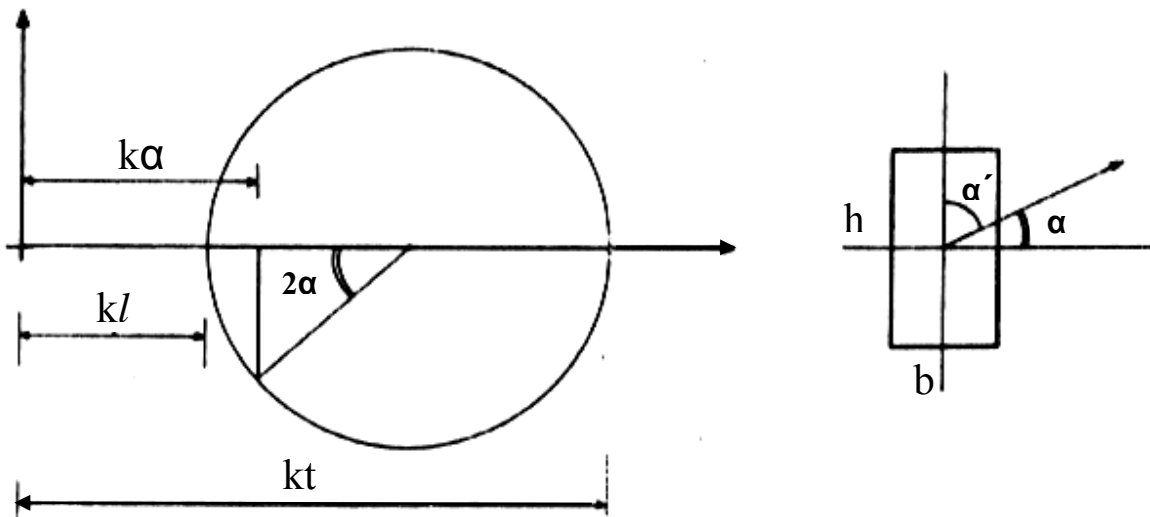
$$k_{\ell} = \frac{1}{\frac{d_{\text{placa}}}{G} S_{\text{placa}} + \frac{h_p^3}{3 E} \frac{hb^3}{12}}$$



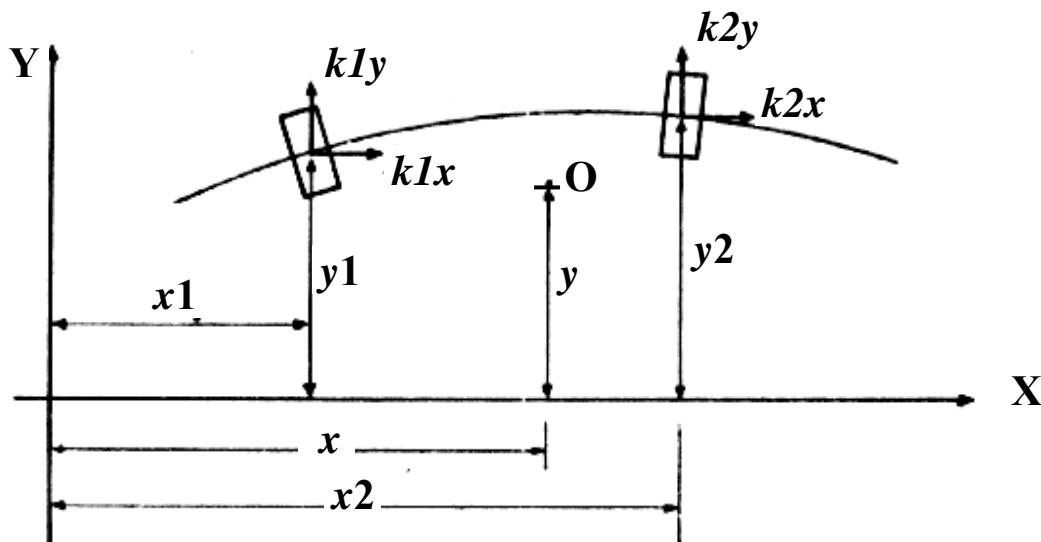
$$k_t = \frac{1}{d_{placa}/G.S_{placa} + h_p^3/3 E \frac{bh^3}{12}}$$

onde k_x e k_t são as constantes de mola do pilar nos sentidos longitudinal e transversal considerando o efeito do apoio de neoprene.

Obtem-se o k resultante em uma dada direção através do uso do círculo de MOHR.



Para a definição do centro de rotação O (o mesmo que centro de dilatação ou centro de massa das molas), utiliza-se o processo dos momentos :



tem-se então :

$$x = \frac{\sum k_{iy} \cdot x_i}{\sum k_{iy}}$$

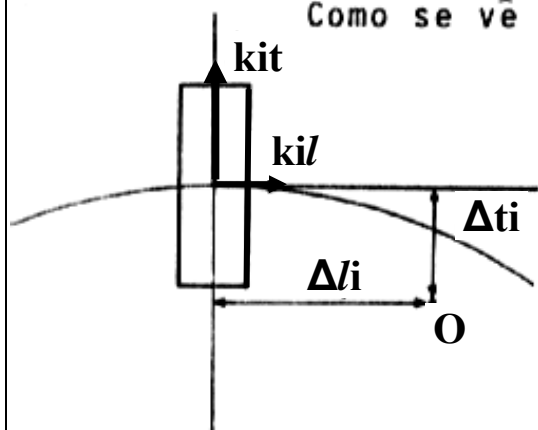
$$y = \frac{\sum k_{ix} \cdot y_i}{\sum k_{ix}}$$

Passamos agora a estudar os efeitos de cada uma das forças longitudinais .

III-3-1-1 - Forças devidas à temperatura e retração

Cada pilar apresentará esforços no seu topo nas direções longitudinal e transversal .

Como se vê no desenho :



$$F_{il} = k_{il} \times \alpha \Delta t \cdot \Delta l_i$$

$$F_{it} = k_{it} \times \alpha \Delta t \cdot \Delta t_i$$

III-3-1-2 - Forças devidas à frenagem

São consideradas duas hipóteses de carregamento, sendo escolhida após a que apresentar maiores esforços resultantes nos pilares .

a) 1ª hipótese :

Segue-se o roteiro abaixo para cada pilar

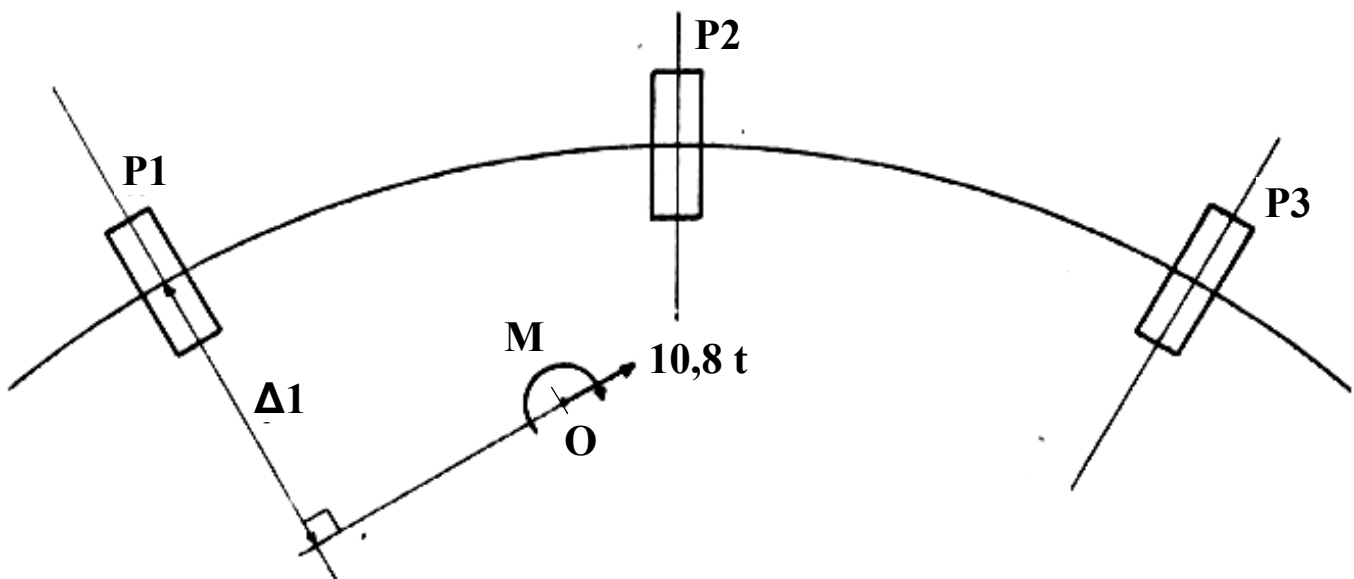
a-1) Submete-se o pilar a uma força igual a 30% do trem-tipo na sua direção longitudinal .

a-2) Reduz-se a força acima ao centro de rotação da ponte; tendo-se então ali um momento M e uma força na direção de k_g do pilar em questão .

a-3) Para esta situação calcula-se a força resultante em cada pilar .

Por exemplo, para 30% do trem-tipo em P_1 :

$$0,30 \times 36 = 10,8 \text{ t} \quad (\text{ trem-tipo de } 36 \text{ t})$$



A força resultante em cada pilar na direção longitudinal de P_1 será :

$$F_{i\ell_1} = \frac{k_i \ell_1}{\sum k_i \ell_1} \times 10,8$$

onde :

$k_i \ell_i$ = constante de mo^la do pilar i na direção longi-
tudinal de P_1 .

A força resultante em cada pilar devida ao mo-
mento M será :

sabe-se que : $\frac{F_1}{r_1} = \frac{F_2}{r_2} = \frac{F_3}{r_3}$ e $F_1 r_1 + F_2 r_2 + F_3 r_3 = M$

logo :

$$F_3 = F_1 \frac{r_2}{r_1} \quad \text{e} \quad F_3 = \frac{F_1 r_3}{r_1}$$

assim : $F_1 \frac{r_1^2}{r_1} + F_1 \frac{r_2^2}{r_1} + F_1 \frac{r_3^2}{r_1} = M$

tem-se então : $F_i = \frac{M r_i}{\sum r_i^2}$

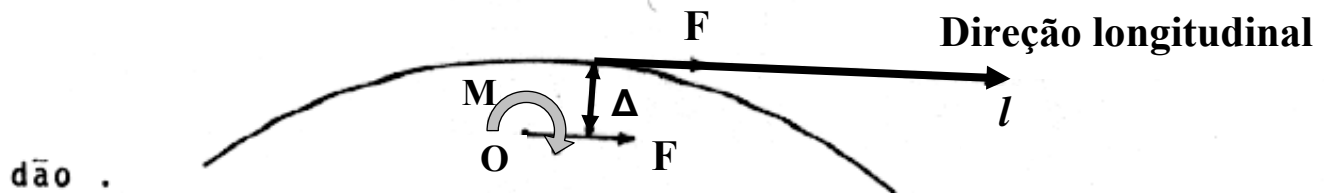
a-4) Com a composição das forças $F_i \ell_i$ e F_i tem-se a
força resultante em cada pilar para a situação de frenagem em P_1 .

Repete-se o procedimento acima para a força de
frenagem em cada um dos outros pilares .

A força final a ser considerada no pilar será a
que gerar a pior situação dentre as examinadas para as várias po-
sições da força de frenagem .

b) 2^a hipótese :

Considera-se uma força equivalente a 5% da carga
móvel no tabuleiro para a ponte sujeita ao carregamento de multi



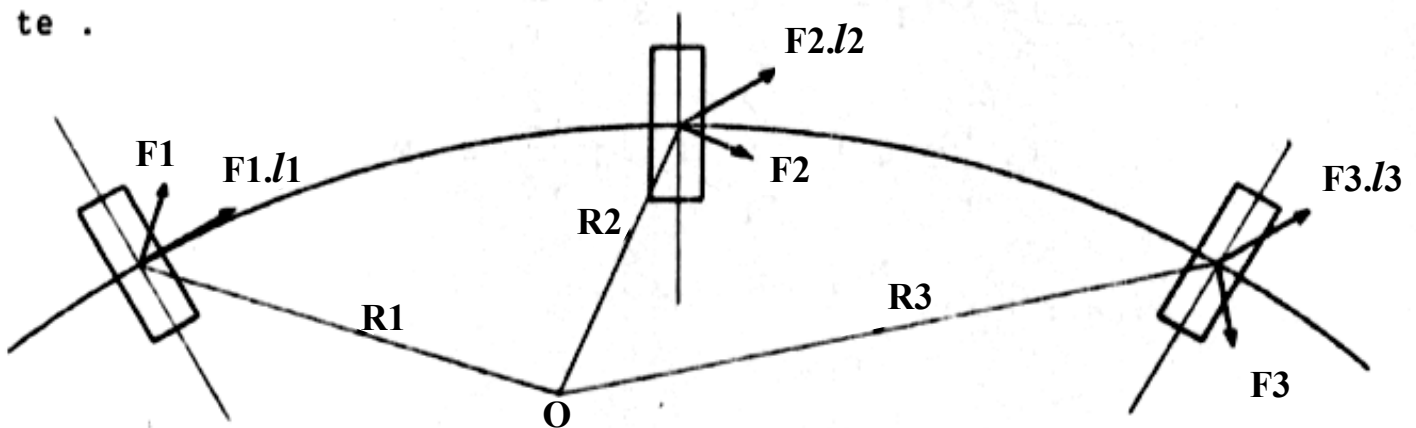
$$F = \frac{5}{100} \times l \times q$$

onde :

l = comprimento da ponte em metros

q = carga de multidão em tonelada por metro de ponte .

Aplica-se esta força F longitudinal no meio da ponte .



Reduz-se a força F ao centro de rotação O da ponte, obtendo-se o momento $M = F \times \Delta$.

Para esta situação de carga são calculadas duas forças resultantes em cada pilar, uma devida à força F e outra ao momento M , como já foi visto anteriormente .

$$F_{i\ell} = \frac{K_{i\ell}}{\sum K_{i\ell}} \times F$$

$$F_i = \frac{Mr_i}{\sum r_i^2}$$

Compondo-se as duas forças tem-se a força resul -

tante em cada pilar .

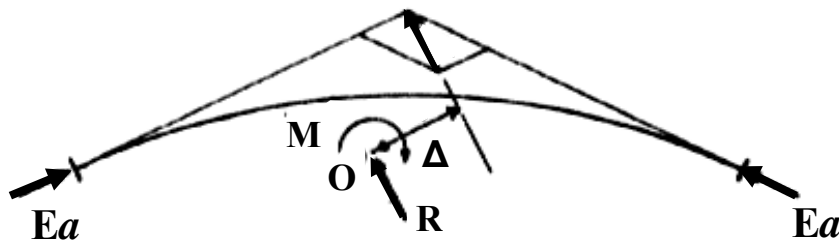
Analisando-se as forças em cada pilar devidas a cada uma das hipóteses, escolhem-se para o dimensionamento aquelas que geram as situações mais desfavoráveis de carregamento .

III-3-1-3 - Forças devidas ao empuxo na cortina

Assim como foi feita para pontes esconsas analisam - se separadamente os efeitos do empuxo do aterro E_a e os efeitos da sobrecarga no aterro E_{sob} .

a) Efeito do empuxo do aterro - E_a

Considera-se o esquema de carregamento abaixo :

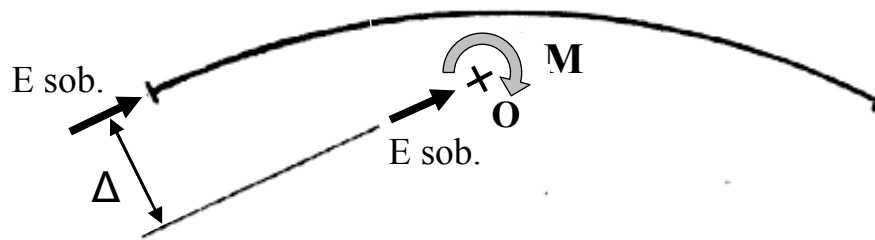


Obtem-se uma resultante R dos empuxos nas duas cortinas. R é reduzida ao centro de rotação O gerando o momento $M = R \times \Delta$

As forças resultantes nos pilares são obtidas como já foi visto nos casos anteriores.

b) Efeito do empuxo da sobrecarga - E_s

Considera-se o empuxo de carregamento a seguir :



Reduzindo-se E_{sob} ao centro de rotação O obtem-se $M = E_{sob} \times \Delta$. Calculam-se as forças nos pilares da maneira já vista para situações semelhantes.

Analisa-se em seguida os efeitos resultantes quando E_{sob} é aplicado na cortina à direita. São adotados no dimensionamento as forças que apresentam piores efeitos entre as duas posições de E_{sob} .

III-3-1-4 - Empuxo nos pilares extremos

No caso de existir empuxo de terra no pilar extremo, calcula-se a força no topo do pilar pelo mesmo método visto para pontes retas. A distribuição desta força entre os demais pilares processa da mesma maneira que o empuxo de sobrecarga na cortina.

III-3-2 - Forças transversais

III-3-2-1 - Força do Vento

O efeito do vento é computado considerando-se a força resultante do vento (calculado para o comprimento retificada da ponte e de maneira idêntica à ponte reta) aplicada no ponto do tabuleiro equidistante das extremidades da ponte (meio do vão

total) . Com a força nesta posição, aplica-se o método visto a seguir para o cálculo do efeito da força centrífuga.

III-3-2-2 - Força Centrífuga - F_c .

De acordo com o item 10 NB-2, define-se força centrífuga :

a) pontes rodoviárias :

$$R \leq 300 \text{ m} \rightarrow F_c = 7\% \text{ do caminhão}$$

$$R > 300 \text{ m} \rightarrow F_c = \frac{2100}{R} \% \text{ do caminhão tipo}$$

b) pontes ferroviárias :

b-1) bitola larga :

$$R \leq 1000 \text{ m} \rightarrow F_c = 12\% \text{ da carga móvel } x$$

$$R > 1000 \text{ m} \rightarrow F_c = \frac{12000}{R} \% \text{ da carga móvel } x$$

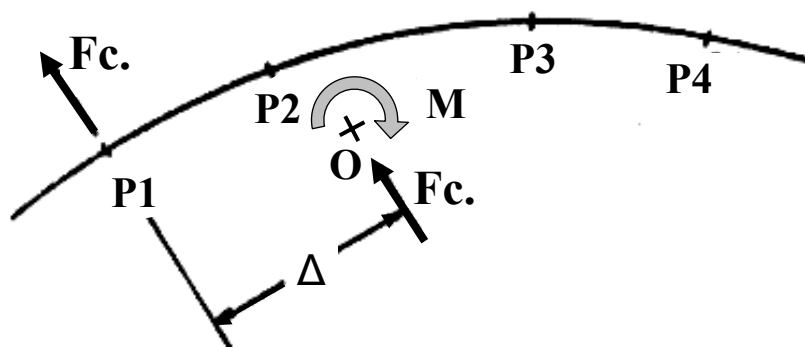
b-2) bitola estreita :

$$R \leq 600 \text{ m} \rightarrow F_c = 8\% \text{ da carga móvel}$$

$$R > 600 \text{ m} \rightarrow F_c = \frac{4800}{R} \% \text{ da carga móvel}$$

onde, carga móvel é o peso da Locomotiva .

Aplica-se esta força transversalmente em um dos pilares .



Reduzindo-se Fc ao centro de rotação da ponte obtem-se $M = Fc \times \Delta$.

Usando processos já vistos encontra-se uma força resultante em cada pilar .

Repete-se a operação para Fc em cada um dos pilares e adota-se para força final em um pilar aquela que causar piores efeitos dentre todas as calculadas para cada uma destas posições de Fc .

III-3-2-3 - Impacto Lateral - I

De acordo com o ítem 8 da NB-2, nas pontes ferroviárias considera-se o impacto lateral $I = 20\%$ do eixo mais pesado.

Aplica-se esta força I de maneira idêntica à F_c e calculam-se as forças resultantes nos pilares. Estas forças resultantes são comparadas com aquelas provenientes da força centrífuga e adotam-se aquelas que causam efeitos mais desfavoráveis, não sendo nunca superpostos os efeitos .

III-3-2-4 - Forças devidas à correnteza e impacto de material sólido nos pilares .

As forças devidas à correnteza e impacto de material sólido nos pilares são calculadas segundo o mesmo método apresentado para pontes retas . A distribuição destas forças entre os pilares é feito como foi visto para força centrífuga .

III-4 - CÁLCULO DOS PILARES DE INÉRCIA CONSTANTE

III-4-1 - Generalidades

O dimensionamento dos pilares é feito à flexão composta, considerando-se as reações de carga permanente e de carga móvel oriundas da superestrutura bem como esforços longitudinais' (frenagem, temperatura e retração, empuxo na cortina, empuxo nos pilares extremos, etc) e esforços transversais (vento, correnteza, força centrífuga no caso de pontes curvas impacto lateral, etc) atuantes no topo dos pilares .

III-4-2 - Solicitações

Três casos podem ocorrer :

1º Caso

O índice de esbeltez $\lambda < 40$

Neste caso o cálculo será feito considerando-se $N_d = F_d$ (compressão por força normal) e M_1d (momento fletor de 1ª ordem, sem levar em conta as deformações do eixo da peça .

Para o cálculo de M_1d , três situações podem ocorrer :

i) N_d é suposto centrado

Para este caso, devemos levar em consideração de acordo com a NB-1/77, uma excentricidade acidental e_a , abaixo definida :

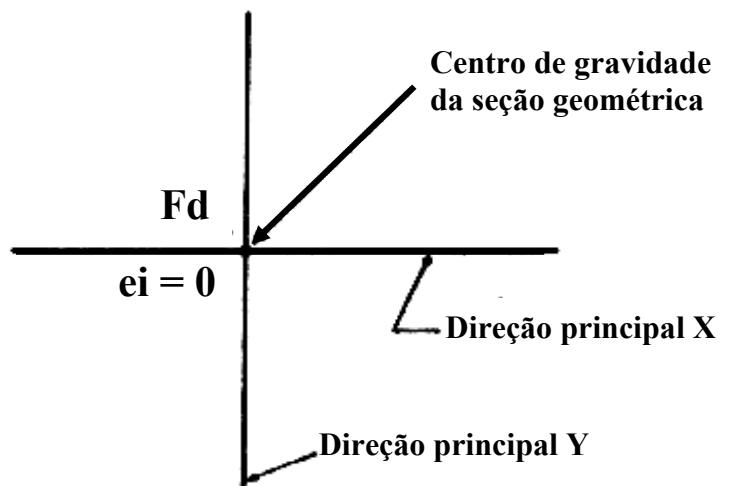
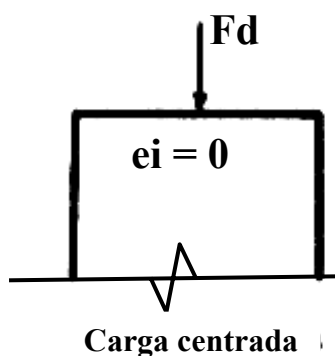
$$e_a \geq \begin{cases} \frac{h}{30} \\ 2 \text{ cm} \end{cases}$$

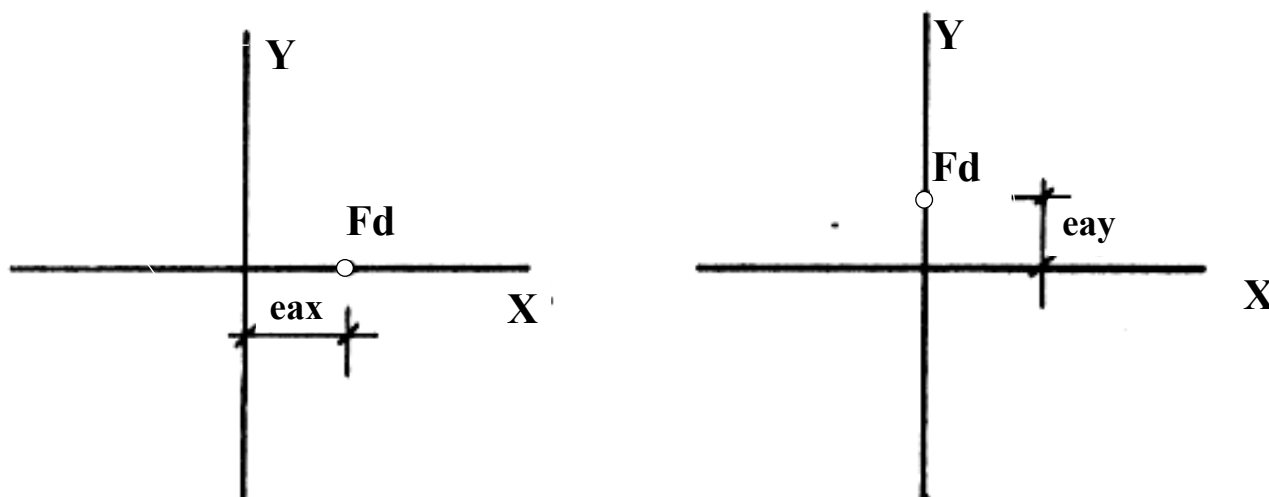
onde h = menor dimensão do pilar no sentido da solicitação

O momento M_{1d} será determinado separadamente nas duas direções principais, não se somando as armaduras .

$$M_{1d} = \pm F_d \times e_{ax}$$

$$M_{1d} = \pm F_d \times e_{ay}$$





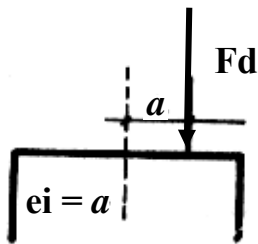
Observação :

O ítem 4-1-1-3-4 da NB-1/77 aborda um tratamento simplificado do cálculo de barras retas quando F_d é suposta centrada e $\lambda \leq 40$.

Como alternativa simplificada do cálculo com excentricidade acidental, poderá a barra ser calculada à compressão simples, com a força normal aumentada de 20% ($N_d = 1,2 F_d$).

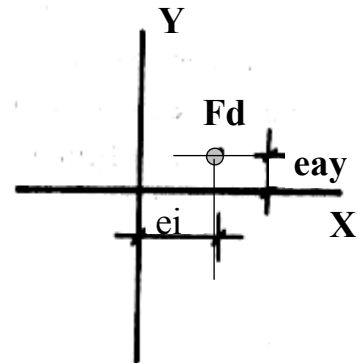
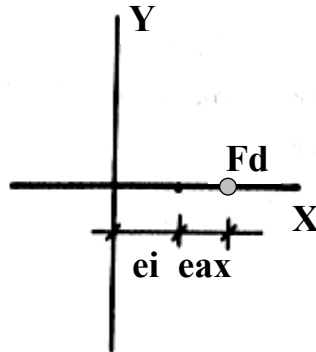
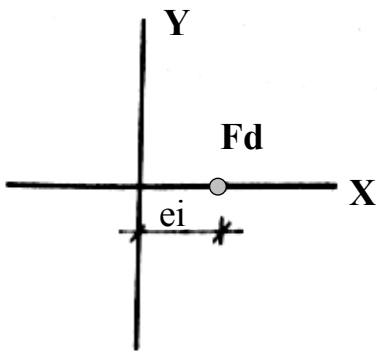
ii) N_d é excêntrica e age sobre um eixo principal

Neste caso, além da excentricidade acidental e_a , devemos levar em consideração a excentricidade inicial da própria força normal.



Se F_d for excêntrica (ver figura ao lado) e agir sobre um eixo principal, o cálculo far-se-ã separadamente com dois momentos fletores, sob a mesma força total: um momento normal $M_1 d = F_d(e_f \pm e_{ax})$,

e um momento oblíquo $M_1 d = F_d \sqrt{e_f^2 + e_{ay}^2}$, (e_{ay} no sentido mais desfavorável, para um lado ou outro do eixo) .



excentricidade accidental

$$e_{ax} \geq \begin{cases} \frac{h_x}{30} \\ 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$e_{ay} \geq \begin{cases} \frac{h_y}{30} \\ 2 \text{ cm} \end{cases}$$

Permite-se, neste caso, substituir o momento oblíquo por um momento normal $M_1 d = \pm F_d \times e_y$, supondo-se F_d sobre o eixo y com a excentricidade e_y dada por :

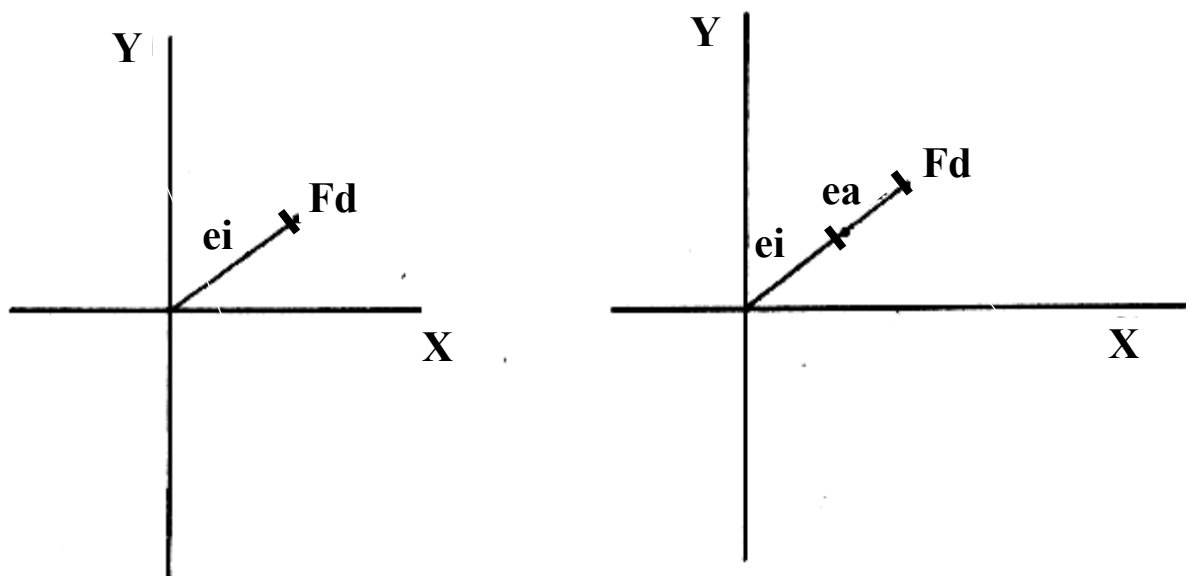
$$e_y = e_{ay} \text{ para } e_1 > 3 e_{ay}$$

$$e_y = 1,6 e_{ay} - 0,2 e_1 \text{ para } e_{ay} \leq e_1 \leq 3 e_{ay}$$

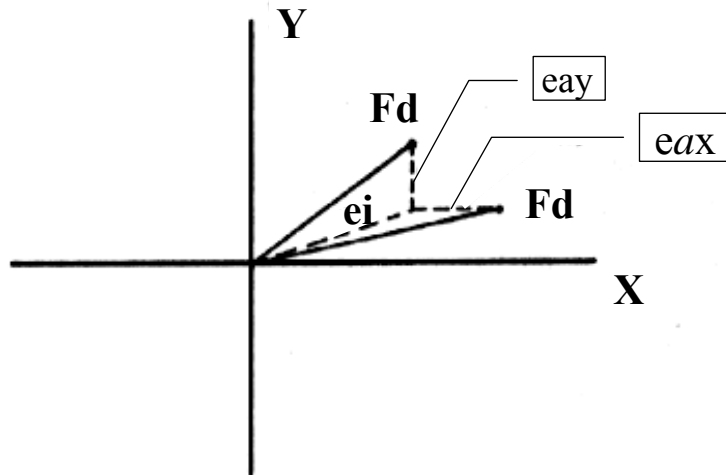
$$e_y = e_{ay} + 0,4 e_1 \text{ para } 0 \leq e_1 \leq e_{ay}$$

ff) N_d é excêntrica e age fora dos eixos principais

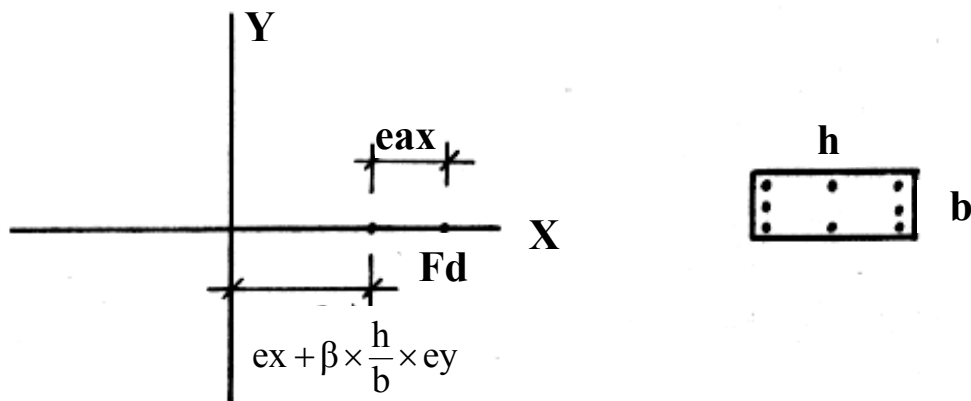
Quando F_d agir fora dos eixos principais calcular-se-ã a flexo-compressão oblĩqua com a excentricidade $(e_1 + e_a)$, considerando-se a excêntrica acidental e_a na mesma direçã de e_1 (ver figura abaixo) .



Verificar-se-ã tambẽm a seção separadamente com os dois momentos oblĩquos devidos ã consideração de e_{ax} e e_{ay} na forma indicada a seguir .



No caso da seção retangular com armadura igual nos quatro lados, permite-se substituir a flexo-compressão oblíqua por uma flexo-compressão normal equivalente, em uma direção principal, com a excentricidade $(e_{ix} + \beta e_{iy} \times h/b + e_{ax})$ em que e_{ix} e e_{iy} são as projeções de e_i sobre os eixos principais, considerando-se direção x aquela em que $e_{ix} \geq e_{iy} \times h/b$, de acordo com a figura abaixo, os valores de β são dados na página seguinte.



Valores de 100β $\omega = A_s \frac{f_{yd}}{A_c \times f_{cd}}$ $\nu = \frac{F_d}{A_c \times f_{cd}}$

$\omega \backslash \nu$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	$\geq 1,5$
0	31	46	53	57	57	51	41	40	40	40	40	40	40	40	40
0,25	57	69	76	76	67	61	55	50	42	40	40	40	40	40	40
0,50	66	79	85	83	73	68	63	58	52	48	40	40	40	40	40
0,75	71	83	88	86	78	73	68	63	60	55	51	47	40	40	40
1,00	80	87	91	89	80	76	72	69	65	61	58	53	50	46	40

Para obter o valor de β é necessário calcular os seguintes parâmetros :

$$\nu = \frac{F_d}{F_c \times f_{cd}}$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

mas o ω contém uma incógnita que é o A_s . Portanto para obter o ω deveremos arbitrar uma armação do pilar que posteriormente será verificada, isto é, o método é iterativo. Para a primeira tentativa podemos tomar o valor de ω no entorno de 0,5, pois, segundo o item 6-3-1-3 da NB-1/77 o pilar deve ter uma armadura entre 0,8% e 6% de A_c . Se o aço usado é o CA-50 e um concreto de $f_{ck} = 180 \text{ kg/cm}^2$ teremos,

$$A_c = 7225 \text{ cm}^2$$

$$f_{cd} = 120 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{yd} = 4348 \text{ kg/cm}^2$$

$$\omega = 0,5 \rightarrow 0,5 = \frac{A_s}{A_c} \frac{4348}{120} \rightarrow A_s = 0,014 A_c$$

isto é 1,4 % de A_c .

2º caso

$$40 < \lambda < 80$$

Neste caso devemos levar em consideração o momento complementar M_{2d} de 2ª ordem, que será acrescido ao momento M_{1d} conforme as situações anteriormente analisadas.

$$M_{2d} = F_d \times \frac{\ell^2}{10} \cdot \frac{1}{r}$$

em que a curvatura $1/r$ do eixo da peça será :

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + f_{yd}/E_s}{(v + 0,5) h} \quad \text{em que } (v + 0,5) \geq 1$$

$$e \quad v = \frac{F_d}{A_c \times f_{cd}} \quad \text{sendo } h = \text{menor dimensão da seção medida paralelamente ao plano em que age } M_{2d}.$$

Observação :

É desnecessário considerar o efeito da deformação lenta caso se coloque armadura simétrica.

Para podermos aplicar esta expressão simplificada no cálculo dos pilares, é necessário conhecer o valor do comprimen-

to de flambagem l_{fl} (ver Ítem 1.3) .

3º caso

$$80 \leq \lambda < 140$$

Neste caso a NB-1/77 prevê a obrigatoriedade da consideração da relação momento-curvatura, baseada nos diagramas σ, ϵ , do concreto e do aço, levando-se em conta, se for o caso, a deformação lenta .

III-4-3 - Determinação do comprimento de flambagem .

III-4-3-1 - Caso de pilar isolado de inércia constante (sentido longitudinal ou transversal) .

Denomina-se comprimento de flambagem l_f um comprimento fictício tal que a carga de flambagem da haste possa ser representada pela fórmula de EULER correspondente à haste bi-rotulada .

$$N_{crit} = \frac{\pi^2 E J}{l_{fl}^2}$$

E = mōd. de elast. da haste .

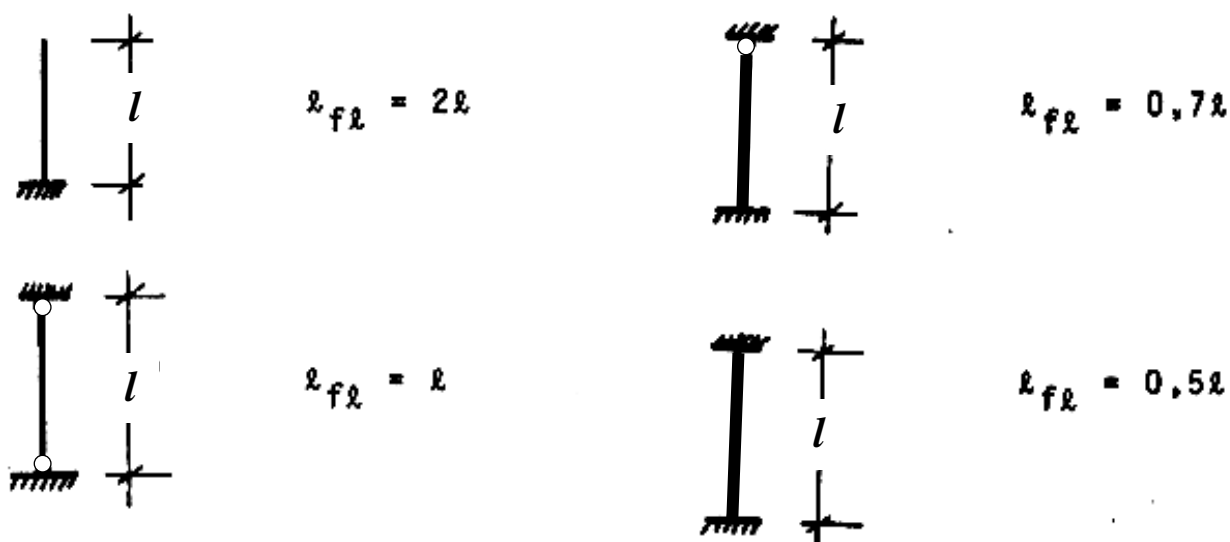
J = momento de inércia da haste .

N_{crit} = carga além da qual o concreto esmagará por compressão ou o aço por tração .

A NB-1/77 não fala diretamente sobre este assunto , mas a NB-1/60 em seu artigo 28 expressa :

" O comprimento de flambagem l_{fl} dos pilares de estru

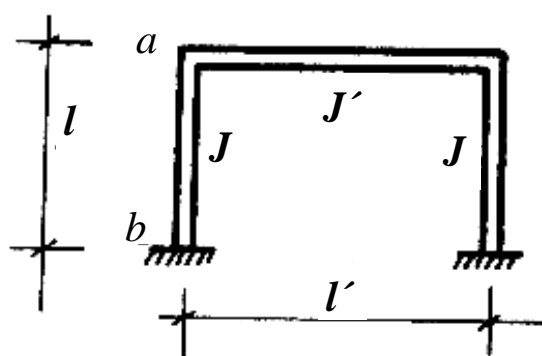
turas comuns de edifícios é considerado igual à distância entre os eixos das vigas, se as extremidades do pilar estiverem suficientemente seguras contra deslocamento lateral. Em caso contrário, o comprimento de flambagem deve ser modificado de acordo com a teoria de flambagem, assim, temos :



III-4-3-2 - Caso de pórtico isolado, sentido transversal .

Para este caso, o livro do Prof. WALTER PFEIL apresenta umas tabelas que fornecem o valor de l_e/l em função de k_1 e k_2 ($k_1 < k_2$) conforme o quadro seja deslocável transversalmente no seu topo ou vão, e conforme o grau de engastamento na base .

Nós consideramos o seguinte pórtico .



Dados de entrada nas tabelas k_a e k_b , onde :

$$K = \frac{\text{Flexibilidade de engaste elástico da barra } \overline{ab}}{\text{Flexibilidade da barra } \overline{ab} \text{ suposta rotulada em (a) e (b)}}$$

Para obter k_b inverte-se a barra .

Para entrada nas tabelas 2.2.b e 2.2.c tomar :

$$k_1 = \text{menor dos dois coeficientes } k_a \text{ e } k_b$$

$$k_2 = \text{maior dos dois coeficientes } k_a \text{ e } k_b$$

No nosso caso ;

$$k_a = 1/2 J/l \quad c \quad l'/J'$$

$$k_b = 0 \quad (\text{engaste perfeito})$$

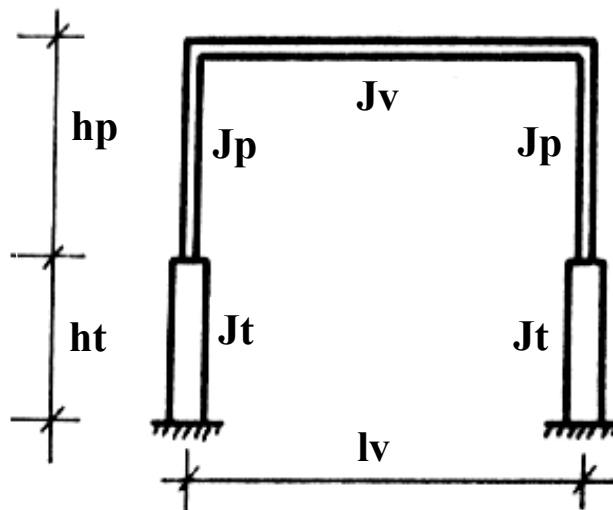
A referida tabela encontra-se nas pães 194 e 195 do livro " Concreto Armado " de WALTER PFEIL .

III-4-3-3 - Caso de pilar + tubulão (sentido longitudinal)

Veja para este cálculo o trabalho constante do anexo 1 de autoria do Prof: J.B.Cavalcante .

III-4-3-4 - Caso de pilar + tubulão (sentido transversal)

Este caso pode ser simplifadamente calculado da seguinte maneira :



Toma - se o J_p como o $J_c = J$ de comparação e através das relações dos momentos de inércia, calcula-se um comprimento equivalente ao conjunto pilar + tubulão. Com este comprimento equivalente, recai-se no caso anterior e assim com as tabelas anteriormente mencionados chega-se ao valor do comprimento de flambagem .

Seja h' - comprimento equivalente do pilar + tubulão

$$h' = h_p \times \frac{J_c}{J_p} + h_t \times \frac{J_c}{J_t}$$

logo λ_c/h' sai da tabela com os valores k_1 e k_2 de entrada na mesma.

Observação :

Pode-se tomar como o valor do comprimento de flambagem do conjunto pilar + tubulão como sendo = $h' - 1/2$ altura da viga de contraventamento cometendo um erro a favor da segurança.

III-4-4 - Dimensionamento da armação dos pilares .

De posse das solicitações resta-nos dimensionar adequadamente o pilar trabalhando à flexão composta ou flexão normal centrada, conforme o caso, como veremos num exemplo numérico .

III-4-4-1 - Roteiro de cálculo

1º) Calculam-se os comprimentos de flambagem dos pilares na direção longitudinal ;

2º) Calculam-se os comprimentos de flambagem dos pilares na direção transversal ;

39) Calculam-se as forças N_d atuante nos pilares para duas hipóteses;

1^a Hipótese : esforços máximos

2^a Hipótese : esforços mínimos

A força N_d é a força vertical resultante da soma das seguintes parcelas :

- parcela oriunda das vigas principais
- reação da transversina de apoio
- reação da viga de contraventamento
- peso próprio dos pilares .

49) Calculam-se os momentos longitudinais de cálculo (M_{dL}) na base dos pilares ;

59) Calculam-se os momentos transversais de cálculo (M_{dT}) na base dos pilares ;

69) Definem-se as direções principais em cada pilar. Deve ser feito para duas hipóteses :

1^a Hipótese : esforços máximos

2^a Hipótese : esforços mínimos ;

79) Verifica-se o índice de esbeltez dos pilares na direção principal definida no ítem anterior e vê-se em que caso se encontra enquadrado ;

89) Calculam-se os momentos fletores de 1^a ordem nos pilares para duas hipóteses: esforços máximos e esforços mínimos;

99) Calculam-se os momentos fletores de 2ª ordem (se for o caso) para os pilares, também para as duas hipóteses ;

109) Monta-se um quadro resumo das solicitações achadas nos itens anteriores (itens 39, 89 e 99) ;

119) Calculam-se as armaduras nos pilares para as duas hipóteses e adotam-se os que fornecer maior área de ferro ;

Deverão ser utilizados âbacos de flexão composta para este cálculo .

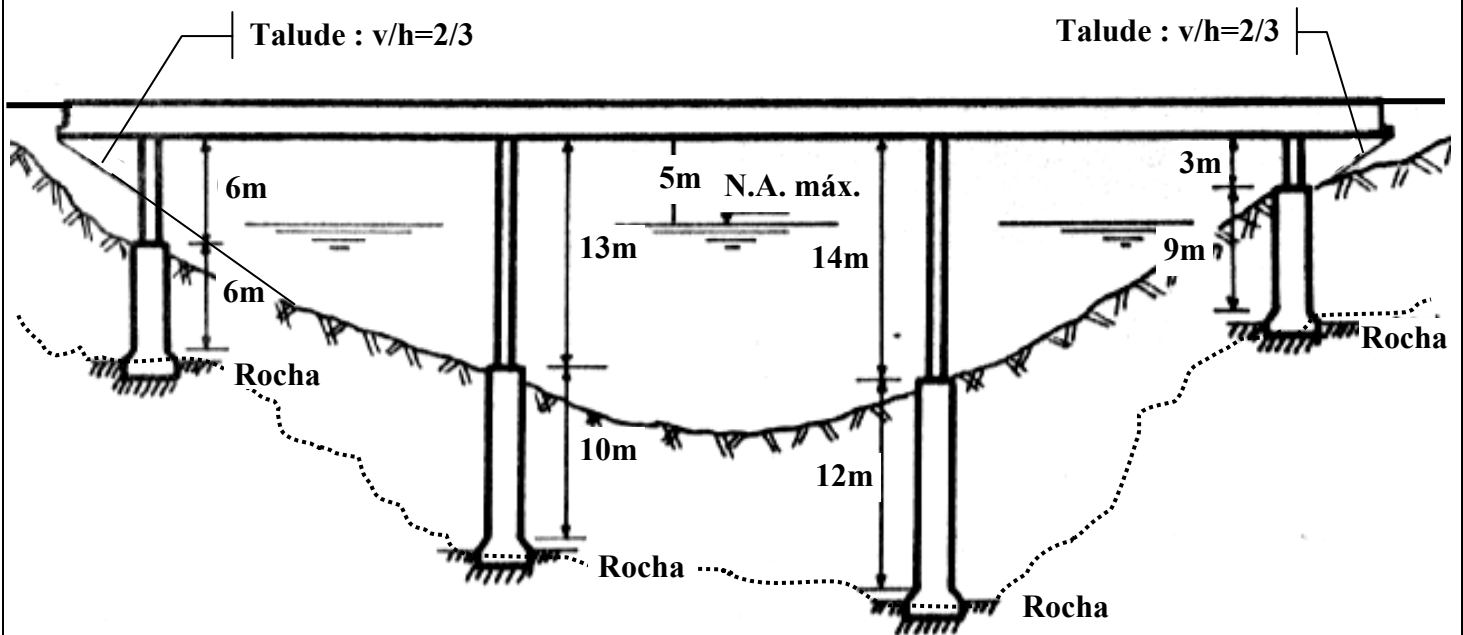
129) Verificam-se as armaduras achadas obedecendo o critério do item 6-3-1-3 da NB-1/77 ;

139) Calculam-se as armaduras de cisalhamento conforme a NB-1/77 (itens 4-1-4, 4-1-4-1 e 4-1-4-2) ;

149) Calculam-se as armaduras de bloco de apoio para os pilares conforme o processo apresentado no item III-6-2 do Capítulo III (articulações) .

III-4-4-2 - Dimensionamento dos pilares de nossa ponte de projeto. (exemplo) .

Vamos admitir que a meso e infraestrutura de nossa ponte de projeto tenham as dimensões a seguir :



a) Cálculo das dimensões do pilar .

a-1) Pelo critério da placa de apoio .

As reações máximas nos pilares são :

Pilares extremos $R_{m\bar{a}x} = 267,457 \text{ t}$

Pilares centrais $R_{m\bar{a}x} = 349,254 \text{ t}$

Área das placas de apoio

Nos pilares extremos :

$$S_{placa} = \frac{267457}{150} = 1783 \text{ cm}^2$$

Nos pilares centrais

$$S_{\text{placa}} = \frac{349.254}{150} = 2328 \text{ cm}^2$$

Dimensões dos pilares para atender às placas de apoio

Para os pilares extremos :

$1/3 b^2 = 1783 \text{ cm}^2$ e daí $b = 73 \text{ cm}$. Adotamos pilar de 75×75 .

Para os pilares centrais

$1/3 b^2 = 2328 \text{ cm}^2 \rightarrow b = 83,57 \text{ cm}$. Adotamos pilar de 85×85 .

a-2) Pelo critério de esbeltez limite .

Precisamos calcular previamente o comprimento

$$D_f = 4L = 4 \sqrt[5]{\frac{E J}{k_t}} \quad (\text{Teoria de MICHE})$$

Os tubulões são padronizados pelo DNER em $D = 1,60 \text{ m}$, daí :

$$J_{\text{tub}} = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi \times 160^4}{64} = 32169908 \text{ cm}^4$$

O valor de E a adotar deve ser um E médio que sai de

$$E_{c_{\text{sec } 1}} = 19000 \sqrt{f_{c_j}} \quad \text{onde } f_{c_j} = f_{c_k} + 35$$

$$E_{c_{sec\ 2}} = \frac{19000 \sqrt{f_{ck}}}{2}$$

logo

$$E = \frac{E_{c_{sec1}} + E_{c_{sec2}}}{2}$$

Como o nosso $f_{ck} = 180 \text{ kg/cm}^2$ teremos .

$$E = \frac{19000 \sqrt{180 + 35} + 1/2 \cdot 19000 \sqrt{180 + 35}}{2}$$

$$= 208946 \text{ kg/cm}^2$$

$k = 0,150$ para argila

$t = D = 160 \text{ cm}$

$$D_f = 4 \times \sqrt[5]{\frac{208.946 \times 32169908}{0,150 \times 160}} = 779 \text{ cm} = 7,79 \text{ m.}$$

logo, a altura do conjunto pilar + tubulão será :

$$h_1 = 12 \text{ m}$$

$$h_2 = 20,79 \text{ m}$$

$$h_3 = 21,79 \text{ m}$$

$$h_4 = 10,79 \text{ m}$$

- Pilar 1

- na direção longitudinal

$$l_{fl} = 2h_1 = 2 \times 12 = 24 \text{ m}$$

$$\lambda = 3,46 \frac{l_{fl}}{b} \leq 100 \quad \therefore b \geq \frac{3,46 \times 2400}{100} = 83 \text{ cm .}$$

Adotamos $b = 85 \text{ cm}$

- na direção transversal

$$l_{fl} = 12 - 0,5 = 11,5 \text{ m .}$$

$$\text{com } b = 75 \text{ cm} \rightarrow \lambda = \frac{3,46 \times 1150}{75} = 53 < 100 \text{ , satisfaz .}$$

O pilar 1 ficará com as dimensões 85×75 .

- Pilar 2

- na direção longitudinal

$$l_{fl} = 2h_2 = 2 \times 20,79 = 41,58 \text{ m .}$$

$$\lambda = 3,46 \frac{l_{fl}}{b} \leq 100 \quad \therefore b \geq \frac{3,46 \times 4158}{100} = 143,86 \text{ cm .}$$

Adotamos $b = 145 \text{ cm}$.

- na direção transversal

$$l_{fl} = 20,79 - 0,5 = 20,29 \text{ m}$$

$$\text{com } b = 85 \text{ cm} \rightarrow \lambda = \frac{3,46 \times 2029}{85} = 83 < 100 \text{ , satisfaz}$$

O pilar 2 ficará com as dimensões 145 x 85 .

- Pilar 3

- na direção longitudinal

$$l_{fl} = 2 \times 21,79 = 43,58 \text{ m .}$$

$$\lambda = 3,46 \frac{4358}{b} \leq 100 \quad \therefore b \geq 150,8 \text{ cm .}$$

Adotamos $b = 155 \text{ cm}$

- na direção transversal

$$l_{fl} = 21,79 - 0,5 = 21,29 \text{ m .}$$

$$\text{com } b = 85 \text{ cm} \rightarrow \lambda = \frac{3,46 \times 2129}{85} = 86,6 < 100 ; \text{ satisfaz}$$

O pilar 3 ficará com as dimensões 155 x 85 .

- Pilar 4

- na direção longitudinal

$$l_{fl} = 2 \times 10,79 = 21,58 \text{ m .}$$

$$\lambda = 3,46 \frac{2158}{b} \leq 100 \quad \therefore b \geq 74,6 \text{ cm .}$$

Adotamos $b = 75 \text{ cm}$.

- na direção transversal

$$l_{fl} = 10,79 - 0,5 = 10,29 \text{ m .}$$

com $b = 75 \text{ cm} \rightarrow \lambda = \frac{3,46 \times 1029}{75} = 47,5 < 100$; satisfaz

O pilar 4 ficará com as dimensões 75×75

b) Cálculo das solicitações.

b-1) Cálculo das forças longitudinais

19) Forças devidas à temperatura e retração

Precisamos calcular previamente as constantes de mola longitudinais dos pilares considerando inicialmente todas as articulações de tipo FREYSSINET .

$$k = \frac{1}{\frac{1}{EJ_p} \left(\frac{1}{3} h_p^3 + \frac{1}{3} (3h_p^2 + h_{tub}^2 + 3h_p h_{tub}) h_{tub} \times \frac{J_p}{J_{tub}} \right)}$$

- Pilar 1

$$J_p = \frac{0,75 \times 0,85^3}{12} = 383,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_{tub} = \frac{\pi D^4}{64} = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{2089460 \times 383,83 \times 10^{-4}} \left(\frac{1}{6} 6^3 + \frac{1}{3} (3 \times 6^2 + 6^2 + 3 \times 6 \times 6) \times 6 \times \frac{383,83 \times 10^{-4}}{3217 \times 10^{-4}} \right)} =$$

$$= 607 \text{ t/m}^i$$

- Pilar 2

$$J_p = \frac{0,85 \times 1,45^3}{12} = 2159 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_{\text{tub}} = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$k_2 = 200 \text{ t/n.}$$

- Pilar 3

$$J_p = \frac{0,85 \times 1,55^3}{12} = 2637,74 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_{\text{tub}} = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$k_3 = 184 \text{ t/n.}$$

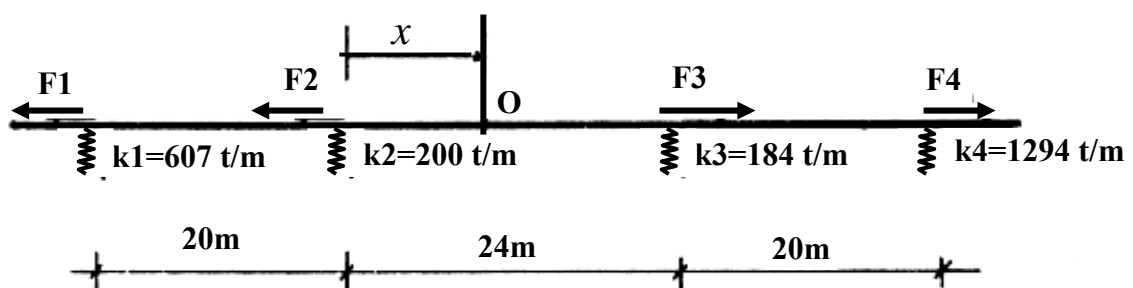
- Pilar 4

$$J_p = \frac{7,5 \times 7,5^3}{12} = 263,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_{\text{tub}} = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$k_4 = 1294 \text{ t/m.}$$

i) Cálculo do centro de dilatação térmica "0"



$$F_1 + F_2 = F_3 + F_4$$

$$F_i = k_i \delta_i$$

$$\delta_i = \alpha \Delta t d_i \quad \text{onde } d_i = \text{distância do ponto "0"} \\ \text{ao pilar } i .$$

$$k_1 \alpha \Delta t (20 + x) + k_2 \alpha \Delta t x = k_3 \alpha \Delta t (24 - x) + k_4 \alpha \Delta t (44 - x) .$$

$\alpha \Delta t$ é fator comum \therefore

$$607 (20 + x) + 200 x = 184 (24 - x) + 1294 (44 - x)$$

$$\therefore x = 21,537 \text{ m} .$$

ii) Cálculo das deformações

$$\delta_1 = \alpha \Delta t (l_1 + x) = 10^{-5} \times 25 \times 4153,7 = 1,038 \text{ cm} .$$

$$\delta_2 = \alpha \Delta t (x) = 10^{-5} \times 25 \times 2153,7 = 0,538 \text{ cm} .$$

$$\delta_3 = \alpha \Delta t (l_2 - x) = 10^{-5} \times 25 \times 246,3 = 0,062 \text{ cm} .$$

$$\delta_4 = \alpha \Delta t (l_2 + l_3 - x) = 10^{-5} \times 25 \times 2246,3 = 0,562 \text{ cm} .$$

iii) Cálculo das forças nos topos dos pilares

$$F_1 = k_1 \delta_1 = 607 \times 1,038 \times 10^{-2} = 6,30 \text{ t}$$

$$F_2 = k_2 \delta_2 = 200 \times 0,538 \times 10^{-2} = 1,08 \text{ t}$$

$$F_3 = k_3 \delta_3 = 184 \times 0,062 \times 10^{-2} = 0,11 \text{ t}$$

$$F_4 = k_4 \delta_4 = 1294 \times 0,562 \times 10^{-2} = 7,27 \text{ t}$$

$$\text{Verificação } F_1 + F_2 = 7,38t$$

$$F_3 + F_4 = 7,38t$$

As forças F_1 e F_4 calculadas, mesmo que não sejam maiores que 8 toneladas, são valores muito diferentes às de F_2 e F_3 , portanto, substituiremos as articulações FREYSSINET nos pilares 1 e 4 pelas articulações Neoprene .

iv) Dimensionamento das placas de Neoprene

Para o dimensionamento das placas de Neoprene, precisamos conhecer além da reação máxima, outras forças longitudinais que ainda não foram calculadas como o empuxo na cortina, força de frenagem e empuxo na cortina devido à carga móvel. No entanto, para se obter estas forças, precisamos conhecer a constante de mola dos pilares na direção longitudinal, vemos que um depende do outro .

A solução do problema é arbitrar uma espessura da placa e, com isso obter o valor inicial da constante de mola, logo calculam-se as forças longitudinais e no final verifica-se se esta placa satisfaz todas as condições de dimensionamento da placa Neoprene, se não, faz-se uma segunda tentativa e assim por diante até chegar a um valor satisfatório .

Uma regra prática para a primeira tentativa é tomar como espessura da placa $d_{\text{placa}} \geq 2 \delta_{\text{máx}}$ onde $\delta_{\text{máx}}$ é a deformação máxima devido apenas à variação de temperatura e retração .

$$\text{No caso, } \delta_{\text{máx}} = 1,038 \text{ cm .}$$

$$\text{então : } d_{\text{placa}} \geq 2 \times 1,038 = 2,076 \text{ cm .}$$

Adotamos $d_{placa} = 3 \text{ cm}$

v) Cálculo dos "k" dos pilares

- Pilar 1

$$R_{m\bar{a}x} = 267457 \text{ kg} \quad \therefore S_{placa} = \frac{267457}{120} = 2229 \text{ cm}^2$$

$S_{placa} = a \times b$, onde \underline{a} é a dimensão na direção longitudinal e \underline{b} a dimensão da placa na direção transversal \leq a largura da viga que nela se apoia e $\underline{a} >$ a largura e o pilar .

$$\text{sendo } b = 75 \text{ cm} \rightarrow a \geq \frac{S_{placa}}{b} = \frac{2229}{75} = 29,72 \text{ cm} .$$

Adotamos $S_{placa} = 30 \times 75 \text{ cm}$, então :

$$k_1 = \frac{1}{\frac{0,03}{100 \times 0,30 \times 0,75} + \frac{1}{2089460 \times 383,83 \times 10^{-4} \left\{ \frac{1}{3} \cdot 6^3 + \frac{1}{3} (3 \times 6^2 + 6^2 + 3 \times 6 \times 6) \times \frac{383,83 \times 10^4}{3217 \times 10^{-4}} \right\}}} =$$

$$= 336 \text{ t/m} .$$

$$k_2 = 200 \text{ t/m}$$

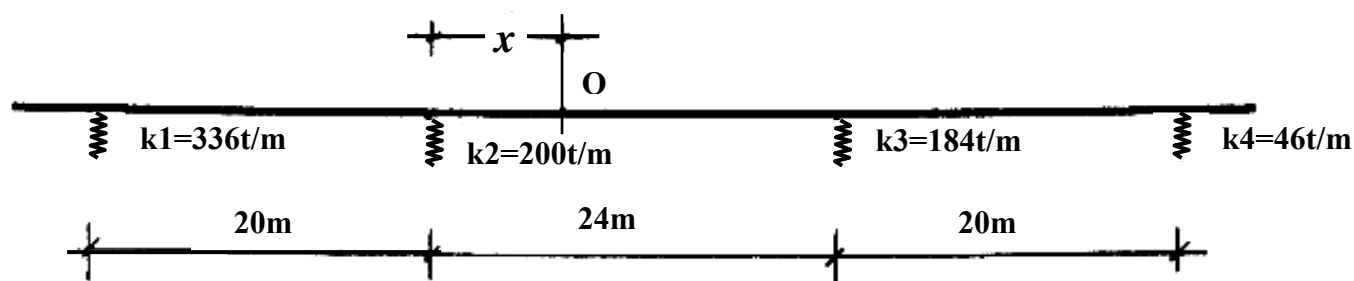
calculados anteriormente

$$k_3 = 184 \text{ t/m}$$

Racionando de maneira idêntica ao pilar 1 ,
teremos para $h_p = 14 \text{ m}$.

$$k_4 = 46 \text{ t/m} .$$

Com os novos valores das constantes de mola, calcularemos a seguir as forças nos topos dos pilares devido à temperatura e retração.



$$F_1 + F_2 = F_3 + F_4$$

$$F_i = k_i \delta_i \quad \therefore$$

$$3.36(20+x) + 200 x = 184(24-x) + 46 (44-x)$$

$\therefore x = -0,37 \text{ m}$. O valor negativo indica que o centro "O" se encontra entre p_1 e p_2

vi) Cálculo das deformações

$$\delta_1 = 10^{-5} \times 25 \times (20 - 0,37) = 0,490 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = 10^{-5} \times 25 \times 0,370 = 0,000$$

$$\delta_3 = 10^{-5} \times 25 \times (24+0,37) = 0,610 \text{ cm}$$

$$\delta_4 = 10^{-5} \times 25 \times (44 + 0,37) = 1,110 \text{ cm}$$

vii) Cálculo das forças nos topos dos pilares

$$F_1 = 336 \times 0,490 \times 10^{-2} = 1,650 \text{ t}$$

$$F_2 = 200 \times 0,000 = 0 \text{ t}$$

$$F_3 = 184 \times 0,61 \times 10^{-2} = 1,122 \text{ t}$$

$$F_4 = 46,0 \times 1,11 \times 10^{-2} = 0,511 \text{ t}$$

$$\text{Verificação } F_1 = F_2 + F_3 + F_4$$

$$F_1 = 1,650 \text{ t.}$$

$$F_2 + F_3 + F_4 = 1,633 \text{ t.}$$

29) Forças devidas à frenagem

$$F \begin{cases} \geq \frac{30}{100} \times 36 = 10,8 \text{ t} \\ \geq \frac{5}{100} \times 4,2 \times 45 = 9,45 \text{ t Para } R_{\text{m\acute{a}x}} \\ \geq \frac{5}{100} \times 4,2 \times 24 = 5,04 \text{ t Para } R_{\text{m\acute{i}n}} \end{cases}$$

esta é a força devido a frenagem para o tabuleiro, portanto em cada pilar do quadro irá :

$$F = F/2 = 10,8/2 = 5,4 \text{ t.}$$

i) Cálculo da distribuição da força $F=5,4\text{t}$ nos topos dos pilares .

$$F_i = M_i F$$

$$F_1 = \frac{336}{336+200+184+46,00} \times 5,4 = 2,369 \text{ t.}$$

$$F_2 = \frac{200}{336+200+184+46} \times 5,4 = 1,410 \text{ t}$$

$$F_3 = \frac{184}{336+200+184+46} \times 5,4 = 1,297 \text{ t}$$

$$F_4 = \frac{46}{336+200+184+46} \times 5,4 = 0,324 \text{ t}$$

39) Forças devido ao empuxo na cortina
da pãg 27 tiramos .

$$p = 0,725 \text{ t/m}^2$$

$$h_{f1c} = \frac{p}{\gamma} = \frac{0,725}{1,8} = 0,403 \text{ m.}$$

$$\text{logo , } E_{sob} = 0,6 \times h_{f1c} \times h \times b \quad \begin{array}{l} h = 2 \text{ m (altura da cortina)} \\ b = 12,8 \text{ m} \end{array}$$

$$E_{sob} = 0,6 \times 0,403 \times 2 \times 12,8 = 6,19 \text{ t .}$$

$$E = \frac{E_{sob}}{2} = \frac{6,19}{2} = 3,095 \text{ t}$$

1) Cálculo das forças nos topos dos pilares

$$F_1 = \frac{k_1}{\Sigma k} \times E$$

$$F_1 = \frac{336}{766} \times 3,095 = 1,358 \text{ t}$$

$$F_2 = \frac{200}{766} \times 3,095 = 0,808 \text{ t}$$

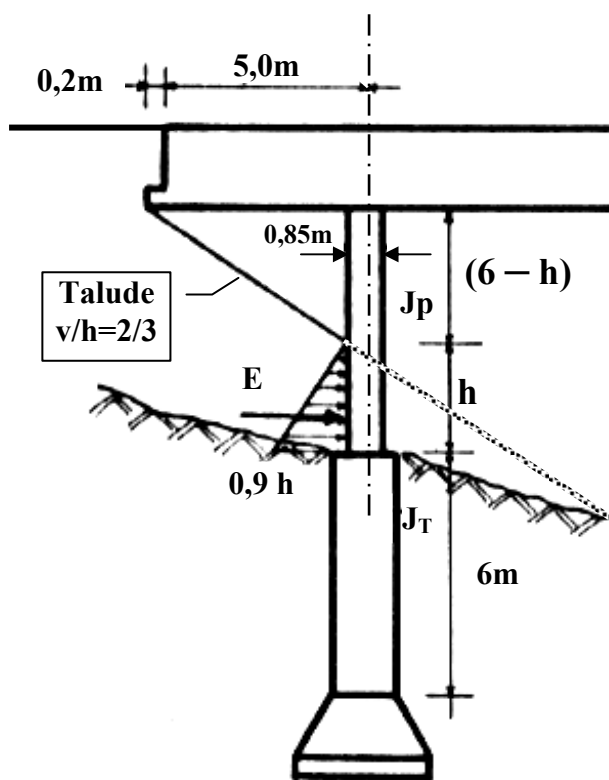
$$F_3 = \frac{184}{766} \times 3,095 = 0,743 \text{ t}$$

$$F_4 = \frac{46}{766} \times 3.095 = 0.186 \text{ t}$$

40) Empuxo do aterro nos pilares extremos .

O pilar 4 não sofrerá este efeito pois, marcando a caída do aterro segundo um plano de 2:3 não intercepta o pilar (fig 13-a e fig 22).

Para o pilar 1 a situação é a seguinte .



$$\frac{2}{3} = \frac{6 - h}{5,2 - 0,425} \therefore h = 2,82\text{m}$$

$$b = 0,75 \text{ m} \quad \text{logo ,}$$

$$E = 1,35 \text{ b h}^2 = 1,35 \times 0,75 \times 2,82^2 = 8,05\text{t}$$

$$\text{aplicado a } \frac{2,82}{3} = 0,94 \text{ m acima}$$

do tubulão .

Para calcular o momento M (ver pág.III-39), e como o momento de inércia do pilar é diferente do J do tubulão, acharemos um comprimento equivalente através da relação dos mo -

mentos de inércia .

$$J_p = \frac{0,75 \times 0,85^3}{12} = 383,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

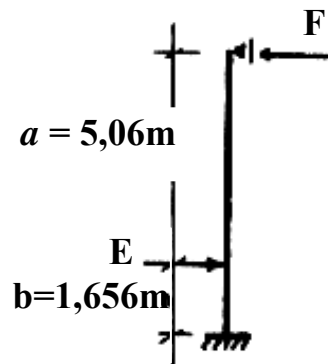
$$J_t = \frac{\pi \times 1,6^4}{64} = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

fazendo $J_c = J_p = 383,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ teremos :

$$l'_{tub} = l_{tub} \times \frac{J_c}{J_t} = 6 \times \frac{383,83 \times 10^{-4}}{3217 \times 10^{-4}} = 0,716 \text{ m}$$

logo , o nosso sistema pilar + tubulão fica :

1º Passo :



$$M = \frac{E \times a \times b}{2(a+b)^2} (2a+b) = \frac{8,05 \times 5,06 \times 1,656}{2(5,06+1,656)^2} \times$$

$$\times (2 \times 5,06 + 1,656) = 8,805 \text{ mt}$$

$$\text{então } F = \frac{E \times b}{a+b} - \frac{M}{a+b} = \frac{8,05 \times 1,656}{6,716} - \frac{8,805}{6,716} = 0,674 \text{ t .}$$

2º Passo

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0,674 \text{ t}$$

$$F_1 = \frac{336}{766} \times 0,674 = 0,296 \text{ t}$$

$$F_2 = \frac{200}{766} \times 0,674 = 0,176 \text{ t}$$

$$F_3 = \frac{184}{766} \times 0,674 = 0,162 \text{ t}$$

$$F_4 = \frac{46}{766} \times 0,674 = 0,040 \text{ t}$$

5º) Resumo das forças longitudinais no topo dos pilares . (em toneladas) .

i) Para as fundações :

PILAR	TEMPERATURA E RETRAÇÃO	FRENAGEM	EMPUXO NA CORTINA	EMPUXO NO ATERRO	RESULTANTE EM CADA PILAR
P ₁	1,650	2,369	1,358	0,296	5,673
P ₂	0	1,410	0,808	0,176	2,394
P ₃	1,122	1,297	0,743	0,162	3,324
P ₄	0,511	0,324	0,186	0,040	1,061

ii) Para os pilares :

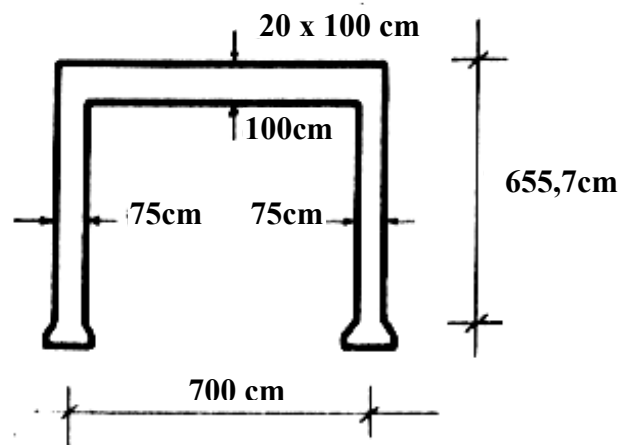
A diferença, neste caso, consiste na força de frenagem que é afetada pelo coeficiente 1.2, conforme o quadro da página seguinte .

PILAR	TEMPERATURA E RETRAÇÃO	1,2 x FRE_NAGEM	EMPUXO NA CORTINA	EMPUXO NO ATERRO	RESULTANTE EM CADA PILAR
P ₁	1,650	2,843	1,358	0,296	6,147
P ₂	0	1,692	0,808	0,176	2,676
P ₃	1,122	1,556	0,743	0,162	3,583
P ₄	0,511	0,389	0,186	0,040	1,126

b-2) Cálculo das forças transversais :

Calcularemos inicialmente as constantes de mola transversais de cada pilar . (quadro)

Quadro - 1



No quadro acima, o comprimento do conjunto pilar + tubulão ficou reduzido a 6,557 metros mediante a relação dos momentos de inércia que mostramos a seguir :

III-101

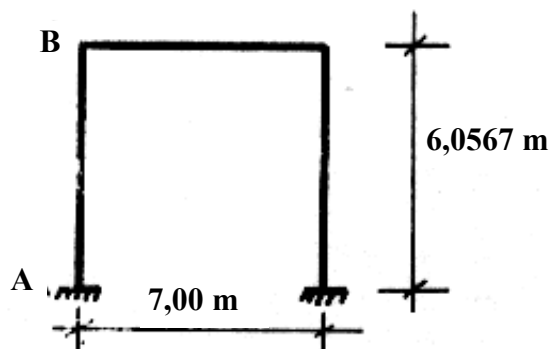
$$\left. \begin{aligned} J_p &= \frac{0,85 \times 0,75^3}{12} = 298,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \\ J_{tub} &= \frac{\pi \times 1,5^4}{64} = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4 \end{aligned} \right\} J_c = J_p$$

Seja h' o comprimento equivalente ao conjunto ' pilar + tubulão ' .

$$h' = h_p \times \frac{J_c}{J_p} + h_{tub} \times \frac{J_c}{J_t}$$

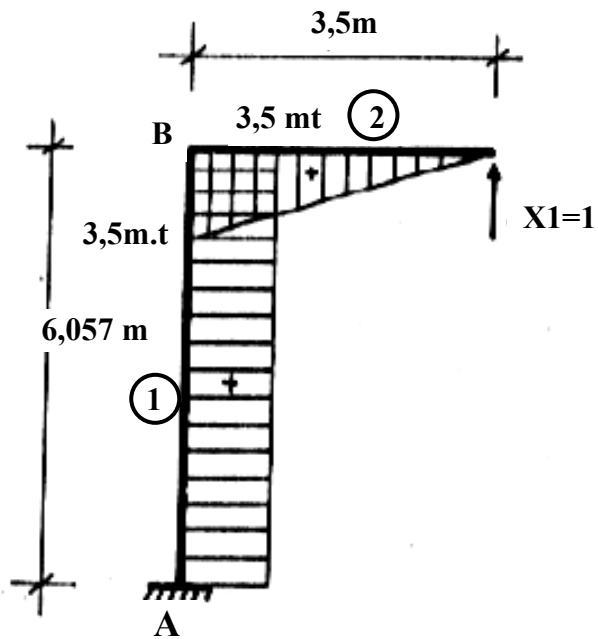
$$h' = 6 \times \frac{298,83 \times 10^{-4}}{298,83 \times 10^{-4}} + 6 \times \frac{298,83 \times 10^{-4}}{3217 \times 10^{-4}} = 6,557 \text{ m} .$$

Representamos estruturalmente o quadro da seguinte maneira :

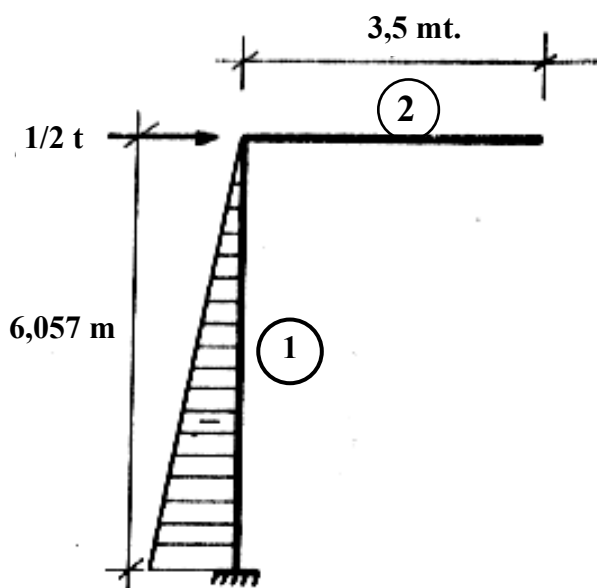


Resolvemos o quadro pelo artifício B.U.

- Diagrama M_1 para $x_1 = 1$



- Diagrama M_0



- Equação de coerência

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{10} = 0$$

- Comprimentos elásticos

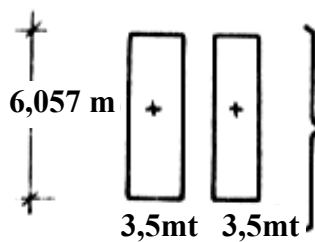
$$l' = l \frac{J_c}{J_{\text{viga}}}$$

$$l = \text{comprimento da metade da viga do quadro} \\ = \frac{7,00}{2} = 3,50 \text{ m}$$

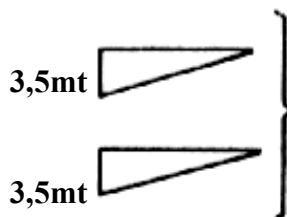
$$J_{\text{viga}} = \frac{0,2 \times 1,00^3}{12} = 166,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$l' = 3,50 \times \frac{298,83 \times 10^{-4}}{166,67 \times 10^{-4}} = 6,275 \text{ m}$$

- Cálculo de δ_{11} (combinação de M_1 com M_2)



$$M_a \bar{M}_a h' = 3,5 \times 3,5 \times 6,057 = + 74,20$$



$$\frac{1}{3} M_a \bar{M}_a \times l' = \frac{1}{3} \times 3,5 \times 3,5 \times 6,275 = + 25,62$$

$$\therefore \delta_{11} = + 99,82$$

- Cálculo de δ_{10} (combinação de M_1 com M_0)

$$\frac{1}{2} M_a A_a h' = \frac{1}{2} \times 3,5 \times (-3,029) \times 6,057 = -32,11$$

$$\therefore \delta_{10} = -32,11$$

logo :

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0 \quad + \quad -32,11 + 99,82 X_1 = 0 \quad \rightarrow$$

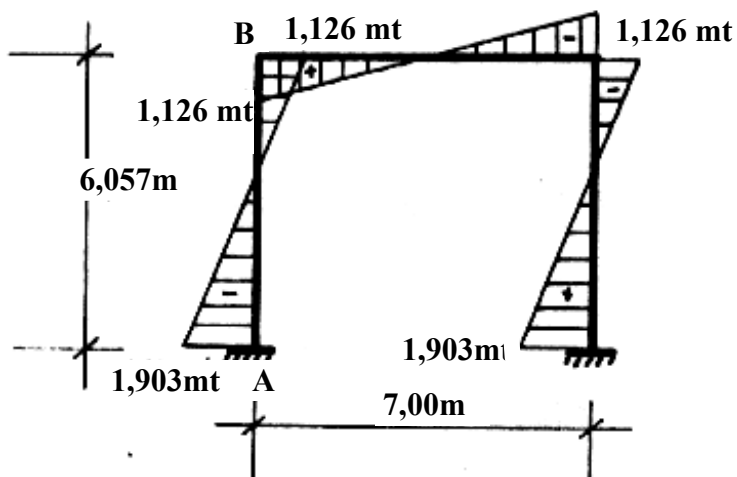
$$X_1 = 0,3217 \text{ t .}$$

$$M = M_0 + M_1 X_1$$

$$M_A = -3,029 + 3,5 \times 0,3217 = -1,903 \text{ mt}$$

$$M_B = 0 + 3,5 \times 0,3217 = + 1,126 \text{ mt .}$$

o diagrama para uma força unitária será :



logo :

$$EJ_c \delta = 2 \left(\frac{1}{3} 1,126 \times 1,126 \times 6,275 + \frac{1}{3} 1,126 \times 1,126 \times 2,25 + \frac{1}{3} 1,903 \times 1,903 \times 3,807 \right) =$$

$$= 16,397 .$$

$$J_c = 298,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

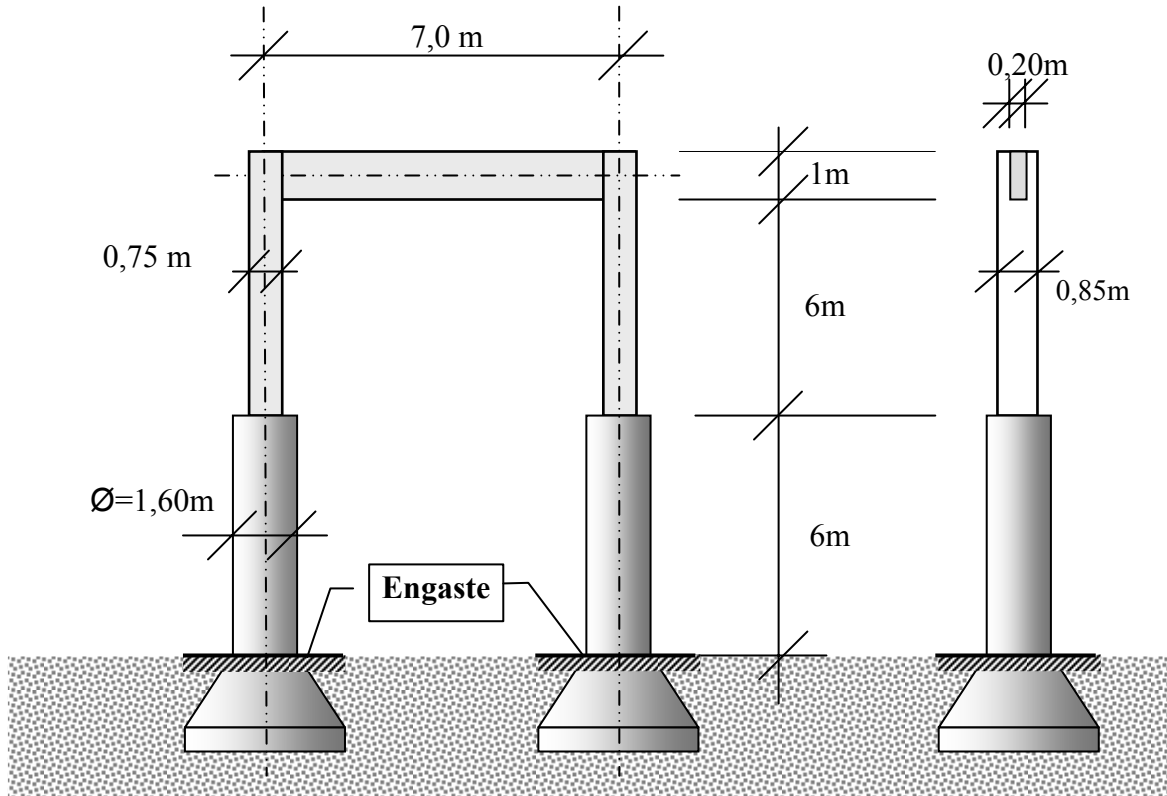
$$E = 2089460 \text{ t/m}^2$$

$$k_1 = \frac{1}{\delta} = \frac{E J_c}{16,397} = \frac{2089460 \times 298,83 \times 10^{-4}}{16,397}$$

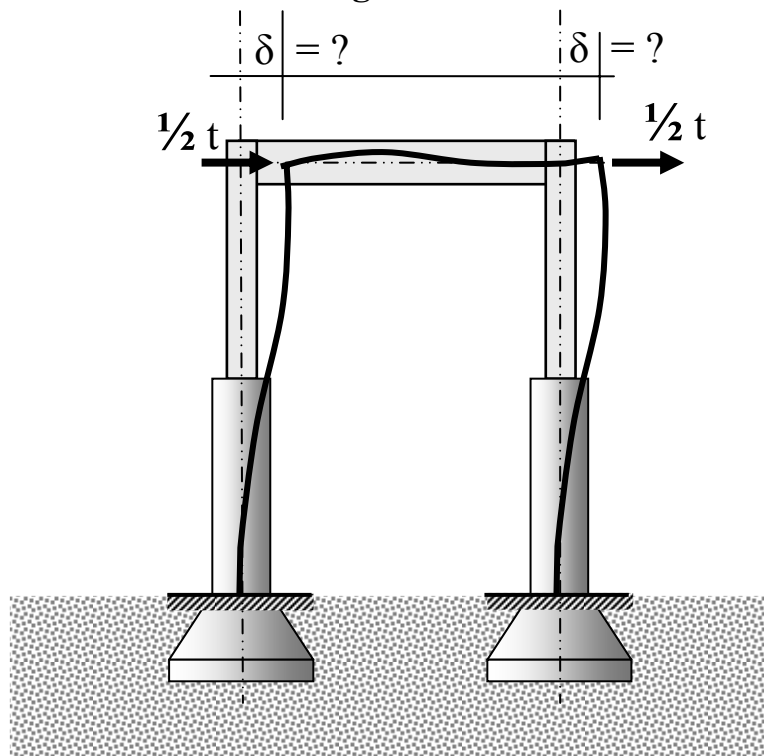
$$k_1 = 3808 \text{ t/m} .$$

Comentário

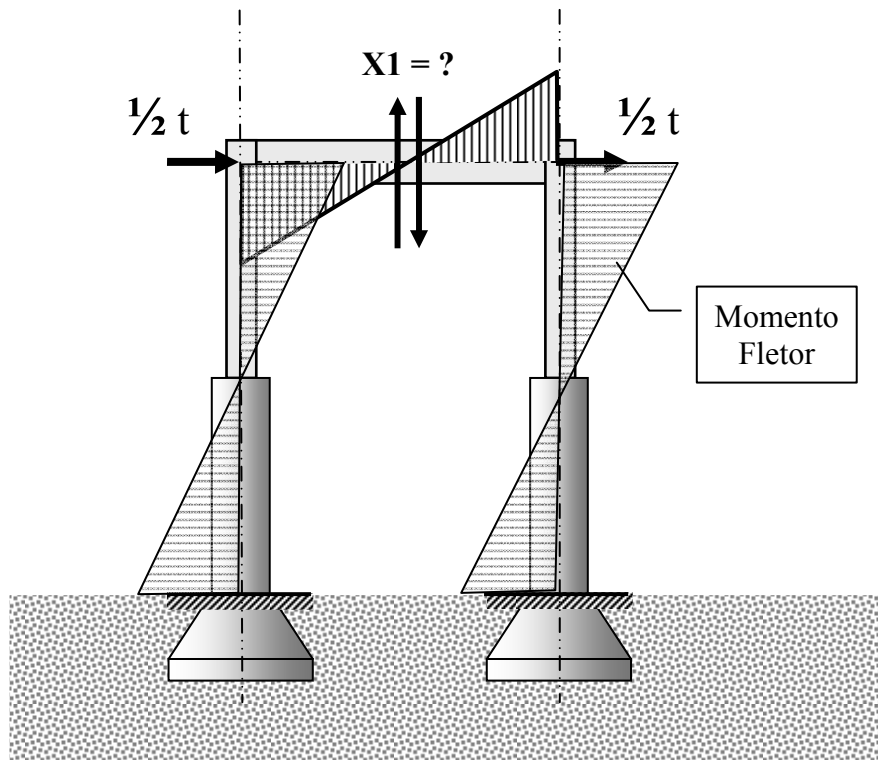
Cálculo da Rigidez transversal do pórtico dos pilares - **Quadro 1** - com um modelo estrutural completo, considerando a viga, os pilares e os tubulões.



Rigidez transversal



Rigidez transversal

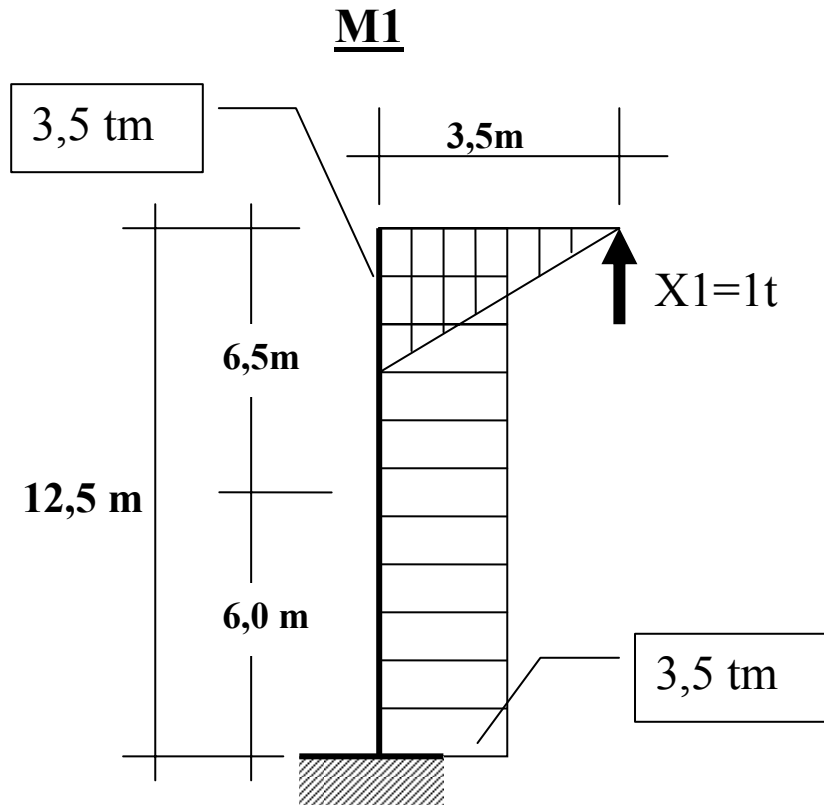


Inércia das barras.

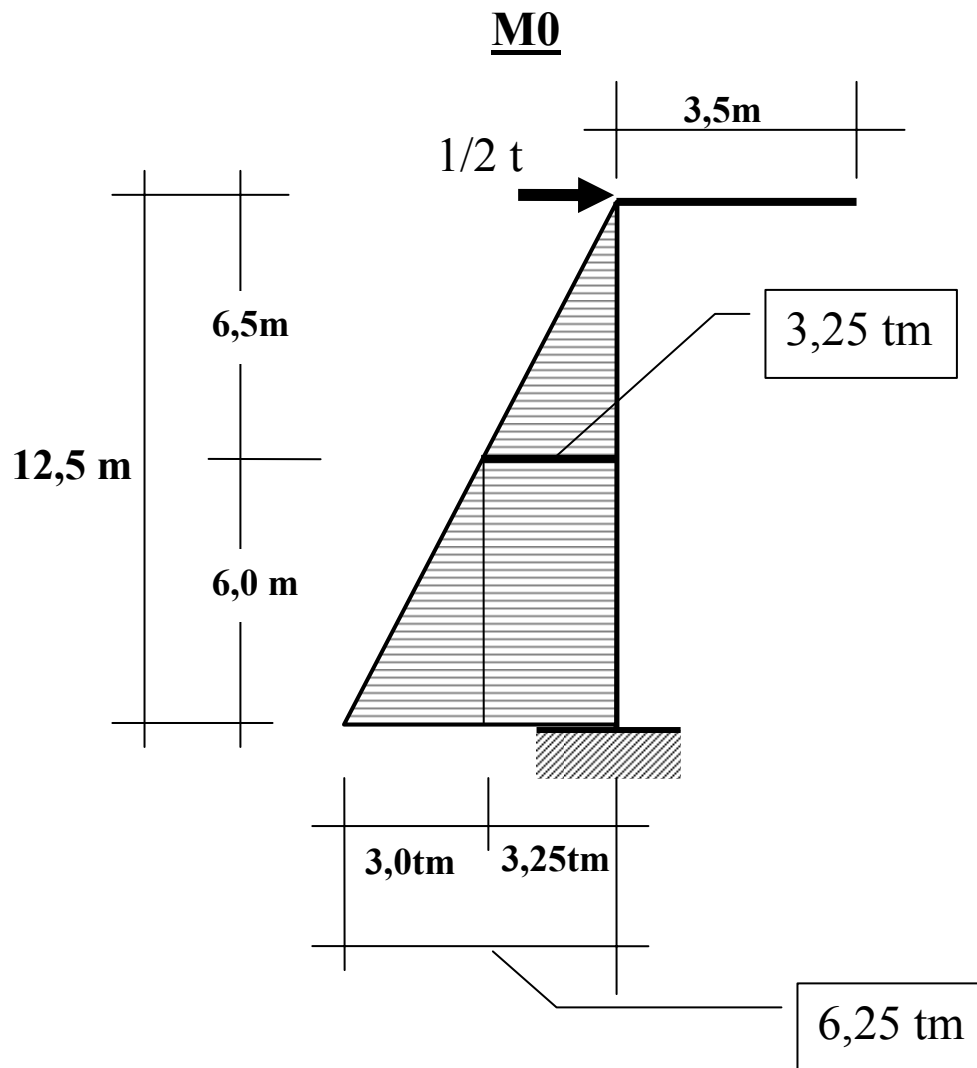
$$J_{\text{ pilar}} = \frac{0,85\text{m} \times (0,75\text{m})^3}{12} = 298,83 \times 10^{-4} \text{ (m}^4\text{)}$$

$$J_{\text{ tubo}} = \frac{\pi \times 1,60^4}{64} = 3217 \times 10^{-4} \text{ (m}^4\text{)}$$

$$J_{\text{ viga}} = \frac{0,20\text{m} \times (1,0\text{m})^3}{12} = 166,67 \times 10^{-4} \text{ (m}^4\text{)}$$



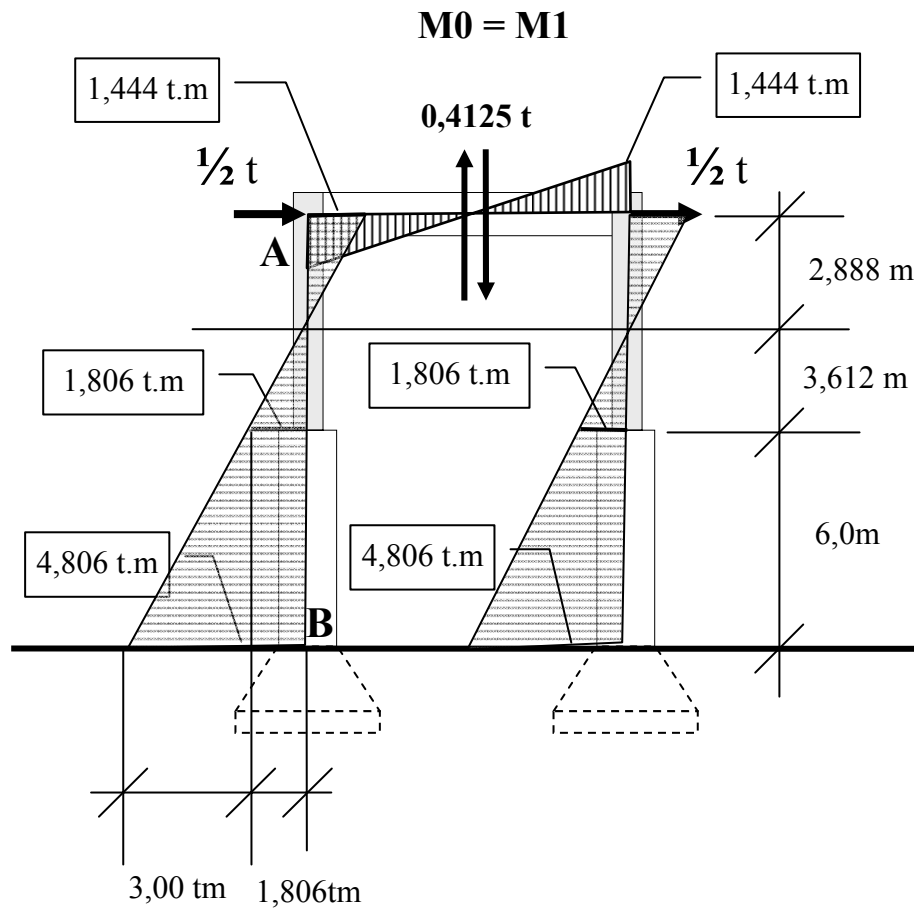
$$\begin{aligned}
 \delta_{11} = & \left(\begin{aligned}
 & (viga) = \frac{1}{3} \times \frac{3,5 \text{ tm} \times 3,5 \text{ tm} \times 3,5 \text{ m}}{Ec \left(\frac{t}{m^2} \right) \times 166,67 \times 10^{-4} \left(m^4 \right)} = \frac{857,48}{Ec} \\
 & + \\
 & (pilar) = \frac{3,5 \text{ tm} \times 3,5 \text{ tm} \times 6,5 \text{ m}}{Ec \left(\frac{t}{m^2} \right) \left(\quad \right) \times 298,83 \times 10^{-4} \left(m^4 \right)} = \frac{2664,56}{Ec} + \\
 & + \\
 & (tubulão) = \frac{3,5 \text{ tm} \times 3,5 \text{ tm} \times 6,0 \text{ m}}{Ec \left(\frac{t}{m^2} \right) 3217 \times 10^{-4} \left(m^4 \right)} = \frac{228,47}{Ec}
 \end{aligned} \right) = \frac{3750,51}{Ec}
 \end{aligned}$$



$$\delta_{10} = \left(\begin{array}{l}
 \text{(pilar)} = \frac{1}{2} \times \frac{3,50 \times 3,25 \times 6,5}{E_c \times 298,83 \times 10^{-4}} = 1237,11 \\
 + \\
 \text{(tubul\~{a}o)} = \frac{3,5 \times 3,25 \times 6,0}{E_c \times 3217 \times 10^{-4}} = 212,15 \\
 + \\
 \text{(tubul\~{a}o)} = \frac{1}{2} \times \frac{3,5 \times 3,0 \times 6,0}{E_c \times 3217 \times 10^{-4}} = 97,92
 \end{array} \right) = \delta_{10} = \frac{1547,18}{E_c}$$

$$X_1 = \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{1547,18}{3750,51} = 0,4125 \text{ t}$$

Rigidez transversal



$$M_A = 0,4125 t \times 3,5 m = + 1,444 t.m.$$

$$M_B = - 6,25 + 1,444 = - 4,806 t.m$$

$$J_{\text{ pilar}} = \frac{0,85 m \times (0,75 m)^3}{12} = 298,83 \times 10^{-4} \text{ (m}^4 \text{)}$$

$$J_{\text{ tubo}} = \frac{\pi \times 1,60^4}{64} = 3217 \times 10^{-4} \text{ (m}^4 \text{)}$$

$$J_{\text{ viga}} = \frac{0,20 m \times (1,0 m)^3}{12} = 166,67 \times 10^{-4} \text{ (m}^4 \text{)}$$

$$1,0(t) \times \delta(m) = \int \left(\frac{M0 \times M1}{Ec \times J} \right) \times dx =$$

$$(\text{viga}) = \left\langle \left[2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1,444 \text{ tm} \times 1,444 \text{ tm} \times 3,5 \text{ m}}{Ec \times 166,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right] \right\rangle = \dots \dots \dots \frac{291,913}{Ec} = (26,0 \%)$$

$$(\text{pilar}) = \left\langle \left[2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1,444 \text{ tm} \times 1,444 \text{ tm} \times 2,888 \text{ m}}{Ec \times 298,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right] = \frac{134,343}{Ec} \right\rangle = \dots \dots \dots \frac{397,169}{Ec} = (35,3 \%)$$

$$\left\langle \left[2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1,806 \text{ tm} \times 1,806 \text{ tm} \times 3,612 \text{ m}}{Ec \times 298,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right] = \frac{262,826}{Ec} \right\rangle$$

$$(\text{tubulão}) = \left\langle \left[2 \times \frac{1,806 \text{ tm} \times 1,806 \text{ tm} \times 6,0 \text{ m}}{Ec \times 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right] = \frac{121,665}{Ec} \right\rangle = \dots \dots \dots \frac{435,669}{Ec} = (38,7 \%)$$

$$2 \times \left\langle \left[2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1,806 \text{ tm} \times 3,00 \text{ tm} \times 6,0 \text{ m}}{Ec \times 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right] = \frac{202,098}{Ec} \right\rangle$$

$$\left\langle \left[2 \times \frac{1}{3} \times \frac{3,00 \text{ tm} \times 3,00 \text{ tm} \times 6,0 \text{ m}}{Ec \times 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right] = \frac{111,906}{Ec} \right\rangle$$

$$1,0(t) \times \delta(m) = \frac{1124,751 \left(\frac{t^2}{m} \right)}{Ec \left(\frac{t}{m^2} \right)} = \frac{1124,75 \left(\frac{t^2}{m} \right)}{2\,500\,000 \left(\frac{t}{m^2} \right)} = 0,00045(t.m)$$

$$\delta(m) = 0,00045(m) = 0,45(mm)$$

A rigidez do pórtico vale :

$$K = \frac{l(t)}{\delta(m)} = \frac{l(t)}{0,00045(m)} = 2222 \left(\frac{t}{m} \right)$$

Se considerássemos apenas as deformações da viga e dos dois pilares do pórtico teríamos:

$$1,0(t) \times \delta(m) = \int \left(\frac{M0 \times M1}{Ec \times J} \right) \times dx =$$

$$(\text{viga}) = \left\langle \left[2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1,444 \text{ tm} \times 1,444 \text{ tm} \times 3,5 \text{ m}}{Ec \times 166,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4} \right] \right\rangle = \dots\dots\dots \frac{291,913}{Ec} = (26,0 \%)$$

$$(\text{pilar}) = \left\langle \left[\begin{array}{l} 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1,444 \text{ tm} \times 1,444 \text{ tm} \times 2,888 \text{ m}}{Ec \times 298,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4} = \frac{134,343}{Ec} \\ 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1,806 \text{ tm} \times 1,806 \text{ tm} \times 3,612 \text{ m}}{Ec \times 298,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4} = \frac{262,826}{Ec} \end{array} \right] \right\rangle = \dots\dots\dots \frac{397,169}{Ec} = (35,3 \%)$$

$$1,0(t) \times \delta(m) = \left\langle \frac{689,082 \left(\frac{t^2}{m} \right)}{Ec \left(\frac{t}{m^2} \right)} = \frac{689,082 \left(\frac{t^2}{m} \right)}{2\,500\,000 \left(\frac{t}{m^2} \right)} \right\rangle = 0,0002756 (t.m)$$

$$\delta(m) = 0,0002756 (m)$$

A rigidez do pilar valeria:

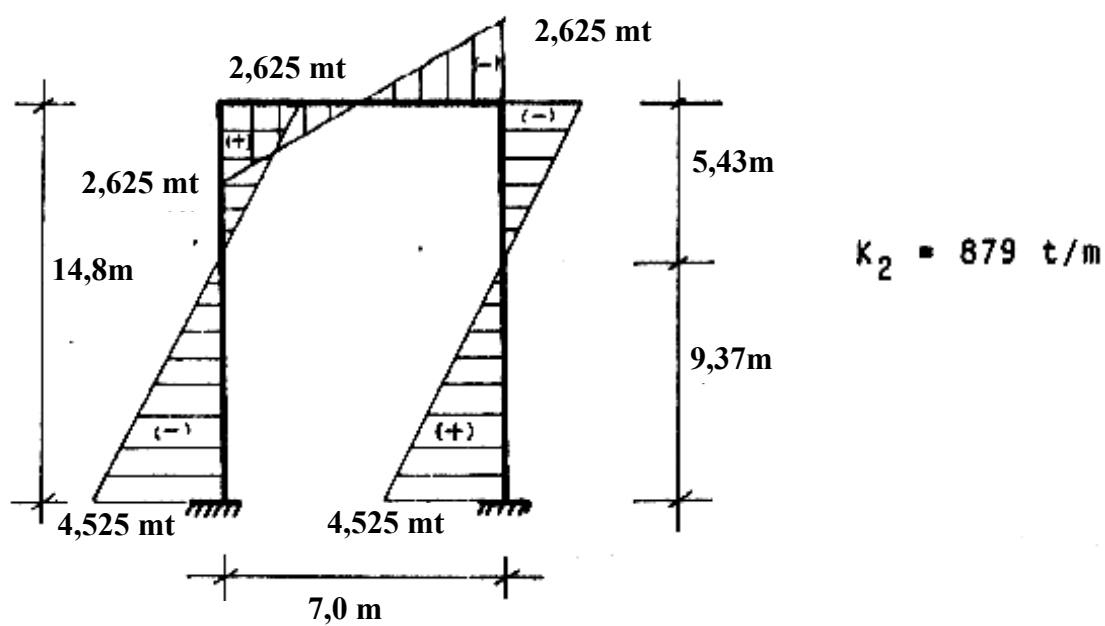
$$K = \frac{1(t)}{\delta(m)} = \frac{1(t)}{0,0002756(m)} = 3628 \left(\frac{t}{m} \right) \text{ obtido com o modelo estrutural completo}$$

$$\cong 3808 \left(\frac{t}{m} \right) \text{ obtido com o método aproximado usado na apostila.}$$

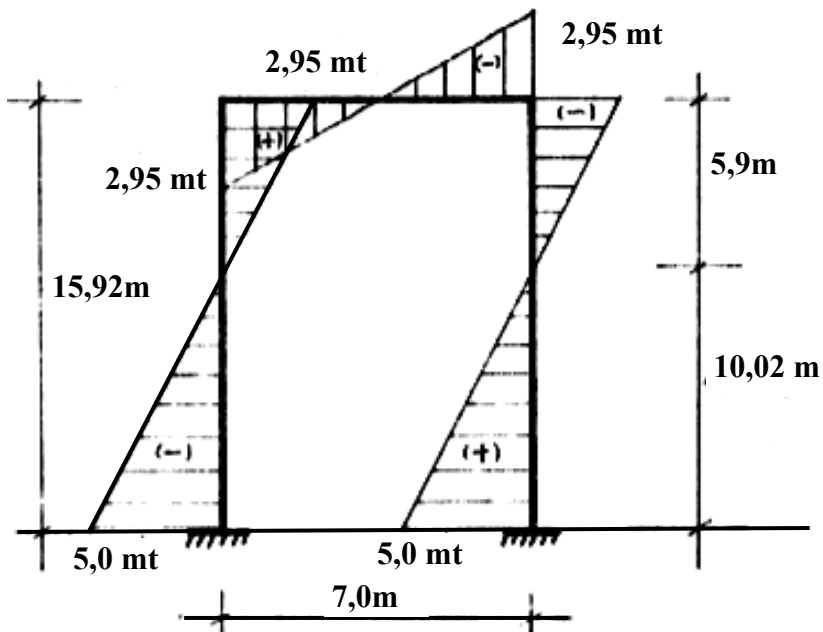
O método usado nesta apostila, praticamente, não considera a deformação dos tubulões. Como o importante é a rigidez relativa dos pilares, a distribuição da carga de vento entre os pilares é semelhante à obtida com o método aproximado.

Quadro - 2

O procedimento é análogo ao anterior, por isso daremos apenas o diagrama de momentos devido a uma força unitária e o valor de k .

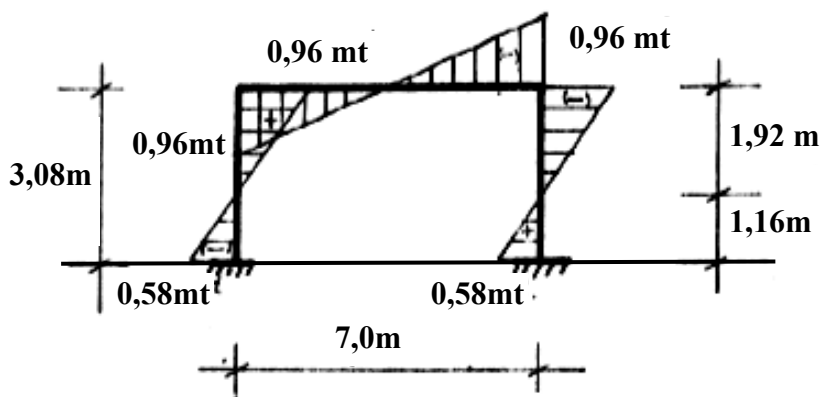


Quadro - 3



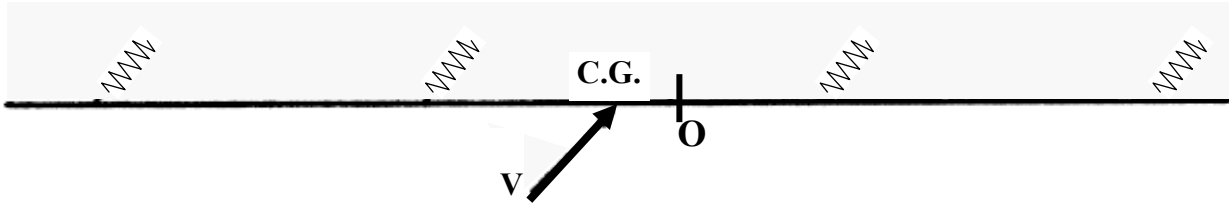
$$K_3 = 556 \text{ t/m .}$$

Quadro - 4



$$k_4 = 4702 \text{ t/m .}$$

com isto a nossa ponte fica assimilada a :

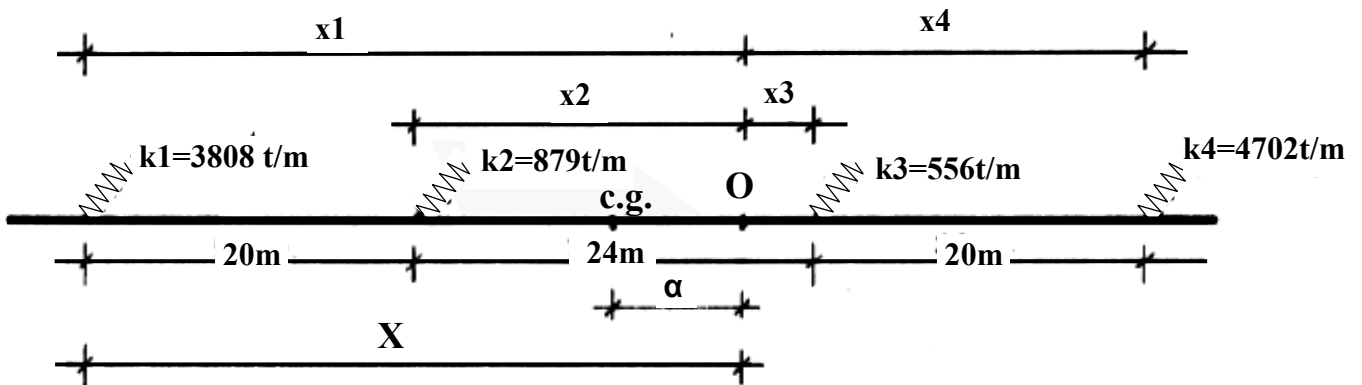


O ponto "0" é o centro de rotação da ponte, ou também chamado centro de massa das molas .

19) Forças devido ao vento

i) Cálculo do centro da rotação "0"

Precisamos calcular a posição do centro de rotação "0" .



$$X = \frac{k_2 l_1 + k_3 (l_1 + l_2) + k_4 (l_1 + l_2 + l_3)}{k_1 + k_2 + k_3 + k_4} =$$

$$= \frac{879 \times 20 + 556 \times 44 + 4702 \times 64}{3808 + 879 + 556 + 4702} = \frac{342972}{9945} = 34,49 \text{ m}$$

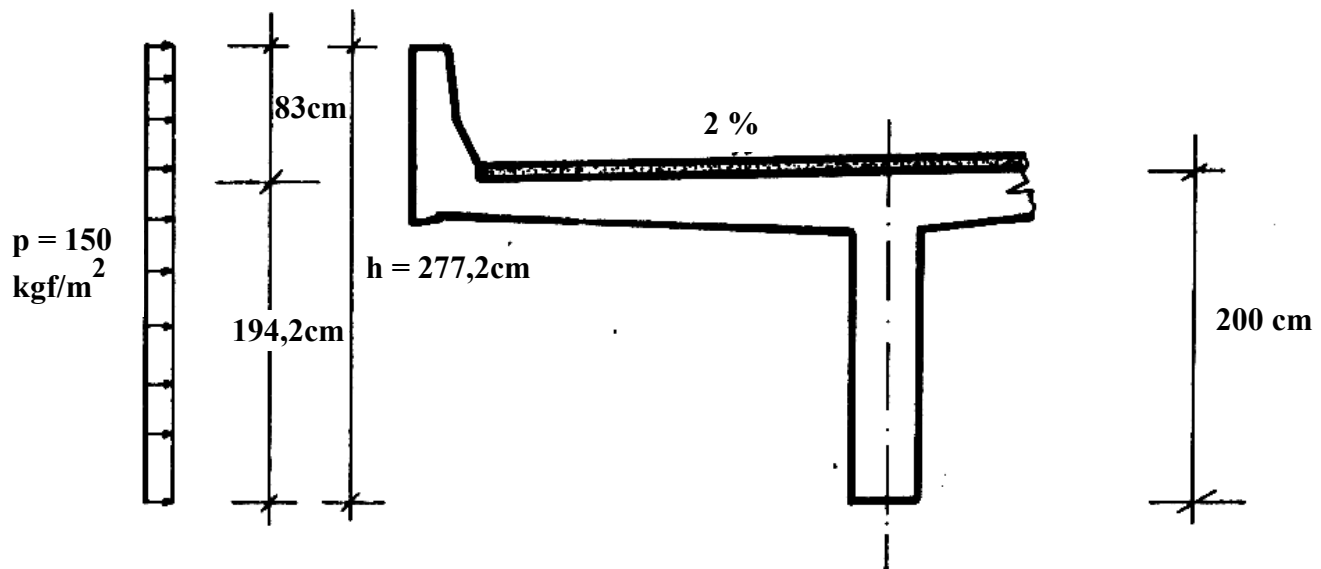
Obtido o valor de X, constatamos que a resultante das forças do vento não cairá sobre o centro de gravidade

da ponte, e sim a uma distância α dele .

$$\alpha = X - \left(20 + \frac{24}{2}\right) = 34,49 - 32 = 2,49 \text{ m .}$$

A resultante das forças do vento deverão ser calculadas para duas hipóteses :

1^a) Ponte descarregada



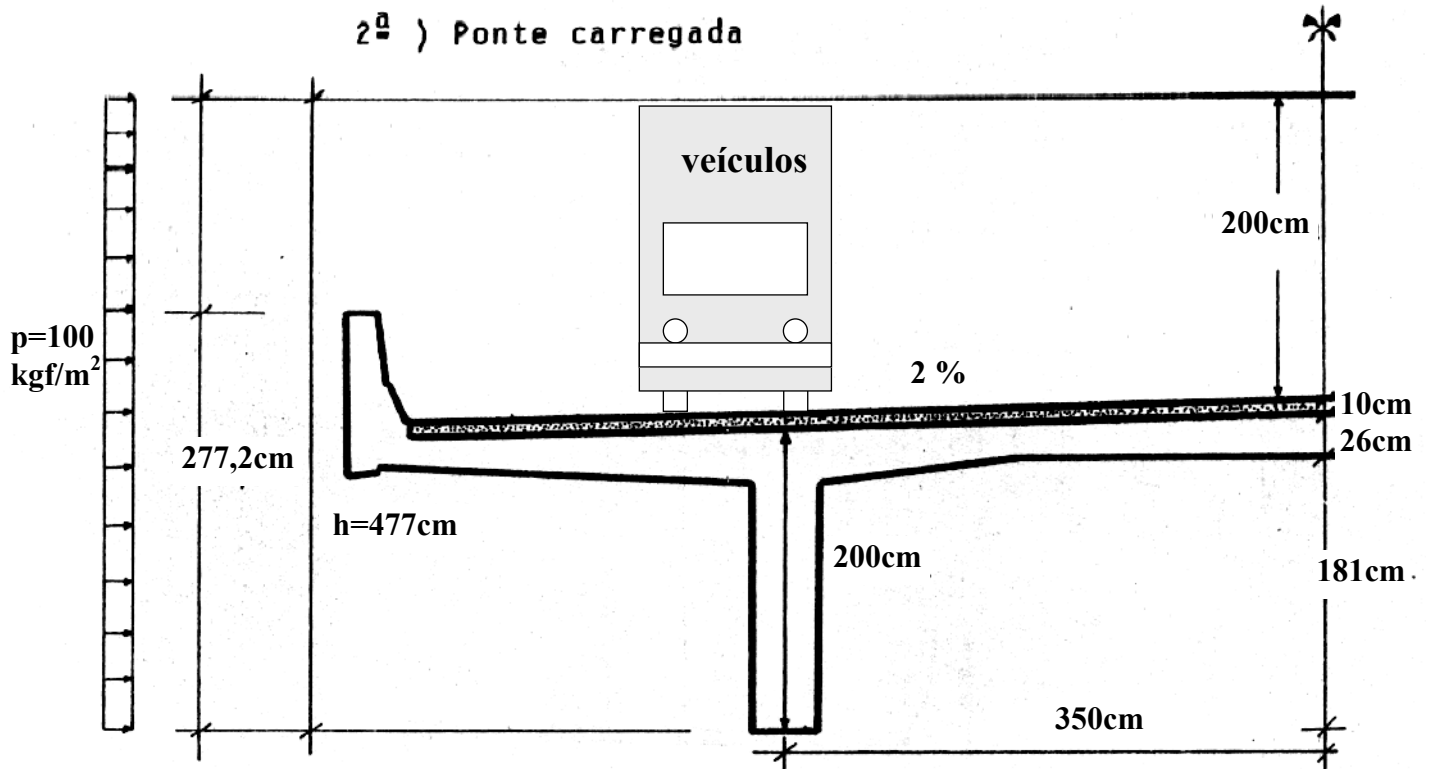
$$V = p \times L \times h \quad \text{onde } p = 0,15 \text{ t/m}^2$$

$$L = 74 \text{ m (comprimento total da ponte)}$$

$$h = \text{altura indicada na figura acima .}$$

$$V = 0,15 \times 74 \times 2,772 = 30,77 \text{ t .}$$

2ª) Ponte carregada



$$V = 0,100 \times 74 \times 4,17 = 30,86t$$

Para calcular a distribuição da resultante de vento sobre os pilares, tínhamos a fórmula :

$$F_i = V \left(\frac{k_i}{\sum k_i} + \frac{\alpha k_i}{J} x_i \right)$$

onde

J = momento de inércia da infra-estrutura

$$J = \sum k_i x_i^2$$

organizamos o seguinte quadro para o cálculo do J .

- Cálculo do J .

PILAR	k_i	x_i	x_i^2	$k_i x_i^2$
P ₁	3,808t/m	-34,49m	1189,560	4529844,80
P ₂	879t/m	-14,49m	209,960	184554,92
P ₃	556t/m	+ 9,51m	90,440	50284,69
P ₄	4702t/m	+29,51m	870,840	4094690,10
Σ	9945		$\Sigma =$	8859374,00

- Distribuição das forças de vento em cada pilar .

- Ponte descarregada

$$F_1 = 30,77 \left(\frac{3808}{9945} + \frac{2,49 \times 3808}{8859374} (-34,49) \right) = 10,65t.$$

$$F_2 = 30,77 \left(\frac{879}{9945} + \frac{2,49 \times 879}{8859374} (-14,49) \right) = 2,61t.$$

$$F_3 = 30,77 \left(\frac{556}{9945} + \frac{2,49 \times 556}{8859374} \times 9,51 \right) = 1,77t.$$

$$F_4 = 30,77 \left(\frac{4702}{9945} + \frac{2,49 \times 4702}{8859374} \times 29,51 \right) = 15,75t.$$

Como verificação devemos ter :

$$V = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 10,65 + 2,61 + 1,77 + 15,75 = 30,78t.$$

- Para ponte carregada

$$F_1 = 30,86 \left(\frac{3808}{9945} + \frac{2,49 \times 3808}{8859374} \times (-34,49) \right) = 10,68t.$$

Pode ser calculada usando regra de três uma vez que se tenha calculada as forças F_1 para um vento, portanto :

$$F_1 = \frac{30,86}{30,77} \times 10,65 = 10,68t.$$

$$F_2 = \frac{30,86}{30,77} \times 2,61 = 2,62t.$$

$$F_3 = \frac{30,86}{30,77} \times 1,77 = 1,77t.$$

$$F_4 = \frac{30,86}{30,77} \times 15,75 = 15,79t.$$

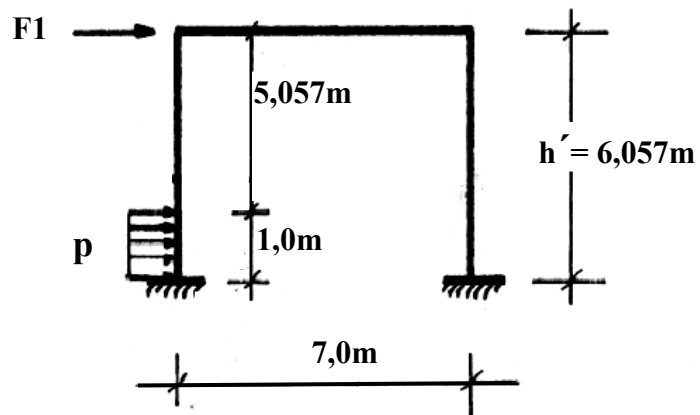
29) Força devido à correnteza

Na figura 22 temos a informação do nível máximo da água.

Temos também que a velocidade do rio no local é de 1,6m/seg .

Assim computando-se estes esforços transversais temos o quadro correspondente ao pilar 1 abaixo :

- Pilar 1

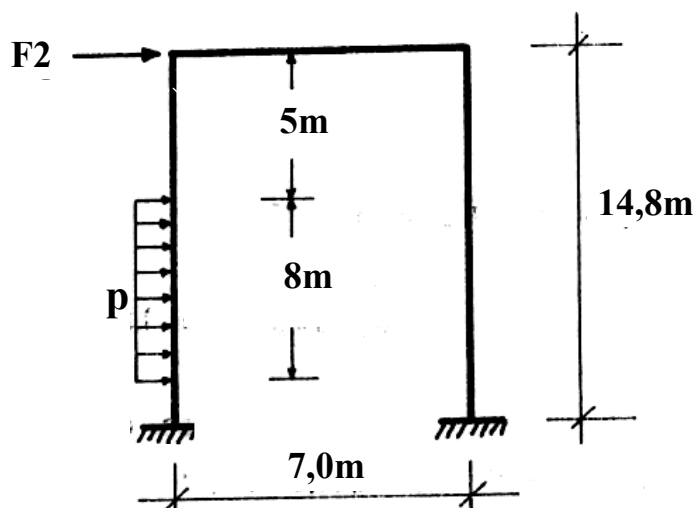


$b =$ largura do pilar no sentido da correnteza -
 $= 75 \text{ cm}$

$$F_1 = p \times b \times h = 70,07 \text{ V}^2 \times b \times h = 70,07 \times 1,6^2 \times 0,75 \times 1,00 = 0,134 \text{ t.}$$

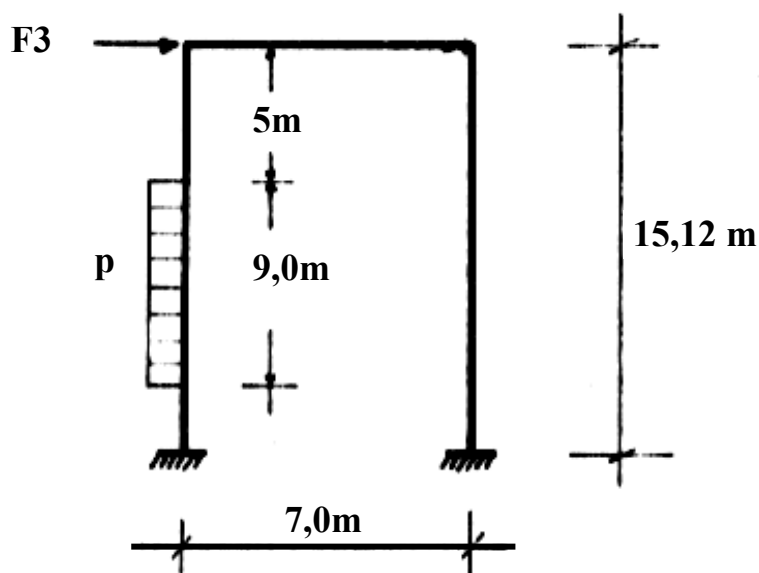
esta força considera-se aplicada no topo do pilar .

- Pilar 2



$$F_2 = 70.07 \times 1.6^2 \times 0.85 \times 8.0 = 1,22 \text{ t.}$$

- Pilar 3



$$F_3 = 70,07 \times 1,6^2 \times 0,85 \times 9 = 1,37t.$$

- Pilar 4

$$F_4 = 0$$

39) Impacto lateral sobre os pilares

Tínhamos explicado na parte teórica que esta força não é calculada, pois tornaria muito antieconômica a construção do pilar devido à armação exigida. No entanto, constroem-se tubulões engastados na rocha contornando o pilar para protegê-lo

49) Resumo das forças transversais na ponte

- Para os pilares

PILAR	1,2 x VENTO PNT CARREG:	1,2 x VENTO PNT DESCARREG	CORRENTEZA	RESULTANTE MÁX	RESULTANTE MIN
P ₁	12,82t	12,78t	0,134t	12,954t	12,91t
P ₂	3,14t	3,13t	1,22t	4,36t	4,35t
P ₃	2,12t	2,12t	1,37t	3,49t	3,49t
P ₄	18,95t	18,90t	0	18,95t	18,90t

- Para as fundações

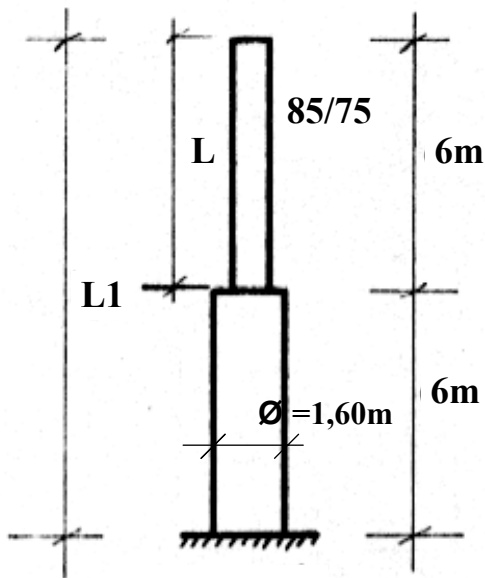
PILAR	VENTO PONTE CARREG	VENTO PONTE DESCARREG	CORRENTEZA	RESULTANTE MÁX	RESULTANTE MIN
P ₁	10,68t	10,65t	0,134t	10,814t	10,784t
P ₂	2,62t	2,61t	1,220t	3,840t	3,830t
P ₃	1,77t	1,77t	1,370t	3,140t	3,140t
P ₄	15,79t	15,75t	0	15,790t	15,750t

III-4-5 - Dimensionamento à flexão composta

III-4-5-1 - Cálculo do comprimento de flambagem dos pilares na direção longitudinal .

$$J_1 = \frac{0,75 \times 0,85^3}{12} = 383,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_t = \frac{\pi \times 1,6^4}{64} = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$



$$\alpha = \frac{L}{L_1} = \frac{6}{12} = 0,5$$

$$\rho = \sqrt{\frac{J_t}{J_1}} = \sqrt{\frac{3217 \times 10^{-4}}{383,83 \times 10^{-4}}} = 2,9$$

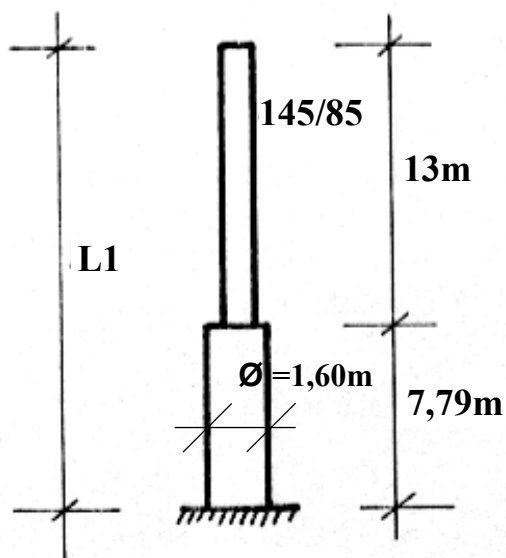
Com os valores de α e ρ entramos no $\bar{\alpha}$ baco e tiramos :

$$\eta = 1,78$$

logo

$$l_{fl_1} = \frac{2L}{\alpha \eta} = \frac{2 \times 6}{0,5 \times 1,78} = 13,5 \text{ m .}$$

- Pilar 2



$$J_2 = \frac{0,85 \times 1,45^3}{12} = 2159 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_t = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\alpha = \frac{L}{L_1} = \frac{13}{13 + 7,79} = 0,63$$

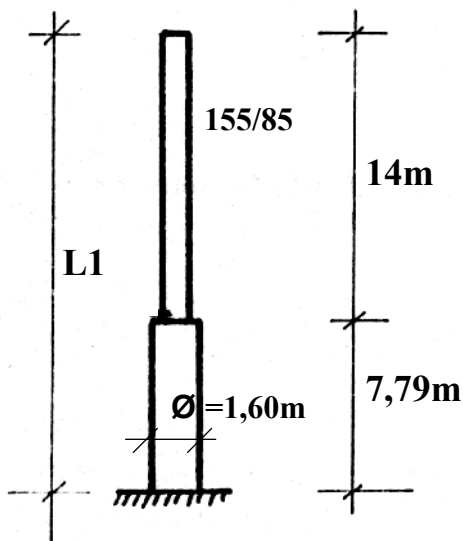
$$\rho = \sqrt{\frac{3217 \times 10^{-4}}{2159 \times 10^{-4}}} = 1,22$$

$\bar{\alpha}$ baco $\rightarrow \eta = 1,05$

logo :

$$l_{fl_2} = \frac{2L}{\alpha\eta} = \frac{2 \times 13}{0,63 \times 1,05} = 39,3 \text{ m .}$$

- Pilar 3



$$J_3 = \frac{0,85 \times 1,55^3}{12} = 2638 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_t = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\alpha = \frac{L}{L_1} = \frac{14}{14 + 7,79} = 0,642$$

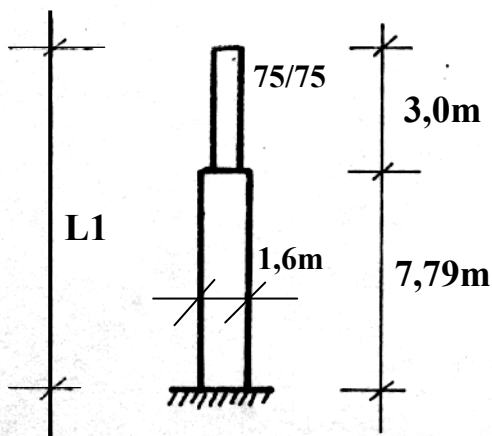
$$\rho = \sqrt{\frac{3217 \times 10^{-4}}{2638 \times 10^{-4}}} = 1,10$$

→ ābaco + η = 1,04

logo :

$$l_{fl_3} = \frac{2L}{\alpha\eta} = \frac{2 \times 14}{0,642 \times 1,04} = 41,94 \text{ m .}$$

- Pilar 4



$$J_4 = \frac{0,75 \times 0,75^3}{12} = 263,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_t = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\rho = \sqrt{\frac{3217 \times 10^{-4}}{263,67 \times 10^{-4}}} = 3,5$$

$$\alpha = \frac{L}{L_1} = \frac{3}{10,79} = 0,28$$

$$\rightarrow \text{ábaco} \rightarrow \eta = 2,8$$

logo :

$$l_{fl_4} = \frac{2L}{\alpha\eta} = \frac{2 \times 3}{0,28 \times 2,8} = 7,65 \text{ m} .$$

III-4-5-2 - Cálculo do comprimento de flambagem na direção trans
versal .

a) Considerações Iniciais

No cálculo das constantes de mola transversais t
nhamos adotado como comprimento de flambagem dos pórticos segun-
do o critério simplificado mencionado como observação no ítem ..
1-3-4 e foram os seguintes valores :

$$l_{fl_1} = 6,057\text{m} ; l_{fl_2} = 14,2\text{m} ; l_{fl_3} = 15,92 \text{ m}$$

$$l_{fl_4} = 3,082\text{m}$$

Para efeito de comparação calculamos os comprimen-
tos de flambagem dos pilares, conforme foi exposto anteriormente.

- Pilar 1

$$h' = h_p \times \frac{J_c}{J_p} + h_t \times \frac{J_c}{J_t}$$

$$J_v = \frac{0,2 \times 1^3}{12} = 166,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_p = J_c = 298,83 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_t = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$h_p = 6 \text{ m}$$

$$h_t = 6 \text{ m}$$

$$h' = 6 \times \frac{298,83 \times 10^{-4}}{298,83 \times 10^{-4}} + 6 \times \frac{298,83 \times 10^{-4}}{3217 \times 10^{-4}} = 6,557 \text{ m}$$

$$K_a = \frac{1}{2} \frac{J_p}{h'} \times \frac{1}{J'} = \frac{1}{2} \frac{298,83 \times 10^{-4}}{6,557} \times \frac{7}{166,67 \times 10^{-4}} = 0,957$$

$$K_b = 0$$

$\therefore K_1 = 0$ e $K_2 = 0,957 \rightarrow$ tabela 2.2.c (pág 195 PFEIL)

$$\rightarrow \frac{l_{fl}}{h'} = 1,27 \text{ (por interpolação linear)}$$

$$\rightarrow l_{fl} = 1,27 \times 6,557 = 8,327 \text{ m}$$

- Pilar 2

$$h' = h_p \times \frac{J_c}{J_p} + h_t \times \frac{J_c}{J_t}$$

$$J' = J_{\text{viga}} = 166,67 \times 10^{-4}$$

$$J_c = J_p = \frac{1,45 \times 0,85^3}{12} = 742 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_t = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$h_p = 13 \text{ m}$$

$$h_t = 7,79\text{m}$$

$$h' = 13 \times 1 + 7,79 \times \frac{742 \times 10^{-4}}{3217 \times 10^{-4}} = 14,8 \text{ m}$$

$$K_a = \frac{1}{2} \times \frac{742 \times 10^{-4}}{14,8} \times \frac{7}{166,67 \times 10^{-4}} = 1,05$$

$$K_b = 0$$

$$\therefore K_1 = 0 \text{ e } K_2 = 1,05 \rightarrow \text{tabela } \frac{l_{fl}}{h'} = 1,27$$

$$\rightarrow l_{fl} = 14,8 \times 1,27 = 18,8 \text{ m .}$$

- Pilar 3

$$J' = J_v = 166,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_c = J_p = \frac{1,55 \times 0,85^3}{12} = 793,24 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_t = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$h_p = 14 \text{ m}$$

$$h_t = 7,79 \text{ m}$$

$$h' = 14 \times 1 + 7,79 \times \frac{793,24 \times 10^{-4}}{3217 \times 10^{-4}} = 15,92 \text{ m .}$$

$$K_a = \frac{1}{2} \times \frac{793,24 \times 10^{-4}}{15,92} \times \frac{7}{166,67 \times 10^{-4}} = 1,05$$

$$K_b = 0$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} K_1 = 0 \\ K_2 = 1,05 \end{array} \right\} \rightarrow \text{tabela } \rightarrow \frac{l_{fl}}{h'} = 1,27 \therefore l_{fl} = 20,2\text{m}$$

- Pilar 4

$$J' = J_v = 166,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_c = J_p = \frac{0,75 \times 0,75^3}{12} = 263,67 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_t = 3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$h_p = 3 \text{ m}$$

$$h_t = 7,79 \text{ m}$$

$$h' = 3 \times 1 + 7,79 \times \frac{263,67 \times 10^{-4}}{3217 \times 10^{-4}} = 3,64 \text{ m}$$

$$K_a = \frac{1}{2} \frac{263,67 \times 10^{-4}}{3,64} \times \frac{7}{166,67 \times 10^{-4}} = 1,52$$

$$K_b = 0$$

$$\therefore K_1 = 0 \text{ e } K_2 = 1,52 \rightarrow \text{tabela} \rightarrow \frac{l_{fl}}{h'} = 1,38$$

$$\rightarrow l_{fl} = 1,38 \times 3,64 = 5,02 \text{ m}$$

Como podemos constatar, todos os comprimentos de flambagem calculados pela tabela, são maiores que os considerados para o cálculo dos K transversais.

b) Cálculo de Nd

b-1) Esforços verticais sobre os pilares oriundos das vigas principais.

PILAR	CARGA PERMANENTE (t)		CARGA MÓVEL (t)		ESFORÇO FINAL (t)	
	$N_{cp}(\bar{m}ax)$	$N_{cp}(\bar{m}in)$	$\varphi \times N_{cm}(\bar{m}ax)$	$\varphi \times N_{cm}(\bar{m}in)$	$N_{\bar{m}ax}$	$N_{\bar{m}in}$
$P_1 = P_4$	-132,41	-124,955	-132,96	+ 9,15	-265,37	-115,805
$P_2 = P_3$	-186,37	-188,066	-159,10	+ 23,68	-345,47	-164,386

(+) tração ; (-) compressão .

b-2) Reação da transversina de apoio em cada pilar .

$$0,2 \times 1,5 \times 2,9 \times 2,4 = 2,088 \text{ t}$$

b-3) Reação da viga de contraventamento em cada pilar .

$$P_1 \text{ e } P_4 \rightarrow 0,2 \times 1,00 \times (7,00 - 0,75) \times \frac{1}{2} \times 2,4 = 1,5 \text{ t}$$

$$P_2 \text{ e } P_3 \rightarrow 0,2 \times 1,00 \times (7,00 - 0,85) \times \frac{1}{2} \times 2,4 = 1,476 \text{ t}$$

b-4) Peso próprio dos pilares

$$P_1 \rightarrow 0,85 \times 0,75 \times 6 \times 2,4 = 9,18 \text{ t}$$

$$P_2 \rightarrow 1,45 \times 0,85 \times 13 \times 2,4 = 38,45 \text{ t}$$

$$P_3 \rightarrow 1,55 \times 0,85 \times 14 \times 2,4 = 44,27 \text{ t}$$

$$P_4 \rightarrow 0,75 \times 0,75 \times 3 \times 2,4 = 4,05 \text{ t}$$

b-5) Valores finais das forças verticais

$$P_1 \quad Nd_{\max} = 1,5(265,37+2,088+1,5+9,18)=417,2t$$

$$Nd_{\min} = 1,5(115,805+2,088+1,5+9,18)=192,86t$$

$$P_2 \quad Nd_{\max} = 1,5(345,47+2,088+1,476+38,45)=581,23t$$

$$Nd_{\min} = 1,5(164,386+2,088+1,476+38,45)=309,60t$$

$$P_3 \quad Nd_{\max} = 1,5(345,47+2,088+1,476+44,27)=590t$$

$$Nd_{\min} = 1,5(164,386+2,088+1,476+44,77)=318,33t$$

$$P_4 \quad Nd_{\max} = 1,5(265,37+2,088+1,5+4,05)=409,51t$$

$$Nd_{\min} = 1,5(115,805+2,088+1,5+4,05)=185,16t$$

c) Cálculo dos Momentos (M_{dL}) no sentido longitudinal na base dos pilares (ou topo dos tubulões)

Na pág. III-99 tiramos os valores das forças longitudinais no t \hat{o} po dos pilares.

No Pilar 1

$$M_L = 6,147 \times 6 = \pm 36,882 \text{ mt}$$

$$\therefore M_{dL} = 1,5 \times M_L = \pm 55,323 \text{ mt}$$

No Pilar 2

$$M_L = 2,676 \times 13 = \pm 34,788 \text{ mt}$$

$$\therefore M_{dL} = 1,5 M_L = \pm 52,182 \text{ mt}$$

No Pilar 3

$$M_L = 3,583 \times 14 = \pm 50,162 \text{ mt}$$

$$\therefore M_{dL} = 1,5 \times M_L = \pm 78,273 \text{ mt} .$$

No Pilar 4

$$M_L = 1,126 \times 3 = \pm 3,378 \text{ mt}$$

$$\therefore M_{dL} = 1,5 \times M_L = \pm 5,067 \text{ mt}$$

d) Cálculo dos Momentos (M_{dT}) no sentido transversal na base dos pilares (ou topo dos tubulões) .

Da pág.III-114 tiramos os valores das forças transversais atuantes no topo dos pilares .

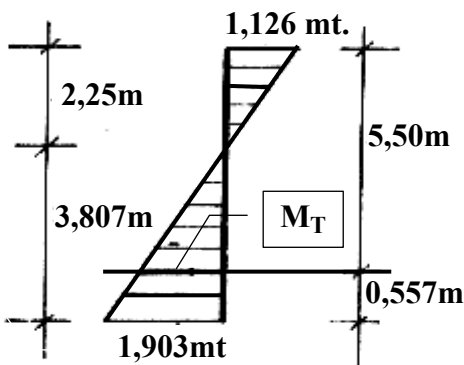
O valor do momento flêtor, na base dos pilares, para uma força unitária, tiramos das pág.III-103 e seguintes, por interpolação linear para a altura teórica dos pilares.

- No pilar 1

$$h_{pl} = 6 \text{ m} \quad h_{teórico} = 6 - \frac{1}{2} \text{ altura da viga de contraventamento} .$$

$$h_{teórico} = 6 - 0,5 = 5,5 \text{ m}$$

$$\frac{1,903}{3,807} = \frac{M_T}{3,807 - 0,557} \quad M_T = 1,625 \text{ mt}$$



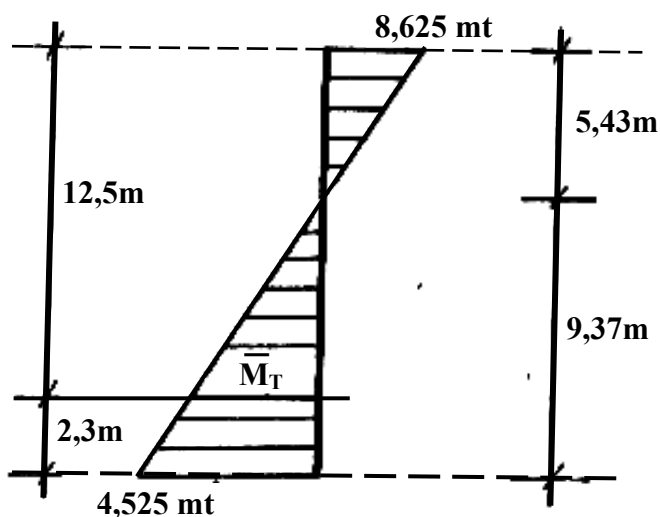
logo :

$$M_T = F_T \times \bar{M}_T = 12,954 \times 1,625 = 21,05 \text{ mt}$$

$$\therefore M_{dT} = 1,5 \times M_T = 31,57 \text{ mt}$$

- No pilar 2

$$h_{p2} = 13 \text{ m} \quad h_{\text{teórico}} = 13 - 0,5 = 12,5 \text{ m}$$



$$\frac{4,525}{9,37} = \frac{\bar{M}_T}{9,37 - 2,3}$$

$$\therefore \bar{M}_T = 3,414 \text{ mt}$$

como

$$F_T = 4,36 \text{ t}$$

$$M_T = F_T \times \bar{M}_T = 4,36 \times 3,414 = 14,88 \text{ mt}$$

$$M_{dT} = 1,5 M_T = 22,32 \text{ mt}$$

- No pilar 3

Com idêntico raciocínio chegamos a :

$$M_T = 3,49 \times 3,792 = 13,235 \text{ mt}$$

$$M_{dT} = 19,85 \text{ mt}$$

- No pilar 4

$$M_T = 18,95 \times 0,289 = 5,476 \text{ mt}$$

$$M_{dT} = 8,21 \text{ mt}$$

e) Definição das direções principais

e-1) Considerações iniciais

Sendo

e_L = excentricidade longitudinal

e_T = excentricidade transversal

M_{dL} = momento fletor de cálculo na base do pilar devido às forças longitudinais .

M_{dT} = momento fletor de cálculo na base do pilar devido às forças transversais .

N_d = carga vertical de cálculo

temos :

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_d} \quad ; \quad e_T = \frac{M_{dT}}{N_d}$$

logo, se

$$e_L > e_T \times \frac{h}{b} \rightarrow \begin{cases} e_L = e_{1x} \\ e_T = e_{1y} \end{cases}$$

a direção principal é a direção longitudinal

$$\text{Se } e_L < e_T \times \frac{h}{b} \rightarrow \begin{cases} e_T = e_{ix} \\ e_L = e_{iy} \end{cases} \text{ Direção principal é a direção transversal.}$$

O cálculo deve ser feito para 2 hipóteses :

1ª hipótese para esforços máximos e 2ª hipótese para esforços mínimos .

e-2) Cálculo das direções principais

Pilar 1

1ª Hipótese : esforços máximos

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_{d_{\max}}} = \frac{55,323}{417,2} = 0,133 \text{ m}$$

$$e_T = \frac{M_{dT}}{N_{d_{\max}}} = \frac{31,57}{417,2} = 0,076 \text{ m}$$

$$S_{\text{pilar}} \quad h = 0,85 \text{ m} \quad e \quad b = 0,75 \text{ m} \quad e_T \times \frac{h}{b} = 0,076 \times \frac{0,85}{0,75} = 0,086$$

$$e_{ix} = 0,133 \text{ m}$$

$$e_L > e_T \times \frac{h}{b} =$$

$$e_{iy} = 0,086 \text{ m}, e$$

direção principal = direção longitudinal .

2ª Hipótese : esforços mínimos

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_{d_{\min}}} = \frac{55,323}{192,86} = 0,287 \text{ m}$$

$$e_T = \frac{M_{dT}}{N_{d_{\min}}} = \frac{31,57}{192,86} = 0,164$$

$$e_t \times \frac{h}{b} = 0,164 \times \frac{0,85}{0,75} = 0,185 \text{ m}$$

$$e_{ix} = 0,287 \text{ m}$$

$$\therefore e_L > e_T \times \frac{h}{b} =$$

Dir.principal = longitudinal

$$e_{iy} = 0,164$$

Pilar 2

1ª Hipótese : esforços máximos

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_{d_{\max}}} = \frac{52,182}{581,23} = 0,09 \quad . \quad e_T = \frac{22,32}{581,23} = 0,038 \text{ m}$$

$$e_{ix} = 0,09$$

$$e_T \times \frac{h}{b} = 0,038 \times \frac{1,45}{0,85} = 0,06 \quad \therefore e_L > e_T \times \frac{h}{b}$$

$$e_{iy} = 0,038$$

direção principal = direção longitudinal

2ª Hipótese : esforços mínimos

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_{d_{\min}}} = \frac{52,182}{309,60} = 0,168 \text{ m}$$

$$e_T = \frac{22,32}{309,60} = 0,072$$

$$e_T \times \frac{h}{b} = 0,072 \times \frac{1,45}{0,85} = 0,123$$

$$\therefore e_L > e_T \times \frac{h}{b} \rightarrow \begin{cases} e_{ix} = 0,168 \text{ m} \\ e_{iy} = 0,072 \text{ m} \end{cases} \quad \text{Dir.principal} = \text{longitudinal}$$

Pilar 3

1ª Hipótese : esforços máximos

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_{d_{\max}}} = \frac{78,273}{590} = 0,133 \text{ m}$$

$$e_T = \frac{19,85}{590} = 0,033 \text{ m}$$

$$e_T \times \frac{h}{b} = 0,033 \times \frac{1,55}{0,85} = 0,060 \text{ m}$$

$$\therefore e_L > e_T \times \frac{h}{b} \rightarrow \begin{cases} e_{ix} = 0,133 \text{ m} \\ e_{iy} = 0,033 \text{ m} \end{cases} \quad \text{Dir.principal} = \text{longitudinal}$$

2ª Hipótese : esforços mínimos

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_{d_{\min}}} = \frac{78,273}{318,33} = 0,246$$

$$e_T = \frac{19,85}{318,33} = 0,062 \text{ m .}$$

$$e_T \times \frac{h}{b} = 0,062 \times \frac{1,55}{0,85} = 0,113$$

$$\therefore e_L > e_T \times \frac{h}{b} \rightarrow \begin{cases} e_{ix} = 0,246 \text{ m} \\ e_{iy} = 0,062 \text{ m} \end{cases} \quad \text{Dir. principal = longitudinal}$$

Pilar 4

1ª Hipótese : esforços máximos

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_{d_{\max}}} = \frac{3,378}{409,51} = 0,008 \text{ m}$$

$$e_T = \frac{8,21}{409,51} = 0,02 \text{ m}$$

$$\therefore e_L < e_T \times \frac{h}{b} \rightarrow \begin{cases} e_{ix} = 0,02 \text{ m} \\ e_{iy} = 0,008 \text{ m} \end{cases} \quad \text{Dir. principal = transversal}$$

2ª Hipótese : esforços mínimos

$$e_L = \frac{M_{dL}}{N_{d_{\min}}} = \frac{3,378}{185,16} = 0,018 \text{ m}$$

$$e_T = \frac{8,21}{185,16} = 0,044$$

$$\therefore e_L < e_T \times \frac{h}{b} \rightarrow \begin{cases} e_{ix} = 0,044 \\ e_{iy} = 0,018 \end{cases} \quad \text{Dir. principal} = \text{transversal}$$

f) Verificação do Índice de esbeltez dos pilares na direção principal .

- Pilar 1

$$i = 0,289 h \text{ (raio de giração)}$$

$$S \rightarrow 0,85 \times 0,75 \quad h = 0,85$$

$$\lambda = \frac{l_{fl}}{i} = \frac{13,5}{0,289 \times 0,85} = 54,9 \rightarrow 40 < \lambda < 80 \text{ (2º Caso)}$$

- Pilar 2

$$S \rightarrow 1,45 \times 0,85 \rightarrow h = 1,45 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{l_{fl}}{i} = \frac{39,3}{0,289 \times 1,45} = 93,8 \rightarrow 80 < \lambda < 140 \text{ (3º Caso)}$$

- Pilar 3

$$S \rightarrow 1,55 \times 0,85 \rightarrow h = 1,55 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{l_{fl}}{i} = \frac{41,94}{0,289 \times 1,55} = 93,56 \rightarrow 80 < \lambda < 140 \text{ (3º Caso)}$$

- Pilar 4

$$S \rightarrow 0,75 \times 0,75 \rightarrow h = 0,75 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{l_{fl}}{i} = \frac{5,02}{0,289 \times 0,75} = 23,16 \rightarrow \lambda < 40 \text{ (1º Caso)}$$

g) Cálculo dos momentos fletores no pilar 1

Como o índice de esbeltez no pilar 1 na direção principal está compreendido entre 40 e 80, estamos no 2º caso exposto anteriormente, e portanto devemos calcular os dois momentos M_{1d} e M_{2d} , adotando o critério da NB-1/77 item 4-1-1-3-1 no seu último parágrafo.

g-1) Cálculo de M_{1d}

1ª Hipótese - esforços máximos

$$M_{1d} = F_d \times e_i \quad \text{onde } e_i = \left(e_{ix} + \beta e_{iy} \frac{h}{b} + e_{ax} \right)$$

$$e_{ix} = 0,133 \text{ m}$$

$$e_{iy} = 0,086 \text{ m}$$

$$h = 0,85 \text{ m}$$

$$b = 0,75 \text{ m}$$

$$e_{ax} = \frac{h_x}{30} = \frac{85}{30} = 2,83 \text{ cm}$$

β é função de v e w .

O aço usado é o CA - 50 e o concreto $f_{ck} = 180 \text{ kg/cm}^2$

logo temos

$$v = \frac{F_d}{A_c \times f_{cd}} = \frac{417200}{85 \times 75 \times 120} = 0,54$$

tabela da página 6

$$\omega = 0,5 \text{ (adotado)}$$

→ $\beta = 0,71$, com este valor calculamos .

$$e_1 = 0,133 + 0,71 \times 0,086 \times \frac{85}{75} + 0,0283 = 0,231 \text{ m .}$$

$$e \quad M_{1d} = 417,20 \times 0,231 = 96,37 \text{ mt .}$$

2ª Hipótese - esforços mínimos

$$M_{1d} = F_d \times e_1$$

$$e_{1x} = 0,287 \text{ m}$$

$$e_{1y} = 0,164 \text{ m .}$$

$$e_{ax} = \frac{h}{30} = 0,0283 \text{ m .}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{192860}{85 \times 75 \times 120} = 0,25 \\ \omega = 0,5 \text{ (adotado)} \end{array} \right\} \text{ tabela } + \beta = 0,82$$

$$e_1 = 0,287 + 0,82 \times 0,164 \times \frac{0,85}{0,75} + 0,0283 = 0,468$$

$$M_{1d} = 192,86 \times 0,468 = 90,25 \text{ mt .}$$

g-2) Cálculo de M_2 .

$$M_{2d} = F_d \times \frac{l_{fl}^2}{10} \times \frac{1}{r}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + f_{yd} / E_s}{(v + 0,5) h}$$

$$v = \frac{F_d}{A_c \times f_c d}$$

1ª Hipótese - esforços máximos

$$v = 0,54 \text{ (já calculado)}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + 4348 / 2,1 \times 10^6}{(0,54 + 0,5) 0,85} = 6,36 \times 10^{-3}$$

$$l_{fl} = 13,5$$

$$M_{2d} = 417,2 \times \frac{13,5^2}{10} \times 6,36 \times 10^{-3} = 48,36 \text{ mt.}$$

2ª Hipótese - esforços mínimos

$$v = 0,25$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + 4348 / 2,1 \times 10^6}{(0,25 + 0,5) 0,85} = 6,59 \times 10^{-3}$$

$$M_{2d} = 192,86 \times \frac{13,5^2}{10} \times 6,59 \times 10^{-3} = 23,16 \text{ mt}$$

h) Cálculo dos momentos fletores no pilar 2

Com procedimento análogo ao anterior obtemos :

1^a Hipótese - esforços máximos

$$M_{1d} = 112,79 \text{ mt}$$

$$M_{2d} = 346,70 \text{ mt}$$

2^a Hipótese - esforços mínimos

$$M_{1d} = 97 \text{ mt}$$

$$M_{2d} = 184,67 \text{ mt}$$

i) Cálculo dos momentos fletores no pilar 3

1^a Hipótese - esforços máximos

$$M_{1d} = 138,74 \text{ mt}$$

$$M_{2d} = 375 \text{ mt}$$

2^a Hipótese - esforços mínimos

$$M_{1d} = 124,60 \text{ mt}$$

$$M_{2d} = 202,30 \text{ mt}$$

j) Cálculo dos momentos fletores do pilar 4 .

Vimos que a direção principal neste pilar é a trans

versal

$$\therefore \lambda = \frac{5,02}{0,289 \times 0,75} = 23 < 40$$

com $\lambda < 40$ a NB-1 manda fazer um cálculo simplificado, pois não é necessário levar em consideração o M_{2d} mas acrescentando a força normal em 20% .

$$N_d = 1,2 F_d .$$

1ª Hipótese - esforços máximos

$$M_{1d} = 1,2 F_d \times (e_{ix} + \beta \times e_{iy} \times \frac{h}{b} + e_{ax})$$

$$S = 0,75 \times 0,75$$

$$e_{ix} = 0,02 \text{ m}$$

$$e_{iy} = 0,008 \text{ m}$$

$$e_{ax} = \frac{75}{30} = 0,025 \text{ m}$$

$$v = \frac{F_d}{A_c \times f_c d} = \frac{409510}{75 \times 75 \times 120} = 0,6$$

$$\beta = 0,73$$

$$\omega = 0,75 \text{ (adotado)}$$

$$\therefore M_{1d} = 1,2 \times 409,51 (0,02 + 0,73 \times 0,008 \times 1 + 0,025) = 24,98 \text{ mt} .$$

$$M_{2d} = 0 \text{ (não é considerado)}$$

2ª Hipótese - esforços mínimos

$$e_{ix} = 0,044$$

$$e_{iy} = 0,018$$

$$e_{ax} = 0,025$$

$$v = \frac{185.160}{75 \times 75 \times 120} = 0,3$$

$$\beta = 0,84$$

$$\omega = 0,5 \text{ (adotado)}$$

$$\therefore M_{1d} = 1,2 \times 185,16 (0,044 + 0,84 \times 0,018 \times 1 + 0,025) = 18,70 \text{ mt}$$

$$M_{2d} = 0 \text{ (não é considerado)}$$

1) Resumo das solicitações

PILAR	F_d (ton)		M_{1d} (mt)		M_{2d}	
	1ªHIPOTESE	2ªHIPOTESE	1ªHIPOTESE	2ªHIPOTESE	1ªHIPOTESE	2ªHIPOTESE
P ₁	417,20	192,86	96,37	90,25	48,36	23,16
P ₂	581,23	309,60	112,79	97,00	346,70	184,67
P ₃	590	318,33	138,74	124,60	375,00	202,30
P ₄	409,51	185,16	24,98	18,70	0	0

m) Cálculo da armação do pilar 3

Como exemplo será dimensionado apenas o pilar 3 , de acordo com a NB-1/77 na direção principal (sentido longitudinal -

nal), considerando :

1^a Hipótese - esforços máximos

- Reação vertical máxima
- Momento fletor de 1^a ordem
- Momento fletor de 2^a ordem

2^a Hipótese - esforços mínimos





- Reação vertical mínima
- Momento fletor de 1^a ordem
- Momento fletor de 2^a ordem

Observação :

No momento fletor de 1^a ordem estão implicitamente en
volvidos :

- Retração e temperatura
- Frenagem
- Empuxo na cortina
- Empuxo de aterro nos pilares extremos
- Excentricidade acidental

m-1) Resumo dos esforços no pilar 3 .

Pilar	Fd=Nd	MdL (mt)	M1d (mt)	M2d (mt)	(M1d+M2d) (mt)
		Máx./Mín	Máx./Mín	Máx./Mín	Máx./Mín
P3	590t 318,33t	 78,27mt	 Máx=138,74 Mín=124,60	 Máx=375 Mín=202,3	 Máx=513,74 Mín=326,90

m-2) Cálculo da armadura longitudinal

O dimensionamento será feito considerando a seção como sujeita à flexão composta na direção principal (sentido longitudinal), para as duas hipóteses .

- Esforços máximos ($N_{d\text{máx}}$, $(M_{1d}+M_{2d})\text{máx}$)
- Esforços mínimos ($N_{d\text{mín}}$, $(M_{1d}+M_{2d})\text{mín}$)

Adotar-se-ã como armadura aquela referente a hipótese que fornecer maior seção de ferros, o que será dobrado para colocar nas 4 faces do pilar, isto é, armadura igual nos 4 faces.

Serão utilizados para o cálculo os âbacos de flexão composta constantes de publicação do IME-(1977) - (Autoria do Engenheiro J.A.PERROTA, sob orientação do Major Engº J.B.CAVALCANTE) .

10) 1ª Hipótese - esforços máximos

$$\frac{a}{h} = 0,04$$

a = distância do centro de gravidade da armadura à face externa do pilar .

h = dimensão da seção do pilar no sentido do dimensionamento .

$$\text{Aço CA - 50} \rightarrow f_{yd} = 4,348 \text{ t/cm}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Concreto } f_{ck} &= 180 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow f_{cd} = \frac{180}{1,5} = 120 \text{ kg/cm}^2 = \\ &= 0,12 \text{ t/cm}^2 \end{aligned}$$

$$N_d = 590 \text{ t.}$$

$$M_d = 513,74 \text{ mt.}$$

$$e = \frac{M_d}{N_d} = \frac{513,74}{590} = 0,87 \text{ m.}$$

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{513,74}{155 \times 85 \times 0,12} = 0,325$$

$$\mu = \frac{v e}{h} = \frac{0,325 \times 0,87}{1,55} = 0,182$$

} → âbaco

$$\omega = 0,2$$

$$\omega = \frac{A_s}{A_c} \times \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad \therefore A_s = \omega \times \frac{A_c \times f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_s = 0,2 \times \frac{155 \times 85 \times 0,12}{4,348} = 72,72 \text{ cm}^2.$$

29) 2ª Hipótese - esforços mínimos

$$\frac{a}{h} = 0,04$$

$$N_d = 318,33 \text{ t}$$

$$M_d = 326,90 \text{ mt}$$

$$e = \frac{M_d}{N_d} = \frac{326,90}{318,33} = 1,027 \text{ m}$$

$$v = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} = \frac{318,33}{155 \times 85 \times 0,12} = 0,20$$

$$\mu = \frac{v \cdot e}{h} = \frac{0,20 \times 1,077}{1,55} = 0,133$$

} → ābaco → ω = 0,12

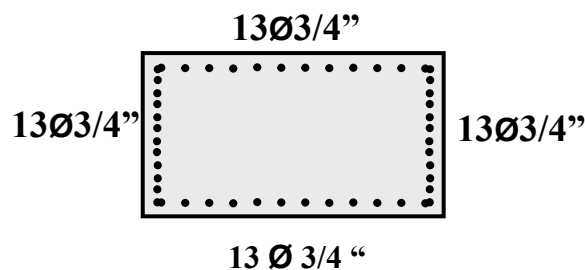
$$A_s = \omega \frac{A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,12 \times 155 \times 85 \times 0,12}{4,348} = 46,63 \text{ cm}^2$$

30) Escolha da armação

Como a A_s do ítem 1-4-15-1 é maior que o do ítem seguinte, adotaremos

$$A_s = 72,72 \text{ cm}^2$$

logo $A_s \text{ total} = 2 \times 72,72 = 145,44 \text{ cm}^2 \rightarrow 13 \phi 3/4 \text{ por face.}$



m-3) Verificação da porcentagem da armadura .

$$A_c = 155 \times 85 = 13.175 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ min}} = 0,8\% A_c = 105,4 \text{ cm}^2.$$

$$A_{s \text{ m\bar{a}x}} = 6\% A_c = 790,5 \text{ cm} .$$

$$\therefore A_{s \text{ min}} < A_s < A_{s \text{ m\bar{a}x}}$$

Logo o pilar satisfaz a condição do ítem 6-3-13 da NB-1/77 .

m-4) Cizalhamento

19) Tensão de cálculo

$$\tau_{wd} = \frac{Vd}{b_w \times d}$$

$$\begin{aligned} Vd &= 1,5 \times \sqrt{F_L^2 + F_T^2} = 1,5 \sqrt{(3,583)^2 + \left(\frac{3,49}{2}\right)^2} = \\ &= 5,978 \text{ t} . \end{aligned}$$

$$d = 142,6 \text{ cm}$$

$$b_w = 85 \text{ cm}$$

$$\tau_{wd} = \frac{5.978}{85 \times 142,6} = 0,49 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{cmd} = \frac{Nd}{A_c} = \frac{318330}{155 \times 85} = 24,16 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_c = \psi_1 \sqrt{f_{ck}} \quad \psi_1 = f(\rho_1)$$

$$\rho_1 = \frac{A_s (2h)}{b_w \times d} = \frac{27 \times 2,85}{85 \times 0,9 \times 155} = 0,0065 \rightarrow \psi_1 = 0,32$$

$$\tau_c = 0,32 \times \sqrt{180} \left(1 + 3 \times \frac{24,16}{180}\right) = 6,02 \text{ kg/cm}^2 .$$

$$\tau_{wz} = 1,15 \quad \tau_{wd} = 1,15 \times 0,49 = 0,564 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_d = \tau_{wz} - \tau_c \geq 0 .$$

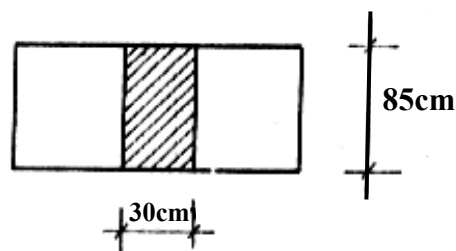
$$\tau_d = 0,564 - 6,02 = - 5,456 \text{ kg/cm}^2 \text{ então : } \tau_d = 0$$

Adotamos armadura m̃nima

$$1/4 \text{ c } 20$$

m-5) Armadura de bloco de apoio

Dimens̃oes da placa de apoio = 30 x 85



$$A_s = \frac{1,4 F_t}{f_{yd}} \quad \text{onde} \quad F_t = \frac{0,28 N (b - b_0)}{b}$$

$$f_{yd} = 4.348 \text{ kg/cm}^2$$

$$N = 349 \text{ t} .$$

$$b = 85 \text{ cm}$$

$$b_0 = 30 \text{ cm}$$

$$F_t = \frac{0,28 \times 349000}{85} (85 - 30) = 63230 \text{ kg} .$$

$$A_s = \frac{1,4 \times 63230}{4348} = 20,36 \text{ cm}^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow A_s / \text{camada} = \frac{20,36}{5} = 4,07 \text{ cm}^2$$

$$1,25 \times A_s / \text{camada} = 1,25 \times 4,07 = 5,09 \text{ cm}^2$$

utilizando ϕ 3/8 $\rightarrow A_{S1\phi} = 0,71 \text{ cm}^2$

$$\frac{5,09}{0,71} \cong 8 \phi \text{ 3/8}$$

m-6) Disposição dos ferros.

