



Aparelho de apoio de Neoprene fretado em uma ponte em concreto prtendido



Fotos: Cortesia Eng Alexandre C. Cordeiro

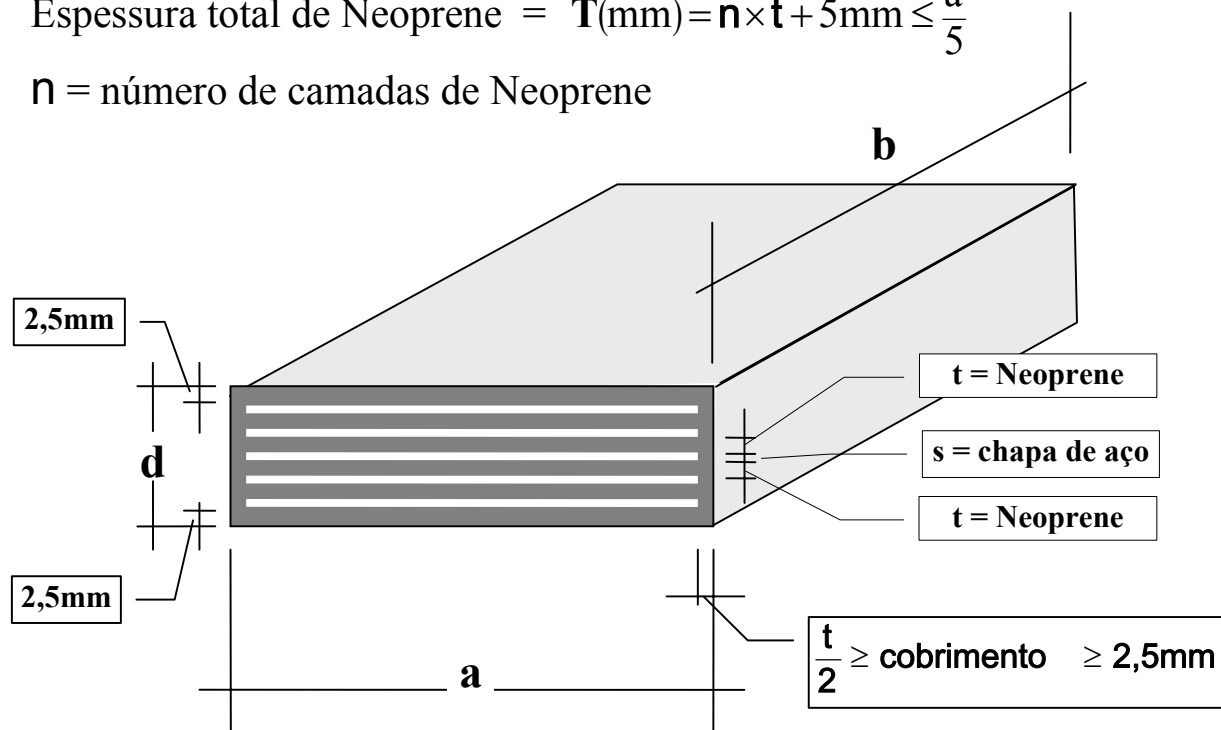


Aparelho de Apoio de Neoprene fretado

(segundo a norma alemã DIN 4141-14)

$$\text{Espessura total de Neoprene} = \mathbf{T(mm)} = \mathbf{n \times t + 5mm} \leq \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{5}}$$

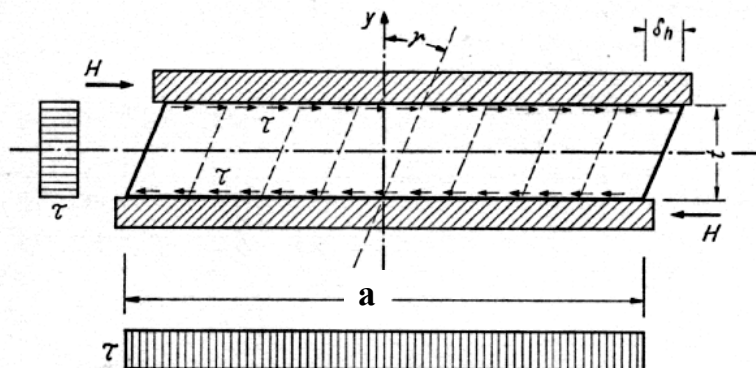
\mathbf{n} = número de camadas de Neoprene





Tensão de cisalhamento.

- Devida à força horizontal H ou ao deslocamento, δ horizontal :



Uma placa de Neoprene
Figura : Ver E. Basler , E. Witta [2]

Aparelho de Neoprene, com várias camadas de Neoprene ,
em uma ponte, após a deformação longitudinal
Foto: Cortesia Eng. Alexandre C. Cordeiro

$$\bullet \quad T_{DIN} = T_{Basler \ Witta} = \left[\frac{H}{b \times a} + \frac{\delta \text{ horizontal}}{(n \times t)} \times G \right]$$

H = força horizontal longitudinal devida à frenagem, aceleração dos veículos.

δ = deslocamento horizontal longitudinal total devido à retração hidráulica, à deformação imediata da protensão, à deformação lenta (i.e. fluência) no concreto protendido e à retração térmica ou à dilatação térmica do tabuleiro da ponte.

n = número de camadas de Neoprene

t = espessura de uma camada de Neoprene

G = 10 kgf/cm² = módulo de cisalhamento do Neoprene.



- Devida à rotação no apoio α total :

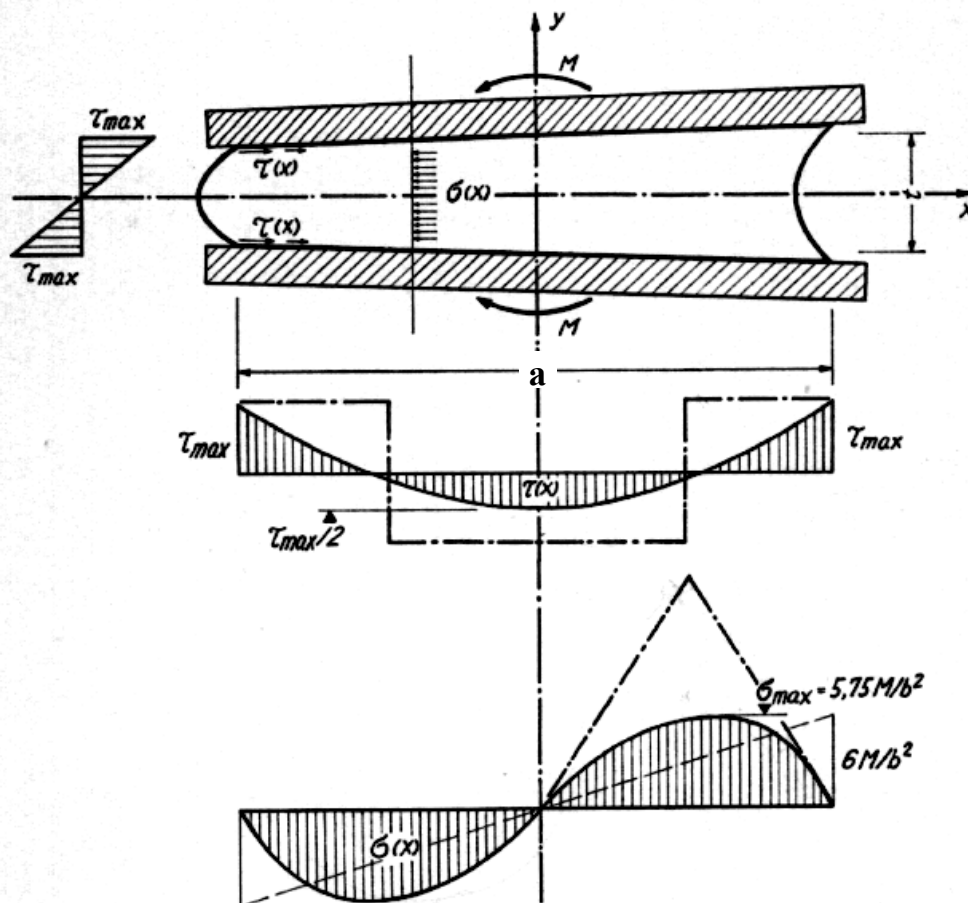


Figura : Ver E. Basler , E. Witta [2]

Segundo Basler Witta

$$\tau_{\text{Basler Witta}} = \left(\frac{1}{6 \times k}\right) \times \left(\frac{a}{t}\right) \times E \times \left(\frac{\alpha \text{ total}}{n}\right)$$

com $E = 30 \text{kgf/cm}^2$ e

$$k = \frac{t}{a} \times \frac{d}{b}$$

t = espessura de cada lamina de Neoprene

a = dimensão paralela ao eixo longitudinal da ponte

b = dimensão transversal ao eixo da ponte

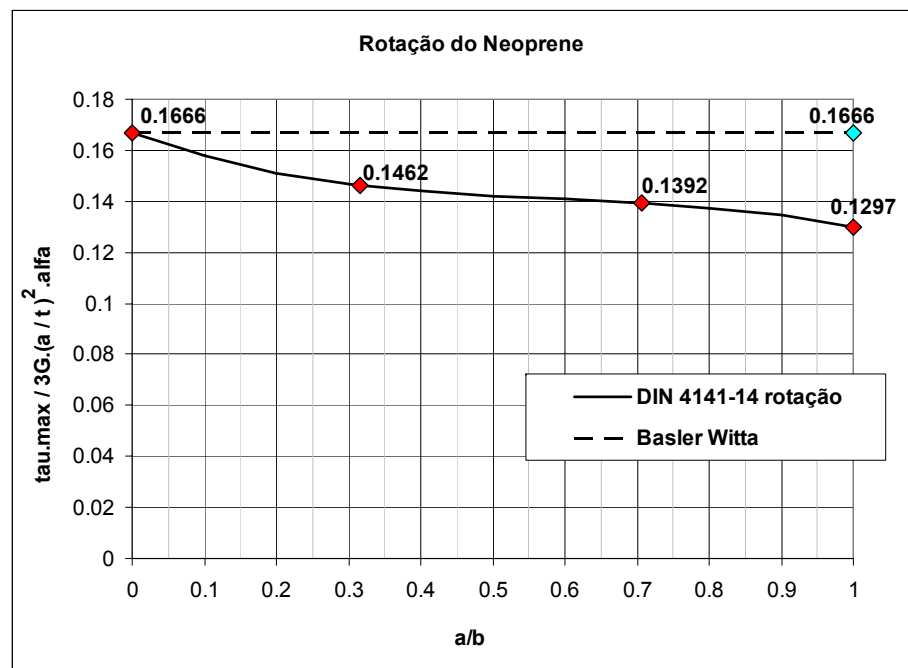
d = diagonal = $\sqrt{b^2 + a^2}$

α total = rotação do aparelho de apoio

n = número de camadas de Neoprene



Segundo a DIN :



Ajustando um polinômio aos 4 pontos definidos pela DIN 4141 obtemos:

$$\tau_{\text{DIN}} = \left[-0,0872 \times \left(\frac{a}{b}\right)^3 + 0,1551 \times \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 0,1048 \times \left(\frac{a}{b}\right) + 0,1666 \right] \times 3 \times G \times \left(\frac{a}{t}\right)^2 \times \left(\frac{\alpha \text{ total}}{n \text{ camadas}}\right)$$

a = dimensão na direção longitudinal da ponte

b = dimensão transversal da ponte

t = espessura de uma camada de Neoprene

α total = rotação do aparelho de apoio

n = número de camadas de Neoprene

G = 10 kgf/cm² = módulo de cisalhamento do Neoprene



- Devida à compressão:

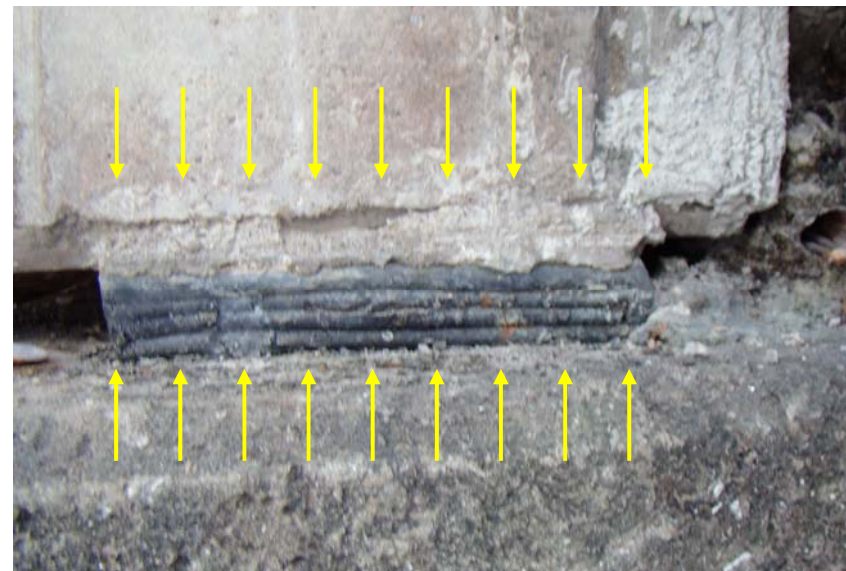
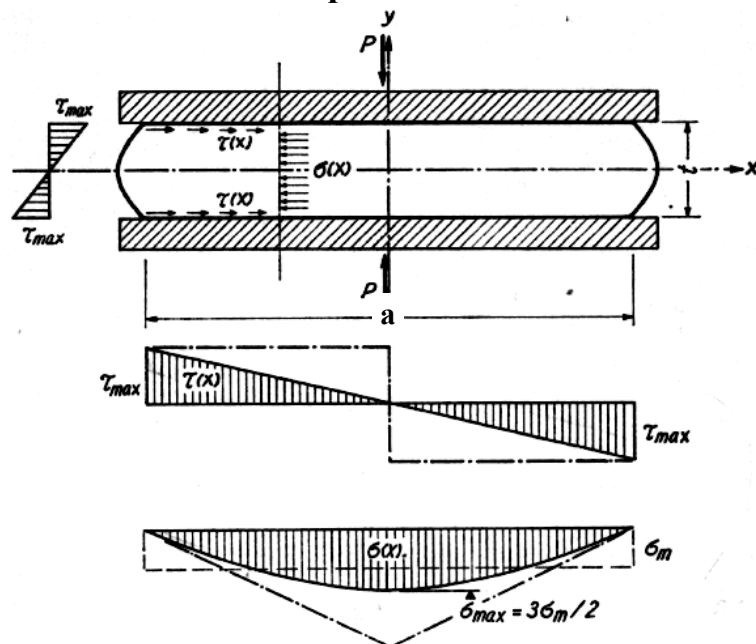


Figura : Ver E. Basler , E. Witta [2]

Foto: Cortesia Eng. Alexandre C. Cordeiro

Segundo Basler Witta

$$\tau_{\max} \text{ Basler Witta} = 3k \times \frac{P}{a \times b} = 3 \times \left(\frac{d}{b}\right) \times \left(\frac{t}{a}\right) \times \left(\frac{P}{b \times a}\right)$$

t = espessura de cada lamina de Neoprene

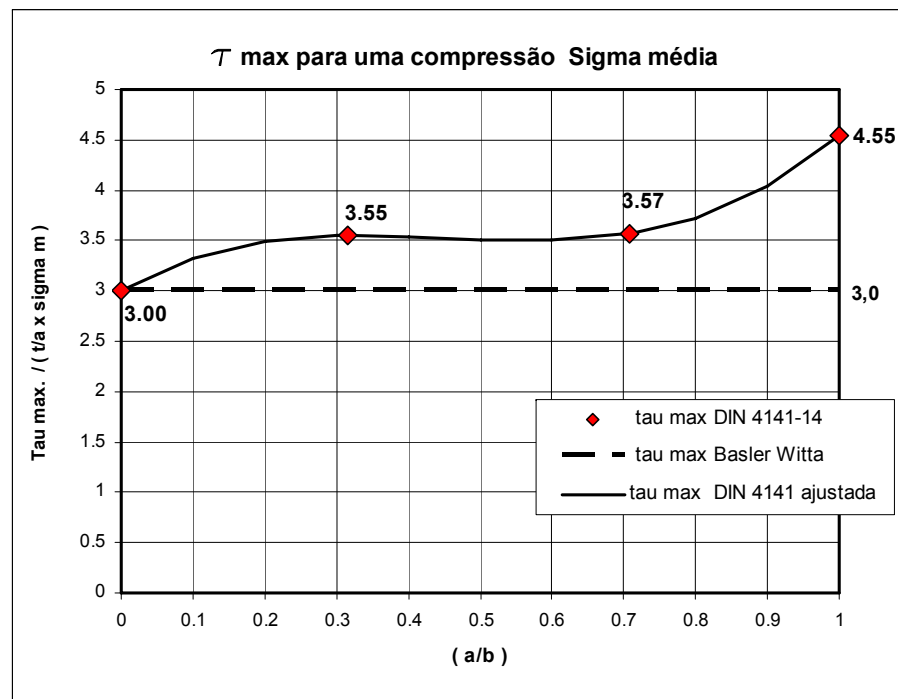
a = dimensão paralela ao eixo longitudinal da ponte

b = dimensão transversal ao eixo da ponte

$$d = \text{diagonal} = \sqrt{a^2 + b^2}$$



- Segundo a DIN 4141



Ajustando um polinômio aos 4 pontos definidos pela DIN 4141 obtemos:

$$\tau \max_{\text{DIN}} = \left(7.2058 \times \left(\frac{a}{b} \right)^3 - 9.7613 \times \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 4.1055 \times \left(\frac{a}{b} \right) + 3.00 \right) \times \left(\frac{t}{a} \right) \times \left(\frac{P}{b \times a} \right)$$

a = dimensão na direção longitudinal da ponte

b = dimensão transversal da ponte

t = espessura de uma camada de Neoprene

P = Força de compressão no aparelho de apoio



Exemplo 1 : Verificar as tensões no aparelho de apoio 250 x 400 x 4 camadas do Catálogo GUMA.

a	b	Carga admissível / σ admissível / σ mínimo V / $\sigma_{adm}/\sigma_{min}$	Módulo equi- valente na compressão Ei	Número de camadas n	Espessura da camada de Neoprene t	Deslocamen to horizontal Admissível δh	Altura total d	Espessura total de neoprene T	Rotação admissível		
									Arc.		
mm	mm	kN /MPa/MPa	N/mm2		mm	mm	mm	mm			
250	400	1250 /12,5/3,0	610	1	8	9,1	19	13	0,003	0001	0,003
				2	8	14,7	30	21	0,005	0,002	0,005
				3	8	20,3	41	29	0,008	0,004	0,008
	Verificar as tensões		→	4	8	25,9	52	37	0,010	0,005	0,010
				5	8	31,5	63	45	0,013	0,006	0,013

Dados de entrada :

a = 250mm = dimensão na direção longitudinal da ponte

b = 400mm = dimensão transversal da ponte

t = 8mm = espessura de uma camada de Neoprene

n = 4 = número de camadas de Neoprene

P = 125 ton = Força de compressão no aparelho de apoio

H = 8 ton = Força longitudinal de frenagem ou aceleração (calculada em uma ponte)

δh = 10mm = Deslocamento horizontal longitudinal, devido à retração hidráulica, deformação lenta e retração térmica.
(calculado em uma ponte)

α = 0,008 rad = rotação devido às cargas permanentes, à protensão, à fluência e à carga móvel



- **Devida a H ou δ :**

$$\begin{aligned}\tau_{\text{DIN}} = \tau_{\text{Basler}} &= \left(\frac{H}{a \times b} \right) + \left(\frac{\delta \text{ horizontal}}{n \times t} \right) \times G = \\ &= \frac{8000 \text{ kgf}}{25 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}} + \frac{1 \text{ cm}}{4 \times 0,8 \text{ cm}} \times 10 \left(\text{kgf} / \text{cm}^2 \right) = 8 + 3,12 = 11,12 \text{ kgf} / \text{cm}^2\end{aligned}$$

- **Devida à rotação:**

$$\tau_{\text{DIN}} = \left[-0,0872 \times \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 0,1551 \times \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 0,1048 \times \left(\frac{a}{b} \right) + 0,1666 \right] \times 3 \times G \times \left(\frac{a}{t} \right)^2 \times \left(\frac{\alpha \text{ total}}{n \text{ camadas}} \right)$$

Com $(a/b) = 25\text{cm} / 40\text{cm} = 0,625$

$$\begin{aligned}\tau_{\text{DIN}} &= [0,1404] \times 3 \times G \times \left(\frac{a}{t} \right)^2 \times \left(\frac{\alpha \text{ total}}{n \text{ camadas}} \right) = \\ &= 0,1404 \times 3 \times (10 \text{ kgf} / \text{cm}^2) \times \left(\frac{25 \text{ cm}}{0,8 \text{ cm}} \right)^2 \times \left(\frac{0,008 \text{ rad}}{4} \right) = 8,23 \text{ kgf} / \text{cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_{\text{Basler Witta}} &= \frac{1}{6} \times \left(\frac{1}{k} \right) \times \left(\frac{a}{t} \right) \times E \times \left(\frac{\alpha \text{ total}}{n} \right) = \text{onde } k = \frac{t}{a} \times \frac{d}{b} = \frac{t}{a} \times \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b} \\ &= \frac{1}{6} \times \left(\frac{25 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}}{0,8 \text{ cm} \times \sqrt{(25 \text{ cm})^2 + (40 \text{ cm})^2}} \right) \times \left(\frac{25 \text{ cm}}{0,8 \text{ cm}} \right) \times 30 (\text{kgf} / \text{cm}^2) \times \frac{0,008 \text{ rad}}{4 \text{ camadas}} = 8,28 \text{ kgf} / \text{cm}^2\end{aligned}$$



- **Devida à compressão:**

$$\tau_{\max} \text{ DIN} = \left(7.2058 \times \left(\frac{a}{b} \right)^3 - 9,7613 \times \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 4,1055 \times \left(\frac{a}{b} \right) + 3,00 \right) \times \left(\frac{t}{a} \right) \times \left(\frac{P}{b \times a} \right)$$

$$\tau_{\max} \text{ DIN} = \left(7.2058 \times \left(\frac{25\text{cm}}{40\text{cm}} \right)^3 - 9,7613 \times \left(\frac{25}{40} \right)^2 + 4,1055 \times \left(\frac{25}{40} \right) + 3,00 \right) \times \left(\frac{0,8\text{cm}}{25\text{cm}} \right) \times \left(\frac{125000\text{kgf}}{25\text{cm} \times 40\text{cm}} \right)$$

$$\tau_{\max} \text{ DIN} = (3,512) \times \left(\frac{t}{a} \right) \times \left(\frac{P}{b \times a} \right) = 3,512 \times \left(\frac{0,8\text{cm}}{25\text{cm}} \right) \times \left(\frac{125000\text{kgf}}{25\text{cm} \times 40\text{cm}} \right) = 14,05 \left(\text{kgf/cm}^2 \right)$$

$$\tau_{\max} \text{ Basler Witta} = 3k \times \frac{P}{a \times b} = 3 \times \left(\frac{t}{a} \right) \times \left(\frac{d}{b} \right) \times \left(\frac{P}{b \times a} \right) =$$

$$3 \times \left(\frac{0,8\text{cm}}{25\text{cm}} \right) \times \left(\frac{\sqrt{(25\text{cm})^2 + (40\text{cm})^2}}{40\text{cm}} \right) \times \left(\frac{125000\text{kgf}}{25\text{cm} \times 40\text{cm}} \right) = 14,15\text{kgf/cm}^2$$

Critério da tensão limite no Neoprene do aparelho de apoio :

DIN 4141 – 14

$$\tau_{\text{limite}} = \tau_H + \tau_\alpha + \tau_P < 50 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\tau_{\text{limite}} = 11,12 + 8,23 + 14,05 = 33,4\text{kgf/cm}^2 < 50\text{kgf/cm}^2 \quad \text{OK}$$



Basler & Witta , considerando a redistribuição de tensões dentro da placa de Neoprene

$$\tau_{\text{limite}} = \tau_H + \left(\frac{1}{2}\right) \times \tau_\alpha + \left(\frac{2}{3}\right) \times \tau_P =$$

$$\tau_{\text{limite}} = 11,12 + \left(\frac{1}{2}\right) \times 8,28 + \left(\frac{2}{3}\right) \times 14,15$$

$$\tau_{\text{limite}} = 11,12 + 4,14 + 9,43 = 24,7 \text{ kgf/cm}^2 > 20 \text{ kgf/cm}^2 \quad \mathbf{N\tilde{A}O \text{ OK}}$$



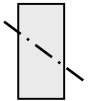
As tensões calculadas pela DIN 4141 e por Basler Witta são praticamente iguais. Os dois cálculos se baseiam na teoria desenvolvida por **Topaloff B. [1]** . Os resultados finais devem ser semelhantes.

O critério das tensões limites são diferentes.

- O critério de Basler & Witta considera uma redistribuição de tensões dentro da placa de Neoprene.
- O critério da DIN4141 faz considerações no regime elástico.
- O critério de Basler & Witta é mais rigoroso e exige dimensões maiores para as placas de Neoprene. É o critério que eu tenho usado no Brasil, onde os Neoprenes não são tão eficientes quanto os europeus. Temos observado bons resultados nas obras.



• **Exemplo 2:**

a	b	Carga admissível / tensão admissível V / $\sigma_{adm}/\sigma_{min}$	Módulo equival ente Ei	Número de camadas n	Espessura da camada de Neoprene t	Deslocame nto horizontal Admissível δ_h	Altura total d	Espessura total de neoprene T	Rotação admissível Arc.		
mm	mm	kN / MPa/MPa	N/mm ²		mm	mm	mm	mm			
400	500	3000/15/5,0	670	2	11	18,9	39	27	0,004	0,003	0,005
		Verificar	→	3	11	26,6	54	38	0,006	0,005	0,008
				4	11	34,3	69	49	0,008	0,006	0,010

• **Devida a H ou δ :**

$$\tau_{DIN} = \tau_{BaslerWitta} = \frac{\delta_{horizontal}}{n \times t} \times G = \frac{26,6mm}{3 \times 11mm} \times 10(kgf/cm^2) = 8,06 \left(\frac{kgf}{cm^2} \right)$$

• **Devida à rotação:**

$$\tau_{DIN} = \left[-0,0872 \times \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 0,1551 \times \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 0,1048 \times \left(\frac{a}{b} \right) + 0,1666 \right] \times 3 \times G \times \left(\frac{a}{t} \right)^2 \times \left(\frac{\alpha_{total}}{n_{camadas}} \right)$$



$$\tau_{\text{DIN}} = \left[-0,0872 \times (0,8)^3 + 0,1551 \times (0,8)^2 - 0,1048 \times (0,8) + 0,1666 \right] \times 3 \times 10 \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right) \times \left(\frac{400\text{mm}}{11\text{mm}} \right)^2 \times \left(\frac{0,006}{3} \right)$$
$$= 10,9 \text{kgf/cm}^2$$

$$\tau_{\text{Basler Witta}} = \frac{1}{6} \times \left(\frac{1}{k} \right) \times \left(\frac{a}{t} \right) \times E \times \left(\frac{\alpha_{\text{total}}}{n \text{ camadas}} \right) =$$
$$= \frac{1}{6} \times \left(\frac{40\text{cm} \times 50\text{cm}}{1,1\text{cm} \times \sqrt{(40\text{cm})^2 + (50\text{cm})^2}} \right) \times \left(\frac{400\text{mm}}{11\text{mm}} \right) \times 30 \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right) \times \left(\frac{0,006}{3 \text{ camadas}} \right) (\text{rad}) =$$
$$= 10,3 \text{kgf/cm}^2$$

• **Devida à compressão:**

$$\tau_{\text{max DIN}} = \left(7,2058 \times \left(\frac{a}{b} \right)^3 - 9,7613 \times \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 4,1055 \times \left(\frac{a}{b} \right) + 3,00 \right) \times \left(\frac{t}{a} \right) \times \left(\frac{P}{b \times a} \right)$$

$$\tau_{\text{max DIN}} = \left(7,2058 \times (0,8)^3 - 9,7613 \times (0,8)^2 + 4,1055 \times (0,8) + 3,00 \right) \times \left(\frac{11\text{mm}}{400\text{mm}} \right) \times \left(\frac{300000\text{kgf}}{50\text{cm} \times 40\text{cm}} \right)$$
$$= 15,4 \text{kgf/cm}^2$$



$$\tau_{\max} \text{ Basler Witta} = 3k \times \frac{P}{a \times b} = 3 \times \left(\frac{t}{a}\right) \times \left(\frac{d}{b}\right) \times \left(\frac{P}{b \times a}\right) =$$

$$3 \times \left(\frac{1,1\text{cm}}{25\text{cm}}\right) \times \left(\frac{\sqrt{(25\text{cm})^2 + (40\text{cm})^2}}{40\text{cm}}\right) \times \left(\frac{100000\text{kgf}}{25\text{cm} \times 40\text{cm}}\right) = 15,56\text{kgf/cm}^2$$

Critério da tensão limite no Neoprene do aparelho de apoio .

- **DIN 4141 – 14**

$$\tau_{\text{limite}} = \tau_{\delta} + \tau_{\alpha} + \tau_{P} < 50 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\tau_{\text{limite}} = 8,06 + 10,9 + 15,4 = 34,36 \text{ kgf/cm}^2 < 50\text{kgf/cm}^2 \quad \mathbf{OK}$$

- **Basler Witta**

$$\tau_{\text{limite}} = \tau_H + \frac{1}{2} \times \tau_{\alpha} + \frac{2}{3} \times \tau_P = 10,5 + \frac{1}{2} \times 10,6 + \frac{2}{3} \times 14,15 =$$

$$\tau_{\text{limite}} = 8,06 + 5,15 + 10,37 = 23,6 \text{ kgf/cm}^2 > 20 \text{ kgf/cm}^2 \quad \mathbf{NÃO OK}$$



Ei = módulo de elasticidade equivalente (ideal) ao neoprene fretado

• **Para Compressão :**

Basler Witta : $E_{\text{ideal}} = \frac{E}{3k^2}$ com $k = \frac{t}{b} \times \frac{d}{a}$

Para um aparelho de apoio com:

$b = 40\text{cm}$; $a = 50\text{cm}$, $t = 1,1\text{cm}$

$$k = \frac{t}{b} \times \frac{d}{a} = \frac{1,1\text{cm}}{40\text{cm}} \times \frac{\sqrt{(40\text{cm})^2 + (50\text{cm})^2}}{50\text{cm}} = \frac{1,1\text{cm}}{40\text{cm}} \times \frac{64,03\text{cm}}{50\text{cm}} = 0,035$$

$$E_{\text{ideal}} = \frac{E}{3k^2} = \frac{30 \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right)}{3 \times (0,0352)^2} = 8070 \text{kgf/cm}^2 \gg \gg E_{\text{Neoprene isolado}} = 30 \text{kgf/cm}^2$$

O Neoprene fretado é muito mais rígido que o material Neoprene isolado.

DIN 4141-14 $E_{\text{i compressão}} = [0,3299 - 0,194 \times (a/b)] \times 3 \times G \times \left(\frac{a}{t} \right)^2$

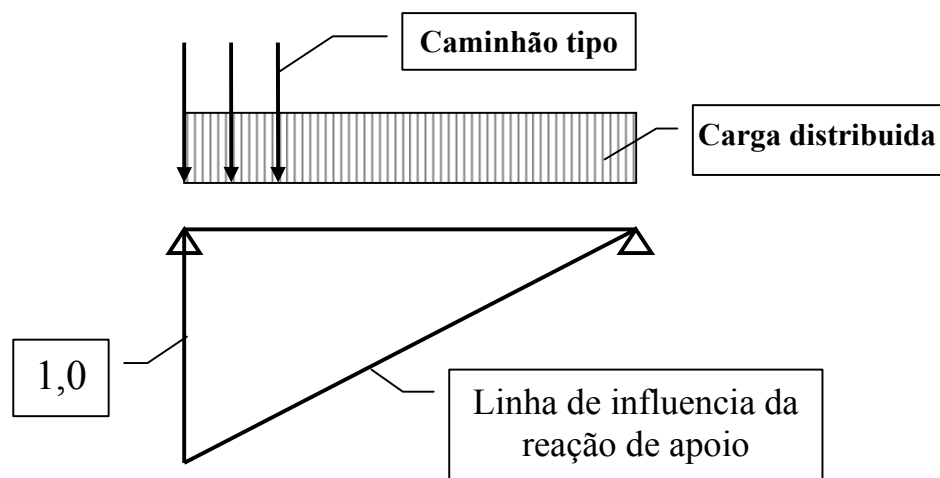
$$E_{\text{i compressão}} = \left[0,3299 - 0,194 \times \left(\frac{40}{50} \right) \right] \times 3 \times 10 \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right) \times \left(\frac{40\text{cm}}{1,1\text{cm}} \right)^2 = 6930 \left(\text{kgf/cm}^2 \right)$$

Tabela da firma GUBA : $E_{\text{i}} = 6700 \text{kgf/cm}^2$



Lembretes :

Cálculo da reação de apoio máxima :

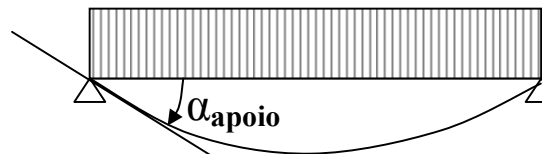


Posição do trem tipo para reação máxima



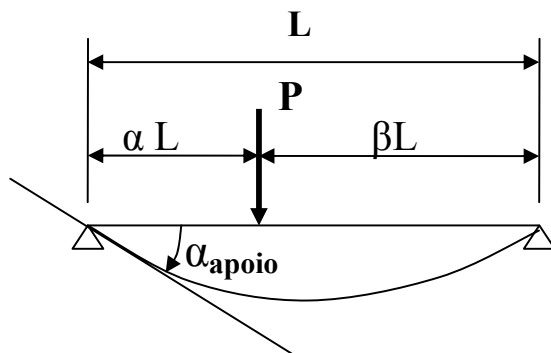
Cálculo da rotação máxima no apoio.

Carga distribuída uniformemente:

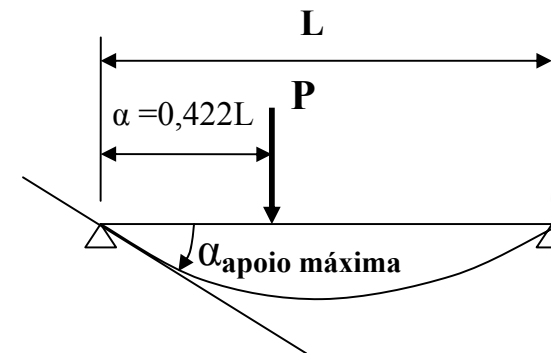


$$\alpha_{\text{apoio}} = \frac{q \times L^3}{24 \times E \times I}$$

Carga concentrada :



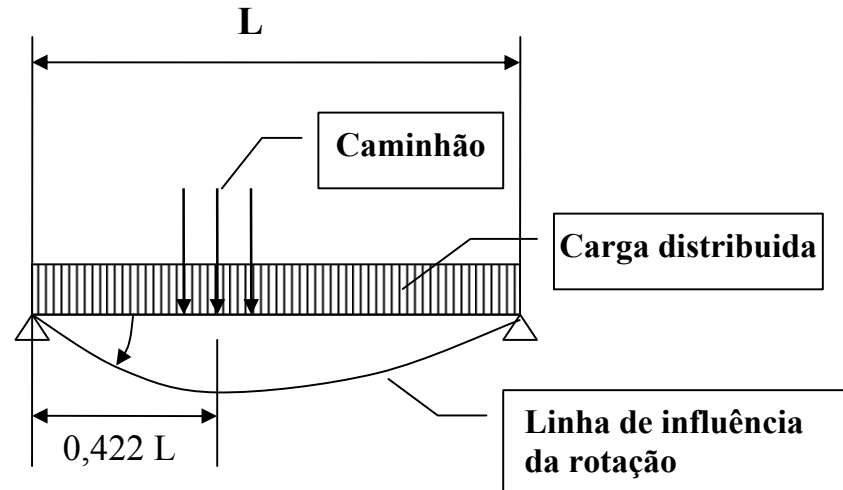
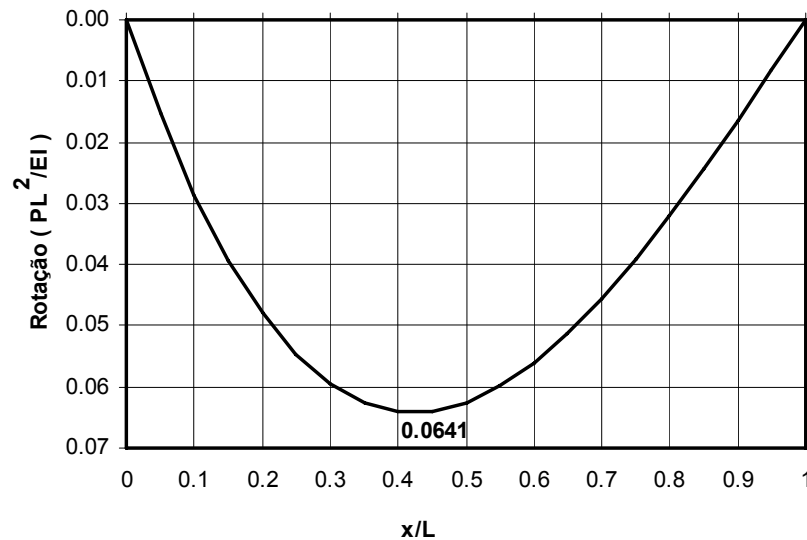
$$\alpha_{\text{apoio}} = \frac{PL^2}{6EI} \times (2\alpha - 3\alpha^2 + \alpha^3)$$



O máximo de rotação ocorre para $\alpha = 0,422L$



Rotação no apoio- Linha de influência



Posição do trem tipo para rotação máxima

Comentário: A posição da carga móvel que causa a reação de apoio máxima não é a mesma que gera a rotação máxima no apoio.

Devem ser feitas, portanto, duas verificações :

1. Reação máxima e rotação de apoio correspondente + deslocamento horizontal máximo
2. Rotação de apoio máxima e reação correspondente + deslocamento horizontal máximo



Estimativa do Deslocamento Horizontal devido à Retração, à Fluência, e à Variação de Temperatura.

Considerando uma viga pré-moldada de concreto protendido, colocada sobre os pilares já com a protensão total aplicada:

Retração: $\epsilon = 15 \times 10^{-5}$

Retração térmica : $\epsilon = \Delta T \times \alpha = (15^{\circ}\text{C}) \times \left(\frac{10^{-5}}{^{\circ}\text{C}} \right) = 15 \times 10^{-5}$

Deformação lenta (fluência) : $\epsilon_{\infty} = \epsilon_0 \times \varphi = \frac{\sigma_{\text{médio}}}{E_{c28}} \times \varphi = \frac{50 \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right)}{250000 \left(\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right)} \times 2,0 = 40 \times 10^{-5}$

Total : $\epsilon_{\text{total}} = 70 \times 10^{-5}$;

Exemplo : Para uma viga com vão L : $\delta h = \epsilon_{\text{total}} \times \frac{L}{2}$;

Se L=40m , $\delta h = 70 \times 10^{-5} \times \frac{40000\text{mm}}{2} = 14\text{mm}$



Referências:

1. **Topaloff, B.** Gummilager für Brücken. Der Bauingenieur 39 (1964), H2, S. 50/64
2. **Basler E. & Witta E.** : Verbindung in der Vorfabrikation – Technische Forschungs-und Beratungsstelle der Schweizerische Zementindustrie - Beton Verlag –GmbH, Düsseldorf - 1967
3. **ABNT – NBR 9783** – Aparelhos de apoio de elastomero fretado – Rio de Janeiro 1987
4. **ABNT – NBR 7318** – Elastomero vulcanizado para uso em veículos automotores – Determinação da dureza – Rio de Janeiro 1982
5. American Society for Testing and Materials – ASTM D 2240 – Standard Test Method for Rubber Property – Durometer Hardness 2005
6. Deutches Institut für Normung DIN 53505 – Shore A and Shore D hardness testing of rubber - 2000
7. **ABNT – NBR 9783** – Aparelhos de apoio de elastomero fretado – Rio de Janeiro 1987
8. **Leonhardt F.** : Vorlesungen über Massivbau 3 Teil, Springer Verlag , 1974
9. **K. Rahlwes & R. Maurer** : Lagerung und Lager von Bauwerken – Beton Kalender 1995- Teil II , S. 631 /737
10. **GUMBA** – Lager im Bauwesen nach DIN 4141 und nach Zulassung – Beton Kalender 2005
11. **SPEBA** – Gleit- und Baulager – Technische Bemessungstabellen - Beton Kalender 2003
12. **SBT – Brückentechnik GmbH** – Bewehrte Elastomlager , DIN 4141 , Teil 14 , Beton Kalender 2004



13. DIN 4141 – Lager im Bauwesen , Beuth – Verlag , Berlin
14. DIN 1072 – Strassen – und Wegbrücken - Beuth – Verlag , Berlin
15. Areias Neto A.C. – Projeto e Cálculo de Pontes em Concreto Armado – Vol. III – Instituto Militar de Engenharia. 1981
16. Eloísa Biasotto Mano , Luis Cláudio Mendes – Identificação de Plásticos , Borrachas e Fibras – Editora Edgard Blucher Ltda – 2000
17. Eloísa Biasotto Mano– Polímeros como Materiais de Engenharia - Editora Edgard Blucher Ltda – 2000
18. Donald R. Askeland – The Science and Engineering of Materials – PWS Publishing Company – 1994
19. DER /SP – Aparelhos de apoio de borracha fretada - Especificação técnica -2006
20. Callister William D. Jr. , Materials Science and Engineering – Introduction – 4th edition – Wiley -1997
21. Thomaz Eduardo – Ensaios de aparelhos de apoio de Neoprene – UERJ – 1985.