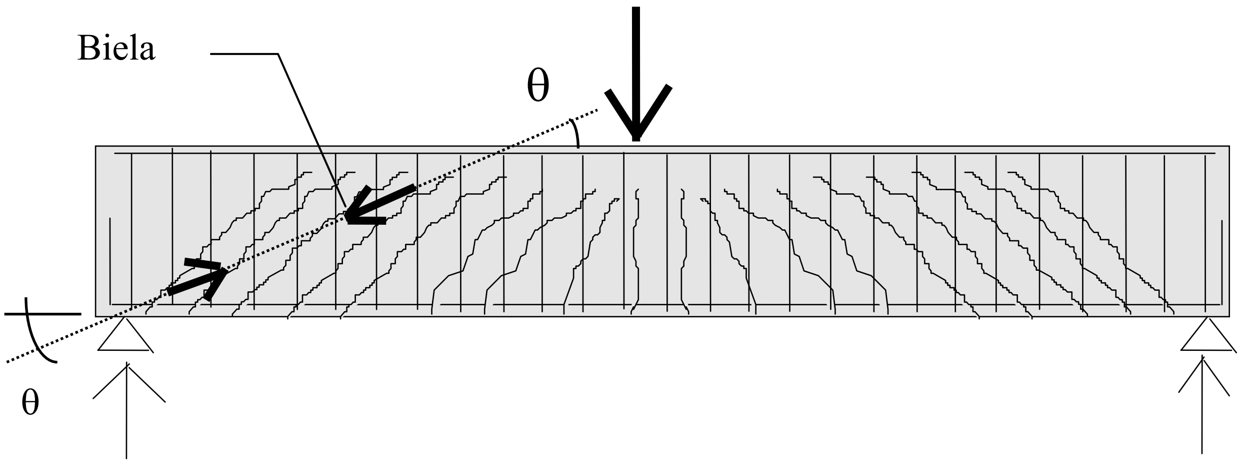
Resistência a força cortante

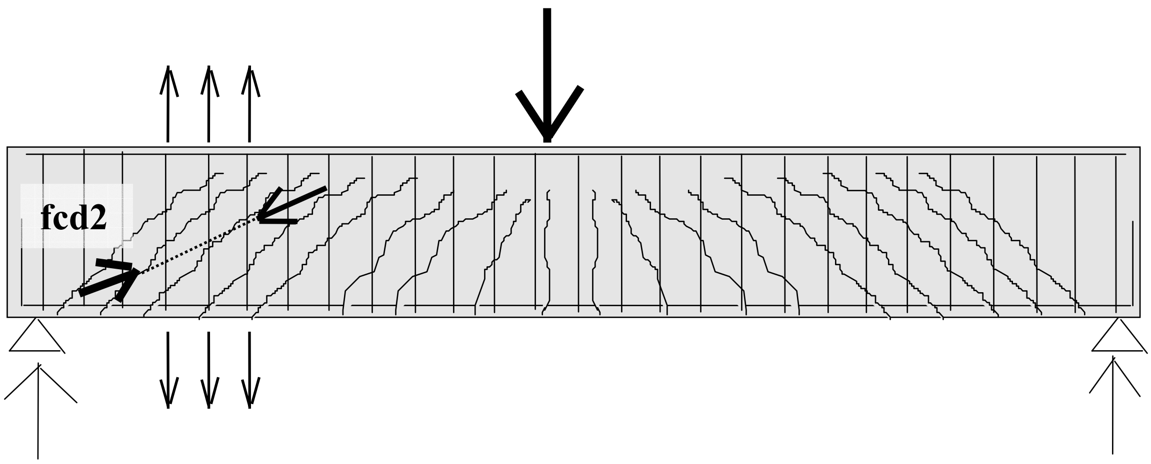
CEB-FIP Código Modelo 1990

O ângulo da biela pode variar de $\theta = 45^o$ a $\theta = 18^o$



O ângulo da biela equivalente não coincide com o ângulo da fissura

Devido à existência da tração dos estribos, a resistência a compressão do concreto da biela inclinada diminui.

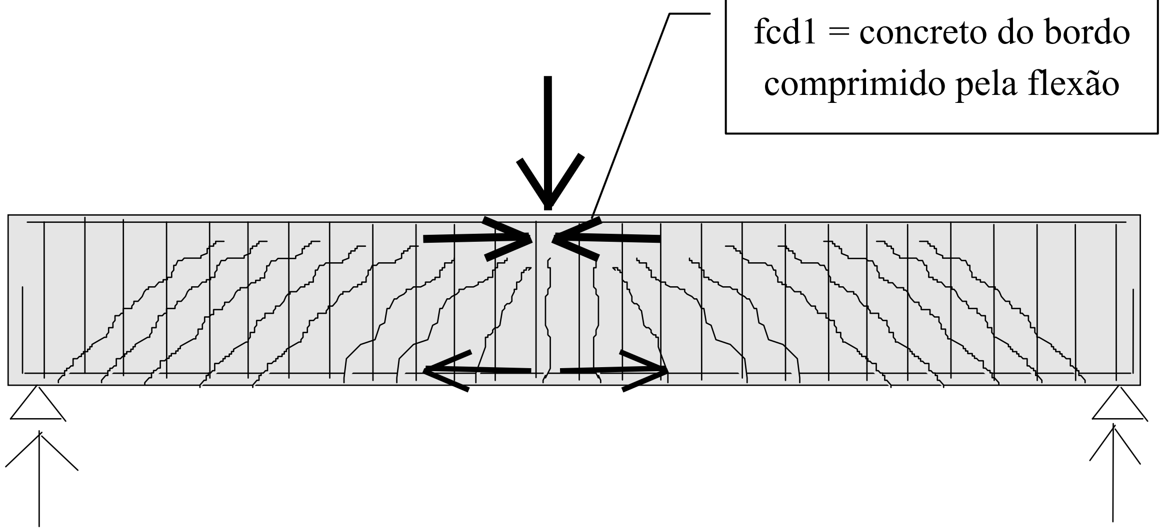


$$fcd2 = 0.60 \times [\,1 - fck/250\,] \times fcd$$

Exemplo: fck = 25 MPa > fcd1 = 0.60 x 0.90 fcd = 0.54 fcd

Na zona comprimida pela flexão existe uma menor redução da resistência à compressão .

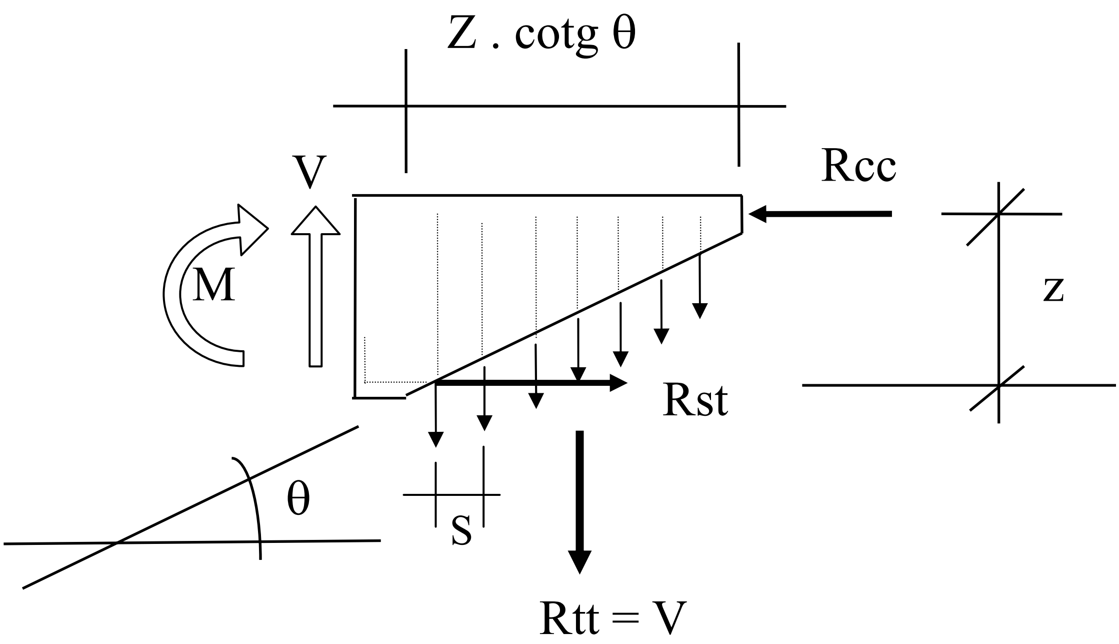
Segundo o CEB-FIP Código Modelo 1990



$fcd1 = 0.85 \times [\ 1 - fck/250\ ] \times fcd$

Exemplo : fck =25 MPa > fcd1 = 0.85 x 0.90 fcd= 0.765 fcd

Estribos



Sendo Asw a área da seção transversal de cada estribo e S o espaçamento entre eles temos :

$Att = (\ z \cdot \text{cotg}\ \theta\ /\ S\ )\ Asw$

A tensão nos estribos será : σ tt = Rtt / Att = V . S / Asw . z.cotgθ

$$\sigma \text{ estribo} = V \frac{s}{Asw.\cot\theta sw} \cdot \frac{b}{b} = \frac{\frac{V}{b.z}}{\frac{Asw}{b.S}.\cot\theta} = \frac{\tau}{\rho w.\cot\theta}$$

$$\sigma \; estribo = \frac{\tau}{\rho w.\cot\theta}$$

Em conseqüência a quantidade de estribos vale: $\rho w = \dfrac{\tau wd}{fyd.\cot\theta}$

Exemplo: Usando θ = 45 ° … cotgθ = 1.0

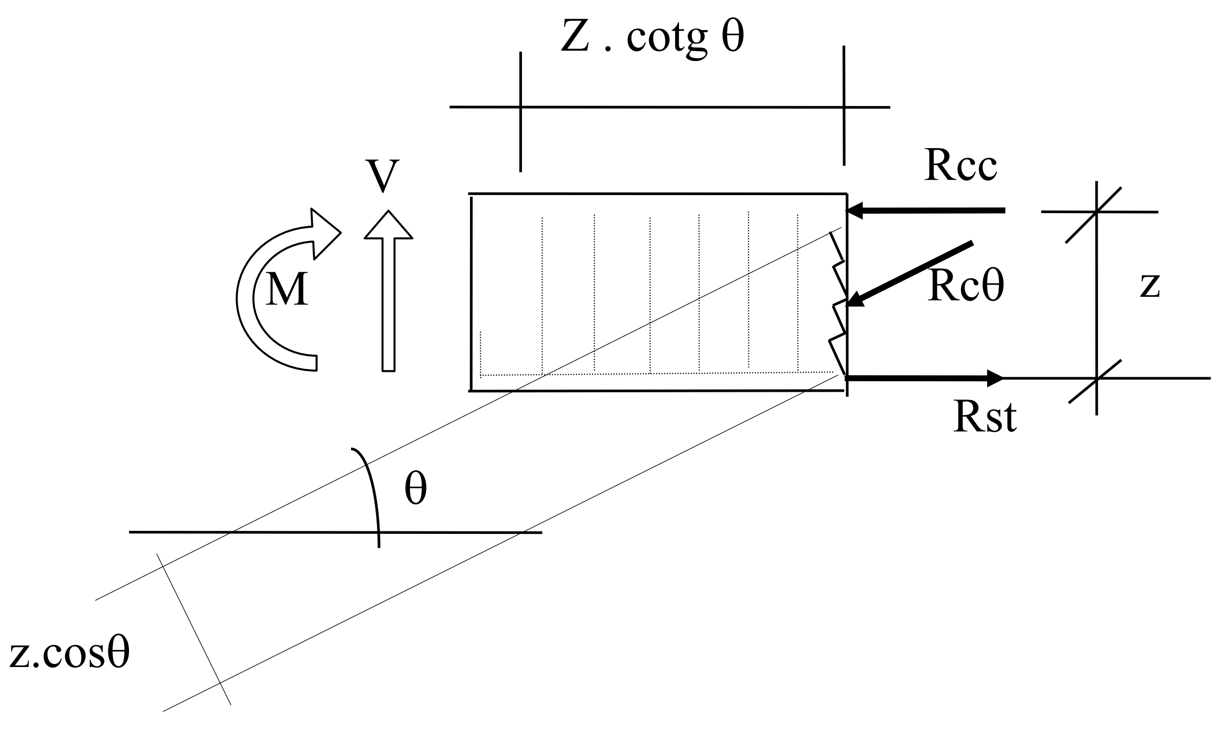
θ = 30 ° … cotgθ = 1.73

θ = 18 ° … cotgθ = 3.0

Com θ = 18 ° preciso de 1/3 dos estribos que preciso para θ = 45°

Geralmente se usa θ ≥ 30 °

Tensões nas bielas comprimidas diagonais:



A resultante das tensões de compressão na biela vale :
$R_{c\theta} = \sigma_{c\theta} \cdot b \cdot (z \cdot \cos\theta)$; onde b = largura da viga
A componente vertical de $R_{c\theta}$ será igual à força cortante .
$R_{c\theta} \cdot \text{sen}\,\theta = \sigma_{c\theta} \cdot b \cdot (z \cdot \cos\theta) \cdot \text{sen}\,\theta = V$
$\sigma_{c\theta} = (V / b.z) \cdot (1 / \text{sen}\,\theta \cdot \cos\theta) = 2\,\tau / \text{sen}\,2\theta$

Logo, a tensão nas bielas comprimidas diagonais vale : $\sigma c\theta = \dfrac{2.\tau}{sen2\theta}$

Exemplo: usando $\theta = 45^{o}$ … sen 2θ = 1.0 logo :

$\sigma_{c\theta} = 2.00\,\tau \leq 0.60\,[1 - f_{ck}/250]\,f_{cd}$ com fck em MPa	
Exemplo : fck = 25MPa	$\tau_{wd} <$ 0.27 fcd
fck = 35MPa	$\tau_{wd} <$ 0.26 fcd

$\theta = 30^{o}$ … sen 2θ = 0.866 logo $\sigma_{c\theta} = 2.30\,\tau$

$\sigma_{c\theta} = 2.30\,\tau \leq 0.60\,[1 - f_{ck}/250]\,f_{cd}$ com fck em MPa	
Exemplo : fck = 25MPa	$\tau_{wd} <$ 0.235 fcd
fck = 35MPa	$\tau_{wd} <$ 0.224 fcd

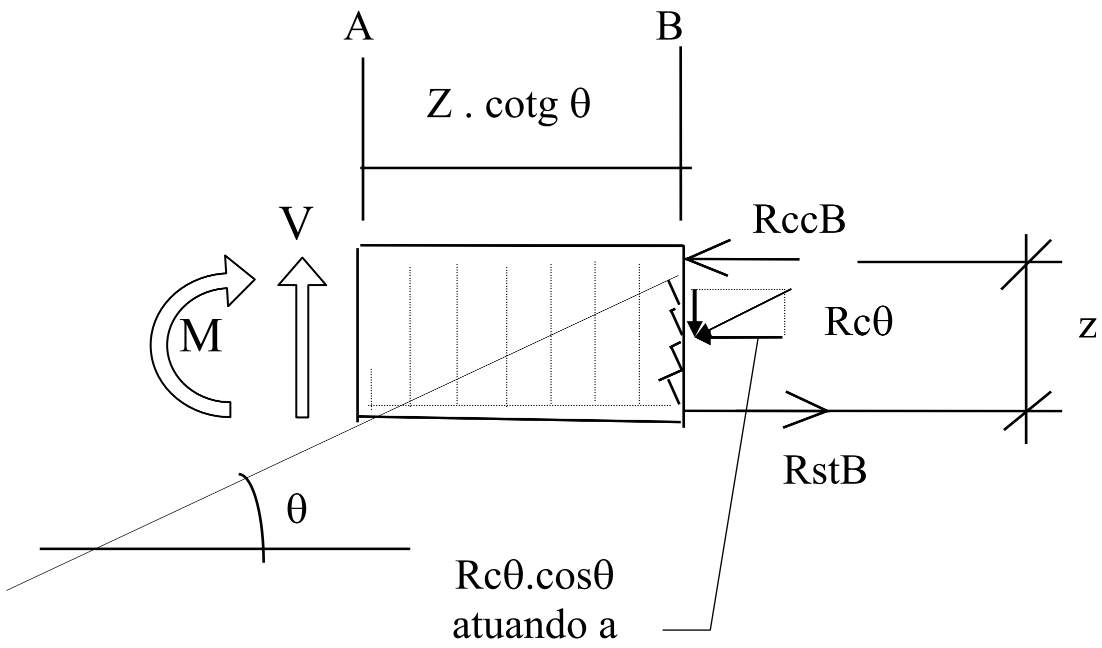
$\theta = 18^{o}$ … sen 2θ = 0.588 logo $\sigma_{c\theta} = 3.40\,\tau$

$\sigma_{c\theta} = 3.40\,\tau \leq 0.60\,[1 - f_{ck}/250]\,f_{cd}$ com fck em MPa	
Exemplo : fck = 25MPa	$\tau_{wd} <$ 0.16 fcd
fck = 35MPa	$\tau_{wd} <$ 0.15 fcd

Com $\theta = 18^{o}$ teremos uma tensão na biela :

$$\sigma_c(\theta=18^{o}) = 1.70\,\sigma_c(\theta=45^{o})$$

Força longitudinal de tração (decalagem)



$M + V. z .\text{cotg}\theta + Rc\theta. \cos\theta. (z/2) - Rst_{B} . z = 0$

Como $Rc\theta. \text{sen}\theta = V$; $Rc\theta = V / \text{sen}\theta$

$(M + V. z .\text{cotg}\theta) + [(V / \text{sen}\theta) . \cos\theta]. (z/2) = Rst_B . z$

$M_{,B} + [V .(z/2) . \text{cotg}\ \theta] = Rst_B . z$

$$Rst,B = \frac{1}{z}\left[M,B + V,B.\frac{z}{2}.\cot\theta\right]$$

Em resumo : A decalagem será a metade da projeção horizontal da biela.

$$al = \frac{z}{2}.\mathbf{cot}\,\theta$$

Para θ = 90° $\quad al = 0$

Isto ocorre no ponto de momento máximo onde a fissura é perpendicular ao eixo da viga.

Para θ = 45° $\quad al = 0{,}500.z$

Para θ = 30° $\quad al = 0{,}866.z$

Para θ = 18° $\quad al = 1{,}538.z$

Em geral , com estribos a 90°, a força de tração na armadura de flexão será :

$$Rst = \frac{M}{z} + \frac{V}{2}.\mathbf{cot}\,\theta$$

Para θ = 90° $\quad Rst = \frac{M}{z}$

Para θ = 45° $\quad Rst = \frac{M}{z} + 0{,}500.V$

Para θ = 30° $\quad Rst = \frac{M}{z} + 0{,}866.V$

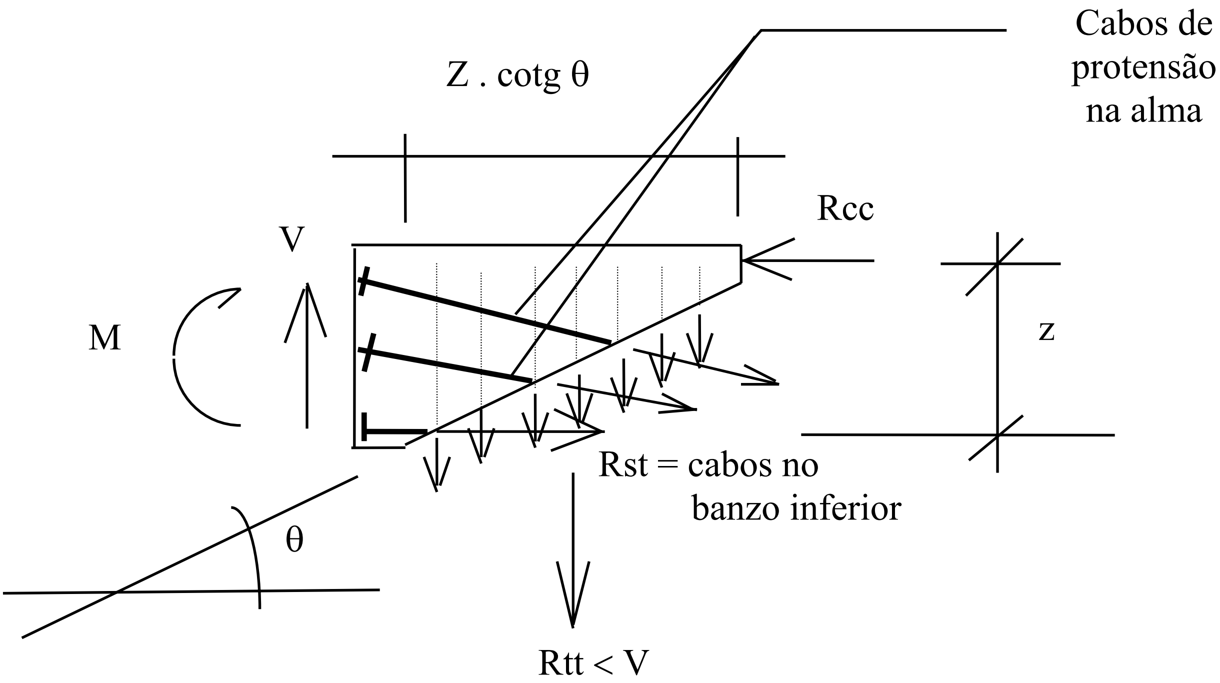
Para θ = 18° $\quad Rst = \frac{M}{z} + 1{,}538.V$

Cabos de protensão

Caso existam cabos de protensão a meia altura na alma da viga é necessário introduzir as forças de protensão nas equações de equilíbrio .

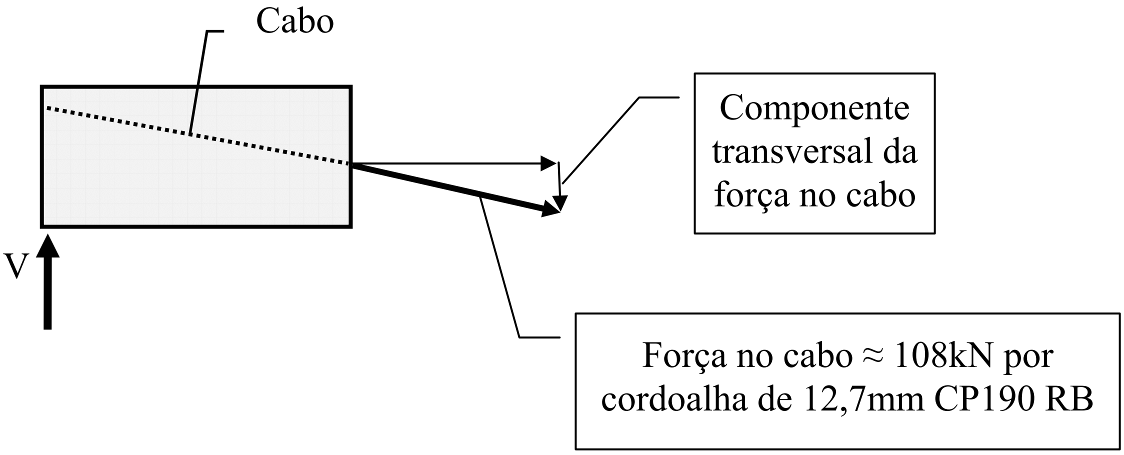
Isso acarreta formulações mais elaboradas .

Programas de computador são usados para resolver essas equações.



É um hábito calcular apenas o efeito da <u>componente transversal</u> da força do cabo , descontando essa componente da força cortante atuante .

É preciso no entanto considerar também o efeito das forças do cabo na equação de equilíbrio de momentos e na equação de equilíbrio longitudinal.

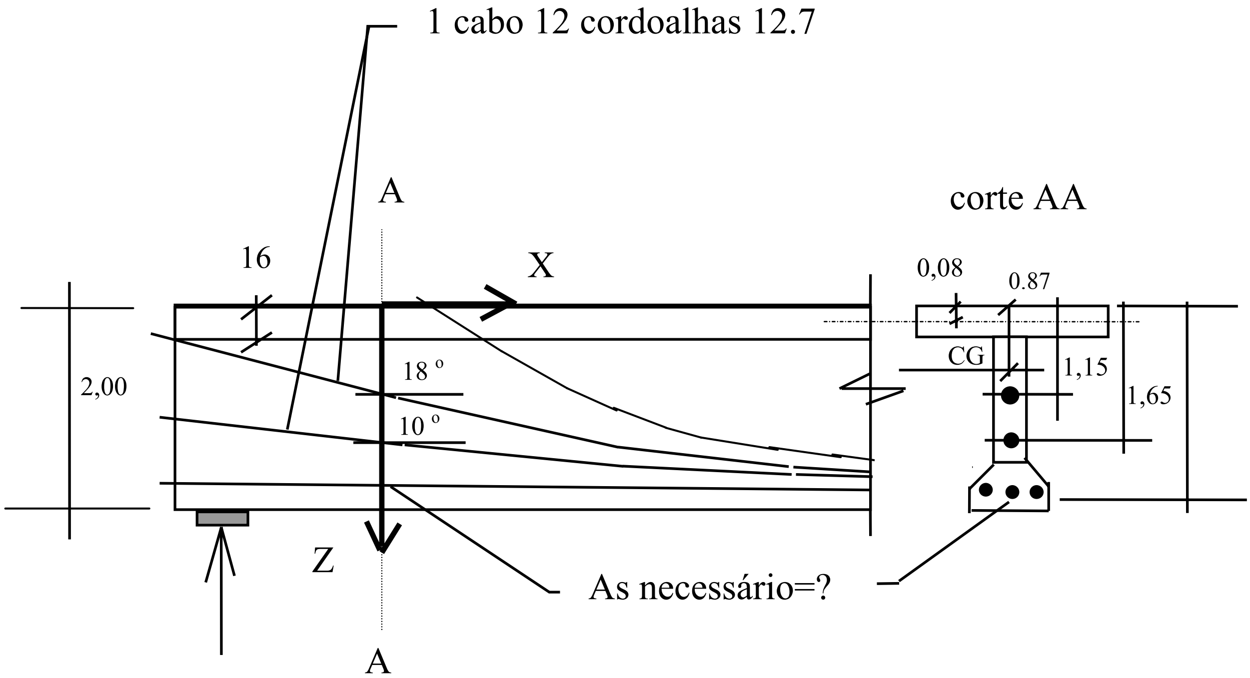


Exemplo : Viga protendida

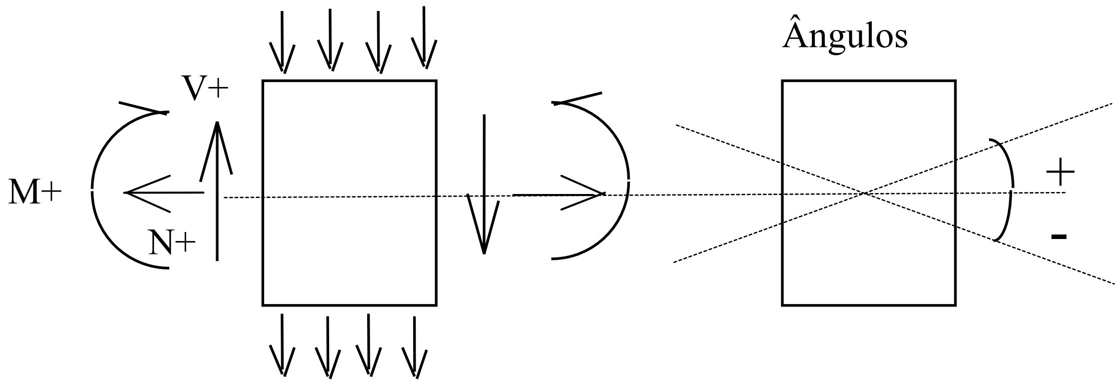
Uso do programa Sheardes :

Dados :

Vd = 1,35 Vg + 1,50 Vp = 1400 kN
Md = 1,35 Mg + 1,50 Mp = 5000 kN.m
fck = 30 MPa
Estribo = CA50 , fyk = 500 MPa
Cabos = 12 cordoalhas 12,7mm , CP 190 RB fyk =1700 MPa



Convenção de sinais



Program Sheardes for shear design of beams according to the CEB-90 MC
This program determines the compression force, the tensile force, the concrete web thickness and the amount of steel stirrups for flanged beams subjected to Axial force, Bending moment and Shear force.

This program was prepared by B. Ernani Diaz of the
Engineering School of the Federal University of Rio de Janeiro.

Cálculos iniciais:

fcd = 30000/1.50 = 20000 kN/m2

fcd1/fcd = 0.85 [1- 30/250] = 0.748

fyd = 1700000 / 1.15 = 1478260 kN/m2 CP 190RB

fcwd = fcd = 20000 kN/m2

fcd2=0.60 [1 - 30 / 250] = 0.528

fywd = 500000 / 1.15 = 434782 kN/m2

INPUT (arquivo cortante.dat)

```
Project Designation
IME  2007   fck=30MPa   CP-190RB
Design stresses of the beam elements(item 6.2.2.2)
Flange_Concr,  fcd1/fcd,   Flange_Steel,  Web_Concr,  fcd2/fcwd,  Stirr_Steel
   fcd          fcd1/fcd      fyd            fcwd       fcd2/fcwd     fywd
  20000.0     0.7480    1478260.0      20000.0     0.5280    434782.0
Designation of the section
Secao AA
Z coordinates for the location of the flanges and beam axis
Upper_Fl.   Lower_Fl.   Beam_Axis
  0.080       1.900       0.870
Angles [degrees] of the Upper Flange and Lower Flange
Upper_Flange      Lower_Flange
    0.00              0.00
Angles in degrees of the concrete struts and stirrups in the web
Concrete_Struts   Steel_Stirrups
    45.00            90.00
Number of Prestressing Cables in the Web
2
Cable Design Force(items 1.4.3.2,1.6.2.4), Z-coordinate and Angle
Cable_Force(positive value)    Z_Coord.     Angle[degree]
          1296.00               1.15          -18.00
          1296.00               1.65          -10.00
Number of loadings
 1
Loading Designation
carga total
Design Internal Forces (multiplied by safety factors)
Axial_Force  Shear_Force  Bend_Moment   Addit_Upper_Force   Addit_Lower_Force
   Nd            Vd            Md        design value         design value
 0.00         1400.00      5000.00       0.00                 0.00
Design Distributed Forces (multiplied by safety factors)
Up_Dist_Force      Lo_Dist_Force
0.00               0.00
```

OUTPUT (arquivo cortante .out)

carga total - BIELA a 45 graus
Computed Forces and Design
Upper flange

Force	Necess. Area	Material	
-3043.26	0.203427	concrete	Comentário : 0.20m2 = 0.16 m x 1.25m

Lower flange

Force	Necess._Area	Material	
1308.85	0.000885	steel	Comentário : 1 cabo 12 cordoalhas = = 12 cm^2 > 8.85 cm^2

Distributed forces in the web [force/length] and Design

Z_Coord	Strut_Forc	Stirr_Forc	Long_Forc	Shear_Forc	Web_Thickn	Steel_As/s
0.080	-851.06	425.53	-425.53	425.53	0.08	0.000979
0.990	-851.06	425.53	-425.53	425.53	0.08	0.000979
1.900	-851.06	425.53	-425.53	425.53	0.08	0.000979

Comentário : Espessura da alma = 8cm + ϕ bainha = 8 + 7 =15cm
Armadura estribo = 9.79 cm^2 / m
ϕ 10mm cada 15cm = 10.67 cm^2 / m

INPUT arquivo cortan18.dat

```
IME 2007  fck=30MPa  CP-190RB
20000 0.748 1478260 20000  0.528 434782
Secao AA
0.08  1.90 0.87
0 0
18  90
2
1296  1.15 -18
1296  1.65 -10
1
carga total
0 1400  5000  0 0
0 0
```

Project Designation

IME 2007 fck=30MPa CP-190RB

Design stresses of the beam elements(item 6.2.2.2)

Flange_Concr,	fcd1/fcd,	Flange_Steel,	Web_Concr,	fcd2/fcwd,	Stirr_Steel
fcd	fcd1/fcd	fyd	fcwd	fcd2/fcwd	fywd
20000.0	0.7480	1478260.0	20000.0	0.5280	434782.0

Designation of the section

Secao AA

Z coordinates for the location of the flanges and beam axis

Upper_Fl.	Lower_Fl.	Beam_Axis
0.080	1.900	0.870

Angles [degrees] of the Upper Flange and Lower Flange

Upper_Flange	Lower_Flange
0.00	0.00

Angles in degrees of the concrete struts and stirrups in the web

Concrete_Struts	Steel_Stirrups
18.00	90.00

Number of Prestressing Cables in the Web

2

Cable Design Force(items 1.4.3.2,1.6.2.4), Z-coordinate and Angle

Cable_Force(positive value)	Z_Coord.	Angle[degree]
1296.00	1.15	-18.00
1296.00	1.65	-10.00

Number of loadings

1

Loading Designation

carga total

Design Internal Forces (multiplied by safety factors)

Axial_Force	Shear_Force	Bend_Moment	Addit_Upper_Force	Addit_Lower_Force
Nd	Vd	Md	design value	design value
0.00	1400.00	5000.00	0.00	0.00

Design Distributed Forces (multiplied by safety factors)

Up_Dist_Force	Lo_Dist_Force
0.00	0.00

carga total - BIELA a 18 graus

Computed Forces and Design

Upper flange Force	Necess. Area	Material
-2238.72	0.149647	concrete

Comentário : 0.15m2 = 0.16 m x 0.95m

Lower flange Force	Necess._Area	Material
1308.85	0.001430	steel

Comentário : 1 cabo 16 cordoalhas =16 cm^2 > 14.3 cm^2

Distributed forces in the web [force/length] and Design

Z_Coord	Strut_Forc	Stirr_Forc	Long_Forc	Shear_Forc	Web_Thickn	Steel_As/s
0.080	-1447.91	138.26	-1309.65	425.53	0.14	0.000318
0.990	-1447.91	138.26	-1309.65	425.53	0.14	0.000318
1.900	-1447.91	138.26	-1309.65	425.53	0.14	0.000318

Comentário : Espessura da alma = 14cm + ϕ bainha = 14 + 7 =21cm

Armadura estribo necessária = 3.18 cm^2 / m

Usar : ϕ 6.3mm cada 15cm = 4.15 cm^2 / m

Envoltória para trem tipo ferroviário **COOPER 80** isto é 1800 kN AREA

Envoltória de Esforços Internos nos Membros- Valores mínimos

Solicitação de **Esforço Cortante**

Membro	Extr_Inicial			Extr_Final		
	Forc_x	Forc_z	Mom_y	Forc_x	Forc_z	Mom_y
	ATENCAO AOS VALORES CONCOMITANTES					
1	0	0*	0	0	-70.47*	1877.3
2	0	-70.47*	1877.3	0	-232.71*	5510.6
3	0	-232.71*	5510.6	0	-444.93*	9219
4	0	-444.93*	9219	0	-683.15*	12133
5	0	-683.15*	12133	0	-979.77*	14983
6	0	-979.77*	14983	0	-1354*	16152
7	0	-1354*	16152	0	-1806.9*	16046
8	0	-1806.9*	16046	0	-2341*	13859
9	0	-2341*	13859	0	-2911*	8616.6
10	0	-2911*	8616.6	0	-3472*	-0.004401

Envoltória para ferroviário **COOPER 80** isto é 1800 kN AREA
Envoltória de Esforços Internos nos Membros- Valores máximos
Solicitação de **Esforço Cortante**

Membro	Extr_Inicial			Extr_Final		
	Forc_x	Forc_z	Mom_y	Forc_x	Forc_z	Mom_y
	ATENCAO AOS VALORES CONCOMITANTES					
1	0	3573.7*	-0.0045304	0	2933.5*	8683.2
2	0	2933.5*	8683.2	0	2350*	13934
3	0	2350*	13934	0	1843.8*	16598
4	0	1843.8*	16598	0	1405.4*	16639
5	0	1405.4*	**16639**	0	1037*	15348
6	0	1037*	15348	0	712.01*	12645
7	0	712.01*	12645	0	438.76*	9091.1
8	0	438.76*	9091.1	0	237.26*	5677.5
9	0	237.26*	5677.5	0	68.469*	1883.1
10	0	68.469*	1883.1	0	0*	0

EnvoltOria para ferroviario **COOPER 80** isto eh 1800 kN AREA

Envoltoria de Esforcos Internos nos Membros- Valores minimos
Solicitacao de **Momento Fletor**

Membro	Extr_Inicial			Extr_Final		
	Forc_x	Forc_z	Mom_y	Forc_x	Forc_z	Mom_y
	ATENCAO AOS VALORES CONCOMITANTES					
1	0	3170.3	-0.0046673*	0	0	0*
2	0	0	0*	0	0	0*
3	0	0	0*	0	0	0*
4	0	0	0*	0	0	0*
5	0	0	0*	0	0	0*
6	0	0	0*	0	0	0*
7	0	0	0*	0	0	0*
8	0	0	0*	0	0	0*
9	0	0	0*	0	0	0*
10	0	0	0*	0	-3084.8	-0.0046528*

envoltoria para ferroviario **COOPER 80** isto eh 1800 kN AREA

Envoltoria de Esforcos Internos nos Membros- Valores maximos
Solicitacao de **Momento Fletor**

Membro	Extr_Inicial			Extr_Final		
	Forc_x	Forc_z	Mom_y	Forc_x	Forc_z	Mom_y
	ATENCAO AOS VALORES CONCOMITANTES					
1	0	0	0*	0	2781.9	8962.2*
2	0	2781.9	8962.2*	0	1957.6	15494*
3	0	1957.6	15494*	0	1180.9	19728*
4	0	1180.9	19728*	0	454.98	21928*
5	0	454.98	21928*	0	377.03	22844*
6	0	377.03	22844*	0	-227.35	22341*
7	0	-227.35	22341*	0	-1060.1	19866*
8	0	-1060.1	19866*	0	-1653.9	15386*
9	0	-1653.9	15386*	0	-2701.1	8771.4*
10	0	-2701.1	8771.4*	0	0	0*

Programa SHEARDES

Designação do Trem Tipo

Envoltória para Trem Tipo Ferroviario tipo TB36 ABNT 4x36ton isto é 1440 kN

Envoltoria de Esforcos Internos nos Membros- **Valores máximos**

Solicitacao de **Momento Fletor**

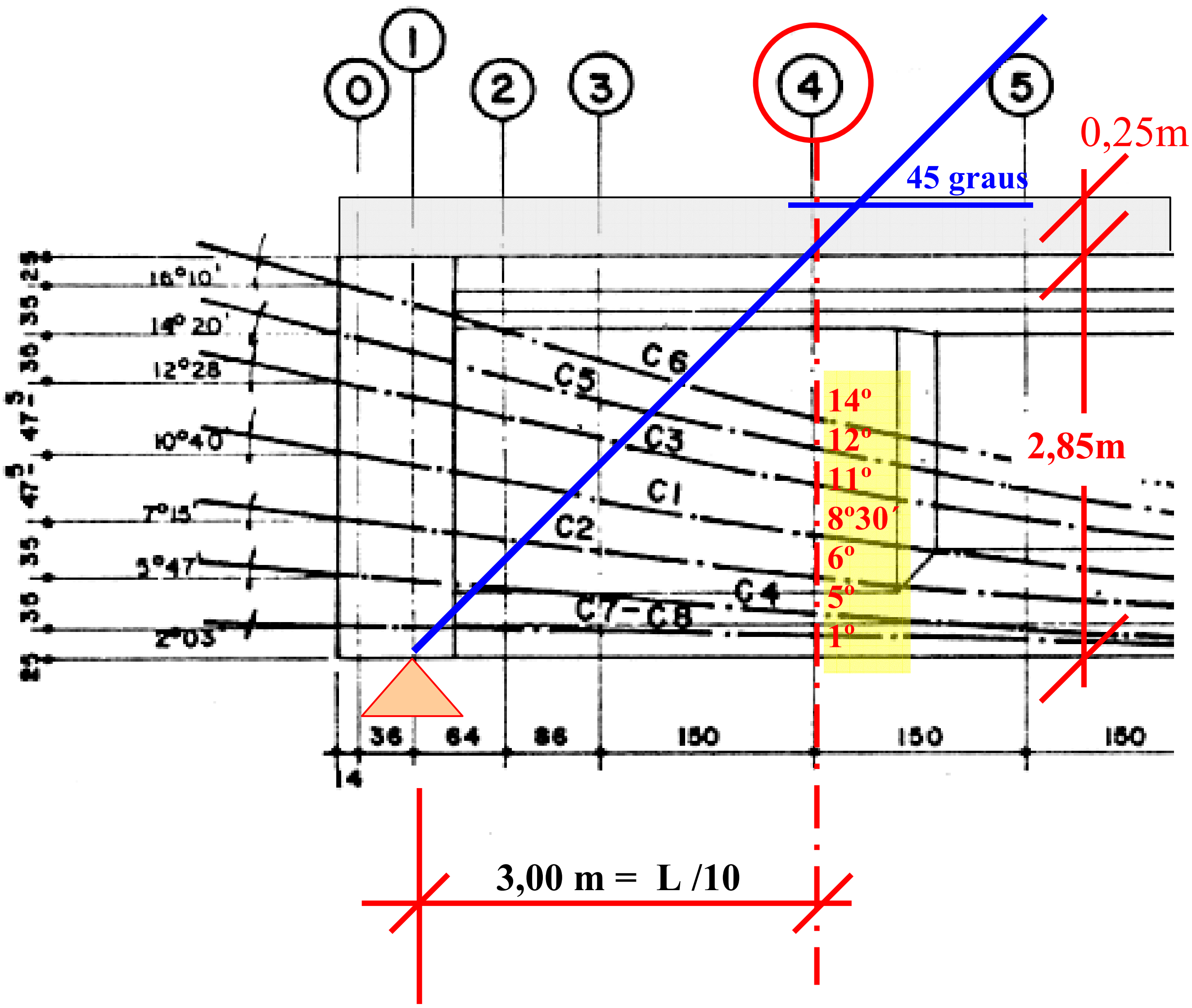
Membro	**Extremidade_Inicial**			**Extremidade_Final**		
	φ×Forc_X	**φ×Forc_z**	**φ×Mom_y**	**φ×Forc_x**	**φ×Forc_z**	**φ×Mom_y**
	ATENCAO AOS VALORES CONCOMITANTES					
1	0	0	0*	0	**2571.1**	**7931.9***
2	0	**2571.1**	**7931.9***	0	1577.6	13990*
3	0	1577.6	13990*	0	1358.5	18335*
4	0	1358.5	18335*	0	365.06	20968*
5	0	365.06	20968*	0	-299.87	21808*
6	0	-299.87	21808*	0	-365.06	20968*
7	0	-365.06	20968*	0	-1358.5	18335*
8	0	-1358.5	18335*	0	-1577.6	13989*
9	0	-1577.6	13989*	0	-2571.1	7931.9*
10	0	-2571.1	7931.9*	0	0	0*

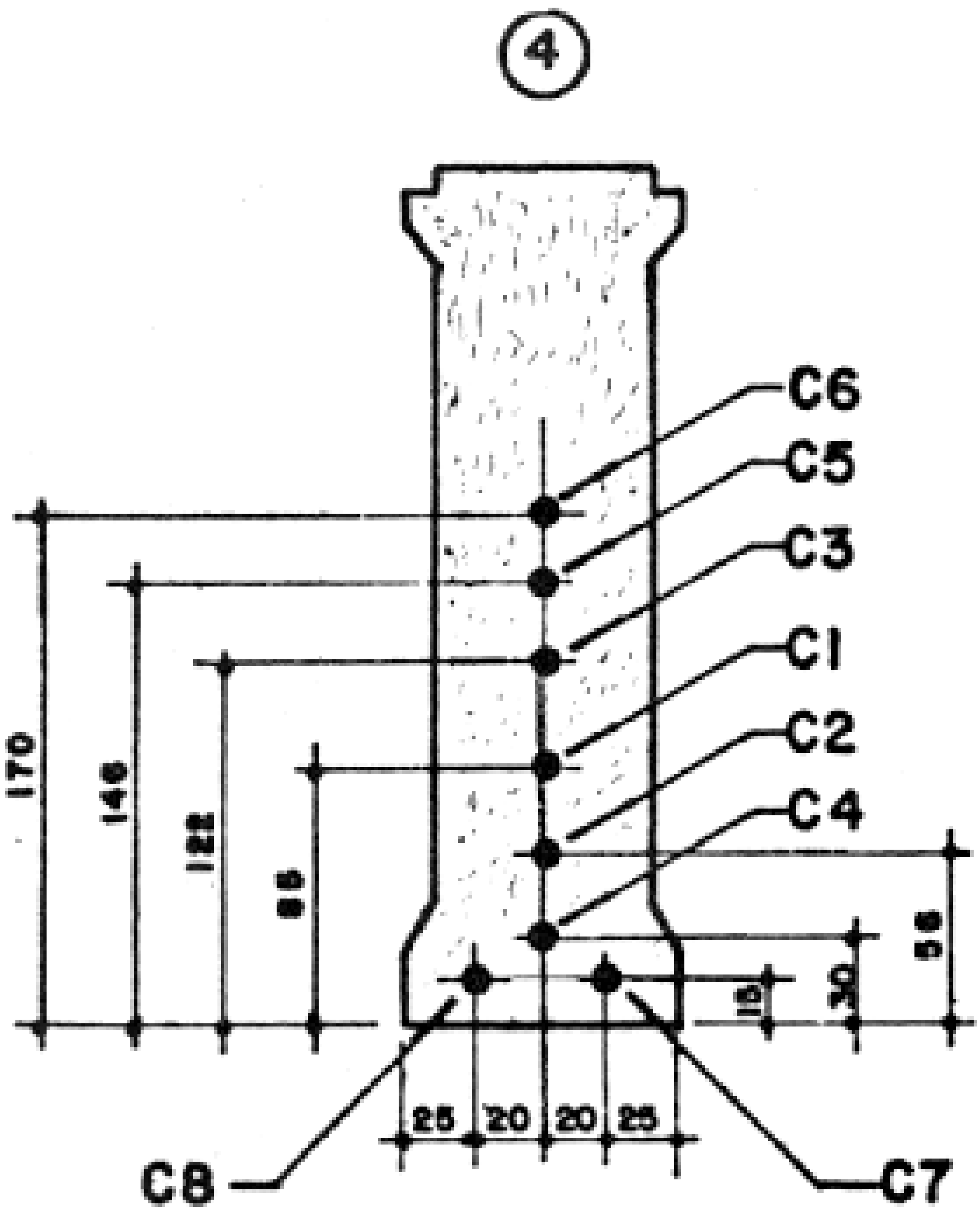
Ponte Ferroviária da empresa Engefer
Projeto : Eng. Fernando Uchoa Cavalcanti
Publicação : Revista ESTRUTURA 93 – Dezembro 1980

Cálculo estrutural feito em sala de aula, no IME como exercício da cadeira de concreto protendido.(2007)

Observação : Para não alongar os cálculos, faremos a verificação apenas na seção do apoio. Em um projeto completo, com viga simétrica, toda a verificação deve ser feita, em pelo menos 5 seções transversais.

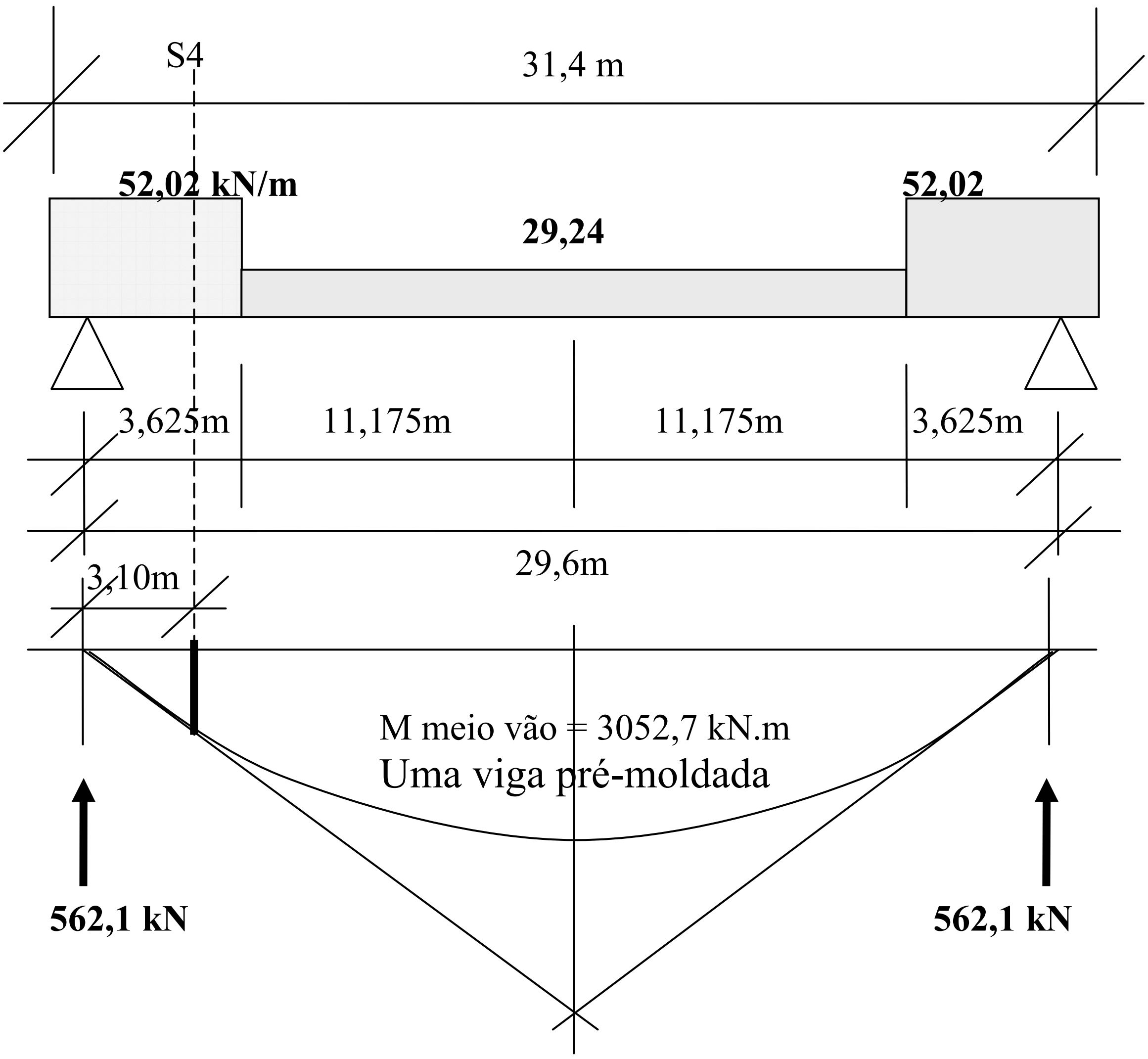
Seção S4




4
C6
C5
C3
C1
C2
C4
C8
C7
170
146
122
86
56
30
15
25
20
20
25

Cabo	Força estimada no cabo F*cabo* (kN)	Z topo (m)	A (graus)	F*cabo*×*sen*α (kN)	F*cabo*×*cos*α (kN)	(F cabo ×cosα)× ×(z topo– 0,125m) (kN.m)
C6	1140	1,40	-14	275,8	1106,1	**1410,3**
C5	1140	1,64	-12	237,0	1115.1	**1689,3**
C3	1140	1,88	-11	217,5	1119,0	**1963,8**
C1	1140	2,25	-8	158,7	1128,9	**2398,9**
C2	1140	2,54	-6	119,2	1133,7	**2737,9**
C4	1140	2,80	-5	99,3	1135,7	**3038,0**
				Σ =1107,5 kN		**Σ=13238,2 kN.m**
C7 e C8	A determinar	2,95	-1			

Peso Próprio da Viga Pré-moldada

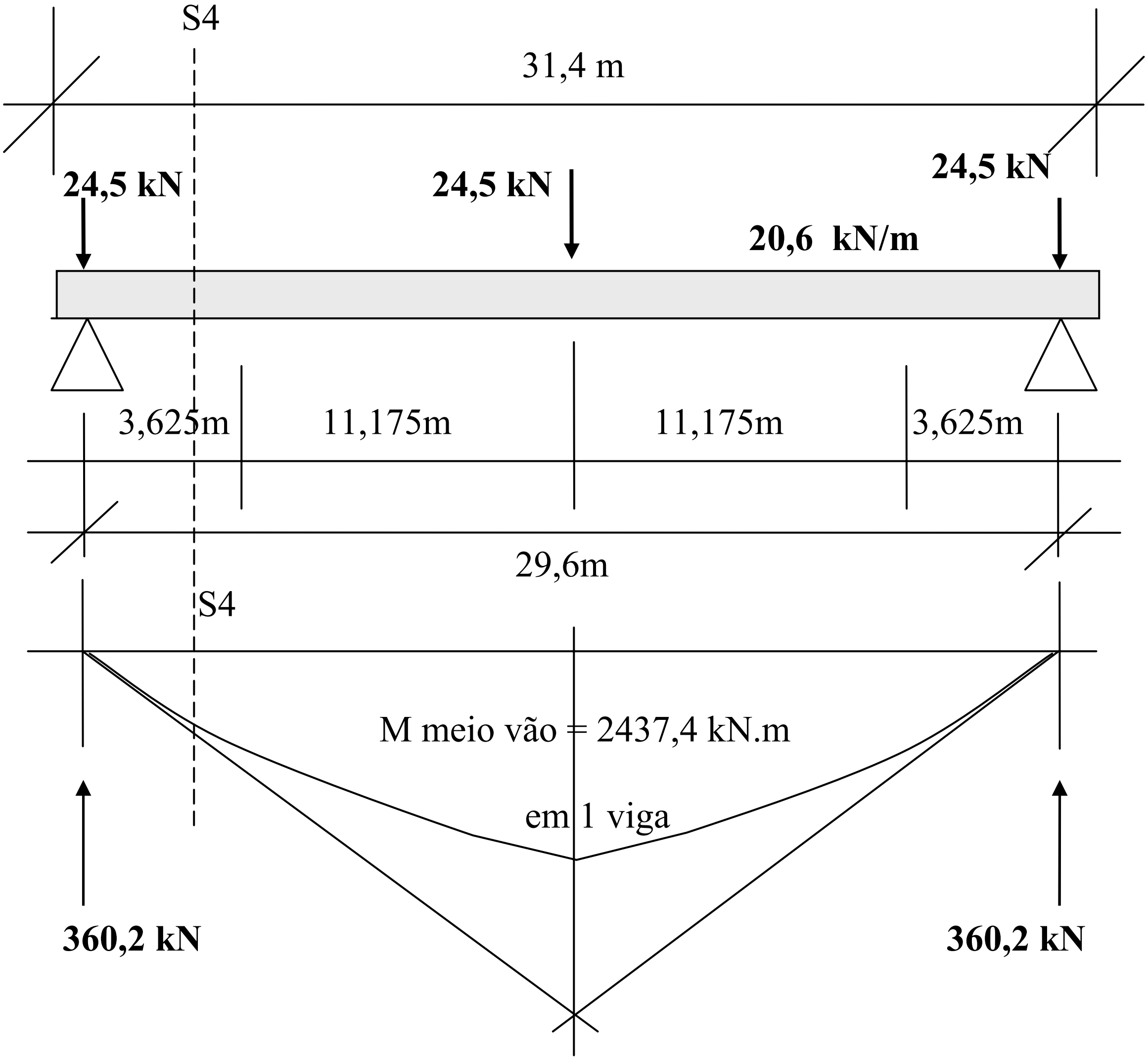


Seção 4

Força cortante = 354 kN

Momento fletor = 1326 kN.m

Laje + Transversinas



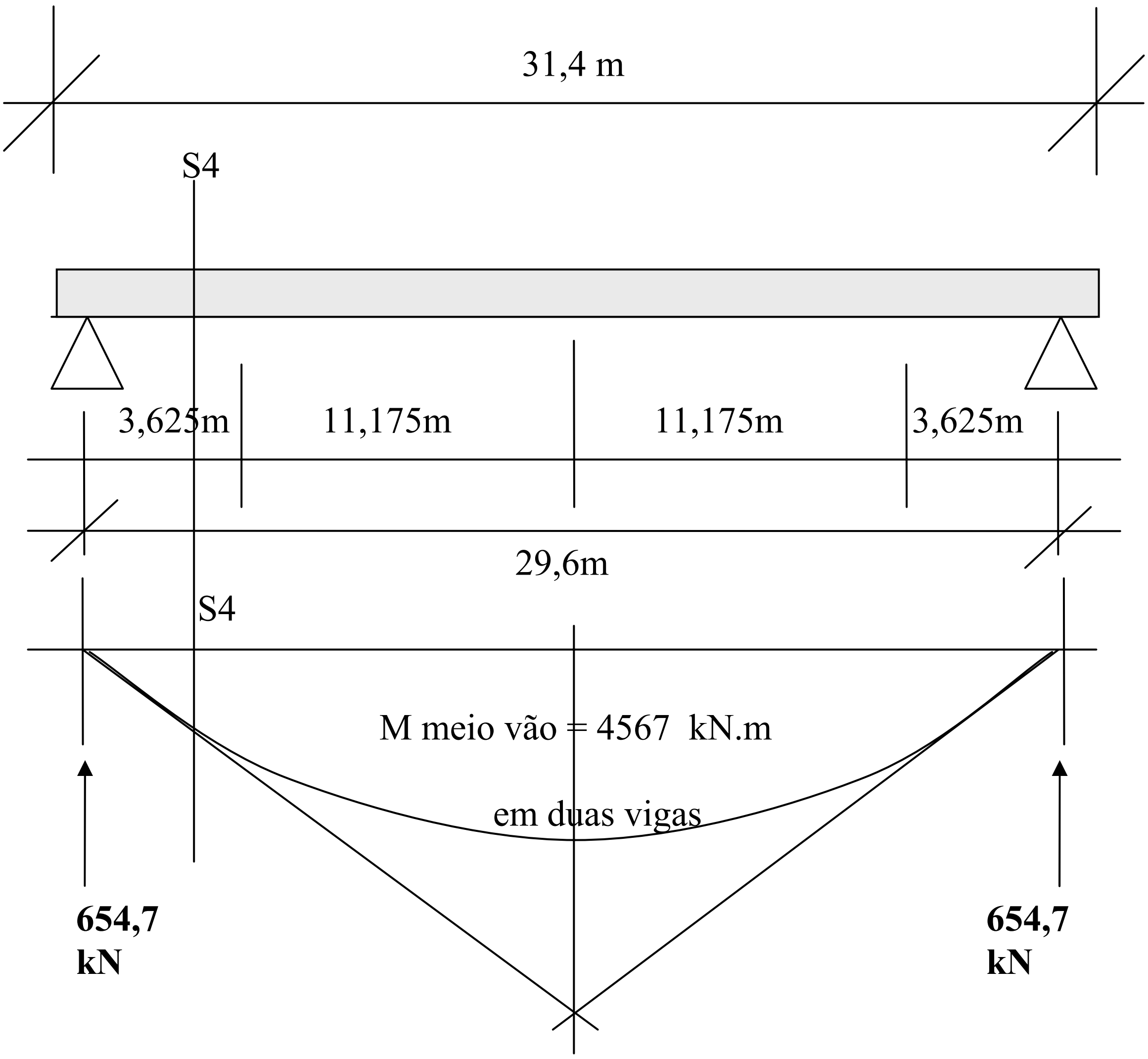
Seção S4

Força cortante = 253,3 kN

Momento fletor = 885,5 kN.m

Lastro Total + Trilhos

P = 41,7 kN/m



Seção S4 em 2 viga s

Força cortante = 525,4 kN

Momento fletor = 1696 kN.m

Resumo :

	Momento Fletor (kN.m)	Força cortante (kN)
Peso de 1 viga	1326	354
Laje + trasversina	885,5	253,3
Lastro	1696/2vigas=848	525,4/2vigas=263
Carga Móvel	7931,9/2 vigas =3966	2571,1/2vigas=1286
Total	M = 7026 kN.m	V =2156 kN
Esforços majorados	Md = 1,4×M = 9836 kN.m	Vd = 1,4 V = 3018 kN

Cálculos iniciais:

fcd = 28000/1.40 = 20000 kN/m2
fcd1/fcd = 0.85 [1- 28/250] = 0.75
fyd = 1500000 / 1.15 = 1304350 kN/m^2 CP 175 RB
fcwd = fcd = 20000 kN/m2
fcd2=0.60 [1 - 28 / 250] = 0.53
fywd = 500000 / 1.15 = 434782 kN/m2

1 cordoalha CP175 RB = 95 kN

Exemplo PONTE ENGEFER fck=28MPa CP-175RB
20000 0.75 1304350 20000 0.53 434782
Secao S4
0.125 3.015 1.25
0 -1
45 90
6
1140 1.4 -14
1140 1.46 -12
1140 1.88 -11
1140 2.25 -8.5

1140 2.54 -6
1140 2.80 -5
1
carga total
0 3018 9836 0 0
0 0

Program Sheardes for shear design of beams according to the CEB-90 MC
Version 0.1, Modification 6 of 08/sept/1991
This program determines the compression force, the tensile force, the concrete web thickness and the amount of steel stirrups for flanged beams subjected to Axial force, Bending moment and Shear force.

This program was prepared by B. Ernani Diaz for the students of the Engineering School of the Federal University of Rio de Janeiro.
This program can be used for academic and research purposes.

INPUT em AZUL

Project Designation
secao S4 aco CP175 RB

Design stresses of the beam elements (item 6.2.2.2)
Flange_Concr, fcd1/fcd, Flange_Steel, Web_Concr, fcd2/fcwd, Stirr_Steel

fcd	fcd1/fcd	fyd	fcwd	fcd2/fcwd	fywd
20000.0	**0.7500**	**1304350.0**	**20000.0**	**0.5300**	**439782.0**

Designation of the section
Secao S4

Z coordinates for the location of the flanges and beam axis

Upper_Fl.	Lower_Fl.	Beam_Axis
0.125	**2.95**	**1.250**

Angles [degrees] of the Upper Flange and Lower Flange

Upper_Flange	Lower_Flange
0.00	**-1.00**

Angles in degrees of the concrete struts and stirrups in the web
Concrete_Struts   Steel_Stirrups
45.00   90.00

Number of Prestressing Cables in the Web
6

Cable Design Force(items 1.4.3.2,1.6.2.4), Z-coordinate and Angle

Cable_Force(positive value)	Z_Coord.	Angle[degree]
1140.00	**1.40**	**-14.00**
1140.00	**1.46**	**-12.00**
1140.00	**1.88**	**-11.00**
1140.00	**2.25**	**-8.00**
1140.00	**2.54**	**-6.00**
1140.00	**2.80**	**-5.00**

Number of loadings
1

Loading Designation
carga total TB36

Design Internal Forces (multiplied by safety factors)

Axial_Force Nd	Shear_Force Vd	Bend_Moment Md	Addit_Upper_Force design value	Addit_Lower_Force design value
0.00	**3018.00**	**9836.00**	**0.00**	**0.00**

Design Distributed Forces (multiplied by safety factors)

Up_Dist_Force	Lo_Dist_Force
0.0	**0.00**

…

OUTPUT em vermelho

carga total TB36

Computed Forces and Design

Upper flange

Force	Necess. Area	Material
-4620.19	0.308013	concrete

área disponível em uma viga = 3,15m×0.20m = 0 63m^2 > 0,308 m^2

Lower flange

Force	Necess._Area	Material	
- 204.39	0.013626 m^2	concrete	**Não precisa de Cabos. Está comprimido.**

Distributed forces in the web [force/length] and Design

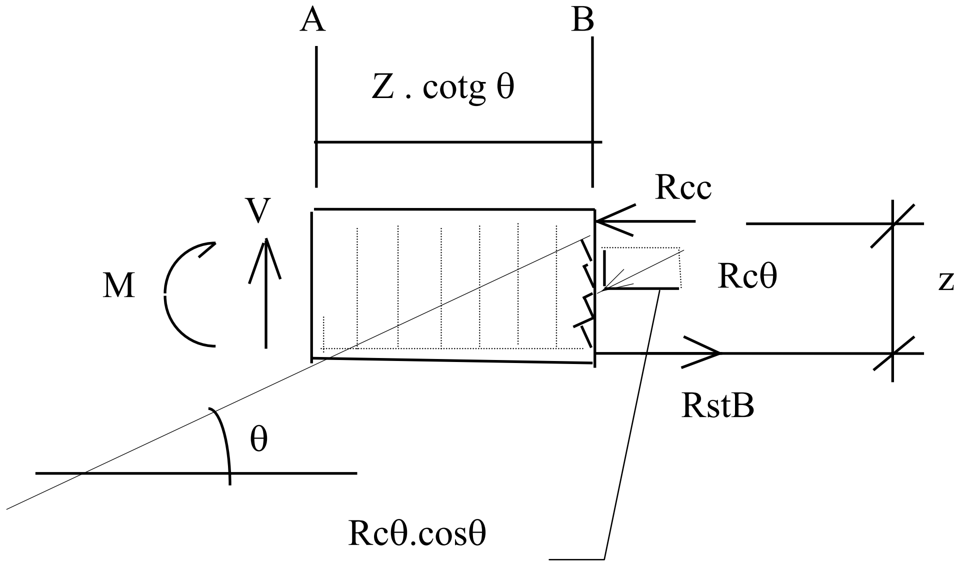
Z_Coord	Strut_Forc	Stirr_Forc	Long_Forc	Shear_Forc	Web_Thickn	Steel_As/s
0.125	-1405.90	702.95	-702.95	702.95	0.13m	0.001598 m^2/m
1.510	-1381.99	702.95	-691.00	691.00	0.13m	0.001598 m^2/m
2.895	-1358.08	702.95	-679.04	679.04	0.13m	0.001598 m^2/m

Área necessária de estribo = 15,98 cm2 / m.
Usar ferro 12,5mm cada 15cm =16,4cm^2/m

End of the Program

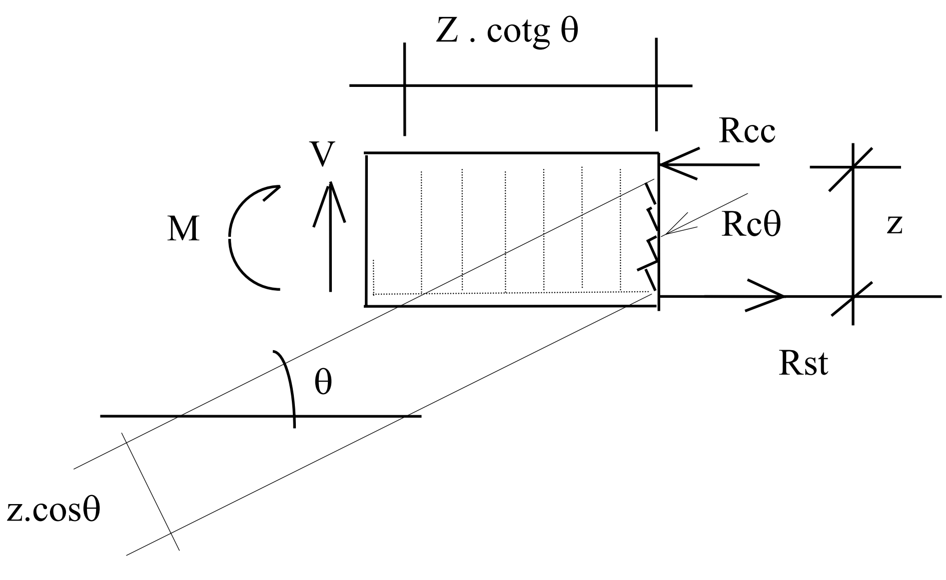
Formulação direta

Espessura da alma, compressão na biela.



atuando a z/2

:



A resultante das tensões de compressão na biela vale :

$Rc\theta = \sigma c\theta \,.\, b \,.\, (z \,.\, \cos\theta)$

onde b = largura da viga

A componente vertical de $Rc\theta$ será igual à força cortante reduzida das forças nos cabos .

$Rc\theta \,.\, \text{sen}\,\theta = \sigma c\theta \,.\, b \,.\, (Z \,.\, \cos\theta) \,.\, \text{sen}\,\theta = V \text{ reduzido} = V - \Sigma\, F \text{ cabos} \times \text{sen}\alpha$

$$\boldsymbol{\sigma c\theta = (V\,red. / b.Z) \,.\, (1 / \text{sen}\,\theta \,.\, \cos\theta) = 2\,\tau\, red. / \text{sen}\, 2\theta}$$

Logo a tensão nas bielas comprimidas diagonais vale :

$$\boxed{\sigma c\theta = \frac{2.\tau\ red.}{sen 2\theta}}$$

Cabos :

Cabo	Força no cabo	z	α = inclinação do cabo (graus)	F cabo ×senα (kN)
C6	1140	1,40	-14	275,8
C5	1140	1,46	-12	237,0
C3	1140	1,88	-11	217,5
C1	1140	2,25	-8	158,7
C2	1140	2,54	-6	119,2
C4	1140	2,80	-5	99,3
				Σ =1107,5 kN

fcd2 = 0.60 [1 - 28 / 250] = 0.53

$$\sigma c\theta = 0{,}53 \times 20000 \ (kN / m2) \leq \frac{2.\tau.red.}{sen2\theta} = \frac{2 \times \left(\frac{V\ red.}{b \times z}\right)}{sen2\theta} =$$

$$.\sigma c\theta \ \leq \ \frac{2 \times \left(\frac{3018kN - 1107{,}5kN}{b \times (2{,}895m - 0{,}125m)}\right)}{sen(2 \times 45graus)} \ = \ \frac{1379}{b}\left(kN / m^2\right)$$

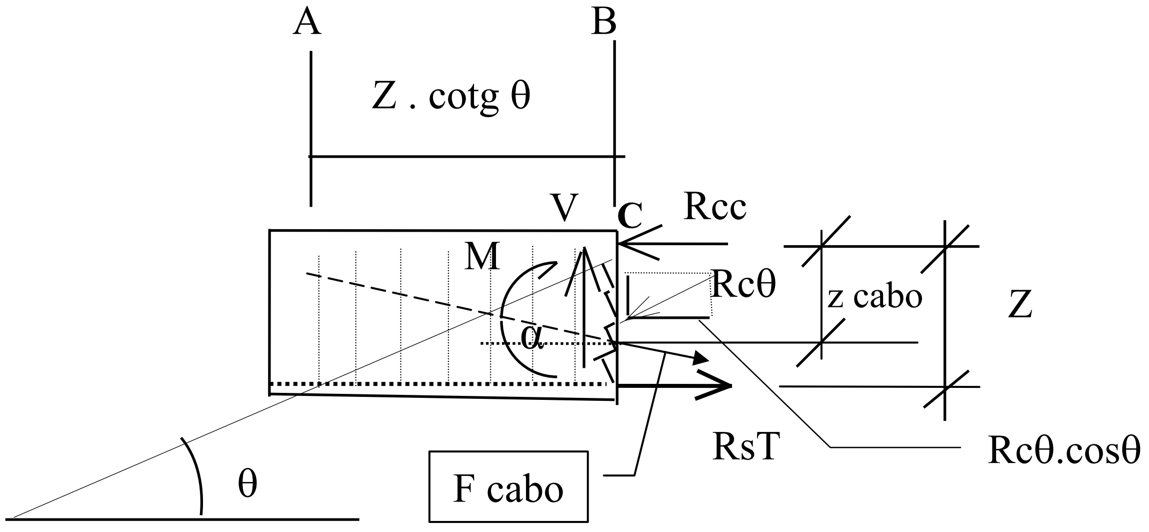
$$b_{\ necessário} \ \geq \ 0{,}130m$$

A largura da viga deve ser a soma :

b real = b necessário + diâmetro da bainha = 13cm + 7cm = 20cm

A largura mínima usada no projeto é 25cm **OK**

Armadura de Flexão



Rcθ   atuando a z/2

Equilíbrio de momentos em torno do ponto C.

$M + Rc\theta \times \cos\theta \times (Z/2) - RsT \times Z - \Sigma(Fcabo \times \cos\alpha \times z\ cabo) = 0$

Como $Rc\theta \times sen\theta + \Sigma(F\ cabo \times sen\alpha) = V$;

$Rc\theta = [V - \Sigma(F\ cabo \times sen\alpha)] / sen\theta = V\ red. / sen\theta$

$[M - \Sigma(Fcabo \times \cos\alpha \times z\ cabo)] + [(Vred / sen\theta) \times \cos\theta] \times (Z/2) = Rst_B \times Z$

$[M_, - \Sigma(F\ cabo \times \cos\alpha \times z\ cabo)] + [V\ red\ .(Z/2)\ .\ cotg\ \theta] = Rst_B \times Z$

$[M\ red_{,B}] + [V\ red_{,B} \times (Z/2) \times cotg\ \theta] = Rst_B\ .\ Z$

$$Rst,B = \frac{1}{z}\left[Mred,B + Vred,B \times \frac{Z}{2} \times \cot\theta\right]$$

No exemplo da ponte da ENGEFER :

Cabo	Força no cabo Fcabo (kN)	Z a partir do topo (m)	A (graus)	Fcabo×senα (kN)	Fcabo×cosα (kN)	(F cabo ×cosα)× ×(z topo–0,125m) (kN.m)
C6	1140	1,40	-14	275,8	1106,1	**1410,3**
C5	1140	1,64	-12	237,0	1115.1	**1689,3**
C3	1140	1,88	-11	217,5	1119,0	**1963,8**
C1	1140	2,25	-8	158,7	1128,9	**2398,9**
C2	1140	2,54	-6	119,2	1133,7	**2737,9**
C4	1140	2,80	-5	99,3	1135,7	**3038,0**
				Σ =1107,5 kN		**Σ=13238,2 kN.m**
C7 e C8	A determinar	2,95	-1			

Armadura de Flexão :

$$Rst,B = \frac{1}{Z} \times \left(Mred,B + Vred,B \times \frac{Z}{2} \times \cot\theta \right)$$

z = 3,10m – 0,125 m – 0,15m =2,825m

V red = 3018 kN -1107,5 kN (cabos) = 1910,5 kN

M red = 9836.00 kN.m –13238.2 kN.m (cabos) = – 3402 kN.m

$$Rst,B = \frac{1}{z}\left[Mred,B + Vred,B \times \frac{z}{2} \times \cot\theta \right] =$$

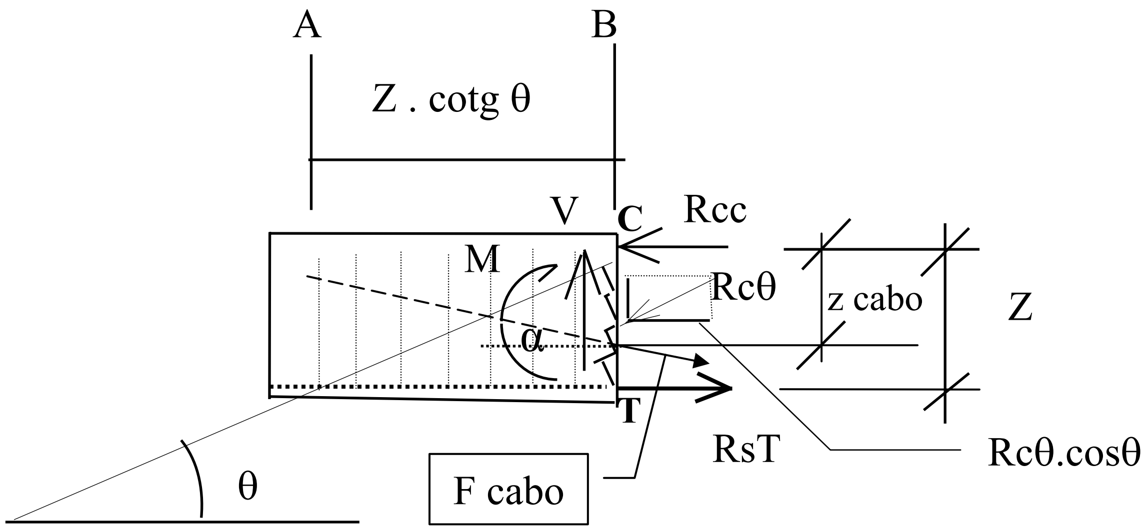
$$Rst,B = \frac{1}{2{,}77m} \times \left[-3402 + 1910{,}5kN \times \left(\frac{2{,}825m}{2} \right) \times \cot 45 graus \right] =$$

$$Rst,B = \frac{1}{2{,}77m} \times [-3402 \text{ kN.m} + 2698{,}6 \ kN.m] = -253{,}94 \ kN \quad (\text{compressão})$$

Não precisa de cabo no bordo inferior. A força na armadura deu compressão.

$$A \ aço \ existente = 2 \ cabos \ de \ 12 \ cordoalhas \ 12{,}5mm = 2 \times 12 \times 1{,}0cm^2 = 24cm^2 \quad OK$$

Compressão na mesa superior :



Rcθ atuando a z/2

Equilíbrio dos momentos em torno do ponto T.

$$\Sigma M_T = 0$$

$$M + \Sigma\left[F_{cabo} \times \cos\alpha \times \left(Z - z_{cabo}\right)\right] = Rcc \times Z + Rc\theta \times \cos\theta \times \frac{Z}{2}$$

$$Rcc = \frac{M + \Sigma\left[F_{cabo} \times \cos\alpha \times \left(Z - z_{cabo}\right)\right] - Rc\theta \times \cos\theta \times \frac{Z}{2}}{Z}$$

como

$$Rc\theta \times \text{sen}\theta = V - \Sigma\left(F_{cabo} \times \text{sen}\alpha\right)$$

$$Rcc = \frac{M + \Sigma\left[F_{cabo} \times \cos\alpha \times \left(Z - z_{cabo}\right)\right] - \left[\dfrac{V - \Sigma\left(F_{cabo} \times \text{sen}\alpha\right)}{\text{sen}\theta}\right] \times \cos\theta \times \frac{Z}{2}}{Z}$$

$$Rcc = \frac{M + \Sigma\left[F_{cabo} \times \cos\alpha \times \left(Z - z_{cabo}\right)\right] - \left[V - \Sigma\left(F_{cabo} \times \text{sen}\alpha\right)\right] \times \cot\theta \times \frac{Z}{2}}{Z}$$

Cabo	F*cabo* (kN)	Z a partir do topo (m)	z a partir do topo (m)	Z–z.cabo	α (graus)	F*cabo* × *sen*α (kN)	F*cabo* × *cos*α (kN)	F cabo ×cosα ×(Z-z cabo) (kN.m)
C6	1140	2.95	1,40	1,55	-14	275,8	1106,1	1714.4
C5	1140	2.95	1,64	1.31	-12	237,0	1115.1	1460.8
C3	1140	2.95	1,88	1.07	-11	217,5	1119,0	1197,3
C1	1140	2.95	2,25	0.7	-8	158,7	1128,9	790,2
C2	1140	2.95	2,54	0.41	-6	119,2	1133,7	464,8
C4	1140	2.95	2,80	0.15	-5	99,3	1135,7	170,4
C7 e C8	determinar	2.95	2,95	0	-1	Σ = 1107,5 kN	Σ = 6738,5kN	Σ= 5797,9 kN.m

Md = 9836 kN.m Vd=3018kN

$$Rcc = \frac{M + \Sigma\left[F_{cabo} \times \cos\alpha \times \left(Z - z_{cabo}\right)\right] - \left[V - \Sigma\left(F_{cabo} \times sen\alpha\right)\right] \times \cot\theta \times \frac{Z}{2}}{Z}$$

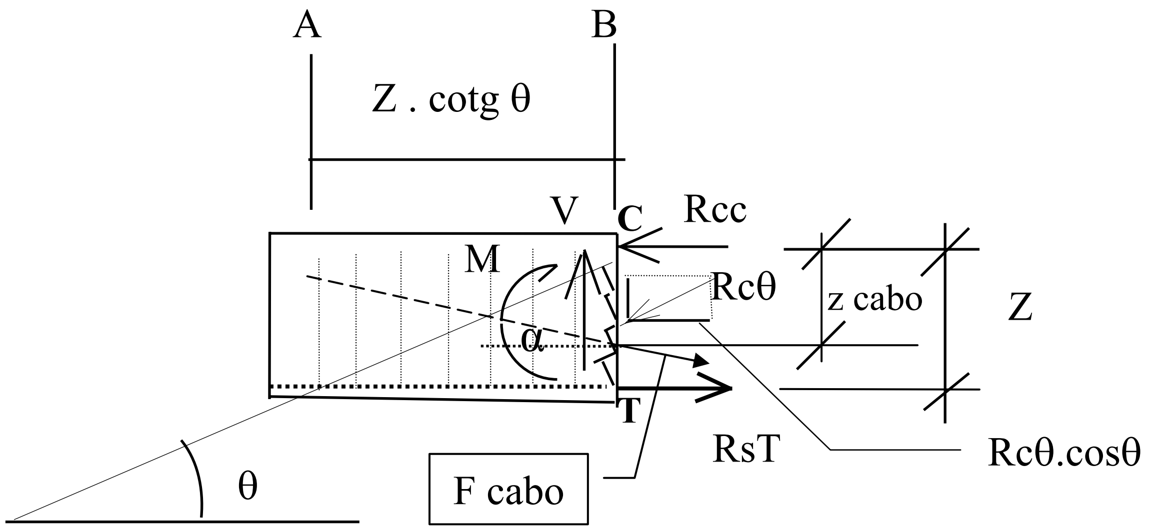
...

$$Rcc = \frac{9836kN.m + 5797{,}9kN.m - (3018 - 1107{,}5)kN \times \cot 45^{o} \times \frac{(2{,}95m - 0.125m)}{2}}{(2{,}95m - 0.125m)} =$$

$$Rcc(compressão) = \frac{(9836 + 5797{,}9 - 2698{,}6)kN.m}{2{,}825m} = 4579\ kN(compressão)$$

Observação : Rcc segundo o programa Sheardes = 4620 kN

Compressão na mesa superior (outro modo de calcular) :



Rcθ atuando a z/2

Equilibrio de força normais (horizontais) **:**

$RsT + \Sigma\ (Fcabo \times \cos\alpha) - Rc\theta \times \cos\theta - Rcc = 0$

$Rcc = RsT + \Sigma\ (Fcabo \times \cos\alpha) - Rc\theta \times \cos\theta$

Como :

$Rc\theta \times \text{sen}\theta = V - \Sigma\ (\ F\ cabo \times \text{sen}\alpha\ )$

$Rc\theta \times \cos\theta = [\ V - \Sigma\ (\ F\ cabo \times \text{sen}\alpha\ )\ ] \times (\ \cos\theta / \text{sen}\theta\ )$

$Rc\theta \times \cos\theta = [\ V - \Sigma\ (\ F\ cabo \times \text{sen}\alpha\ )\ ] \times \cot\theta$

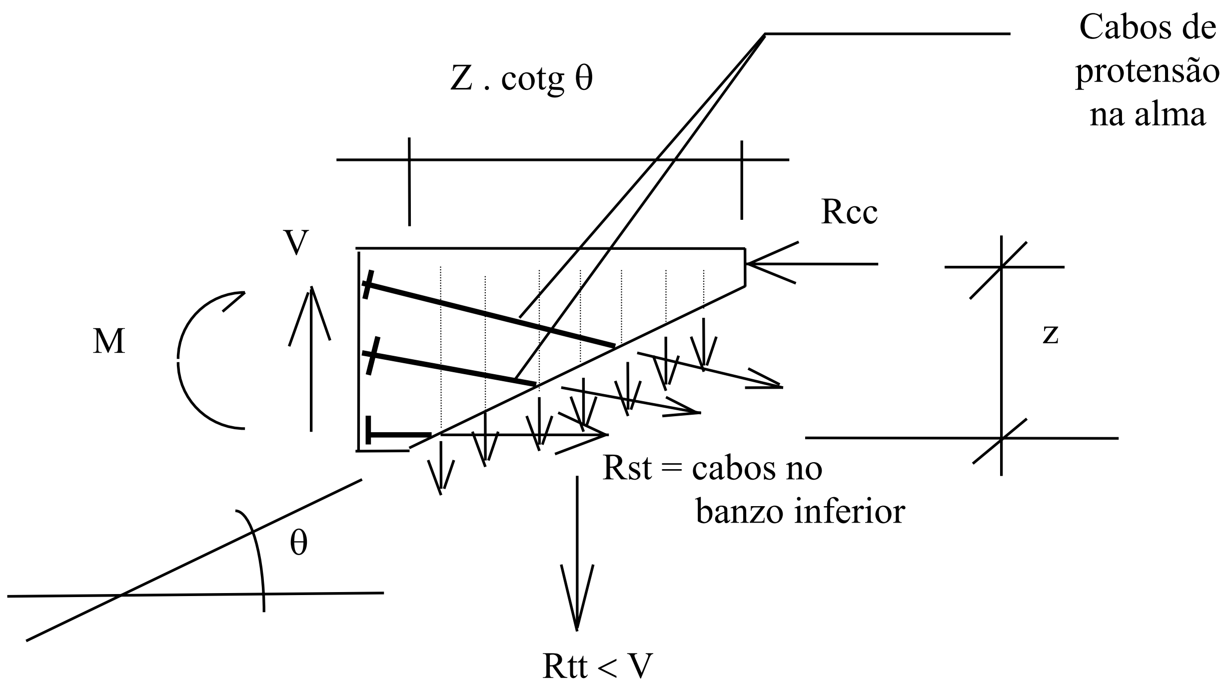
$Rcc = RsT + \Sigma\ (Fcabo \times \cos\alpha) - [\ V - \Sigma\ (\ F\ cabo \times \text{sen}\alpha\ )\ ] \times \cot\theta$

$Rcc = RsT - V \times \cot\theta + \Sigma\ (Fcabo \times \cos\alpha) + [\ \Sigma\ (\ F\ cabo \times \text{sen}\alpha\ )\ ] \times \cot\theta$

Rcc (compressão) = $(-253{,}94) - 3018 \times \cot 45^o + 6738 + 1107{,}5 \times \cot 45^o = 4574$ kN

Resumo:
Programa Sheardes Rcc = 4579 kN
Equilíbrio de momentos : Rcc = 4620kN
Equilíbrio de forças horizontais : Rcc = 4574 kN
Resultados praticamente iguais, a menos da precisão dos cálculos.

Armadura de estribos :



V = Rtt + Σ F cabos ×senα

Rtt = V – Σ F cabos ×senα = 3018 kN – (≈ 1107,5 kN) ≈ 1910,5 kN

$$\frac{A\,estribo}{metro} = \frac{Rtt}{(z \times \cot\theta) \times fyd} = \frac{V - \Sigma Fcabos \times sen\alpha}{(z \times \cot\theta) \times fyd} =$$

$$\frac{A\,estribo}{metro} \frac{3018kN - 1107kN}{(2{,}895m - 0{,}125m) \times \cot 45 \times \frac{50kN/cm2}{1{,}15}} = 15{,}98cm2/m$$

Observação : $\frac{A\,estribo}{metro}$, *segundo programa Sheardes* $= 15{,}98cm2/m$

Estribos (2 pernas) de 12,5mm cada 15cm = 16,4 cm2 /m