



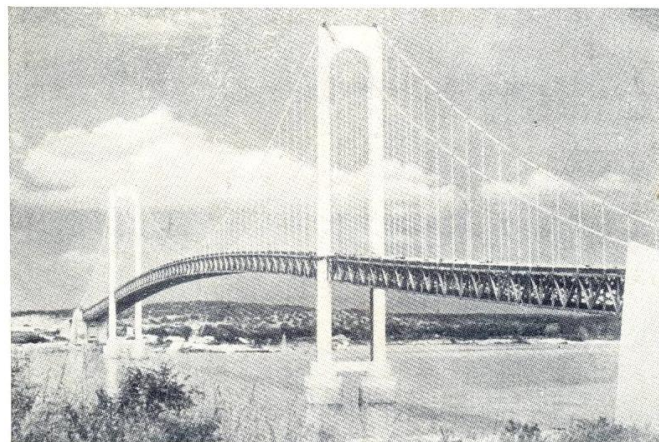
Coefficiente de Impacto em Pontes
Prof. Jayme Mason

Prof.. Eduardo C. S. Thomaz
Notas de aula

ESTRUTURA

REVISTA TÉCNICA

DAS CONSTRUÇÕES



**O PROBLEMA DO IMPACTO
EM PONTES - JAYME MASON**

1967

60

- Revista editada pelo Prof. Aderson Moreira da Rocha
- **Ver comparação das normas na última página.**

O PROBLEMA DO IMPACTO EM PONTES

JAYME MASON

1 — INTRODUÇÃO

O objetivo d'êste trabalho é uma análise da gênese das fórmulas de impacto, estabelecidas nos diversos regulamentos, para a majoração das cargas acidentais no projeto de pontes em viga reta.

Tal efeito é uma decorrência dos efeitos de inércia da massa dos elementos da ponte e veículos, gerados pela necessidade de adaptação da estrutura, através de movimentos, às novas deformadas motivadas pela variação de posição da carga.

Estes efeitos de inércia, combinados com a ação imediata da carga, engendram vibrações da estrutura, as quais se sucedem no ritmo da vibração natural da mesma, ou, em parte, comandadas pela ação das cargas externas.

O efeito dinâmico, acompanhado de vibrações, só é possível em virtude da elasticidade do material. Em outras palavras, é uma decorrência de sua capacidade de armazenar temporariamente energia elástica e restituí-la após. Materiais que dissipam a energia que lhes é impressa (os plásticos, por exemplo) não vibram.

Podemos agrupar as causas que motivam o acréscimo dinâmico na carga móvel das pontes nos seguintes itens:

- a) Mobilidade de carga e sua ação instantânea;
- b) inércia da massa dos veículos e sobrecargas;
- c) ação periódica de esforços, tais como contrapesos das locomotivas;
- d) causas várias, tais como imperfeições da pista de rolamento, choques etc.

Estes fatores serão analisados cada um a sua vez. É de salientar nestes problemas, a presença de uma nova variável comumente ausente nos problemas estáticos: o tempo.

2 — MOBILIDADE DA CARGA

Este é o efeito mais importante em pontes rodoviárias e é susceptível de um tratamento matemático. Como sabemos, a equação da elástica de uma viga sujeita a um carregamento uniformemente distribuído q é

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = q \quad (1) \quad (\text{Fig. 1.}^\circ)$$

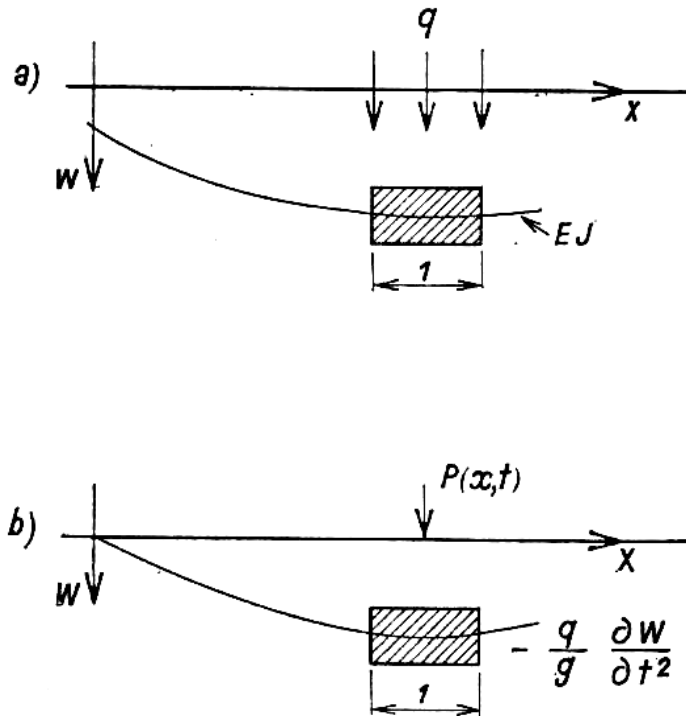


Fig. 1

Se a viga entrar em vibração sob a ação de uma carga móvel $P(x, t)$, deveremos acrescentar ao segundo membro da equação acima a referida carga, acompanhada das forças de inércia, segundo o princípio de d'Alambert, isto é (Fig. 1b)

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = q - \frac{q}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + P(x, t)$$

Esta equação diferencial também poderá ser escrita

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{q}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q + P(x, t) \quad (2)$$

Uma análise da equação nos revela que, para o caso de cargas estáticas, (forças de inércia nulas e $P(x, t) = 0$) teremos a equação

(1) da teoria corrente. Desta maneira, podemos considerar as vibrações como correndo em tórno da posição de equilíbrio da ponte, sob o seu pêso próprio, deixando de fora o tórmo q no segundo membro de (2). Com esta convenção, passamos a ter a seguinte equação diferencial:

$$EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{q}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P(x, t) \quad (3)$$

A solução da equação (3), conforme prescreve a teoria das equações diferenciais ordinárias, consta da integral da equação homogeneizada (isto é, com $P(x, t) = 0$) e de uma integral particular da equação não homogênea.

Visto o problema sob o prisma da interpretação física, a solução homogênea consta das vibrações livres da estrutura, isto é, sem carga externa e a solução particular da equação não homogênea, das vibrações comandadas pela carga variável $P(x, t)$, denominadas vibrações forçadas.

A solução do problema que corresponde a um caso concreto será, então, uma combinação das vibrações forçadas e de uma dosagem conveniente de vibrações livres, de modo a serem fielmente reproduzidas as condições de apoio da viga e as condições iniciais do movimento.

O parâmetro essencial da vibração livre é a sua frequência, sendo que seu estudo está amplamente divulgado na literatura técnica e nos manuais. A título de exemplo, para o caso da viga simplesmente apoiada, de vão " l ", teremos frequências de vibração livre dadas por (Fig. 2).

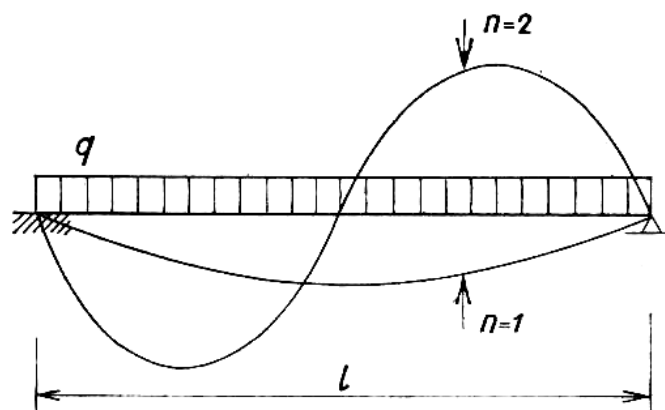


Fig. 2

$$\nu_n = \frac{\pi n^2}{2 l^2} \sqrt{\frac{EJ_0}{q}} = \frac{\pi n^2}{2 l^2} b \quad (4)$$

A forma dos harmônicos $n = 1$ e $n = 2$ está esquematizada na Fig. 2. Para os casos correntes de pontes metálicas e em concreto armado, de -ãos entre 10 m e 100 m, teremos frequências fundamentais entre 10 e 3 vibrações/S ($n = 1$).

Este parâmetro, direta ou indiretamente, exerce notável influência no comportamento dinâmico da ponte.

A solução completa do problema da deformação, incluindo as vibrações livres e forçadas, para uma carga "P" isolada que atravessa uma ponte com velocidade "C", ou seja num tempo $t = \frac{l}{C}$, (Eq. (3)), é dada pela seguinte expressão: (Fig. 3)

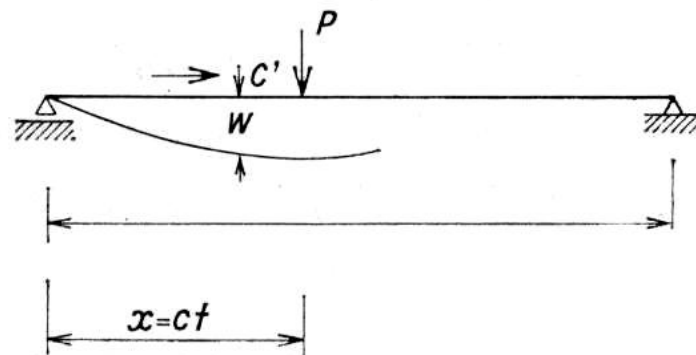


Fig. 3

$$w = \frac{2pl^3}{EJ\pi^4} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen} \frac{n\pi x'}{l} \text{sen} \frac{n\pi ct}{l}}{n^4 \left(1 - \frac{\alpha^2}{n^2}\right)} - \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen} \frac{n\pi x}{l} \text{sen} \frac{n}{\alpha} \frac{n\pi ct}{l}}{n^5 \left(1 - \frac{\alpha^2}{n^2}\right)} \right]^{(1)} \quad (5)$$

sendo

$$\alpha = \frac{cl}{\pi b} \quad (6)$$

uma parâmetro que depende da velocidade "c" da carga e da frequência da vibração natural, através da constante "b", definida pela equação (4).

(1) F. Bleich — "Theorie und Berechnung der eisernen Brücken". Springer Verlag — 1924.

S. Timoshenko ⁽²⁾, chegou à mesma expressão para o deslocamento da viga simplesmente apoiada, empregando uma formulação Lagrangeana do problema, na qual os fatores temporais desempenhavam o papel de funções incógnitas generalizadas.

A expressão do deslocamento w , (5), reclama uma interpretação mais apurada. Em primeiro lugar, o fator constante $\frac{2pl^3}{EJ\pi^4}$, que encabeça a expressão, pouco se distingue de $\frac{pl^3}{48EJ}$, flecha elástica no centro de uma viga simplesmente apoiada, para a carga P atuando neste ponto.

Por outro lado, podemos facilmente verificar que a expressão (5) satisfaz as condições iniciais do movimento, isto é, para o instante $t = 0$, $w = 0$ e $\frac{dw}{dt} = 0$, além das condições estáticas de bordo, correspondentes ao apoio simples, isto é, para $x = 0$ e $x = l$, $w = \frac{dw^2}{dx^2} = 0$ (deslocamento e momento fletor nulos).

A primeira das duas séries, em (5), corresponde às vibrações forçadas.

Com efeito, ao fator temporal $\text{sen} \frac{n\pi ct}{l}$, corresponde um período básico ($n = 1$), dado por $\frac{\pi cT}{l} = 2\pi$, ou

$$T = \frac{2l}{c} \quad (7)$$

ou seja, o dobro do tempo que a carga, com velocidade " C ", emprega para atravessar o vão da ponte " l ". Em uma ponte de 50 m de vão, para um veículo que transitasse a 72 km/h, teríamos $T = 5$ seg.

Quanto à segunda das duas séries em (5), constatamos, de mesma forma, usando (4) e (6), que corresponde a vibrações que se sucedem no ritmo da vibração natural. Como vimos, estas vibrações são relativamente rápidas, com períodos iguais a frações de segundo.

(2) S. Timoshenko — "Collected Papers" — "Vibration of Bridges" — pg. 463.

Logo, a primeira série corresponde a movimentos lentos e a segunda série a movimentos rápidos. Assim, o esquema de deslocamento da viga da ponte consta de um abaxamento lento, acompanhado de oscilações rápidas em volta da posição instantânea do eixo da peça. Melhor podemos compreender a situação, analisando a trajetória do ponto de aplicação da carga, em seu percurso sobre a ponte.

Para isto, substituímos em (5) $ct = x$ e traçamos o gráfico de $w = f(x)$, resultando o indicado na Fig. 4.

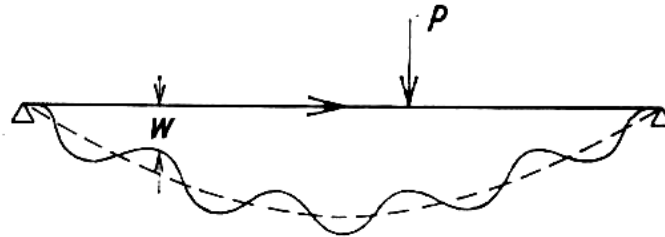


Fig. 4

A linha tracejada equivale à primeira série.

Verificamos que a trajetória da carga P sobe e desce.

O Prof. F. Stussi ⁽³⁾, ao analisar experimentalmente resultados de seus cálculos numéricos, obteve gráficos que muito bem confirmam as previsões teóricas. Os gráficos de deslocamento de uma secção $X = \text{const}$, dada, foram traçados por um registrador de vibrações "Ascania", enquanto sobre a viga passava uma carga com velocidade prescrita e que podia ser alterada.

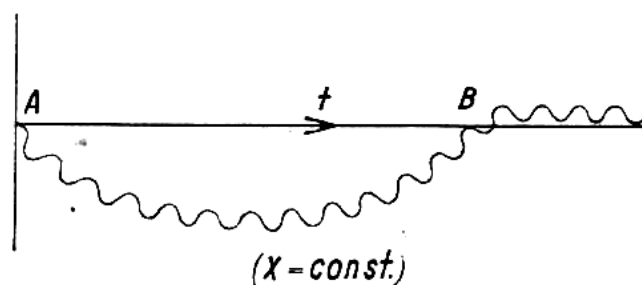


Fig. 5

Resultaram gráficos, como o da Fig. 5 representado no eixo dos tempos. O ponto A corresponde à entrada da carga na ponte e o ponto B à sua saída, sendo que a ponte então continua a vibrar no ritmo de suas vibrações naturais. Fazendo-se em (5) $x = \text{const}$,

(3) F. Stussi — "Entwurf und Berechnung von Stahlbauten" — Springer 1958 — pg. 447 e seg.

obtém-se resultados qualitativa e quantitativamente muito próximos dos observados por Stussi.

Como já dissemos, a maior parte da energia vibrante é carregada pelo primeiro harmônico $n = 1$. Esta constatação é imediata do exame da equação (5). De fato, a presença dos fatores n^4 e n^6 nos denominadores, praticamente aniquila os harmônicos superiores, de maneira que nosso raciocínio subsequente poderá limitar-se a $n = 1$, isto é, ao primeiro termo das séries.

Constatamos, também que quando $\alpha^2 = 1$, ou $C = \frac{\pi l}{l}$, $w \rightarrow \infty$ e teremos a chamada "ressonância dinâmica".

Porém, as velocidades "C" que satisfazem esta condição são muito altas, às vezes da ordem da velocidade do som, para algumas pontes. Não temos assim, muito a temer deste tipo de ressonância que, além disso, caso viesse a ocorrer, seria completamente atenuada pelas causas e resistências dissipativas, não incluídas na equação diferencial (3), no que pese ainda a sua muito curta duração.

Por outro lado, caso tivéssemos uma carga estática, $C = 0$ e $\alpha = 0$. Efetuado este processo limite em (5), para $n = 1$ apenas, lembrando que $ct = x$, constataremos que a segunda série anular-se-á, resultando

$$w_s \simeq \frac{2 pl^3}{EJ\pi^2} \text{sen}^2 \frac{\pi x}{l} \quad (8)$$

(8) é muito próxima da elástica da viga na teoria estática, como com-

provamos em particular para $x \rightarrow \frac{l}{2}$, quando $w_s \simeq \frac{pl^3}{48 EJ}$.

Se chamamos w à flecha estática da viga no centro do vão, quando a carga atua em x , podemos escrever (5) aproximadamente sob a forma

$$w \simeq \frac{w_s}{1 - \alpha^2} - \frac{\alpha}{1 - \alpha^2} w_{sm} \text{sen} \frac{1}{\alpha} \frac{\pi ct}{l} \quad (9)$$

No segundo termo em (9), $\text{sen} \frac{1}{\alpha} \frac{\pi ct}{l}$ possui variação rápida

entre (-1) e $(+1)$, mudando de sinal várias vezes, enquanto a carga atravessa a ponte, conforme já vimos.

Para estarmos a favor da segurança, atribuímo-lhes o valor (-1) .

Se considerarmos ainda a carga móvel P no centro do vão, teremos então

$$w_{MAX} = \frac{1}{1 - \alpha} w_m \quad (10)$$

O fator $\frac{1}{1 - \alpha}$, pois $\frac{1}{20} < \alpha < \frac{1}{10}$, é que nos dá o chamado acréscimo de impacto.

Analisamos até o presente momento o caso de uma carga única P , quando, de fato, em uma ponte temos trens de cargas e cargas uniformemente distribuídas que se movem. Nestas condições, a probabilidade de uma concordância em sinal dos segundos termos em (9) é menor ainda, pois as cargas estarão defasadas ao longo do eixo da ponte. Saliente-se também que as chamadas cargas móveis de multidão contribuirão, com sua massa, para alterar constantemente, durante sua passagem o período de vibração natural da ponte. Isto dificulta ainda mais uma coincidência de impulsos com o ritmo das oscilações naturais.

Assim sendo, a fórmula (10) fornece sempre um limite superior.

Saliente-se que as solicitações são proporcionais aos deslocamentos, sendo calculadas através de derivações das expressões dêstes.

Logo. $\frac{4}{1 - \alpha}$ dá-nos, também, a medida do aumento das solicitações.

O Prof. F. Bleich computou, através dela, valores médios para os acréscimos em %, correspondentes aos casos correntes de pontes que se verificam na prática.

Os dados estão incluídos na primeira linha da Tabela, a seguir. Verificamos o decréscimo do efeito de impacto com o vão, como seria normalmente de esperar.

TABELA DE COEFICIENTES DE IMPACTO

(Acréscimo em %)

ESTUDOS TEÓRICOS DE F. BLEICH

vão (m)		6	10	15	20	25	50	100
Mobilidade da carga		9,8	8,7	8,7	8,3	8,1	6,8	5,9
Inércia da Carga	Vibração Forçada	8,3	4,9	3,3	2,4	1,9	0,9	0,38
	Vibração Livre	11,3	5,3	3,3	2,3	1,7	1,0	0,62
Contrapesos das locomotivas		13,4	11,3	11,3	11,0	9,9	8,8	6,6
Causas div $(18 - \frac{1}{16})\%$		18	18	17	16	16	15	13
SOMA		64	48	44	40	36	32	26

NORMAS

BE — Ferr. Aço		47	43	40	37	35	30	24
DIN 1075 Concreto	Ferr.	48	43	40	37	35	30	24
	Rod.	37	34	32	29	26	0	0
NB-2 Concreto	Ferr.	61	42	40	37	35	29	22,5
	Rod.	36	33	30	26	23	5	0

3 — INERCIA DA CARGA

Até o presente momento, consideramos a carga P como sendo uma força pura, sem massa. Na realidade, os veículos e trens possuem massa, capaz de resistir ao início do movimento ou dificultar sua cessação. Todo o veículo possuem sistema de amortecedores, de

modo que podemos idealizá-lo como expresso na Fig. 6. A massa $\frac{P}{g}$ é ligada aos eixos por uma mola ν' que, por seu turno, acompanha

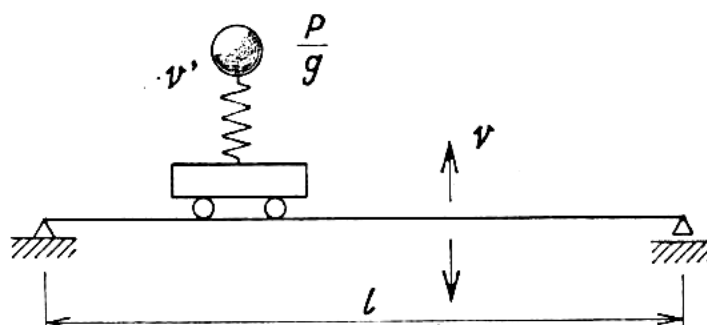


Fig. 6

o movimento vibratório da viga da ponte, com frequência ν' . Um dimensionamento adequado do sistema de amortecedores pode atenuar de muito os fortes efeitos de inércia, gerados por que a massa do veículo é obrigada a seguir os movimentos da ponte.

Estamos em presença de um oscilador harmônico, ao qual é impresso um movimento dado no extremo da mola. Como sabemos da teoria destes osciladores, a força necessária a entreter este movimento, que é também a força que vai ser aplicada à ponte, é proporcional ao fator

$$k = \frac{\left(\frac{\nu^1}{\nu}\right)^2}{1 - \left(\frac{\nu^1}{\nu}\right)} \quad (11)$$

Este, por outro lado, é tanto menor, quanto mais afastados estiver ν' de ν .

É uma necessidade lógica e prática prover os veículos com amortecedores brancos, ou, em linguagem científica, dar-lhes em ν' baixo.

Como temos na viga da ponte uma vibração lenta (forçada) e outra rápida (livre) é natural que o amortecimento seja efetivo no segundo caso e menos no primeiro.

Na mesma ordem de idéias, o amortecimento será maior nos vãos longos.

Em números, o amortecimento pode chegar a 50% em casos desfavoráveis, ou a quasi 100% nos casos favoráveis.

Vejamos agora, como incluir nas equações da dinâmica da viga, o efeito de massa da carga.

As forças de inércia da massa $\frac{P}{g}$, segundo d'Alambert, levando em conta o amortecimento "K", seriam $(-k \frac{P}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2})$, de modo que deveríamos substituir em (3), P por

$$(P - k) \frac{P}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (12)$$

Como já conhecemos w , através de (5), podemos obter uma avaliação do efeito de inércia, introduzindo sua expressão em (12).

Um exame mais superficial da situação poderia levar-nos à conclusão que o efeito de inércia reduziria o impacto, pois que sua parcela em (12) é negativa. Porém tal não se verifica, uma vez que facilmente podemos concluir ser a aceleração $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ negativa.

Com efeito, vista a situação pelo lado analítico, ao derivarmos (5) duas vezes em relação ao tempo, a função "sen t" passará a ter sinal (-).

A igual constatação chegaríamos também por uma observação física do movimento vibratório da viga. Este movimento tem velocidade máxima quando a viga passa pela configuração reta ($w = 0$) e mínima quando a viga está em flecha máxima, dando-se então a inversão de sentido do movimento. No movimento da viga para baixo, estamos, pois, em presença de um movimento com velocidade decrescente, retardado, ou de aceleração negativa.

Em realidade, a força de inércia é centrífuga.

Com base neste estudo analítico, Bleich computou o efeito numérico médio do fator de inércia, em separado para as vibrações livres e forçadas e que se acha dado na segunda e terceira linhas da já citada tabela. Vemos que, para vãos curtos, podemos ter efeito ponderável.

4 — EFEITO DAS MASSAS DESEQUILIBRADAS DAS LOCOMOTIVAS

Normalmente as massas das rodas das locomotivas não estão perfeitamente centradas, resultando de seu movimento forças centrífugas, que se transmitem à ponte.

O caráter destas forças centrífugas é o de forças pulsantes móveis que se deslocam sobre a ponte, tendo-se, na verdade, um trem destas cargas, em virtude da multiplicidade dos eixos.

O efeito destas forças pode ser considerável. Procura-se limitá-lo, impondo condições de fabricação às locomotivas, fixando-se o máximo de massa desequilibrada permitida. Este número, em geral, não passa de 15% do peso dos eixos.

A ação destas cargas móveis pulsantes pode ser avaliada analiticamente, resultando uma fórmula algo mais complicada que (5).

Basta, para isto, substituir na equação diferencial (3) P por $P \sin \omega t$, por exemplo, onde a pulsação " w " da carga móvel é avaliada em função do número de giros das rodas da locomotiva na unidade de tempo. É possível também obter a solução a partir das equações da dinâmica, sob a forma de Lagrange, como fez S. Timoshenko ⁽⁴⁾.

O resultado de cálculos comparativos para condições normalmente verificadas nos projetos, acha-se transcrito na tabela anexa a este trabalho, na quarta linha. Podemos verificar a grande importância deste efeito, de mesma ordem de grandeza daquele devido à mobilidade da carga.

5 — EFEITOS DIVERSOS

Além dos casos já enumerados, há outras causas de impacto de mais difícil, senão impossível, avaliação teórica. Nelas podemos incluir o efeito de pequenas imperfeições da pista de rolamento, choques ocasionais, etc. Todos estes efeitos serão avaliados empiricamente, através de fórmula que nos dê efeito maior para vãos curtos e menor - para grandes vãos.

Segundo F. Bleich, uma fórmula adequada é $\left(18 - \frac{l}{16}\right)$, em que " l " deverá ser introduzido em metros. Valores obtidos com esta fórmula acham-se incluídos na penúltima linha da já citada tabela.

Verificamos termos majoração da ordem de 20% em pequenos vãos e 10% em grandes vãos.

4) Veja-se trabalho citado na Nota 2).

6 — COMENTARIOS E CONFRONTOS DE ALGUMAS NORMAS

Na segunda parte da tabela anexa estão incluídos os coeficientes de impacto previstos por alguns regulamentos, para os mesmos vão em que foram dados os resultados da previsão teórica, segundo Bleich.

Verificamos que as normas alemãs BE, para pontes metálicas ferroviárias e DIN 7075, para pontes ferroviárias em concreto armado e protendido, adotaram os resultados do Prof. Bleich (última linha da primeira tabela), algo minorados. O mesmo digamos para a nossa NB-2, exceção feita aos pequenos vãos.

Para o caso de pontes rodoviárias, a DIN 1075 e a NB-2, adotam também, em ordem de grandeza, deixando-se fora o efeito dos contrapesos das locomotivas naturalmente, os resultados da presente investigação teórica.

Podemos afirmar, assim, que tais regulamentos apoiam-se em razoável fundação lógica e científica.

Cabe também aqui um breve comentário a respeito de outros casos, mais correntes até, não encarados no âmbito do presente estudo teórico. E o caso das vigas contínuas e vãos em balanço.

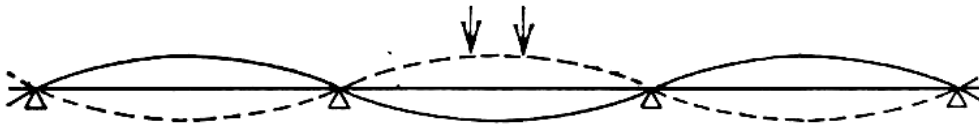


Fig. 7

Quando um trem de cargas atua num vão genérico de uma viga contínua, de vãos aproximadamente iguais (Fig. 7) a elástica dinâmica terá, a grosso modo a forma esquematizada. Temos permanentemente como que rótulas sôbres os apoios, em face do sentido contrário das flechas em vãos contíguos.

O uso dos valores médios de impacto de um vão isolado, como faz a NB-2, é então plenamente justificado, já pela própria contingência de valores médios.

Vejam os caso de um balanço. Em pontes o balanço está sempre ancorado num vão maior. Como vimos, o parâmetro mais frisante do comportamento dinâmico de uma estrutura é a sua frequência fundamental de vibração própria. Um balanço de vão " l " tem frequência mais baixa do que uma viga bi-apoiada de vão " l ",

igual aproximadamente à metade desta, como constatamos seccionando um vão genérico de uma viga contínua no centro, obtendo em traços gerais, dois balanços.

Desta forma, já que o vão bi-apoiado que ancora o balanço é maior que o próprio balanço concluímos que suas frequências naturais não deverão ser tão diferentes.

Logo, podemos tomar no balanço o coeficiente de impacto do vão principal, como normalmente se faz.

No caso de uma estrutura apertada, a investigação teórica tornar-se-ia extremamente complexa. Recomendamos, neste sentido, ao leitor o trabalho de A.V. Srinivasan e R.E. Beckett, nas memórias da Associação Internacional de Pontes e Estruturas de 1963⁽⁵⁾. No entanto, dado ao próprio caráter aleatório e imprevisível de muitos dos fatores que afetam o fenômeno do impacto não parece ser uma heresia o uso dos coeficientes das normas, em pontes de tal gênero.

Cabem, por fim, algumas palavras a respeito das lajes. Uma fixação racional do seu coeficiente de impacto só seria possível mediante um estudo do tipo do empreendido para as estruturas em uma dimensão. Seria êle feito na base da equação diferencial das placas elásticas, de Sôphie Germain — Lagrange.

Este estudo não apresentaria dificuldades materiais intransponíveis.

A favor da segurança, podemos calcular o impacto para o caso mais desfavorável, do vão menor, embora não tenhamos qualquer justificação científica para tanto. Devemos lembrar-nos que o perigo da solicitação dinâmica em lajes em princípio, menor do que nas peças principais da ponte, pois vibram muito mais rapidamente que estas, afastando a possibilidade de ressonância.

7 — IMPACTO EM PILARES E FUNDAÇÕES

Por fim, analisemos o efeito do impacto na infraestrutura da ponte. Sabemos que a NB-2 permite a não consideração do impacto nos pilares maciços e suas fundações profundas, mantendo-o no caso de pilares esbeltos. Vejamos se esta atitude encontra apoio teórico.

(5) "Response of Portal Frames to Dynamic Loading" — Abhandlungen der I V.B.H. — 1963.

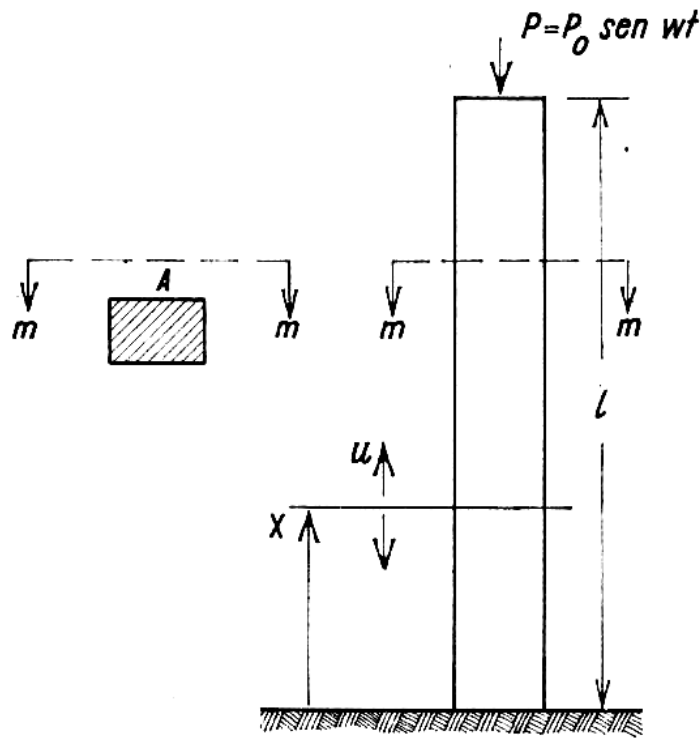


Fig. 8

Via de regra, um pilar de ponte é uma haste engastada na base e sujeita a uma solicitação variável no tempo, no seu tópo (Fig. 8).

A solicitação transiente do tópo pode ter duas causas:

- a) choques ocasionais, motivados por imperfeições, etc.;
- b) força periódica, de natureza proximamente harmônica, entretida pela vibração da viga principal.

A solução teórica do problema pode ser buscada no seio da teoria mecânica.

O problema é regido pela equação diferencial

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad ; \quad a^2 = \frac{Eg}{\gamma} \quad (13)$$

sendo “ u ” o deslocamento longitudinal de um ponto qualquer da haste e “ a ” a velocidade de propagação das ondas sonoras no material do pilar, dada em função de seu módulo de elasticidade “ E ” e seu peso específico “ γ ”.

Esta velocidade é muito alta, chegando a 5 km/s no concreto e até 20 km/s no aço, como um cálculo simples demonstra. A propagação das ondas sonoras, que de fato, nada mais são do que ondas elásticas de choque, pode assim ser consideradas instantânea.

A equação (13), por outro lado, nada mais representa do que o fato físico de que, em qualquer instante do movimento, as forças elásticas que se desenvolvem num elemento do pilar (proporcionais a $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$), em consequência do deslocamento longitudinal “ u ”, estão em equilíbrio com as forças de inércia

$$\left(\text{proporcionais a } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right).$$

A equação (13) está amplamente estudada nos tratados de física matemática, encabeçando a lista das chamadas equações diferenciais do tipo hiperbólico. Esta equação pode ter dois tipos de soluções, soluções em forma de ondas e soluções estacionárias, que correspondem exatamente aos nossos casos de choques fortuitos e vibração entretida.

Como nos revela a teoria, na solução ondulatória, os distúrbios elásticos de choque propagam-se do tópo do pilar para a base, intactos, e com velocidade “ a ”, sofrendo repetidas reflexões nos extremos.

Logo, o choque do tópo é trazido integralmente à base, devendo-se, pois, não contar com qualquer redução.

Quanto ao caso mais importante da sollicitação periódica $P = P_0 \sin \omega t$, devida ao vigamento, S. Timoshenko ⁽⁶⁾ obteve, para o caso da Fig. 8 a seguinte solução:

$$u = \frac{P_0 \cdot 2g}{\gamma l \cdot A} \sum_{n=1,3,5..} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{(P^2 - W^2)} \sin \frac{n \pi x}{2l} \sin \omega t \quad (14)$$

p_n é a pulsação da vibração natural longitudinal da barra. Para $n = 1$, por exemplo, $p = \frac{\pi a}{2l}$, p_n é um número bastante grande, em presença do qual podemos ignorar $(-w^2)$ no denominador de (14).

Constatamos, através de (14), que os deslocamentos longitudinais “ u ” obedecem o ritmo da carga P , pela presença do fator $\sin \omega t$.

Interessa-nos, antes de tudo, saber qual será a sollicitação na base do pilar, quando a força de amplitude “ P_0 ” atua no tópo, ou seja, quando $x = 0$ (Fig. 8). Este cálculo é imediato a partir de (14)

⁽⁶⁾ S. Timoshenko — “Vibration Problems in Engineering” — Third Edition, pg. 311.

se nos lembrarmos que o alongamento percentual $\epsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$ e $P_b = \sigma A = E \epsilon A = E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} A$.

Derivando (14) e introduzindo na expressão acima, para $x = 0$, obtemos para $n = 1$

$$P_b^o = \frac{4}{\pi} P_o \quad (15)$$

O fator $\frac{4}{\pi}$ é algo maior que 1, porém se contarmos com alguns harmônicos superiores, o fator de transmissão deverá tender para 1.

Concluimos, assim, que também a força periódica é transmitida integralmente à base do pilar.

Não devemos fazer, então, qualquer redução de impacto.

Esta constatação é confirmada pela intuição. O pilar pode ser assimilado a uma mola externamente rígida e sabemos, da teoria elementar da vibração do sistema com um grau de liberdade, que neste caso a força aplicada num extremo é transmitida, sem majoração nem decréscimo, ao outro.

Uma outra comparação pode contribuir para um esclarecimento de idéias.

Se imaginarmos o pilar constituído de troncos rígidos, entremeados por molas elásticas que dão certa deformabilidade ao conjunto, teremos mais ou menos reproduzidas as condições reais.

Fazemos, de imediato, a associação mental ao caso de uma composição ferroviária com acuplamentos entre vagões bastante rígidos e não temos dificuldade em visualizar o mecanismo de propagação longitudinal de distúrbios ocasionais (ondas) ou esforços periódicos.

Falta-nos, ainda, abordar o caso dos pilares maciços. Nesta situação, estamos virtualmente em contacto com um sólido a três dimensões e a equação (13) teria de ser escrita para o espaço.

Não mais teríamos uma orientação unidirecional dos choques e distúrbios periódicos, passando agora a termos um efeito multidirecional, com as dissipações e interferências que lhe são peculiares.

Difícilmente chegariam à base os impulsos do tampo. Logo, parece razoável não prever impacto.

O mesmo diga-se para as fundações, já que a presença de grandes massas de solo e de concreto, parece aniquilar por completo as solitações dinâmicas.

8 — CONCLUSÃO:

Resumindo, podemos afirmar que o nosso regulamento NB-2, em traços gerais, está conforme com os princípios científicos da dinâmica das construções.

Encerrando, desejamos salientar que uma ponte real é uma estrutura complexa, em grelha, com os painéis fechados por placas.

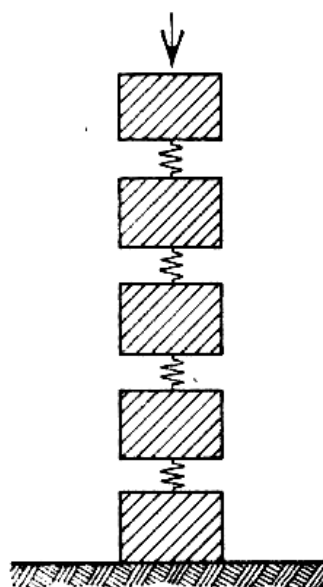
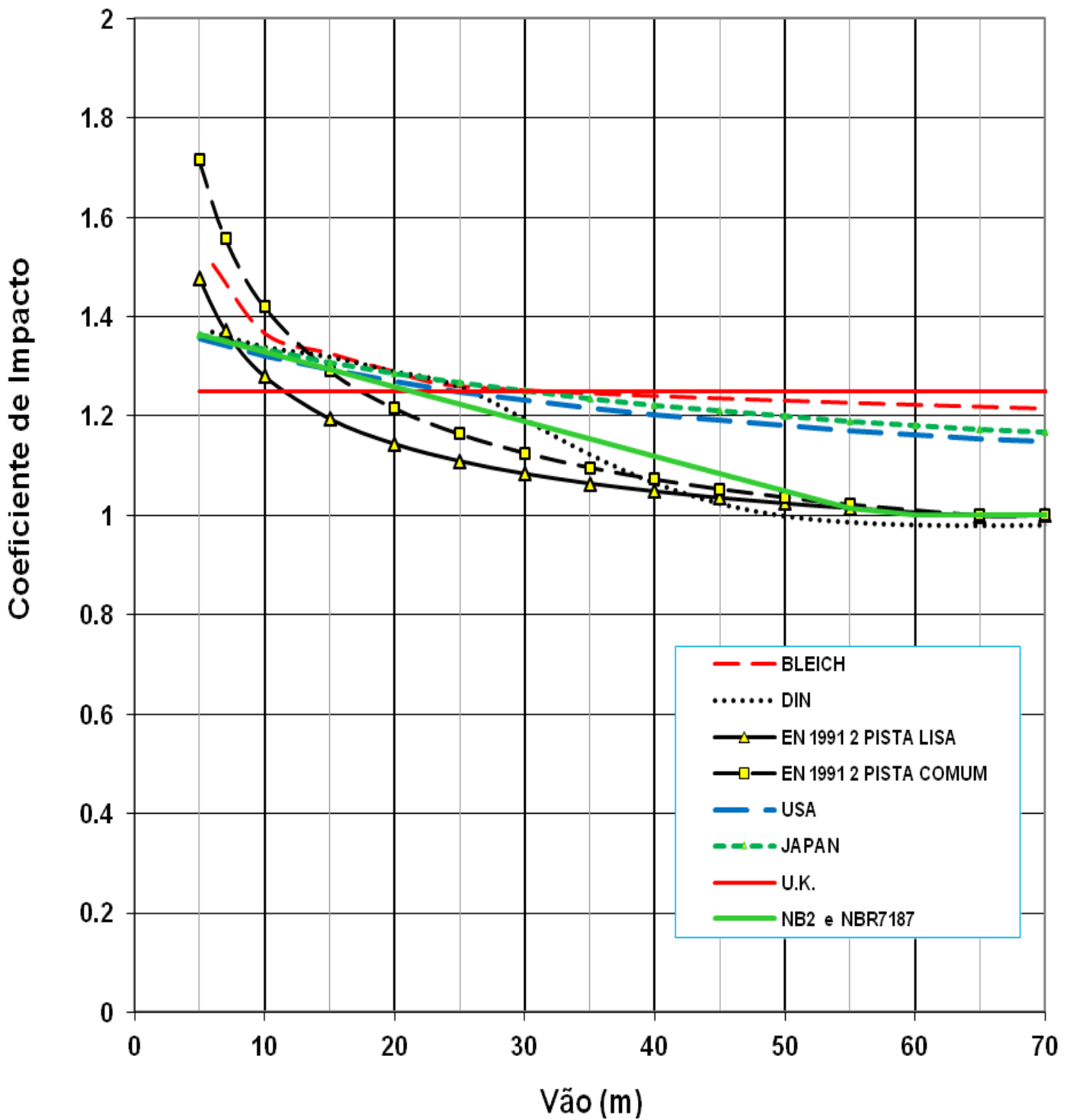


Fig. 9

Comentário de E. Thomaz :

- As normas NB2-1961 e a NBR7187-2003 são iguais. $\phi = 1.4 - 0,007L$
- Todas as normas são semelhantes.
- Para vãos de 10 metros o impacto vale $\phi \approx 1,35$
- Para grandes vãos algumas tendem para $\phi \approx 1,2$ outras para $\phi \approx 1,0$
- A Euro-Norma EN-1991-2 de 2003 faz uma pequena diferença entre os coeficientes de impacto para pistas sem ondulações (lisa) e para pistas comuns, ver no gráfico.
- **Ver comparação das normas na página seguinte.**

Coeficiente de Impacto Rodoviário



+ + +