

## **"Treliza de Mörsch" - Comentários.**

- Em 1906 Emil Mörsch concebeu, ensaiou e divulgou a "Treliza de Mörsch" usando barras dobradas a 45 graus e estribos a 90 graus.

<https://archive.org/details/concretesteelco00unkngoog> : pag 181 e seguintes

Esse tipo de armadura foi usado por décadas.

- No Brasil, Emilio Baumgart , até 1943, fez modificações no detalhamento das barras dobradas separando-as em " superiores" ( nos apoios) e "inferiores" ( nos vãos).

- Fritz Leonhardt , em 1964 , divulgou seus ensaios mostrando que basta usar estribos , não sendo indispensáveis as barras dobradas.

[http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/moersch/treliza\\_modificada.pdf](http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/moersch/treliza_modificada.pdf)

Mostrou também que a quantidade necessária de estribos pode ser menor que a prevista por Mörsch.

- Hubert Rüschi logo, 1964, assinalou que essas conclusões de Fritz Leonhardt foram obtidas em ensaios "estáticos", sem variação das cargas ao longo do tempo, como ocorre sempre nas pontes. Com cargas variando muito durante a vida da obra, a armadura de estribos deveria ser maior que a proposta por Leonhardt.

- Hajime Okamura , em 1982, comprovou ser correto o alerta de Rüschi, quando ocorrem muitas oscilações grandes de cargas , como nas pontes ferroviárias.

- O Prof. Aderson Moreira da Rocha , 1960 a 1972, mostrou na Revista Estrutura , em vários números, 28, 80 a 84 etc... , que o detalhamento das vigas com ferros dobrados e estribos é muito eficiente e muito comprovado nos seus ensaios de laboratório e nos inúmeros prédios executados com esse tipo de armadura.

- Juntando um pouco dessas informações em um arquivo com um pouco da história.

Comentários, nada mais.

Eduardo Thomaz

### TRELIÇA DE MÖRSCH

On the reduction of shear reinforcement as derived from the Stuttgart shear tests 1961 - 1963

IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
 Kongressbericht

Band (Jahr): 7 (1964)

<http://retro.seals.ch/digbib/view?pid=bse-cr-001:1964:7::1948> pagina 323

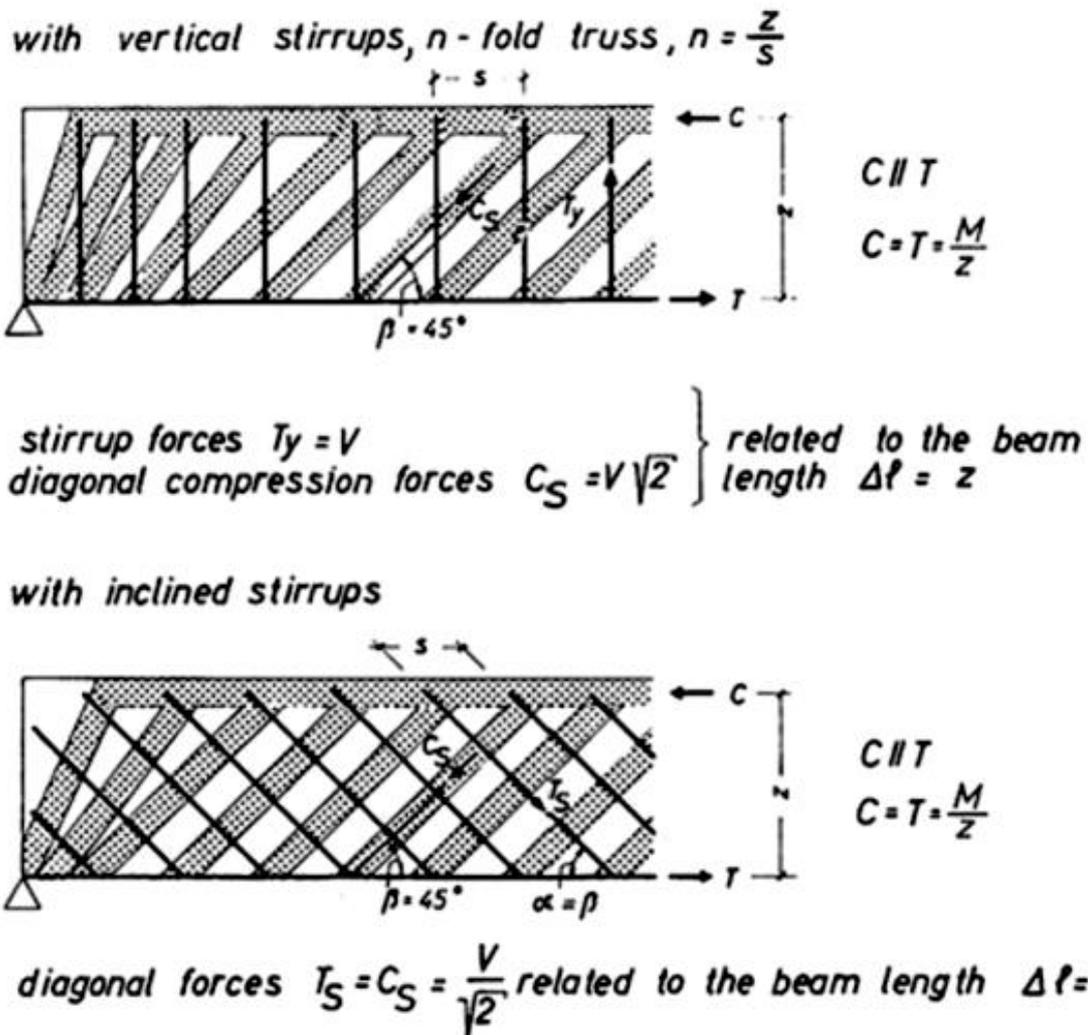


Fig. 1. Assumptions of classical truss analogy according to E. MÖRSCH

## COMENTÁRIO 1 E.C.S.THOMAZ

A treliça de Mörsch, foi modificada para reduzir o material aço na verificação do E.L.U.

Isso ocorreu , quando foi sugerida por Leonhardt em 1964, no congresso IABSE, a redução das armaduras transversais ( estribos e barras dobradas) pela dedução de uma parcela  $V_c$  , devida à chamada participação do concreto na resistência à força cortante.

Atual  $V_c$  no item 17.4.2.1 e seguintes, da NBR 6118

Ver figuras 3 e 8 no artigo do Prof. Leonhardt nos links :

<http://retro.seals.ch/digbib/view?pid=bse-cr-001:1964:7::1948> página 323

[http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/moersch/trelica\\_modificada.pdf](http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/moersch/trelica_modificada.pdf)

" On the reduction of shear reinforcement as derived from the Stuttgart shear tests (1961 - 1963) " - Leonhardt, Fritz - IABSE congress report - 1964

- Pontes rodoviárias antigas de concreto armado, feitas usando a treliça original de Mörsch, sem essa redução  $V_c$  , não têm fissuras inclinadas . Nem as pontes ferroviárias que vistoriamos.

Hoje, em algumas pontes de concreto armado, feitas com essa redução da armadura transversal, vi fissuras inclinadas.

- O uso dessa redução da quantidade de armaduras transversais deve ser sempre acompanhado pelo cálculo da abertura das fissuras inclinadas, usando a formulação do CEB-FIP , sendo a formulação da edição de 1978 muito precisa .

Mostramos no link abaixo a formulação desse CEB 78 e comparamos o cálculo numérico com as medições de aberturas de fissuras em 2 vigas, armadas só com estribos.

[http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/fissuracao/fiss\\_cortante.pdf](http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/fissuracao/fiss_cortante.pdf)

## Tensão nos estribos ( Ensaios de F. Leonhardt : 1961-1963)

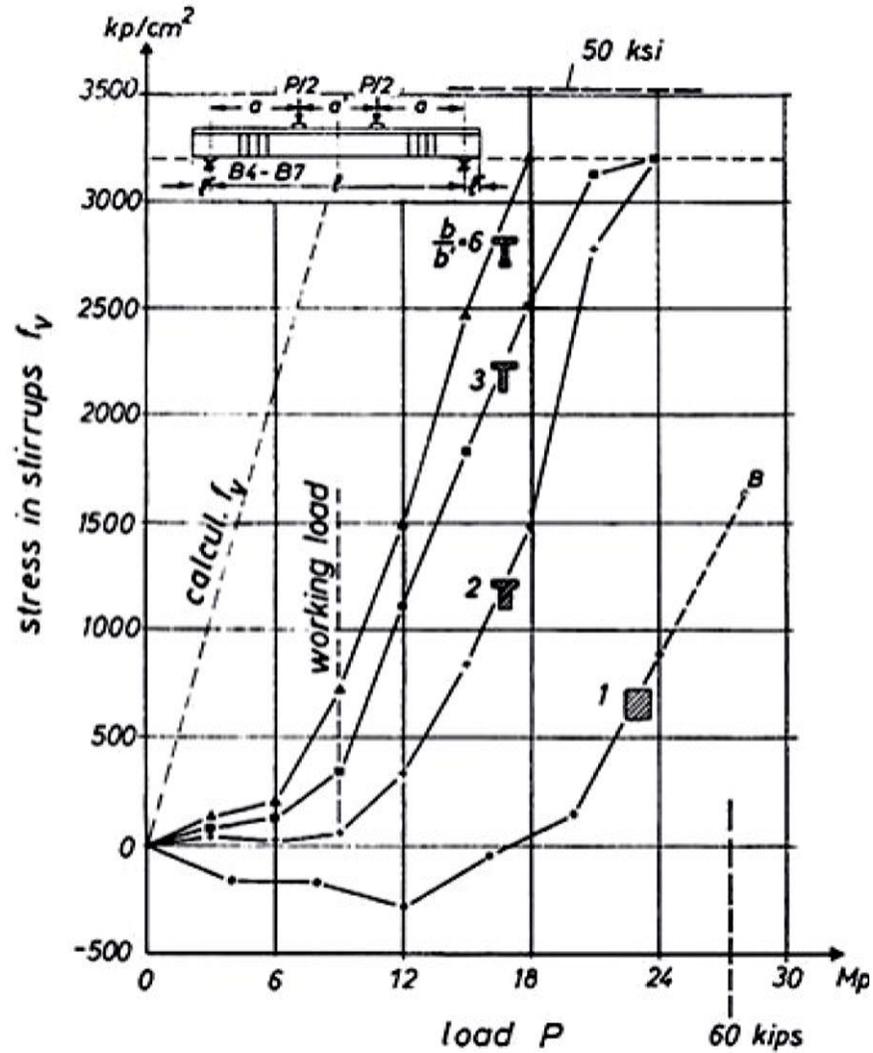


Figura 3

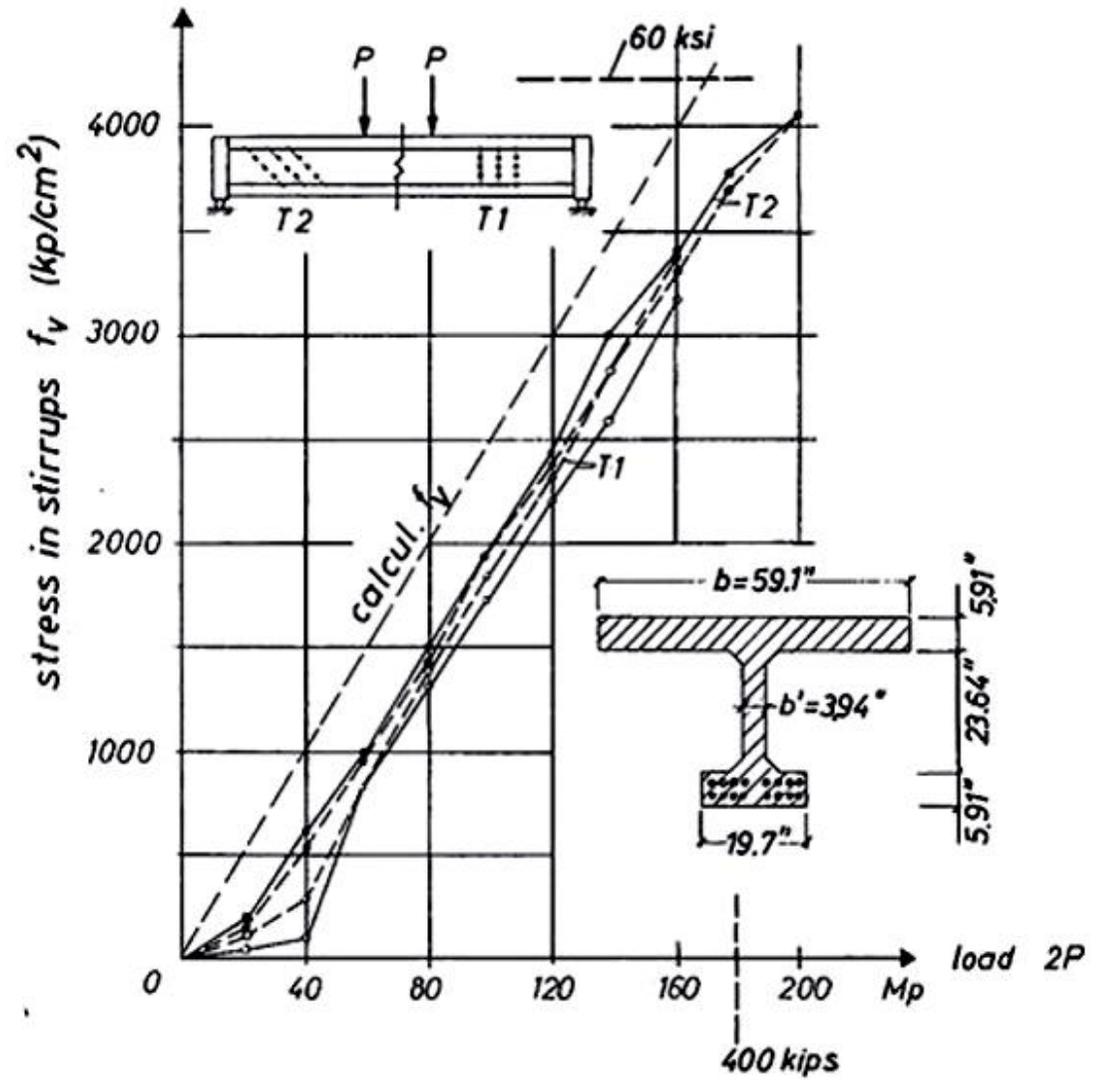


Figura 8

- Se usarmos no cálculo a treliça original de Morsch acabam-se essas fissuras visíveis, pois usaremos mais armaduras transversais.
- Em pontes de Concreto Armado, com vigas de alma fina, a ação repetida da carga móvel reduz, e até anula, a parcela redutora  $V_c$ , atribuída ao concreto.
- Ver **Hubert Rüsçh** :

### IV a 3

#### Über eine Erweiterung der Mörschschen Fachwerkanalogie

*An Extension of the Mörsch Truss Analogy*

*Sur une extension de la méthode du treillis de Mörsch*

HUBERT RÜSCH

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h., München

IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Band (Jahr): 7 (1964)

<http://retro.seals.ch/digbib/view?pid=bse-cr-001:1964:7::1980> página 353

Auf diesem Wege bekommt man kein treues Abbild der in der Praxis herrschenden Verhältnisse. Dort werden die Balken mit einer geringeren Sorgfalt hergestellt und weisen gelegentlich auch Fehlstellen auf, z. B. als Folge einer Mittagspause, welche das Betonieren unterbrach. Sie bleiben dann vielerlei Witterungseinflüssen ausgesetzt, die erhebliche Eigenspannungen hinterlassen.

Was aber am wichtigsten ist, sie werden zum Schluß nicht nur einmal und kurzfristig belastet. Ein Teil der Lasten wirkt dauernd ein, der Rest ist Wechsellast. Es kann kein Zweifel bestehen, daß unter diesen Umständen im Laufe der Zeit die vom Beton aufgenommenen Zugspannungen mehr und mehr abgebaut werden.

**Hubert Rüsçh diz :**

*” Mas o que é mais importante é que as vigas, afinal, não são carregadas apenas uma vez, num curto espaço de tempo.*

*Uma parte das cargas atua de modo permanente, o restante da carga é carga variável.*

*Não há dúvida de que nessas circunstâncias, com o correr do tempo as tensões de tração suportadas pelo concreto vão diminuindo mais e mais.*

...”

**Isto é :  $V_c$  vai diminuindo !**

# Fatigue behaviour of reinforced concrete beams under shear force

Autor(en): Okamura, Hajime / Ueda, Tamon

Zeitschrift: IABSE reports = Rapports AIPC = IVBH Berichte

Band (Jahr): 37 (1982)

<http://retro.seals.ch/digbib/view?pid=bse-re-003:1982:37::565> página 415

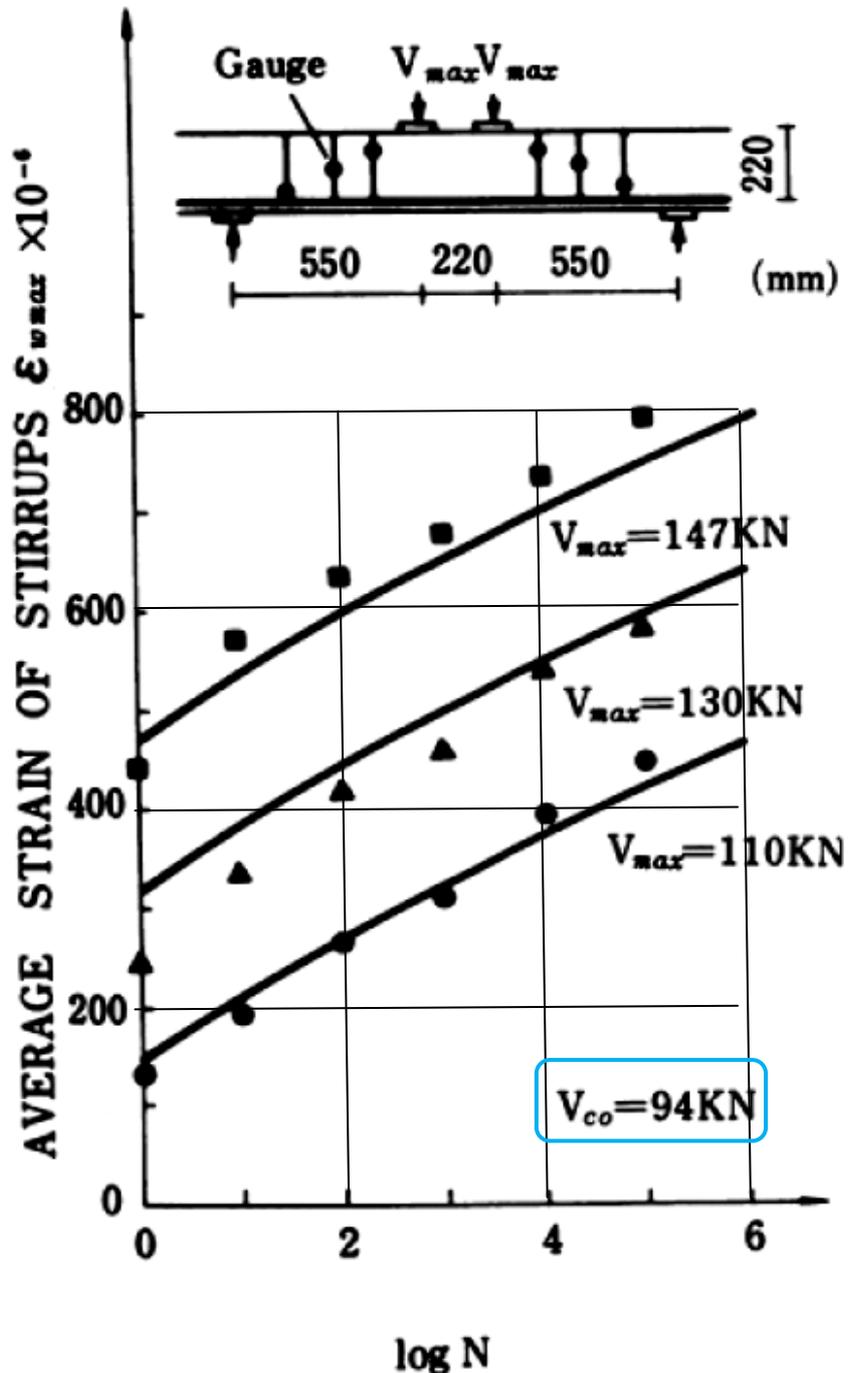


Fig.2 Average Strain of Stirrups ( $V_{max} > V_{co}$ )

Com carga móvel , para  $V_{max} > V_{co}$  a tensão no estribo atinge o dobro da tensão inicial , o que ocasiona aberturas maiores de fissuras.

# Fatigue behaviour of reinforced concrete beams under shear force

Autor(en): Okamura, Hajime / Ueda, Tamon

Zeitschrift: IABSE reports = Rapports AIPC = IVBH Berichte

Band (Jahr): 37 (1982)

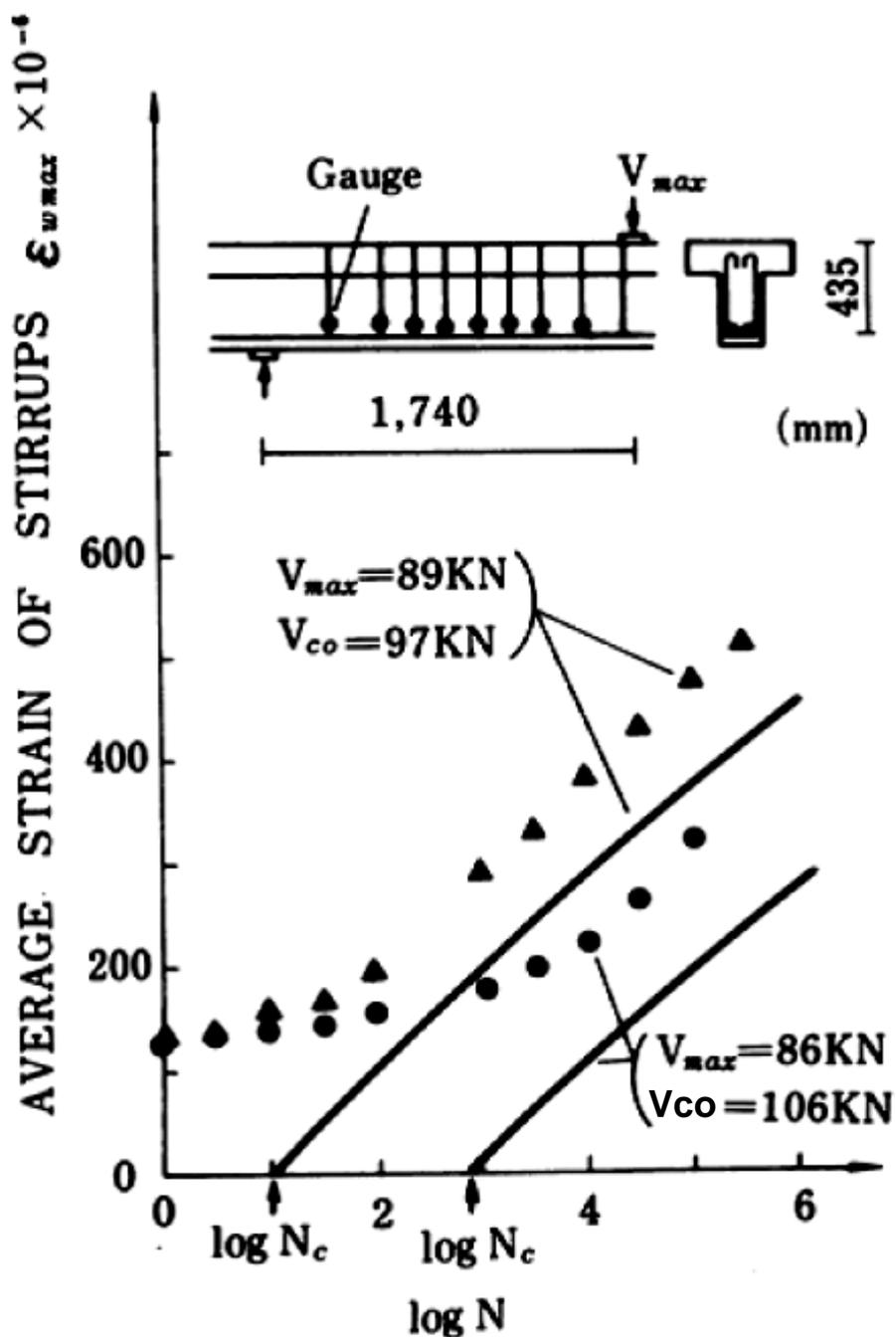


Fig.3 Average Strain of Stirrups  
( $V_{max} < V_{co}$ )

Mesmo para  $V_{max} < V_{co}$  a tensão no estribo cresce após 100 ciclos de carga .

A participação do concreto na resistência à força cortante diminui com o número de ciclos de carga e é função da relação entre a carga mínima e a carga máxima.

Com  $r = \frac{V_{\min.}}{V_{\max.}}$ , a variação de  $V_c$ , aferida pelos ensaios, foi :

$$\left( \frac{V_c}{V_{c0}} \right) = 10^{(-0,036 \times (1 - r \times |r|) \times \log N)}$$

- Com  $N$  crescente a parcela  $V_c$  de força cortante resistida pelo concreto diminui.
- Com a redução da parcela  $V_c$ , a tensão nos estribos aumenta com o número de ciclos de carga móvel e a segurança à fadiga também diminui. **Em especial nas pontes em concreto armado e principalmente nas pontes ferroviárias .**
- **Em edificações, essas variações de carga não são acentuadas e por isso a parcela  $V_c$  pode ser considerada no cálculo das armaduras de estribos.**
- **Nas vigas de concreto protendido , também, não se formam, em geral, fissuras inclinadas no E.L.S. Esse fato,  $V_c$  diminuir, não ocorre pois.**
- A formulação do CEB, para vigas de concreto armado, usando a variação do ângulo das bielas, faz a redução na armadura de Mörsch, mas sem que isso fique explícito. O ajuste da armadura de flexão é, no entanto , necessário.

Diferentemente do que diz a NBR6118 ,

**" 17.6 - Estado-limite de fissuração inclinada da alma – Força cortante e torção - Usualmente, não é necessário verificar a fissuração diagonal da alma de elementos estruturais de concreto.**

**Em casos especiais, em que isso seja considerado importante, deve-se limitar o espaçamento da armadura transversal a 15 cm."**

**continua sendo indispensável a verificação da abertura da fissura inclinada.**

Ver link : [http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/fissuracao/fiss\\_cortante.pdf](http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/fissuracao/fiss_cortante.pdf)

## COMENTÁRIO 2 - E.C.S.THOMAZ

Uma outra "*melhoria*", para mim não obrigatória, foi a adoção apenas de barras retas, para economizar a mão de obra na dobragem, no transporte e na montagem das barras.

Não mais se usam, hoje, as barras dobradas a 45° ou a 60°, que, além de resistirem à tração na flexão, também resistem às trações inclinadas devidas às forças cortantes.

Dobrar todas as barras da flexão seria o suficiente para a segurança no E.L.U. sem necessidade de estribos. Ver Aderson Moreira da Rocha - Revistas Estruturas 80 a 84.

Porém, para o E.L.S., abertura de fissura, os estribos são necessários.

Por isso, mesmo com barras dobradas, usavam-se também estribos pouco espaçados, para resistir, no mínimo, a 40% da força cortante.

As barras dobradas funcionam melhor que os estribos, já que estão na direção das tensões principais **de tração**, e foram concebidas e testadas por Mörsch em 1906 e usadas desde então em conjunto com os estribos.

É verdade que o uso de aços com maior resistência, o atual CA50, ao invés do antigo CA25, fez reduzir o número de barras da armadura de flexão e em consequência aumentou o espaçamento entre as barras dobradas, reduzindo a sua eficiência na redução da abertura de fissuras inclinadas.

- A partir do congresso IABSE de 1964, com o artigo de Leonhardt, ( ver link ) as barras dobradas começaram a ser substituídas por barras retas.

E por que? Apenas por economia de mão de obra, pois as barras dobradas, com diâmetros pequenos, são tão ou mais eficientes que os estribos.

Se for usada uma maior quantidade de barras mais finas teremos um bom desempenho das barras dobradas.

Isso é assinalado e recomendado pelo Prof. Aderson Moreira da Rocha nas Revistas ESTRUTURA números 80 até 84.

*" Tivemos oportunidade de fazer centenas de ensaios no Laboratório da antiga Prefeitura do Distrito Federal ( RJ ) e constatamos que vigas dotadas de ferros finos com bastante armadura dobrada só apresentavam fissuras com cerca do dobro da carga que fissurava as vigas dotadas só de ferros corridos e estribos."*

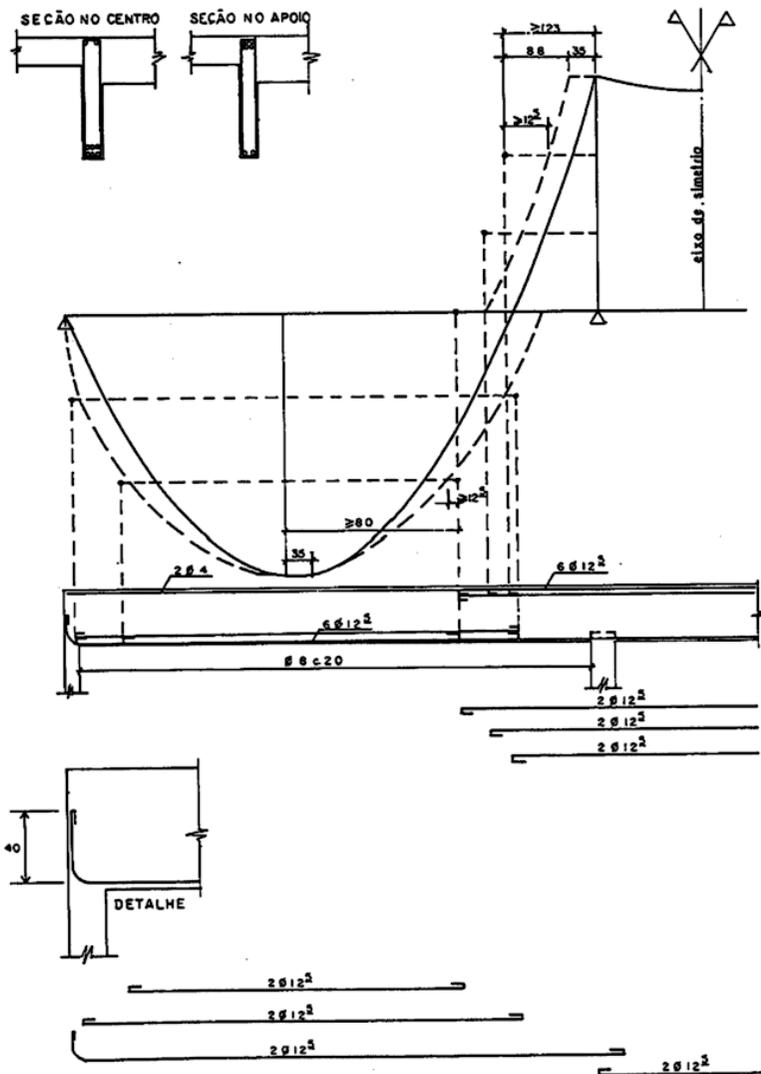
- As flechas das vigas com barras dobradas são menores que as das vigas só com estribos. Quem desejar ler os comentários completos do Prof. Aderson olhe os artigos nas cópias das Revistas ESTRUTURA, números 80 até 84, no link enviado por Eng. Julmei e por Eng. Dionisio.

[https://www.dropbox.com/sh/rye079gpt7ch9os/AAQ\\_eBgTBctdhWGX2-t8dqFa?dl=0](https://www.dropbox.com/sh/rye079gpt7ch9os/AAQ_eBgTBctdhWGX2-t8dqFa?dl=0)

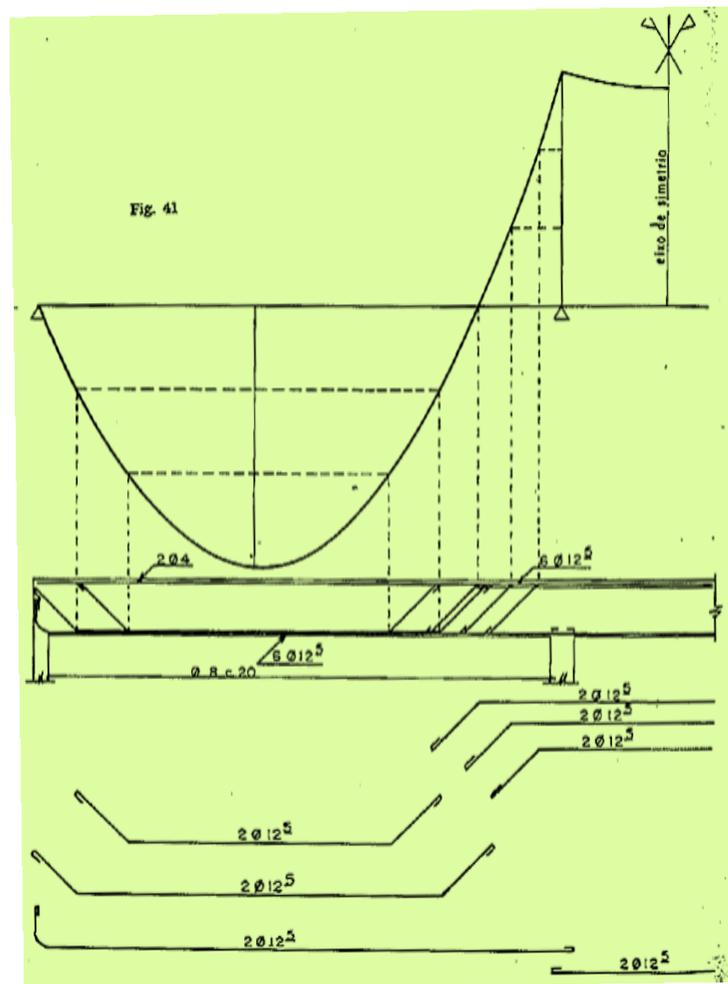
- Ver nesses comentários do Prof. Aderson o detalhe dos ferros dobrados, que sempre foi usado por várias décadas com total eficiência, seguindo as recomendações de Mörsch.

Exemplo de Viga com ferros dobrados : REVISTA ESTRUTURA Nº 84 - 1972  
 Cálculo Completo da Estrutura de um Edifício - Prof. Aderson Moreira da Rocha

**FERROS RETOS + ESTRIBOS**



**FERROS DOBRADOS + ESTRIBOS**



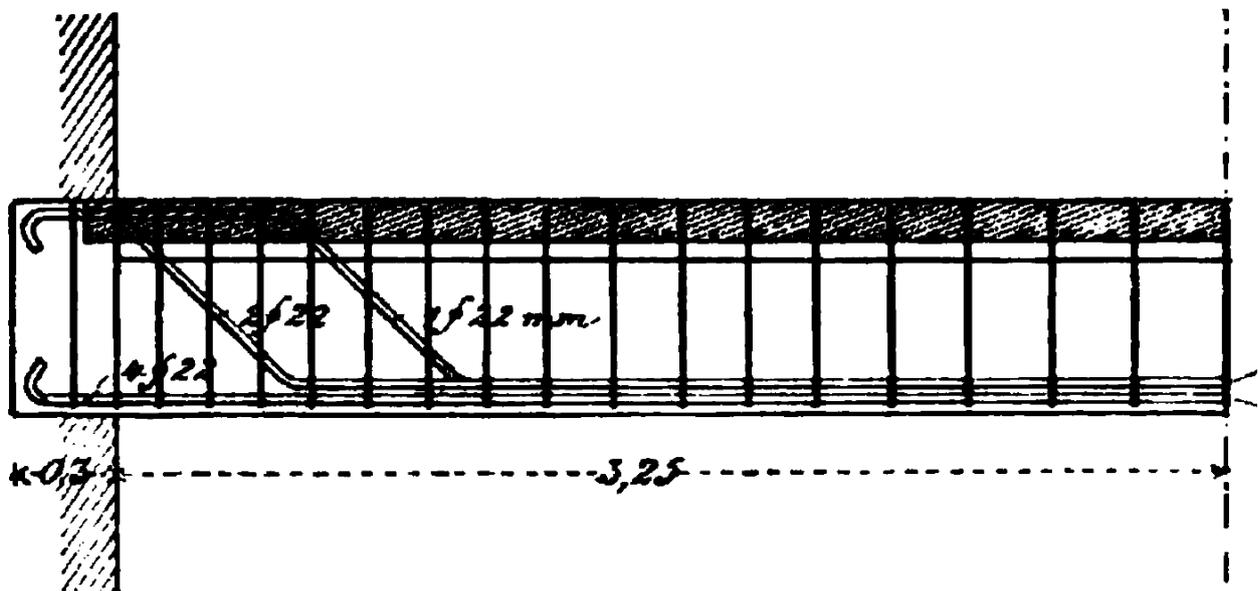
- Os programas de cálculo e de desenho automático de estruturas de concreto armado poderiam incluir essa alternativa, opção, com ferros dobrados para o detalhe das armaduras .  
É fácil e eficiente ! Boa qualidade da estrutura de concreto armado.
- A verificação da abertura das fissuras inclinadas limita as tensões dos estribos e das barras dobradas nas vigas de Concreto Armado, no Estado Limite de Serviço.
- **Essa verificação deve ser feita sempre.**

Ver link:

[http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/fissuracao/fiss\\_cortante.pdf](http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/fissuracao/fiss_cortante.pdf)

## EXEMPLOS DE ARMADURAS COM FERROS DOBRADOS

Ferros Dobrados + Estribos EMIL MORSCH - 1908



**Abb. 11. Armierung eines einfachen frei aufliegenden Plattenbalken.**

Desde então, usava-se espaçamento menor dos estribos junto dos apoios.

## Ferros Dobrados + Estribos : EMIL MORSCH - 1908

Desde então, , usava-se espaçamento menor dos estribos junto dos apoios.

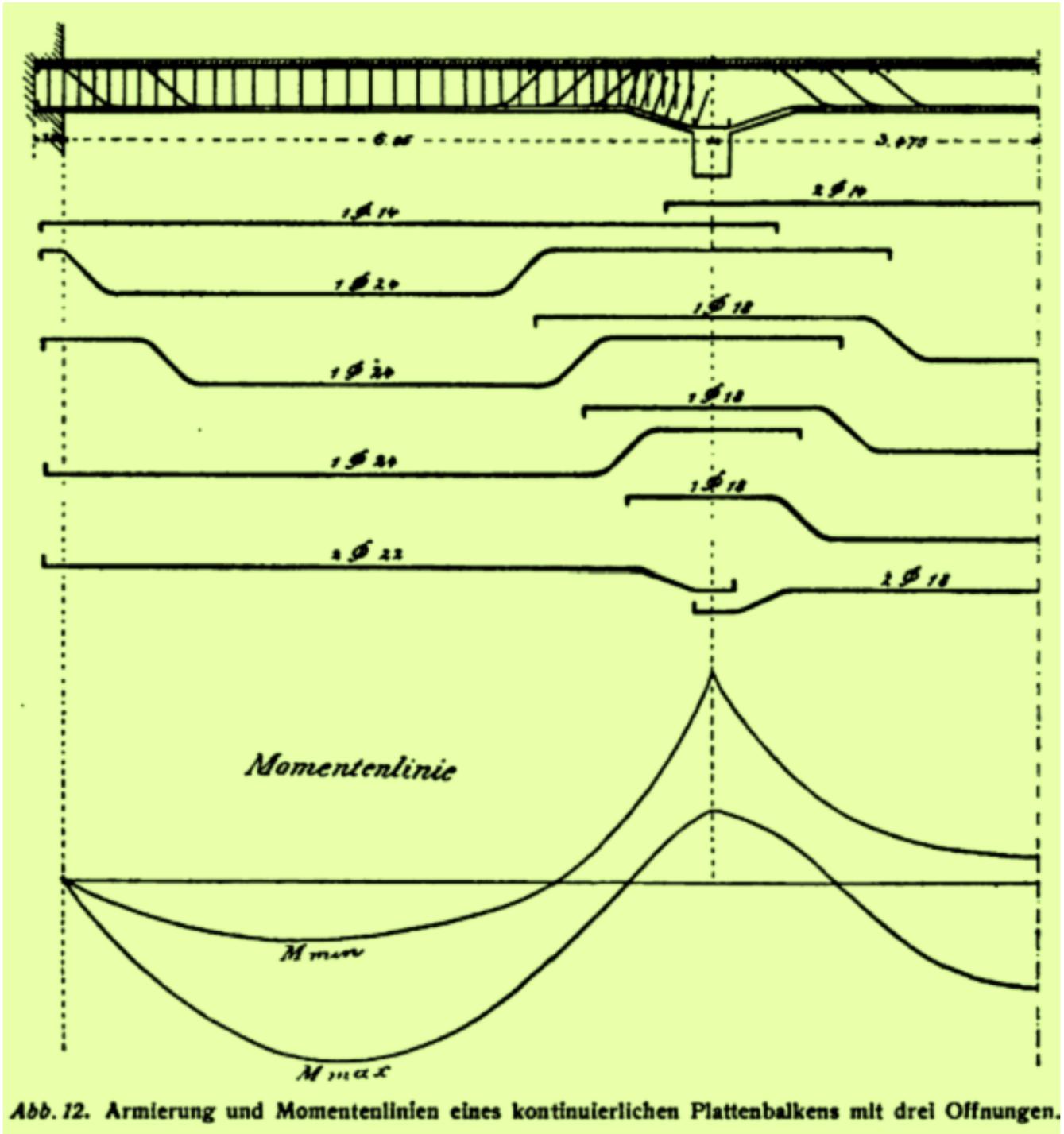


Abb. 12. Armierung und Momentenlinien eines kontinuierlichen Plattenbalkens mit drei Öffnungen.

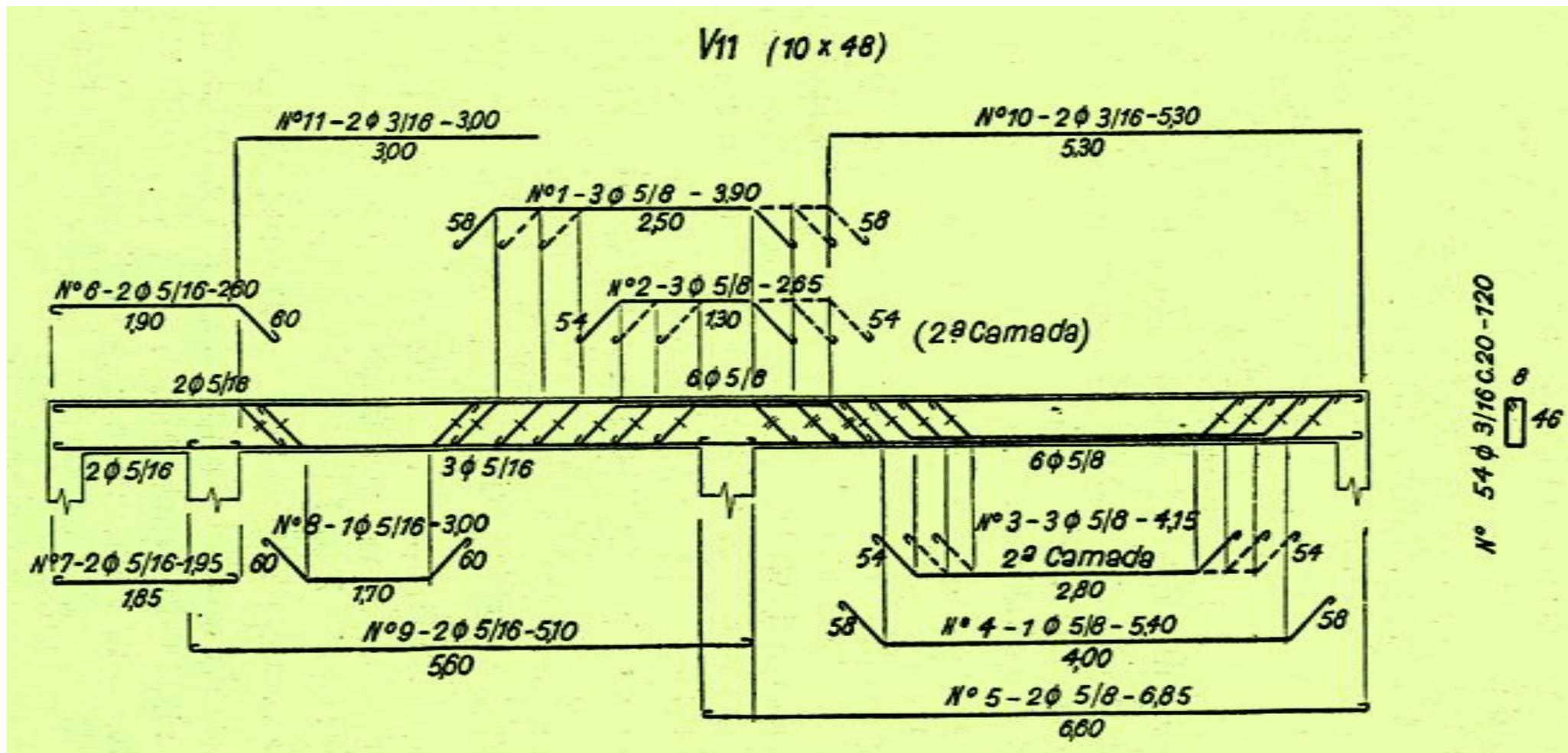
**Obs :** O Eng. Emílio Baumgart detalhava separadamente os ferros dobrados positivos ( inferiores ) e os ferros dobrados negativos ( superiores ).

Usava esses ferros dobrados superiores e inferiores e também usava os estribos para resistir a 40% da força cortante.

Os ferros dobrados eram chamados de "Cavaletes"  e "Bacias" 



Ferros Dobrados + Estribos : REVISTA ESTRUTURA Nº 28 - 1960  
 Cálculo Completo da Estrutura de um Edifício - Prof. Aderson Moreira da Rocha

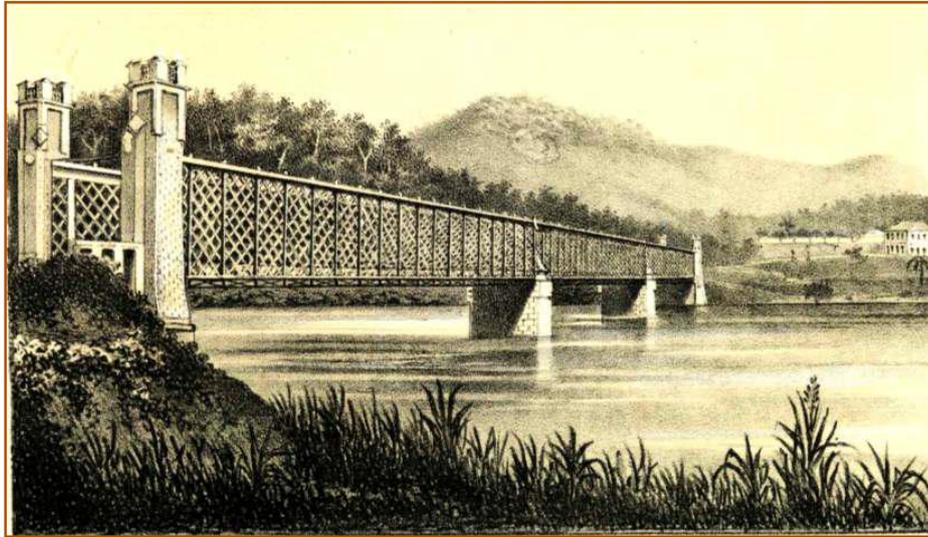


" Tivemos oportunidade de fazer centenas de ensaios no Laboratório da antiga Prefeitura do Distrito Federal ( RJ ) e constatamos que vigas dotadas de ferros finos com bastante armadura dobrada só apresentavam fissuras com cerca do dobro da carga que fissurava as vigas dotadas só de ferros corridos e estribos." - Prof. Aderson Moreira da Rocha

Os ferros dobrados eram chamados de "Cavaletes"  e "Bacias" .

## COMENTÁRIO 3 - ENSAIOS FEITOS POR MÖRSCH - 1906

Na foto a Ponte Metálica sobre o Rio Paraíba , construída em 1869, na cidade de TRÊS RIOS /RJ.



A Treliça Múltipla de MÖRSCH é similar a essa treliça metálica :

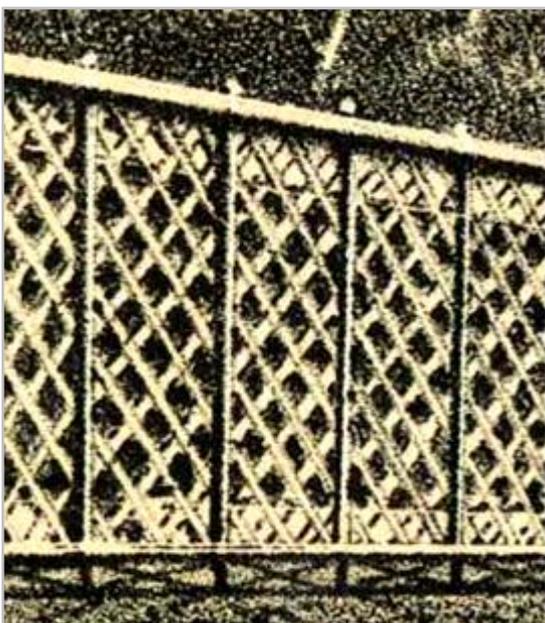
ESTRIBOS verticais

FERROS dobrados a  $+ 45$  graus

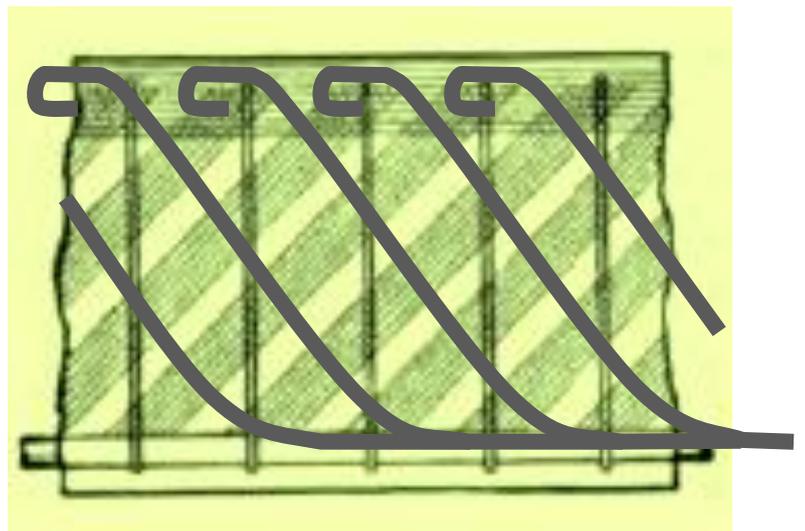
BIELAS de compressão no concreto a  $- 45$  graus

BANZO superior - Compressão

BANZO inferior - Tração



Detalhe de um painel da ponte sobre o Rio Paraíba - 1869



Painel Típico da Treliça de Mörsch 1906

# ENSAIOS FEITOS POR MÖRSCH - 1906 - Carga uniformemente distribuída

LADO ESQUERDO DAS VIGAS SEM ESTRIBOS

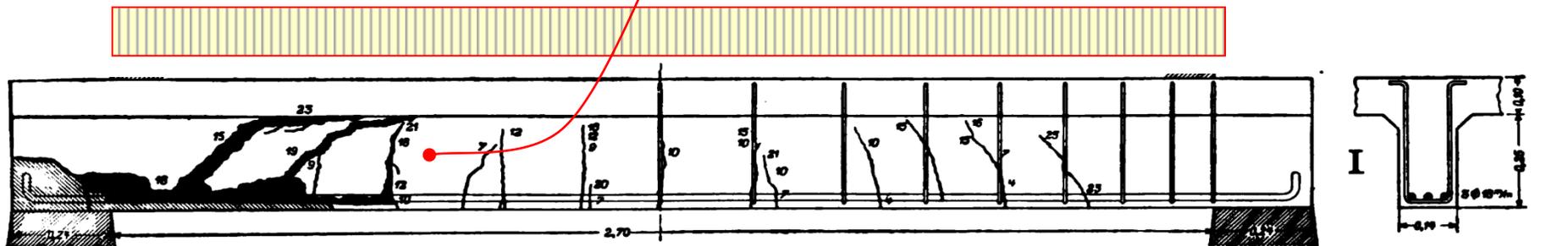


FIG. 131.—Beam I, 3 rods 18 mm. diameter, breaking load, 25.7 t. (27.3 tons).

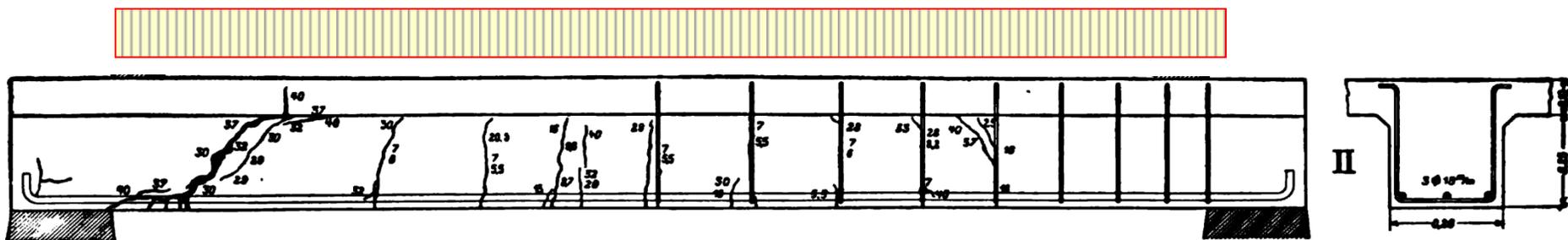


FIG. 132.—Beam II, 3 rods 18 mm. diameter, breaking load 40.0 t. (44 tons).

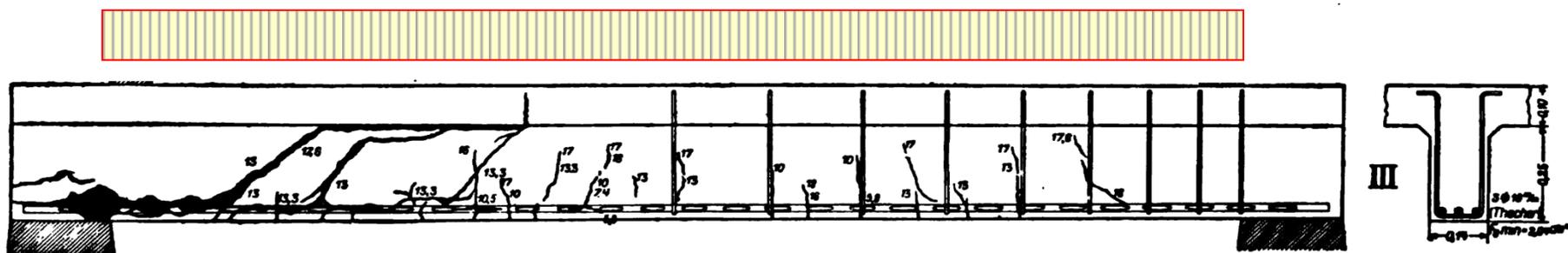


FIG. 133.—Beam III, 3 Thacher rods, breaking load 19.5 t. (21.5 tons).

## Carga uniformemente distribuída

LADO ESQUERDO DAS VIGAS SEM ESTRIBOS

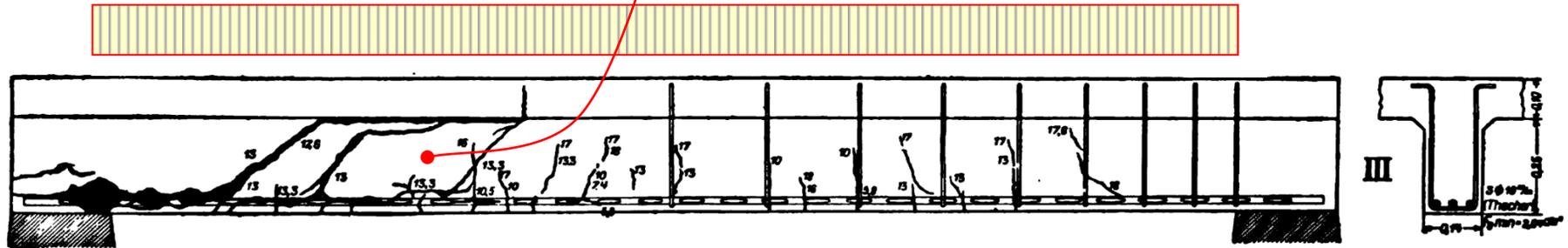


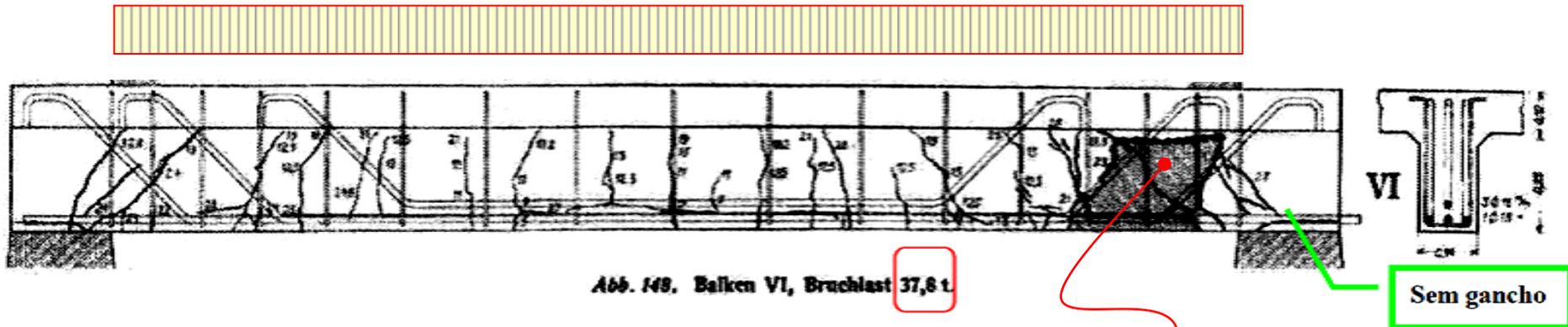
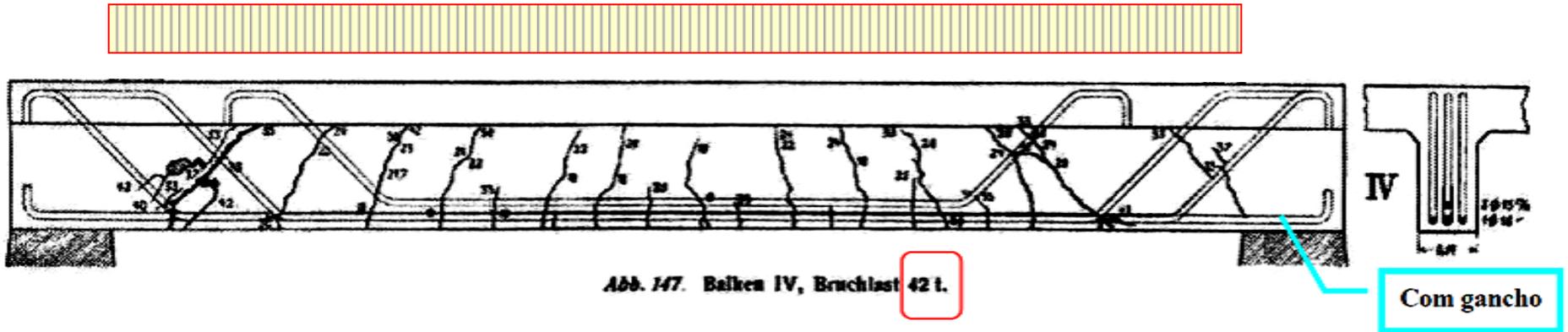
FIG. 133.—Beam III, 3 Thacher rods, breaking load 19.5 t. (21.5 tons).



Foto da ruptura no lado esquerdo da viga III, sem estribos ou barras transversais

# ENSAIOS FEITOS POR MÖRSCH - 1906

## Carga uniformemente distribuida



# ENSAIOS FEITOS POR MÖRSCH - 1906

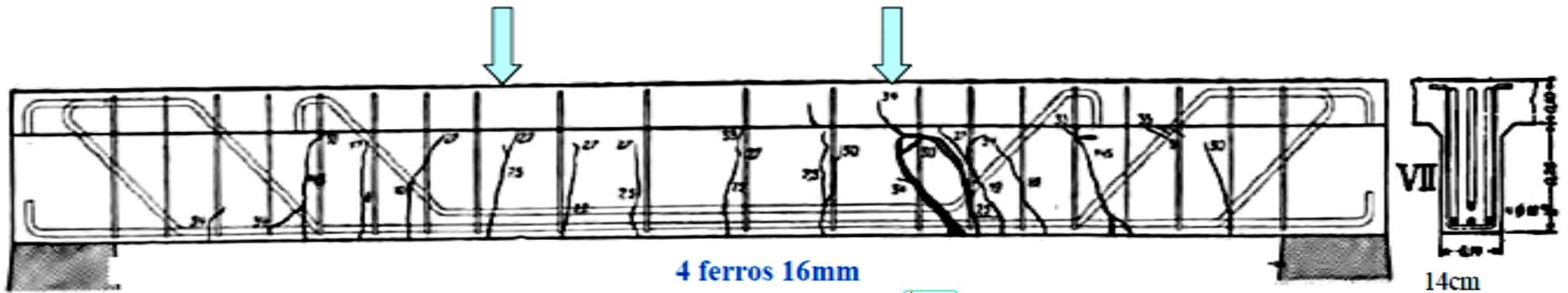
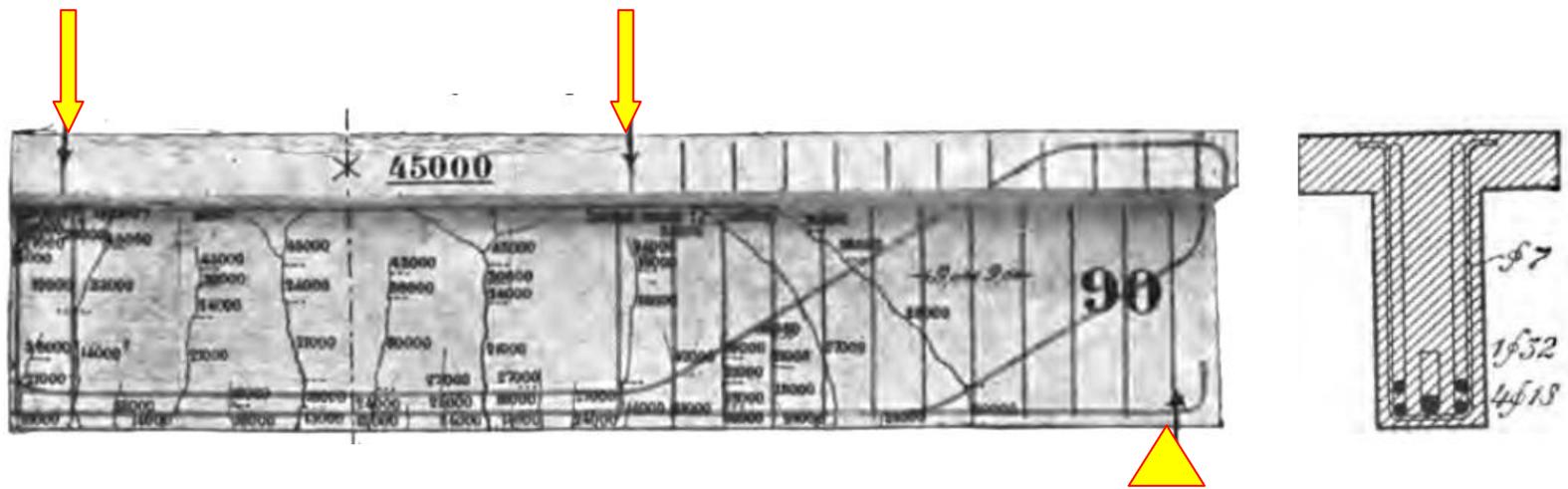
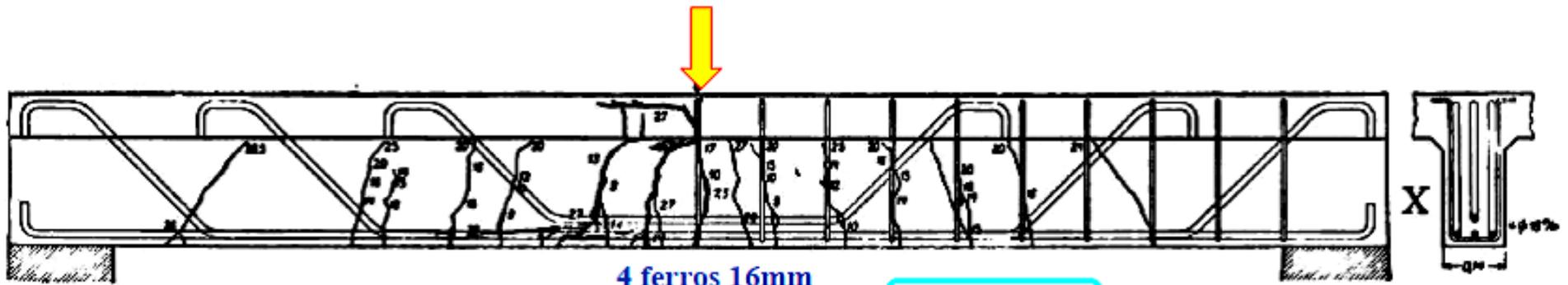


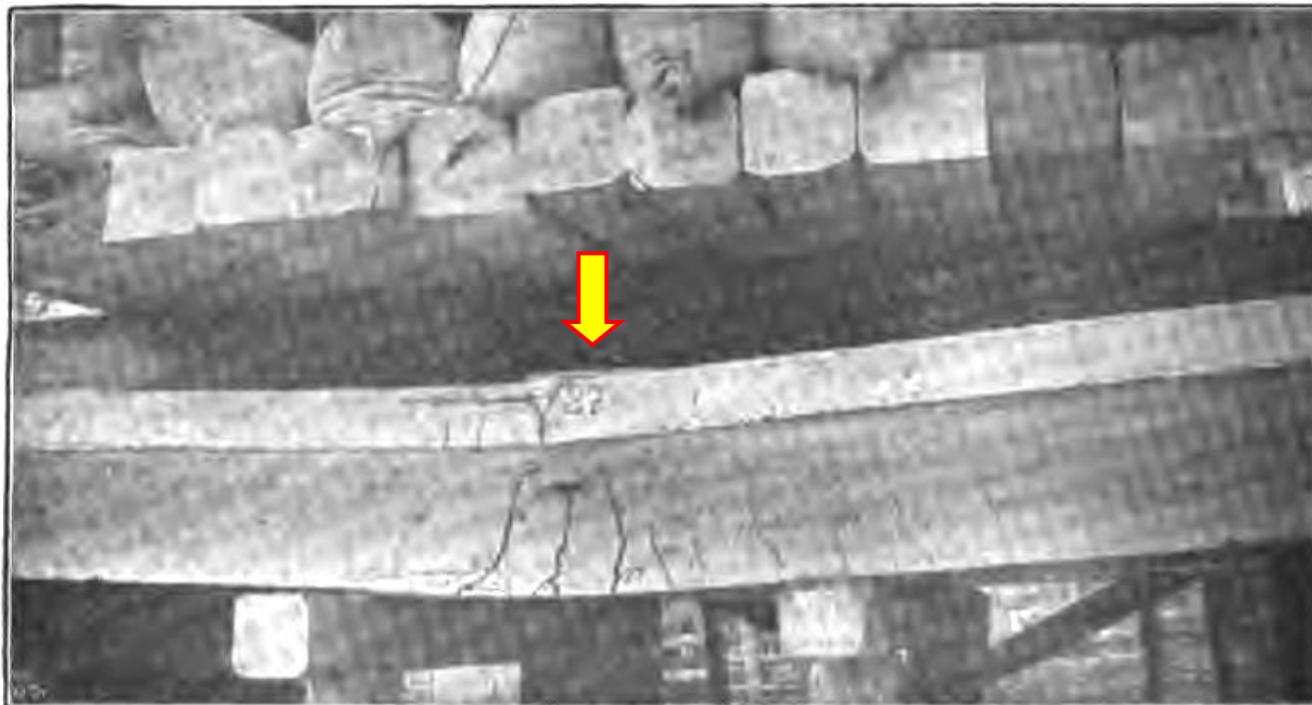
FIG. 152.—Beam VII, breaking load 34 t



# ENSAIOS FEITOS POR MÖRSCH - 1906



4 ferros 16mm  
FIG. 157.—Beam X, breaking load 27 t. (29.2 tons).



# ENSAIOS FEITOS POR MÖRSCH - 1906

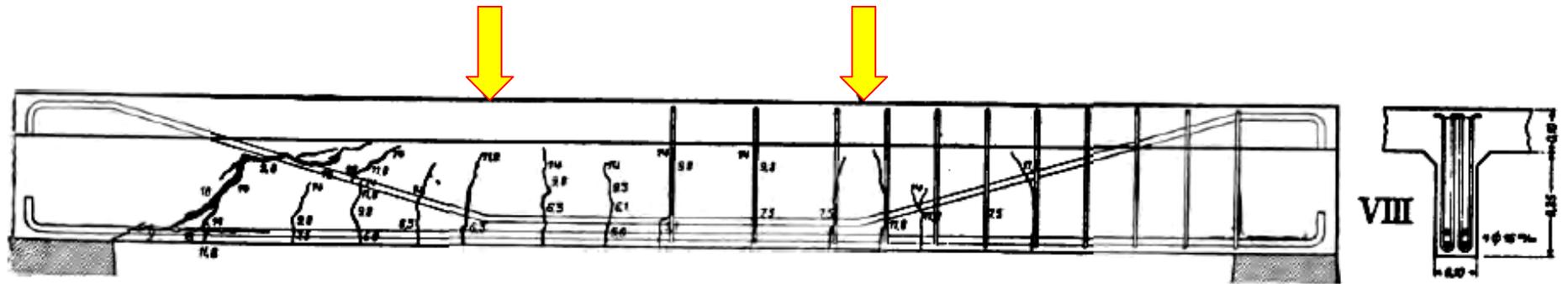
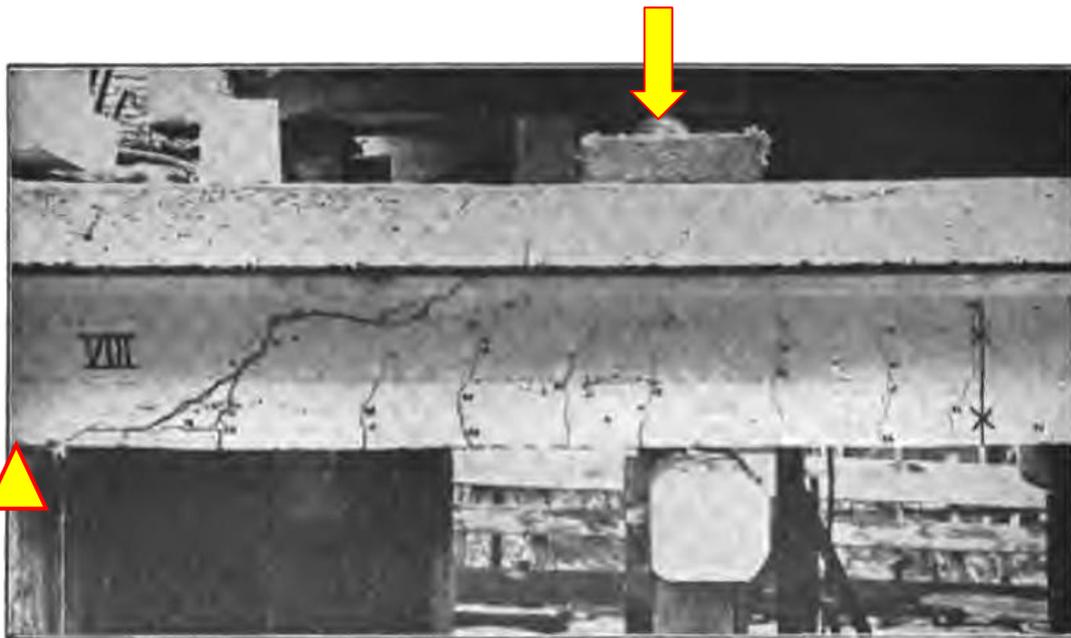


FIG. 153.—Beam VIII, breaking load 23.4 t. (25.7 tons).



## ENSAIOS FEITOS POR MÖRSCH - 1906

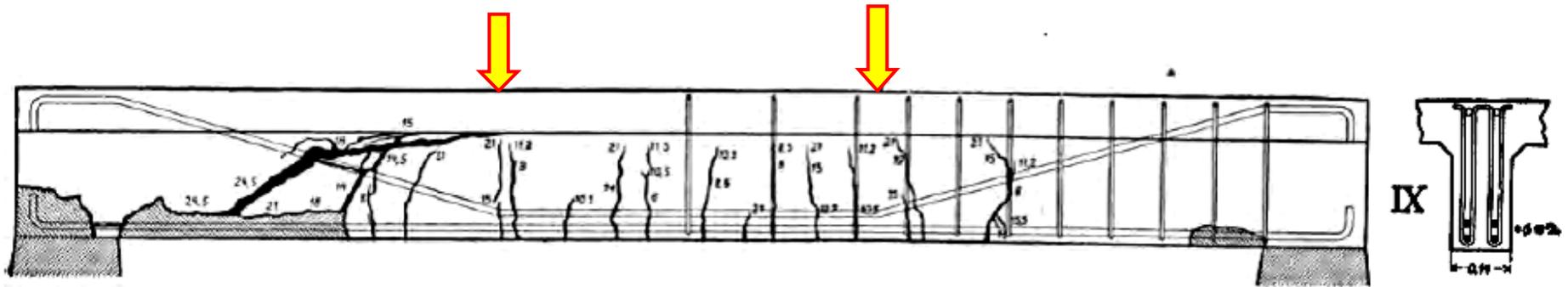


FIG. 154.—Beam IX, breaking load, 25.6 t. (28.2 tons).



FIG. 156.—Beam IX, No. 2 rib, under the breaking load.

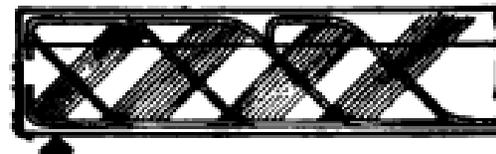


FIG. 143.

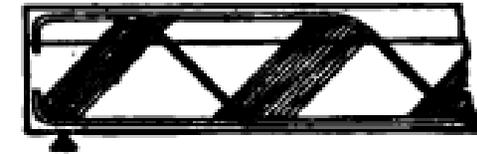


FIG. 144.

### Conclusão de EMIL MÖRSCH

From the tests made by the author, it is shown that the best results follow when the bending of rods is so done that they may carry the diagonal tensile stresses equal to  $\tau_0$  which act at an angle of  $45^\circ$ , and also provide the necessary amount of steel along the under side to care for the moments. A reinforced concrete beam of constant depth can then be compared to a single or double intersection truss or one of higher order (Figs. 143 and 144), in which tension

<https://archive.org/details/concretesteelco00unkngoog> : pag 181 e seguintes