



## Armadura mínima em pilar

### A idéia inicial de Emil Mörsch.

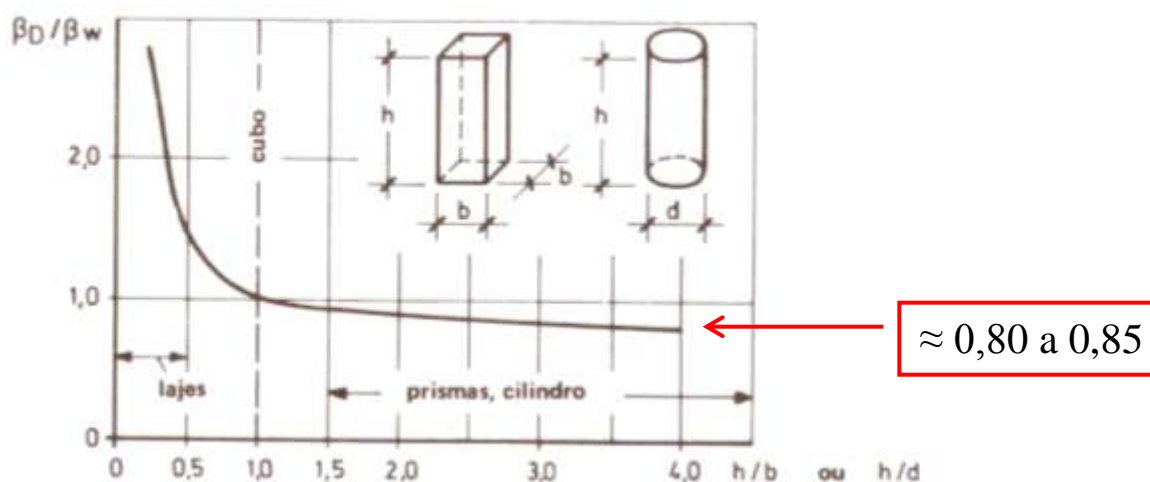
Livro : “Der Eisenbetonbau – seine Theorie und Anwendung”  
<http://um.bookprep.com/read/mdp.39015050918005> (edição 1908 - free download)  
( página 14 e seguintes , página 67 e seguintes )  
Edições do livro : 1902 – 1905 – 1908 – 1912 – 1922

Na Alemanha, com os ensaios de Emil Mörsch, para a firma Wayss & Freytag, na Universidade de Stuttgart, constatou-se, nos anos 1900, que a resistência à compressão de pilares de concreto, sem armadura, era menor que a resistência obtida multiplicando a área da seção do pilar pela resistência medida em corpos de prova cúbicos com 30cm x 30m x 30cm.

Os pilares sendo mais esbeltos que os corpos de prova cúbicos apresentavam menor resistência. Ver figura abaixo.

Os corpos de prova cúbicos apresentam maior resistência devido ao atrito entre os pratos da máquina de ensaio e o corpo de prova. Esse atrito impede a deformação transversal do concreto do corpo de prova. Cria com isso um estado triplo de tensões e o concreto rompe com tensões mais elevadas.

Com corpos de prova alongados a parte central, longe dos pratos da máquina de ensaio, permanece no estágio uniaxial de tensões e rompe com tensões mais baixas. Hoje, isso é um fato bem conhecido.



Relação entre a resistência à compressão  $\beta_D$  de corpos prismáticos, e a resistência cúbica à compressão em função da esbeltez  $h/d$  ou  $h/b$  [25]



Para compensar essa redução de resistência a norma alemã adotou, em 1904, uma armadura mínima de 0,8% , ver anexos adiante.

O pilar seria então dimensionado com a carga atuante e o concreto com a resistência medida em corpos de prova 30cm x 30cm x 30cm ( desprezando então, no cálculo, a existência da armadura de 0,8% ).

Pode-se considerar que o aço deveria resistir à parcela de força equivalente à diferença de resistência do concreto, ver figura acima.

$$N = A_c \times f_{\text{cúbico}} = A_c \times \left( (0,80 \text{ a } 0,85) \times f_{\text{cúbico}} \right) + A_{\text{aço}} \times \sigma_{\text{aço}}$$
$$\left( A_{\text{aço}} \times \sigma_{\text{aço}} \right) = (0,20 \text{ a } 0,15) \times A_c \times f_{\text{cúbico}} = (0,20 N \text{ a } 0,15 N)$$

$$A_{\text{aço min.}} \times \sigma_{\text{aço}} \approx (20 \% \text{ a } 15 \% ) N$$

$$N d_{\text{aço min.}} = ( A_{s.\text{min.}} \times f_{yd} ) = 15\% N d$$

A norma NBR 6118 / 2007 item 17.3.5.3.1 recomenda (  $A_{\text{aço min.}} \times \sigma_{\text{aço}} = 15\% N$  )

*Obs. : Depois, a norma alemã passou a usar, no dimensionamento dos pilares, a resistência de corpos de prova prismáticos esbeltos, mas manteve a armadura mínima de 0,8%  $A_c$  e também o espaçamento máximo entre estribos igual a 12 vezes o diâmetro da barra longitudinal.*

+++

### ***Cálculo da armadura mínima segundo critério de Emil Mörsch em 1904.***

*A carga admissível em um pilar, com carga centrada, vale, segundo a norma alemã de então :*

$$P_{\text{adm.}} = \frac{P_{\text{rupt}}}{3} = \frac{\sigma_c \times S_{\text{conc.}} + \sigma_s \times S_{\text{aco}}}{3}$$

$P_{\text{adm.}}$  = Carga admissível do pilar

$P_{\text{rupt.}}$  = Carga de ruptura do pilar

$\sigma_c$  = Resistência cúbica média do concreto aos 28 dias = 12 MPa a 16 MPa

$S_{\text{conc.}}$  = Área do concreto



$\sigma_s$  = tensão de escoamento do aço à compressão = 240 MPa

$S_{aço}$  = Área de aço

Pode-se considerar que o aço deveria resistir à parcela de força equivalente à diferença de resistência do concreto.

$$P_{rupt} = \sigma_{\text{medio.cubo 28dias}} \times S_{\text{conc.}} = \sigma_{\text{cilindro esbelto 28dias}} \times S_{\text{conc.}} + \sigma_s \times S_{\text{aço}}$$

$$\sigma_{\text{medio.cubo 28dias}} \times S_{\text{conc.}} = (0,80 \text{ a } 0,85) \times \sigma_{\text{medio.cubo 28dias}} \times S_{\text{conc.}} + \sigma_s \times S_{\text{aço}} \cdot \mu_{\text{min}}$$

Logo:

$$(0,20 \text{ a } 0,15) \times \sigma_{\text{medio.cubo 28dias}} \times S_{\text{conc.}} = \sigma_s \times S_{\text{aço}} \cdot \mu_{\text{min}}$$

Com os valores de  $\sigma_c$  usados na época ( ano de 1904 ) :

Concreto B120 ;  $\sigma_{\text{cubo}} \text{ médio a 28 dias} = 120 \text{ kgf/cm}^2$

$$\mu_{\text{min}} = \frac{S_{\text{aço min}}}{S_{\text{conc}}} = \frac{(0,20 \text{ a } 0,15) \times \left( \sigma_{\text{medio.cubo 28dias}} = 12 \text{ MPa} \right)}{\sigma_s = 240 \text{ MPa}}$$

Os valores extremos seriam:

$$\mu_{\text{min}} = \frac{S_{\text{aço min}}}{S_{\text{conc}}} = \frac{(0,20 \text{ a } 0,15) \times \left( \sigma_{\text{medio.cubo 28dias}} = 12 \text{ MPa} \right)}{\sigma_s = 240 \text{ MPa}} = 0,010 \text{ a } 0,0075$$

A norma alemã adotou  $\mu_{\text{mín.}} = 0,008 = 0,8\%$

*Obs. : Depois, a norma alemã passou a usar, no dimensionamento dos pilares, a resistência de corpos de prova prismáticos esbeltos, mas manteve a armadura mínima de 0,8% Ac e também o espaçamento máximo entre estribos igual a 12 vezes o diâmetro da barra longitudinal.*

$$P_{\text{adm.}} = \left( \frac{P_{\text{rupt}}}{3} \right) = \left( \frac{K_b \times F_{\text{conc.}} + \sigma'_{\text{aço}} \times F_{\text{aço}}}{3} \right) = \text{Norma DIN de 1932}$$

Onde  $K_b$  = Resistencia prismática do concreto do pilar após 90dias ( ! )

$$K_b = K_{\text{conc. prismático 90 dias}} = 210 + \left( \frac{W_{\text{conc. cubico.medio.28 dias}} - 210}{3} \right) \left( \text{kgf/cm}^2 \right)$$

$F_{\text{conc.}}$  = área do concreto ;  $F_{\text{aço}}$  = área da armadura

$\sigma'_{\text{aço}}$  = tensão de escoamento do aço na compressão (  $\text{kgf/cm}^2$  )



Apresentamos, a seguir, os textos em alemão de 1904, em francês e em inglês de 1909, mostrando o trecho onde é feita essa indicação.

**Anexo 01**- Preliminary Recommendations for the Design, Construction, and Testing of Reinforced Concrete Structures - Associação Alemã de Concreto - 1904

*“... The reinforcement of columns must aggregate at least 0,8% of the total area.”*

**Anexo 02** - Der Eisenbetonbau – seine Theorie und Anwendung - Livro de Emil Mörsch : 1908

**Pagina 15:**

*“ ... Der Betonpfeiler von irgend einer Querschnittsform schliesst eine gewisse anzahl vertical stehender Rundeisenstangen ein, die in der Nähe des Umfanges untergebracht sind.*

*Um pilar de concreto com seção transversal de forma qualquer, inclui um certo número de barras redondas de aço colocadas na vertical, que ficam próximas à periferia da seção.*

*In gewissen Abständen sind diese Rundeisen durch Drahtbügel miteinander verbunden.*

*Essas barras redondas são ligadas entre si por estribos, espaçados de uma certa distância.*

*Die Armierung bildet also ein Eisengerippe, welches den Beton einschliesst und ihn am seitlichen Ausweichen hindert.*

*A armação forma assim uma malha de aço, que envolve o concreto, impedindo-o de se deformar lateralmente.*

*Es folgt daraus, dass auch bei hohen Säulen, abgesehen von der notwendig einzuhaltenden Knicksicherheit, die sogen. Würfelfestigkeit des Betons erhalten bleibt, welche höher ist als diejenige prismatischer Körper.*

*Daí resulta que, mesmo em pilares altos, abstraída a necessária segurança à flambagem, a chamada resistência cúbica do concreto fica mantida, resistência essa que é maior que a resistência prismática.*

*Die Querverbindungen liegen gewöhnlich 20cm bis 40cm auseinander”.*

*As ligações transversais distam, em geral, 20cm a 40cm uma da outra.*

.....



## Página 67

“ Will man mit der Armierung der Betonsäulen durch Längstangen und Bügel den Zweck verfolgen, dass die Würfelfestigkeit auch bei diesen hohen Körpern sichergestellt werde, dann hat man bei der Berechnung nur von der Würfelfestigkeit des Betons oder einem bestimmten Teil derselben auszugehen und die Last ( $P = F_b \times \sigma_b$ ) zu setzen.

*Se, mesmo em pilares altos de concreto, se desejar garantir a resistência cúbica do concreto, através de armação com barras longitudinais e estribos, deve-se, no cálculo, usar apenas a resistência cúbica, ou uma parte dela ( $P = F_b \times \sigma_b$ )*

Das Eisen würde dann für die Berechnung der zulässigen Säulenlast ausser Betracht bleiben, müsste aber gleichwohl in solcher Menge in Form von Längsstangen und Bügeln eingelegt werden, dass die Bruchlast der Eisenbetonsäule mindestens der eines Würfels gleichkommt.

*As armaduras de aço não seriam então consideradas no cálculo das cargas admissíveis do pilar, mas deveriam ser colocadas, com tal quantidade de barras e de estribos, que a carga de ruptura do pilar de concreto armado fosse, no mínimo, igual à de um cubo.*

Dass hierzu ein gewisses Mindestmass an Eisen erforderlich wird, ist selbsverständlich. *É evidente que, para isso, é necessária uma quantidade mínima de aço.*

In den “Leitsätzen”, 1904, ist dieser Umstand insofern berücksichtigt, als eine kleinste Längsarmierung von 0,8% der Querschnittsfläche vorgeschrieben ist.

*Nas “Diretrizes”, de 1904, essa circunstância é considerada, ao se prescrever uma armadura mínima longitudinal de 0,8% da seção transversal.*

Aber auch die Entfernung der Bügel ist von Einfluss auf die Bruchlast einer Säule; dieser Einfluss ist sogar noch grösser als derjenige der Längseisen, wie durch die neuen Säulenversuche der Eisenbetonkommission der Jubiläumstiftung der deutschen Industrie nachgewiesen wird.”

*Mas, também o espaçamento entre os estribos tem influência na carga de ruptura de um pilar; essa influência é até maior que aquela das barras longitudinais, como ficou comprovado pelos novos ensaios de pilares feitos pela comissão de Concreto Armado da Fundação do Jubileu da Industria alemã.*



**Anexo 03 – Le Béton Armé – Étude Théorique et Pratique** - Tradução para francês do livro de Emil Mörsch - Der Eisenbetonbau – 1909

“ ..... *Il en résulte que, même dans les colonnes de grande hauteur, et sans tenir compte de leur résistance au flambement, on assure au béton la résistance qu'il possède sous forme de cubes, et qui est plus élevée que la résistance de prismes de béton.*”

*O resultado é que, mesmo em colunas longas, abstraindo a resistência à flambagem, assegura-se que será atingida a resistência do concreto medida em cubos. Essa resistência em cubos é maior do que a resistência em prismas longos.*

**Anexo 04 – Concrete – Steel Construction** - Tradução para inglês do livro de Emil Mörsch - Der Eisenbetonbau - 1909.

“ ... *The result is that even in long columns, ignoring the necessary safety against buckling, the strength of plain cubes will be attained.. The latter is higher than that of prisms.*”

*O resultado é que, mesmo em colunas longas, abstraindo a necessária resistência à flambagem, será atingida a resistência medida em cubos. Essa resistência em cubos é maior do que a resistência em prismas longos.*

## ANEXOS

**ANEXO 1** - Preliminary Recommendations for the Design, Construction, and Testing of Reinforced Concrete Structures – Norma alemã de 1904

### PRELIMINARY RECOMMENDATIONS (LEITSÄTZE) FOR THE DESIGN, CONSTRUCTION, AND TESTING OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

(Prepared by the Verband Deutscher Architekten- und Ingenieur Vereine and the Deutscher Beton Verein in the year 1904.)

#### I. GENERAL

THESE recommendations relate to buildings or structural members composed of concrete with steel reinforcement of any desired variety, in which both elements of construction attain common static efficiency in supporting the load.\*

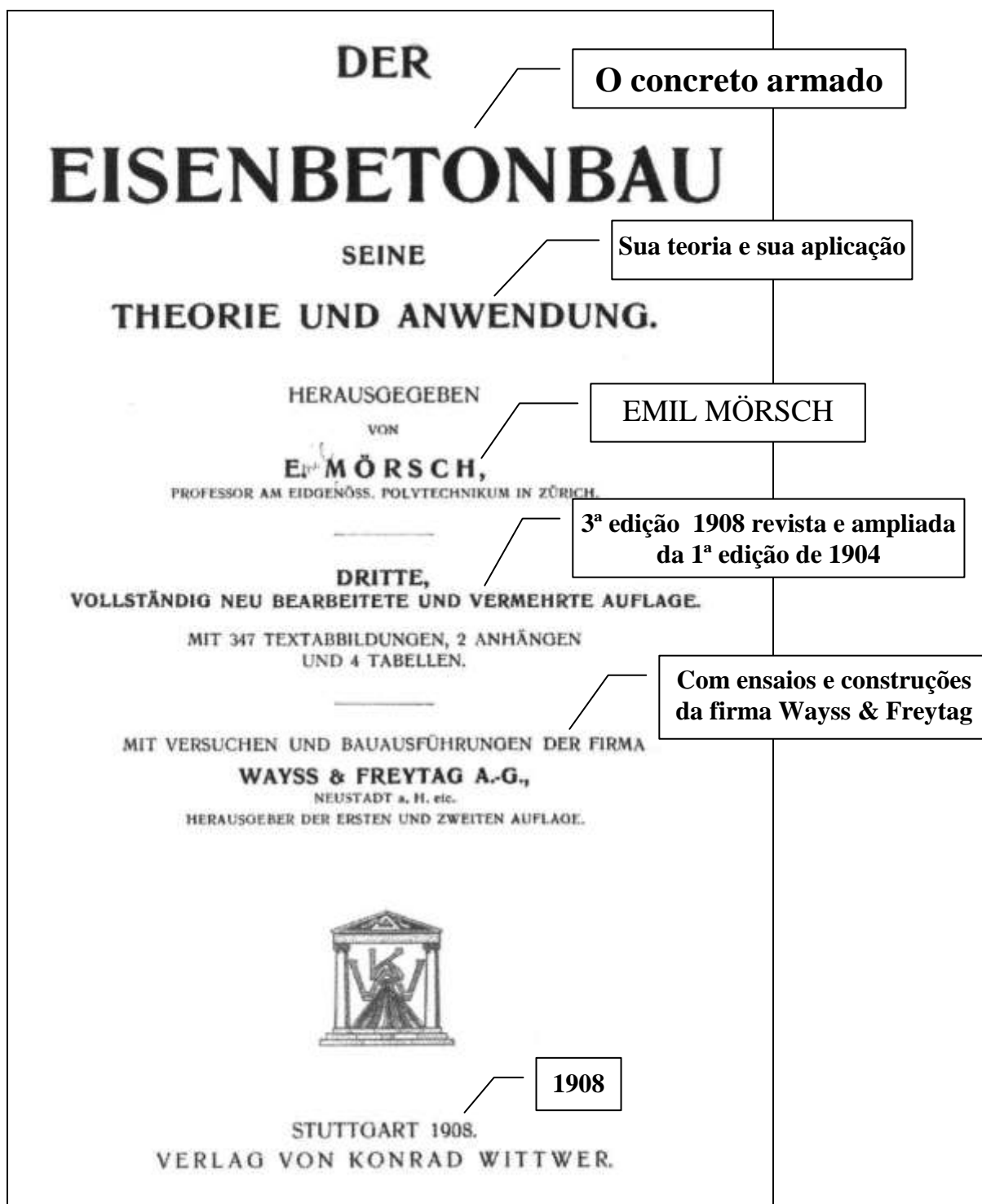
#### B. COMPRESSION

The reinforcement of columns must aggregate at least 0.8% of the total area. The reinforcement subject to stress is to be secured against buckling by lateral ties (usually of round iron). The spacing of these ties should not exceed the diameter of the column.



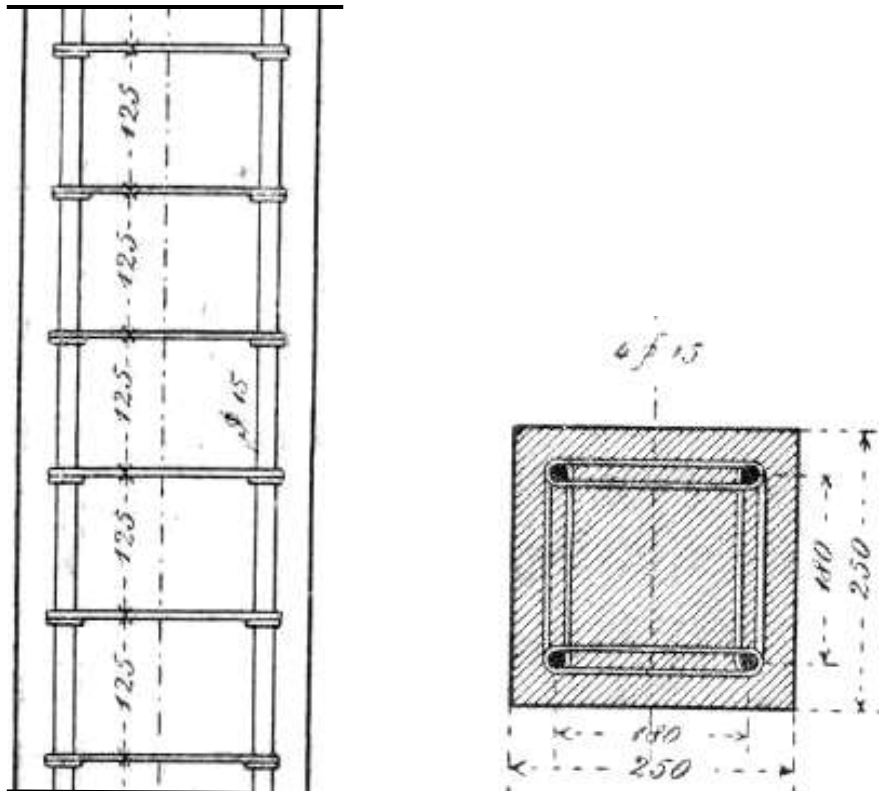


**ANEXO 2** - Livro de Emil Mörsch : *Der Eisenbetonbau – seine Theorie und Anwendung* -1908 - Texto original em alemão .





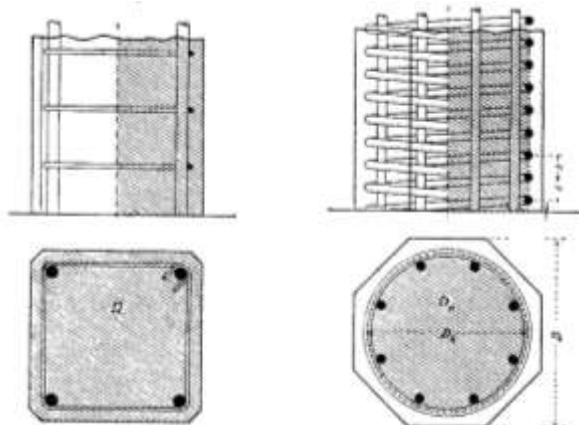
Detalhe indicado por Emil Mörsch para os ferros dos pilares (1908).



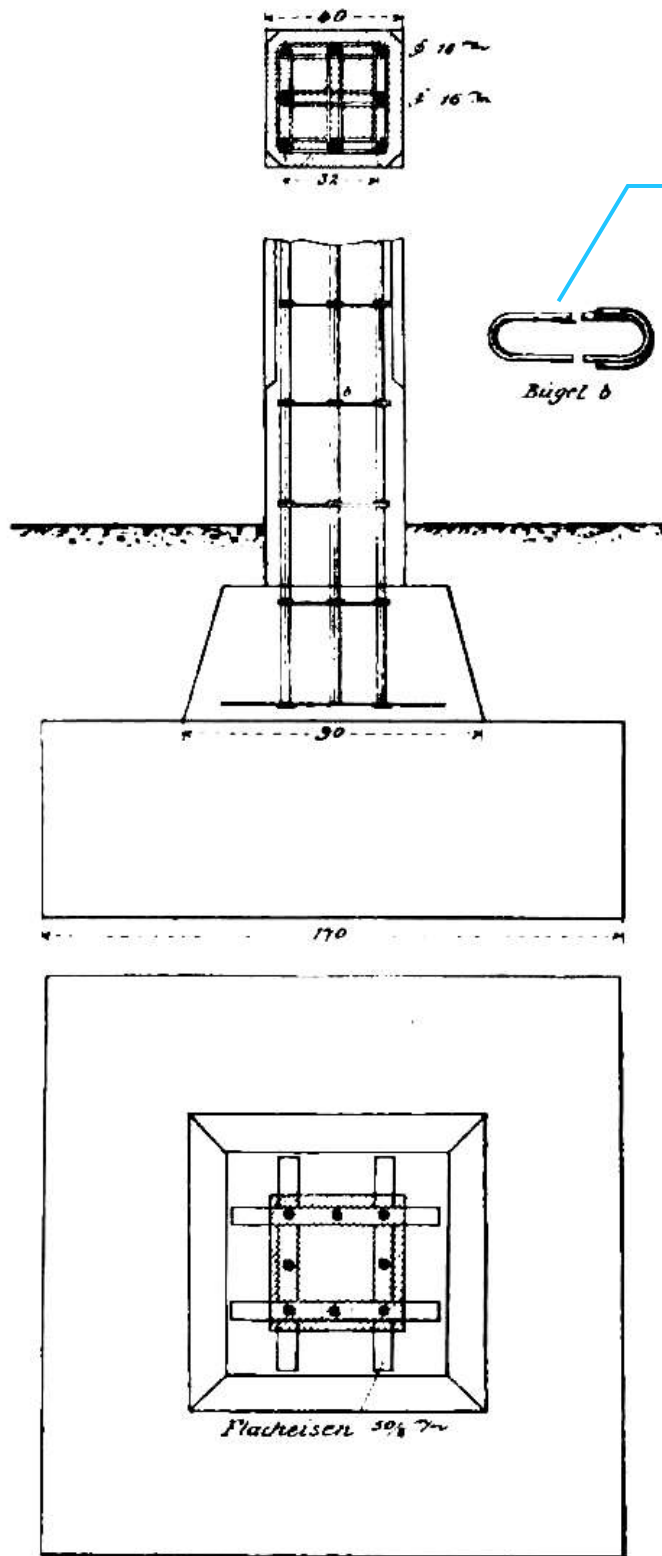
O espaçamento entre os estribos é de apenas  $8\phi$  longitudinal.

Nas edições seguintes, Moersch não mais usou o estribo com 2 pernas.

Já sugeria o tipo de estribo usado hoje em dia, uma única barra envolvendo as 4 barras do pilar.







**Estribos ( 1908 )**

**Pilares**

**Säulen.**

Bei den Säulen ist zu unterscheiden zwischen einer Armierung mit vertikalen Rundeisen oder einer solchen mit Profileisen, welche zu tragfähigen steifen Gerippen ausgebildet werden können, ferner die Art des horizontalen Verbandes dieser Armierung, der für die Festigkeit des Ganzen von besonderer Bedeutung ist. Seit dem Jahre 1902 sind noch hinzugekommen die spiralarmierten Säulen nach Patent *Considère* D. R.-P. 149944. Statt einer provisorischen Holzverschalung kann auch eine Umhüllung aus Zementsteinen oder Monierröhren benützt werden, wovon das letztere Ver-

Abb. 15. Fuß und Querschnitt einer Eisenbetonsäule.

fahren unter Umständen bei Brückenpfeilern in Betracht kommen kann. Im Hochbau haben aber die Eisenbetonstützen meist guß- oder schmiedeiserne Säulen zu ersetzen und sollen daher möglichst ge-



ringen Querschnitt erhalten, so daß sich eine derartige Verschalung von selbst verbietet.

Unter dem Begriff der Eisenbetonsäulen in engerem Sinn versteht man diejenigen mit vertikaler Rundeisenarmierung; sie sind folgendermaßen ausgebildet:

Der Betonpfeiler von irgend einer Querschnittsform schließt eine gewisse Anzahl vertikal stehender Rundeisenstangen ein, die in der Nähe des Umfanges untergebracht sind. In gewissen Abständen sind diese Rundeisen durch Drahtbügel miteinander verbunden. Die Armierung bildet also ein Eisengerippe, welches den Beton einschließt und ihn am seitlichen Ausweichen hindert. Es folgt daraus, daß auch bei hohen Säulen, abgesehen von der notwendig einzuhaltenen Knicksicherheit, die sogen. Würfelfestigkeit des Betons erhalten bleibt, welche höher ist als diejenige prismatischer Körper. Die Querverbindungen liegen gewöhnlich 20 bis 40 cm auseinander.



Abb. 16.  
Eisenbeton-  
säule.

Für einen quadratischen Pfeiler besteht die Eiseneinlage aus vier in den Ecken liegenden Rundeisen, die Bügel sind aus 7—8 mm starken Drähten gebildet. Bei größeren Querschnittsabmessungen sind acht Rundeisen vorhanden (Abbildung 15, 16.)

Am Fuß der Pfeiler stehen die Säuleneisen auf einem Rost von Flacheisen auf, damit sich der von ihnen übertragene Druck auf eine größere Betonfläche verteilt. Dieser Flacheisenrost wird gewöhnlich in einem besonderen Betonsockel untergebracht, welcher den Säulendruck auf eine größere Fläche des eigentlichen Fundamentbetons überträgt, entsprechend der geringeren zulässigen Beanspruchung des letzteren. Bei Säulen, die durch mehrere Stockwerke eines Gebäudes hinaufgehen, wird der Querschnitt nach oben geringer, so daß die Eisen abgekröpft werden müssen, ferner wird sich in einem solchen Falle die Notwendigkeit ergeben, Eisen zu stoßen, was in einfacher Weise durch Überschieben von kurzen Gasrohrstücken über die stumpfen Stöße bewirkt werden kann. Mehr Widerstand gegen etwaige Biegebungsbeanspruchungen bietet aber ein Übergreifen der Säuleneisen auf 50—80 cm Länge, wobei sie an den Enden mit Haken versehen sind, vergl. Abbildung 18.



Abb. 17.  
Stoß  
der  
Säulen-  
eisen.

Selbstverständlich kann der Säulenquerschnitt auch rechteckig, sechseckig, achteckig, rund etc. sein, und die Zahl der Eisenstangen kann mit der Beanspruchung steigen, bei exzentrischer Belastung sogar einseitig verteilt sein. Das Innere der Säulen kann auch hohl, etwa durch Einbetonieren von Röhren ausgebildet werden, sei es um zur Ableitung von Regenwasser oder zum Einlegen von Gas- oder Wasserleitungsröhren zu dienen.





Die Querschnitte der Säulen wechseln je nach Beanspruchung und Knickgefahr von 20/20 cm bis 70/70 cm und mehr. Der Durchmesser der einzulegenden Eisen kann von 14—40 mm wechseln.

Die Säulen aus spiralarmiertem Beton nach *Considère* zeigen nur eine schwache Längsarmierung aus geraden Eisen, dagegen ist das Hauptgewicht auf eine spiralförmige Umwicklung des von der schwachen

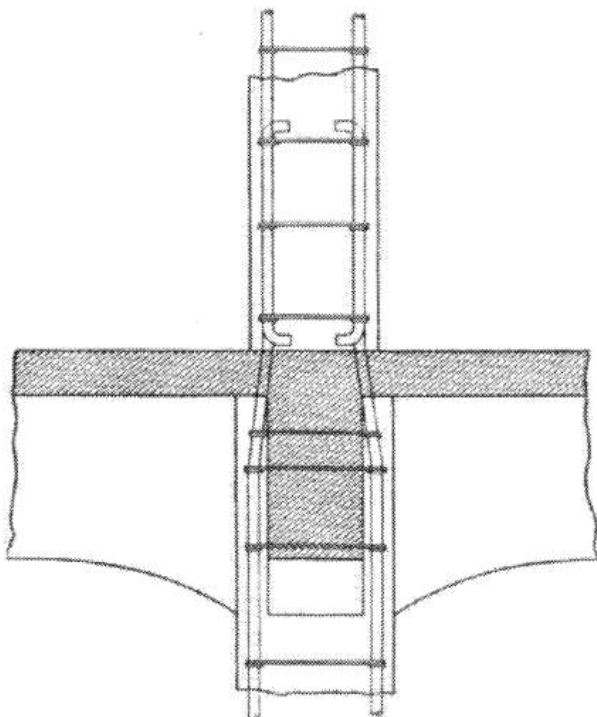


Abb. 18.

Stoß der Säuleneisen durch Übergreifen.

Längsarmierung eingeschlossenen Betonkerns gelegt, wodurch ein wirksamer Schutz gegen das seitliche Ausweichen des Materials unter Druck erzielt wird. Diese Drahtspiralen sind noch ganz im Beton eingeschlossen und es eignen sich deshalb für diese Anordnung am besten kreisrunde oder achtseitige, auch sechsstufige Querschnittsformen. Die erste Veröffentlichung *Considères* über den »béton fretté«, was im Deutschen wohl am besten mit umschnürtem oder umwickeltem Beton zu übersetzen ist, erschien im »Génie civil«, November 1902. Seine Versuche an Betonzylindern mit spiralförmiger

Armierung ergaben eine 2,4mal bessere Materialausnutzung als die übliche senkrechte Armierung, und die Festigkeit des Betons konnte durch entsprechende Umwicklung bis zu 800 kg/qcm gesteigert, also vervierfacht werden. Praktische Anwendungen sind schon ziemlich zahlreich und kommen namentlich dann in Frage, wenn aus irgend welchen Gründen eine schwer belastete Säule einen möglichst geringen Querschnitt erhalten soll.

Die *Considèresche* Erfindung ist im Deutschen Reiche patentiert und das Ausführungsrecht ist von der Firma *Wayß & Freytag A.-G.* erworben worden. Da aber der Anwendung zur Zeit baupolizeiliche Bestimmungen entgegenstehen, welche eine so hohe Beanspruchung des Betons nicht zulassen, so war die Firma veranlaßt, eine Versuchsreihe über spiralarmierte Betonprismen an der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart durchführen zu lassen, um dadurch einwandfreie Grundlagen für die Dimensionierung solcher Säulen zu erhalten. Die Ergebnisse dieser Versuche werden später vorgeführt werden.



spruchung, die ein bestimmter Teil der Bruchfestigkeit ist, meistens die gewünschte Sicherheit erhält\*), muß man sich beim Eisenbeton in jedem Falle ernstlich die Frage vorlegen, ob die bei den zulässigen Beanspruchungen gültige oder vorausgesetzte Lastverteilung zwischen Eisen und Beton noch in gleichem Maße beim Stadium des Bruches vorhanden ist oder ob die Verteilung sich ändert, so daß die Ursachen des Bruches andere sein werden, als man auf Grund der Rechnung mit zulässigen Spannungen annimmt. Auskunft über solche wichtige Fragen können nur Versuche geben.

Druckversuche mit Säulen waren bis zum Jahre 1905 nur wenige bekannt geworden, obgleich die Eisenbetonpfeiler sehr wichtige Bauteile sind und mit ihrer Dimensionierung und Ausführung eine große Verantwortung verbunden ist.

Eine Säule mit  $4\frac{1}{2}\%$  Eisenverstärkung wurde an der Technischen Hochschule in Charlottenburg untersucht. Dimensionen 25,25 cm, 3,22 m hoch, die Eiseneinlage war aus 4 Rundeisen von 30 mm Durchmesser gebildet, die in Entfernungen von 50 cm durch Flacheisen von 3,80 mm horizontal verbunden waren; Mischung 1 : 4, Alter 3 Monate. Die Säule, die mit ebenen Druckflächen aufsaß, brach in der Weise, daß die vier Rundeisen innerhalb zweier Querverbindungen gleichzeitig ausknickten und der dazwischen liegende Beton zerdrückt wurde. Die Bruchfestigkeit betrug 255 kg/cm.

Will man mit der Armierung der Betonsäulen durch Längsstangen und Bügel den Zweck verfolgen, daß die Würfelfestigkeit auch bei diesen hohen Körpern sichergestellt werde, dann hat man bei der Berechnung nur von der Würfelfestigkeit des Betons oder einem bestimmten Teil derselben auszugehen und die Last  $P = F_k \cdot \sigma_b$  zu setzen. Das Eisen würde dann für die Berechnung der zulässigen Säulenlast außer Betracht bleiben, müßte aber gleichwohl in solcher Menge in Form von Längsstangen und Bügeln eingelegt werden, daß die Bruchlast der Eisenbetonsäule mindestens der eines Würfels gleichkommt. Daß hierzu ein gewisses Mindestmaß an Eisen erforderlich wird, ist selbstverständlich. In den »Leitsätzen« ist dieser Umstand insofern berücksichtigt, als eine kleinste Längsarmierung von 0,8% der Querschnittsfläche vorgeschrieben ist.

Aber auch die Entfernung der Bügel ist von Einfluß auf die Bruchlast einer Säule; dieser Einfluß ist sogar noch größer als derjenige der Längseisen, wie durch die neuen Säulenversuche der Eisenbetonkommission der Jubiläumstiftung der deutschen Industrie nachgewiesen wird.





## ANEXO 03 – Le Béton Armé – Étude Théorique et Pratique - Tradução para o francês do livro de Emil Mörsch - Der Eisenbetonbau – 1909

14

LE BÉTON ARMÉ

s'ajouter en 1902 le système *Considère*<sup>1</sup> qui consiste en un frettage formé de spires plus ou moins serrées.

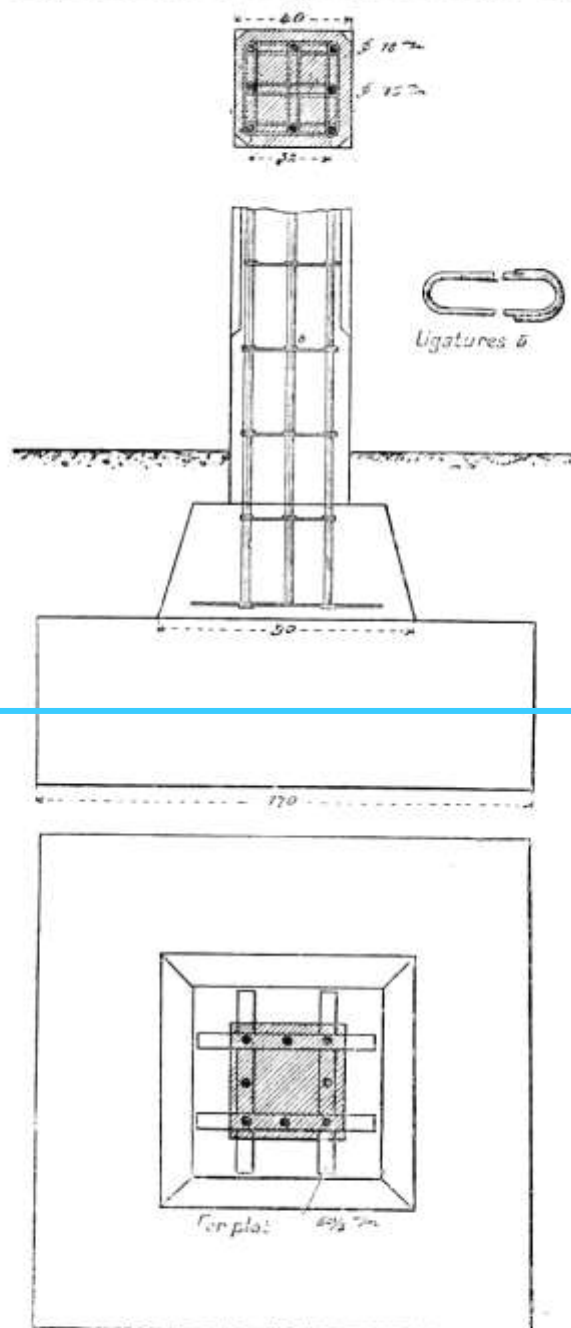


Fig. 13. — Socle et section transversale d'un pilier en béton armé.

On peut utiliser quelquefois, au lieu d'un coffrage provisoire en bois, une paroi en briques ou en tuyaux *Monier*; ce dernier procédé présente parfois certains avantages dans la construction des piles de ponts.

Les colonnes en béton armé que l'on rencontre dans le bâtiment, servent surtout à remplacer les colonnes en fonte ou en fer, et doivent avoir aussi une section assez faible, afin d'être plus avantageuses que les colonnes métalliques avec revêtement.

Les colonnes en béton armé ont généralement une armature formée de fers ronds. Ces barres verticales, noyées dans le béton de la colonne, sont placées près de sa périphérie et sont reliées de distance en distance par des armatures transversales. L'ossature métallique ainsi formée empêche le gonflement latéral du béton sous l'influence des charges. Il en résulte que, même dans les colonnes de grande hauteur, et sans tenir compte de leur résistance au flambement, on assure au béton la résistance qu'il possède sous

forme de cubes, et qui est plus élevée que la résistance de prismes de béton. Les liaisons transversales sont en général distantes de 20 à 40 centimètres.

<sup>1</sup> Brevet allemand D. R. P., 149944.



On calculera le travail du béton et du fer à l'aide des formules

$$R_b = \frac{P}{\Omega_b + 15\Omega_a} \quad \text{et} \quad R_a = 15 R_b.$$

Ce rapport  $m = \frac{E_a}{E_b}$  est à peu près égal à 10 dans tout l'intervalle où on a pu le vérifier par des essais d'élasticité. On a choisi le chiffre 15 pour tenir compte des conditions qui se présentent au moment de la rupture.

Nous arrivons ainsi à une question de la plus haute importance pour le calcul du béton armé :

Pour calculer les constructions en matériaux homogènes, on peut, sans inconvénient, admettre pour la limite permise de fatigue, une fraction du travail de rupture <sup>1</sup>. Il n'en est plus de même pour les constructions en béton armé; on peut en effet, se demander, pour chaque construction, *si la répartition de l'effort entre le béton et le fer, qu'on a admise ou vérifiée pour des efforts normaux, reste la même jusqu'à la rupture*. Il peut arriver en effet, que cette répartition des efforts se modifie sensiblement au moment de la rupture; celle-ci serait alors due à des causes bien différentes de celles que le calcul basé sur les efforts normaux, faisait prévoir. Seuls, les essais permettent de répondre à une question aussi importante.

Jusqu'en 1905, on ne connaissait qu'un petit nombre d'essais de piliers à l'écrasement, quoique les piliers soient pourtant une des parties principales des constructions en béton armé, et exigent un calcul et une exécution très soignés.

Un essai fut effectué à l'École technique supérieure de Charlottenburg sur une colonne de 25 × 25 centimètres de section, 3,22 m. de hauteur, armée à 4 1/2 p. 100 de sa section de 4 barres de 30 millimètres avec ligatures horizontales, en fers plats de 3 × 80 millimètres tous les 50 centimètres. La composition du béton était 1 : 4 à 3 mois. La rupture du pilier se produisit par suite du flambement simultané des 4 barres de fer et de l'écrasement du béton entre 2 ligatures horizontales. La résistance à la rupture atteignit 255 kg/cm<sup>2</sup>.

Lorsque, en armant de barres longitudinales et de ligatures transversales les piliers en béton, on se propose de conserver aux prismes de grande hauteur la résistance que présentent les cubes de béton, on ne doit faire intervenir dans le calcul que cette dernière résistance, c'est-à-dire que la charge maxima est égale à  $P = \Omega_b \cdot R_b$ . On ne tiendra pas compte du fer dans le calcul de la charge maxima que peut supporter le pilier, mais on disposera un certain nombre d'armatures longitudinales et de ligatures transversales pour assurer au béton une résistance à l'écrasement au moins égale à celle d'un cube de béton; il est évident que la quantité de fer ne sera pas inférieure à un certain minimum, que les *Instructions allemandes* fixent à 0,8 p. 100 de la section, pour l'armature longitudinale.

L'espacement des ligatures influe aussi sur la charge de rupture d'une colonne, et d'une façon encore plus accentuée que les barres longitudinales,

comme l'ont prouvé les derniers essais de la Commis-

sion du béton armé de la *Jubiläums Stiftung der deutschen Industrie*.



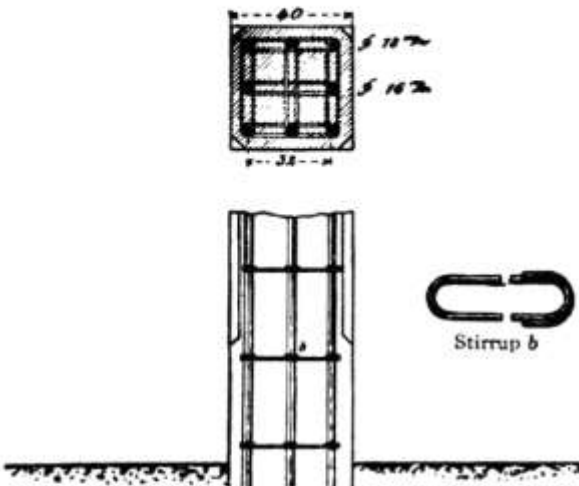


## ANEXO 4 - Concrete-Steel Construction ( Der Eisenbetonbau) - Tradução para inglês do livro de Emil Mörsch -( 1909 )

12

### CONCRETE-STEEL CONSTRUCTION

A concrete column of any section contains a certain number of vertical rods which are placed close to the surface. At certain points the rods are fastened together with horizontal wire ties. The whole reinforcement thus forms a skeleton, which encloses the concrete and prevents lateral bulging.



The result is that even in long columns, ignoring the necessary safety against bending, the strength of plain cubes will be attained. The latter is higher than that of prisms. The ties are placed from 20 to 40 cm. (8 to 16 ins.) apart.

For a square column, the reinforcement usually consists of four rods located in the corners, with ties of 7 to 8 mm. (approximately  $\frac{1}{4}$  to  $\frac{3}{8}$  in.) wire. With large dimensions, eight rods are used. (See Figs. 15 and 16.)

The lower ends of the vertical reinforcing rods rest on a grid of flat bars, so that the load carried by the rods may be distributed over a larger area of concrete. This grid is usually placed in a separate concrete pedestal, which distributes the column load over a larger surface of the foundation concrete proper, corresponding with the lesser allowable unit stress of the latter. In columns which extend through several stories of a building, the sections diminish upward, and the rods have to be offset at each change of diameter. Further, rods have to be spliced, which can be

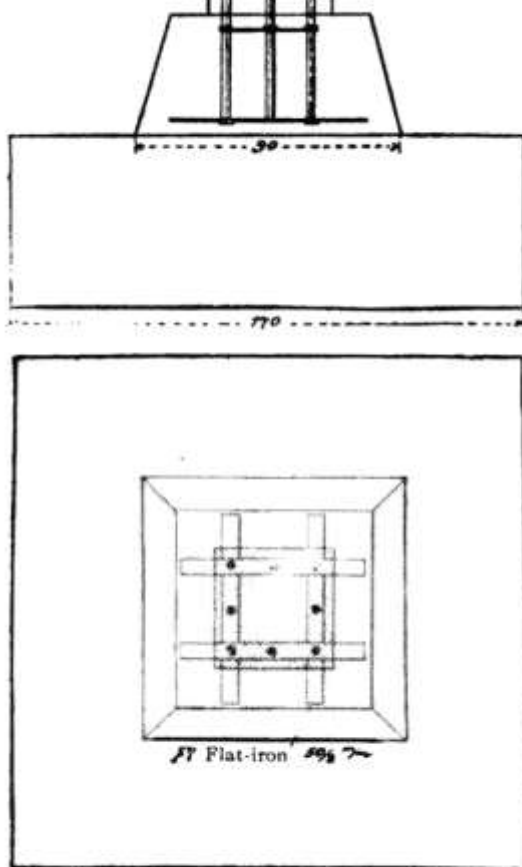


FIG. 15.—Base and section of a reinforced concrete column.

done simply by slipping a short piece of pipe over the blunt ends. (Fig. 17.)



...

## COMPRESSION

61

Until 1905 compression tests of columns were very rare, although great responsibility is involved in their design and construction.


A column with  $4\frac{1}{2}$  per cent of reinforcement was tested at the Technical High School in Charlottenburg. Its sectional dimensions were 25 by 25 cm. (10 by 10 in. approx.), and height 3.22 m. (127 in.). The reinforcement was 4 round rods, 30 mm. ( $1\frac{3}{8}$  in.) in diameter, which were connected at 50 cm. (20 in.) intervals by horizontal flat iron ties 3 mm. by 80 mm. ( $\frac{1}{8}$  by 3 in. approx.); the mixture was 1:4, age 3 months. The column was prepared with accurate compression surfaces, and failed in such manner that the four rods buckled simultaneously between two ties, and the concrete between them crushed. The breaking strength was  $255 \text{ kg/cm}^2$  ( $3627 \text{ lbs/in}^2$ ).

If the reinforcing of concrete columns with longitudinal steel and horizontal ties is so done as to secure at least as much strength in the long members as in test cubes, then it is necessary, in designing, only to consider the strength of short specimens (or a certain part of such strength), and the load is  $P - F_{bst}$ . The steel would then be entirely omitted from consideration, but at the same time enough must be employed in the form of longitudinal reinforcement and ties, so that the breaking load of a reinforced concrete column will be equal to that of a small cube. It is evident that a certain minimum of steel is necessary. In the "Leitsätze," longitudinal reinforcement not less than 0.8 per cent of the cross-section is prescribed.

But the spacing of the ties also influences the breaking load of a column. Their effect is even greater than that of the longitudinal rods, as was proved by the latest experiments of the Reinforced Concrete Commission of the Jubiläumstiftung der Deutschen Industrie.



## ANEXO 5 – ABNT - Normas Brasileiras

	<p>Cálculo e execução de obras de concreto armado</p> <p>Norma Brasileira</p>	<p><b>NB - 1</b> <b>1946</b></p>	<p><b>NB - 1</b> <b>1960</b></p>
---	---	--------------------------------------	--------------------------------------

### Pilares não cintados

35. A armadura longitudinal de um pilar não cintado deve ter seção transversal compreendida entre 0,8% e 6% da seção do pilar. Permite-se reduzir o primeiro desses limites para 0,5% sempre que  $l/i \leq 30$ . Nos pilares que tenham dimensões superiores às exigidas pelo cálculo, a seção a considerar, para os fins deste item, é apenas a teoricamente necessária.

### Pilares cintados

36. A armadura longitudinal dos pilares cintados deve ter uma seção transversal compreendida entre 0,8% e 8% da seção do núcleo.

42

NB-1/1978

#### 6.3.1.3 Pilares não cintados:

A armadura longitudinal de um pilar não cintado, que tenha todas suas barras comprimidas, deve ter seção transversal compreendida entre 0,8% e 6% da seção do pilar, inclusive no trecho de emenda por traspasse.

Permite-se reduzir o primeiro desses limites para 0,5% quando  $l_e/i \leq 30$ . Quando por motivos construtivos, as dimensões da seção transversal do pilar forem aumentadas em relação às da seção calculada, a porcentagem mínima, de 0,8% ou 0,5%, será referida apenas à seção calculada. Em nenhum caso a porcentagem será inferior a 0,5% da área da seção real.

### **NBR 6118 - 2007**

#### 17.3.5.3 Valores limites para armaduras longitudinais de pilares

##### 17.3.5.3.1 Valores mínimos

A armadura longitudinal mínima deve ser:

$$A_{s,min} = (0,15 N_d / f_{yd}) \geq 0,004 A_c$$

$$A_{s,min} > 0,4\% A_c$$

$$N_{d \text{ aço min.}} = (A_{s,min.} \times f_{yd}) = 15\% N_d$$



## Referências

- Preliminary Recommendations for the Design , Construction, and Testing of Reinforced Concrete Structures - Associação Alemã de Concreto – 1904
- “Leitsätze” 1904 – Verband Deutscher Architekten-und Ingenieur Vereine and the Deutscher Beton Verein .
- *Emil Mörsch : Der Eisenbetonbau – seine Theorie und Anwendung :*  
1ª edição 1902 - 3ª edição-1908 e 4ª edição-1912 - Texto original em alemão – Editora K.konrad Wittwer .
- *Emil Mörsch - Le Béton Armé – Étude Théorique et Pratique -* Tradução para o francês do livro de *Emil Mörsch - Der Eisenbetonbau –* LIBRAIRIE POLYTECCHNIQUE – PARIS- 1909
- *Emil Mörsch - Concrete–Steel Construction ( Der Eisenbetonbau) -*Tradução para inglês do livro de *Emil Mörsch -* Editora THE ENGINEERING NEWS PUBLISHING COMPANY - LONDON -1909
- *Emil Mörsch –Teoria e Pratica del Hormigon Armado -* Volumes I a VI Tradução de 1948 – Editora Gustavo Gili
- Adolf Pucher – Concreto Armado - Fundamentos e Aplicações em Estruturas e Pontes – Editora GLOBO – 1957 ( tradução da 2ª edição alemã de 1949 )
- Benno Loeser – Concreto Armado – Cálculo e Métodos de Dimensionamento - 1949 ( tradução da 7ª edição alemã de 1938). – Editora Científica
- Fritz Leonhardt – Construções de Concreto – 6 volumes – Traduções da Editora Interciencia.
- Beton Kalender – Taschenbuch für Beton-und Eisenbetonbau -1929
- Beton Kalender – Taschenbuch für Beton-und Eisenbetonbau -1938

+ + +