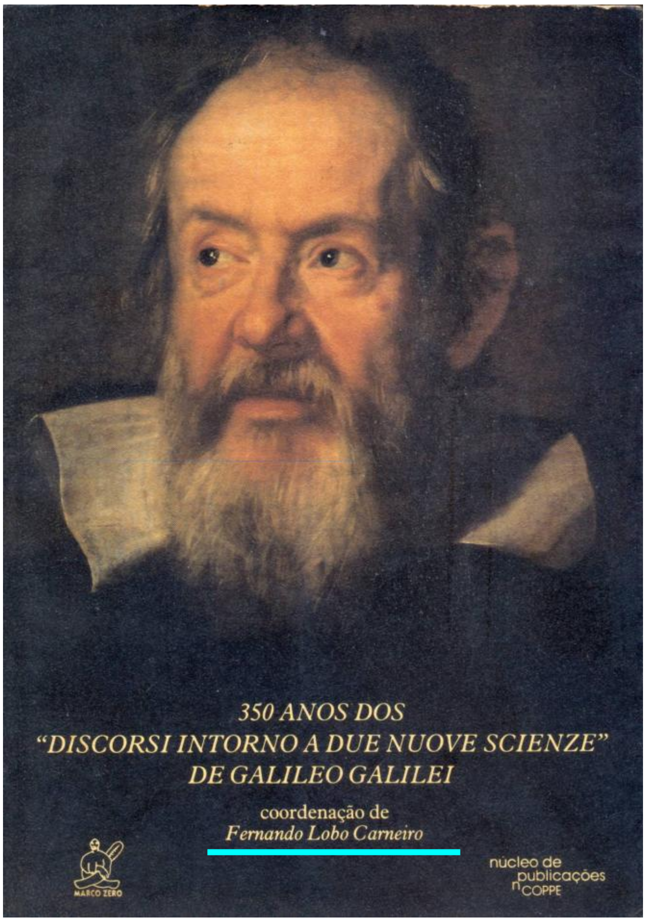
	Galileo Galilei - 350 anos dos "*DISCORSI* " **Prof. Fernando L. Lobo B. Carneiro**	Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula

Núcleo de Publicações da COPPE / UFRJ

GALILEO GALILEI



" Galileu foi o pioneiro da teoria da semelhança física e dos modelos. "

Coordenação: Prof. Fernando Lobo Carneiro

1988

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,

intorno à due nuoue ſcienze

Attenenti alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.

Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

1638

350 ANOS DOS "DISCORSI INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE" DE GALILEO GALILEI

Pierre Thuillier
Fernando Lobo Carneiro
Stillman Drake
Ludovico Geymonat
Vincenzo Cappelletti
Luiz Pinguelli Rosa
Ildeu de Castro Moreira
Francisco Magalhães Gomes
Pablo Mariconda
Milton Vargas
Hilton Japiassu
Antonio Giannella Neto
Mara Miniati
Carlos Ziller Camenietzki

Coordenação de
Fernando Lobo Carneiro

MARCO ZERO

núcleo de publicações COPPE

GALILEU E A TEORIA DA SEMELHANÇA FÍSICA

Fernando Lobo Carneiro*

Na primeira jornada dos **Discorsi intorno a due nuove scienze**, encontra-se o seguinte diálogo entre Salviati (isto é, Galileu) e seu discípulo Sagredo ([1],[2], p. 139, 140; [3], p. 8).

Salviati: ... Quanto à proporção entre os tempos de oscilação de móveis suspensos por fios de diferentes comprimentos, esses tempos estão entre si na mesma proporção que as raízes quadradas dos comprimentos desses fios, o que quer dizer que os comprimentos estão entre si como os quadrados dos tempos...; do que se segue que os comprimentos dos fios estão entre si na proporção inversa dos quadrados dos números de oscilações realizadas no mesmo tempo.

Sagredo: Se entendi bem, eu poderia, portanto, conhecer rapidamente o comprimento de uma corda pendente de qualquer altura, ainda que o ponto a que esta atada fosse invisível e somente se visse sua extremidade inferior. Com efeito, se amarro à parte inferior da corda em questão um peso bastante

---

* Professor de resistência de materiais e mecânica estrutural da Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

[1] GALILEI, Galileo. **Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze.** ed. a cura di A. Carugo e L. Geymonat, Torino, Italia, Paolo Boringhieri, 1958 (num. delle pagine dell. Edizione Nazionale delle Opere di Galileo Galilei. 1890.)

[2] GALILEI, Galileo. **Two new sciences.** transl. by Stillman Drake, The University of Wisconsin Press, U.S.A., 1974 (paginations from the Opere di Galileo Galilei, Edizione Nazionale, Firenze, 1890).

[3] GALILEI, Galilei. **Duas novas ciências.** trad. de Letizio Mariconda e Pablo Mariconda Nova Stella Editorial, São Paulo, Brasil, 2ª ed., 1988.

...

grande, ao qual comunico um movimento de vaivém, e se um amigo conta o número de suas oscilações enquanto ao mesmo tempo conto também as oscilações de outro móvel, atado a uma corda com o comprimento exato de um côvado, a partir dos números de oscilações desses pêndulos, efetuadas ao mesmo tempo, encontro o comprimento da corda: suponhamos, por exemplo, que no tempo em que um amigo tenha contado vinte oscilações da corda comprida, eu conto duzentos e quarenta da minha: ...direi que a corda comprida contém 57.600 unidades das quais a minha contém 400; ...direi que aquela corda tem 144 côvados de comprimento.

Salviati: V. Sa. não teria errado nem mesmo de um palmo, especialmente se tomasse um grande número de oscilações.

Esse texto seria suficiente para colocar Galileu como pioneiro da teoria da semelhança física e dos modelos. O pêndulo constituído pela corda comprida com um corpo pesado amarrado à sua extremidade inferior é o "protótipo", e o pequeno pêndulo, seu "modelo reduzido". A lei descoberta por Galileu, segundo a qual, no caso das oscilações de pêndulos, a escala do tempo é igual à raiz quadrada da escala geométrica, permite deduzir parâmetros de comportamento do protótipo, de observações realizadas sobre o modelo: por exemplo, conhecida a escala do tempo, graças à comparação dos períodos de oscilação do modelo e do protótipo, é possível deduzir o comprimento do pêndulo-protótipo partindo apenas do conhecimento do comprimento do pêndulo-modelo. No exemplo dado por Galileu, a determinação direta do comprimento do pêndulo-protótipo seria muito difícil, pois a extremidade superior da corda está fixada em uma altura tão grande que pode até ser invisível: por exemplo, no alto de uma torre. A utilização do modelo em escala reduzida permite a determinação indireta desse comprimento. É exatamente essa a "filosofia" do emprego de modelos reduzidos nas pesquisas experimentais.

A clarividência com que Galileu abordou problemas relacionados com a semelhança física tornou-se ainda mais evidente em seus estudos sobre a capacidade de corpos sólidos, geometricamente semelhantes, resistirem a cargas adicionais, além de seu próprio peso, estudos esses que serão tratados mais adiante. É sabido que muito antes de Galileu foram utilizados modelos reduzidos em certas atividades técnicas, especialmente na construção de máquinas e edificações. No entanto, o desconhecimento de uma teoria de semelhança física conduzia freqüentemente a fracassos e frustrações nessas tentativas. Cita-se o testemunho de Vitruvius, no início da era cristã: "Há algumas coisas que quando aumentadas, imitando modelos pequenos, são efetivas; outras não podem ter modelos".[4]

Coube, no entanto, a Galileu a primazia de introduzir, ao lado da semelhança geométrica, outras condições, igualmente necessárias, hoje designadas como da semelhança física. Só assim torna-se possível deduzir do comportamento dos modelos o comportamento dos protótipos.

Fourier ([5] p. 133-134) e Sedov ([6] p. 53) definem dois processos físicos como semelhantes quando, a partir das características de um dos processos, se podem deduzir as características do outro por um simples cálculo análogo ao de uma mudança de sistema de unidades de medida. Para efetuar o cálculo é preciso conhecer os fatores da escala. As condições de semelhança física estabelecem relações entre fatores de escala, que devem ser obedecidas[7]. Modernamente, essas condições de semelhança física são expressas através da igualdade, no modelo e no protótipo, de parâmetros adimensionais formados por produtos de potências dos parâmetros originais do problema e conhecidos como números π.

No exemplo dado por Galileu a escala do tempo é determinada diretamente: é igual ao inverso da relação entre números de oscilações, isto é, ao inverso de 240/20, e portanto 1:12. A escala geométrica, igual ao quadrado da escala do tempo, será 1:144, e o comprimento do pêndulo-protótipo, igual a 144 vezes o do pêndulo-modelo. Neste caso a condição de semelhança física corresponde à lei de Galileu segundo a qual o período de oscilação T de um pêndulo é proporcional à raiz quadrada do seu comprimento.

$$\boxed{T :: \sqrt{L}}$$

Hoje, sabe-se que o período depende também da aceleração da gravidade **g** sendo proporcional ao inverso de g:

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{L/g}}$$

A recomendação de que o peso amarrado na extremidade inferior da corda deve ser bastante grande – **un assai grave peso** (1,2, p. 140; 3, p. 89) –, tem como base as considerações feitas por Galileu sobre a resistência oposta pelo

[4]VITRUVIUS. **The ten books on architecture**. transl. by M.H. Morgan, Harvard University Press, U.S.A., 1914 (citado em carta do prof. H.L. Langhaar ao autor).

[5]FOURIER. **Oeuvres**. Tome second, Gauthier-Villars, Paris, 1890.

[6]SEDOV, L. **Similitude et dimensions en mécanique**. trad. française, Ed. Mir, Moscou, 1977.

[7]LANGHAAR, H.L. **Dimensional analysis and theory of models**. John Wiley & Sons, U.S.A., 1951.

...

meio – que admite ser tanto maior quanto maior a superfície do corpo, ao passo que seu peso é porporcional ao volume. Comparando-se dois corpos geometricamente semelhantes e da mesma substância, a resistência oposta pelo meio a um movimento é, proporcionalmente à massa, muito maior no corpo menor. Para reduzir a perturbação causada pela resistência do meio é, portanto conveniente "escolher as matérias e as formas que são menos sujeitas às resistências do meio, como acontece com os corpos muito pesados e redondos" (1, 2, p. 276; 3, p. 253).

A clareza revelada por Galileu, ao tratar da questão da semelhança física, fica mais uma vez patente quando, pela boca de Salviati, afirma: "Saiba agora, Sr. Simplicio, que não se pode diminuir a superfície na mesma proporção que o peso, mantendo a semelhança das formas" (1, 2, p. 133, 3, p. 83). Em outras palavras, e generalizando, a simples semelhança geométrica não assegura a semelhança física.

Galileu analisa o problema da resistência oposta pelo meio ao movimento na primeira jornada (1, 2, p. 132 a 135; 3, p. 82 a 85) e volta ao assunto na quarta jornada (1, 2, p. 275 a 278; 3, p. 252 a 255). Começa por avaliar a influência da perda de peso, calculada por meio do princípio de Arquimedes, e que só é sensível quando for grande a densidade do meio, quando comparada com a densidade do corpo.

> *Mas, como o mesmo meio pode reduzir acentuadamente a velocidade de móveis diferentes somente em tamanho, embora sejam da mesma matéria e da mesma forma, isto exige para sua explicação um raciocínio mais agudo que aquele que é suficiente para entender como uma superfície maior, ou o movimento contrário do meio contra o móvel, retarda a velocidade do corpo... Atribuo a causa à aspereza e porosidade que se encontram comumente, e quase necessariamente, nas superfícies dos corpos sólidos, e que, no curso do movimento, se chocam com o ar ou com outro meio ambiente. Não se pode duvidar que, na queda dos móveis, essas asperezas, chocando-se com o meio fluido, produzirão uma diminuição de velocidade tanto maior quanto maior for a superfície, como é o caso dos sólidos menores comparados aos maiores (1, 2, p. 132; 3, p. 82). Sendo portanto evidente que, ao diminuir um sólido pesado, seu peso decrescerá proporcionalmente a seu volume, toda vez que o volume diminuir mais que a superfície (conservando máxima semelhança das formas), o peso diminuirá também mais que a superfície ... E isso que exemplifiquei com os cubos acontece com todos os sólidos, semelhantes entre*

...

si, cujos volumes estão em proporção sesquiáltera (potência 3/2) com suas superfícies, pois, se as superfícies são proporcionais ao quadrado das linhas e os sólidos são proporcionais ao cubo destas, ... os sólidos estão numa proporção sesquiáltera à superfície (1, 2, p. 134; e, p. 84).

Traduzamos todos esses raciocínios de Galileu em linguagem algébrica moderna: sendo V o volume, S a superfície e L uma dimensão linear, tem-se, para corpos geometricamente semelhantes:

$$V : l^3 ; \quad S : l^2$$

$$\boxed{V : S^{3/2}}$$

Portanto, ao se reduzirem as dimensões, a relação entre o peso e a resistência do meio não se mantém constante: a resistência do meio é, proporcionalmente ao peso, maior no corpo menor. A semelhança física não é respeitada. Essa desproporção ocorre em todos os processos físicos que envolvam, ao mesmo tempo, parâmetros dependentes do volume e parâmetros dependentes da superfície, como nos casos de transferência de calor e no metabolismo animal (19, p. 76 a 82).

Em outros trechos da primeira jornada Galileu se refere à desigualdade da influência perturbadora dos meios conforme estes sejam "mais resistentes" ou "mais cedentes" (1, 2, p. 113; 3, p. 66), ou ainda "de diferentes densidades" (**sottilita e rarità**) (1, 2, p. 110; 3, p. 64).

A influência da velocidade é abordada na quarta jornada: "Pelo que se refere à velocidade, quanto maior ela for, maior será também a resistência oferecida pelo ar" (1, 2, p. 275; 3, p. 253). Alguns trechos dessa quarta jornada, de redação aliás um tanto confusa e suscetível de interpretações incorretas, parecem indicar que Galileu supunha ser a resistência ao meio fluido proporcional à velocidade: "...a mesma quantidade de velocidade do móvel é causa e medida, ao mesmo tempo, da quantidade de resistência" (1, 2, p. 278; 3, p. 255) Galileu conclui então que os retardamentos opostos pelo meio se dão na mesma proporção das velocidades". Galileu acredita comprovar esta conclusão com o fato de ser inobservável a influência do amortecimento das oscilações pendulares de diferentes amplitudes sobre os respectivos períodos, que são praticamente independentes dessa amplitude.

Na realidade sabe-se hoje em dia que, para pequenos números de Reynolds, a resistência do meio fluido é aproximadamente proporcional à velocidade, e, para números de Reynolds maiores, é proporcional ao quadrado da velocidade. No primeiro caso essa resistência depende principalmente da viscosidade cinemática do fluido, e, no segundo, de sua densidade. Nos casos de queda de corpos sólidos ou

...
movimento de pêndulos, no ar, cuja viscosidade cinemática é muito pequena, o número de Reynolds é grande, mesmo para pequenas velocidades, e a resistência do meio pode ser considerada como proporcional ao quadrado da velocidade e não à velocidade.

Para movimentos em um mesmo meio e com igual velocidade, a semelhança física de dois sólidos geometricamente semelhantes só será assegurada se o sólido menor tiver maior densidade que o maior. Os materiais dos dois sólidos seriam assim diferentes. Se ambos forem do mesmo material, e portanto tiverem a mesma densidade, a resistência do meio será, proporcionalmente ao peso, maior no sólido menor, como mostrou Galileu. A velocidade do sólido menor será mais retardada pelo meio que a do sólido maior.

Antes de abordar o problema da resistência de corpos sólidos semelhantes, de tamanhos diferentes, tratado por Galileu no início da primeira jornada e principalmente na segunda jornada, é oportuno comentar dois aspectos importantes de sua obra. O primeiro deles é o método da passagem ao limite ou da extrapolação quantitativa de situações experimentais complicadas pela influência perturbadora dos acidentes, para o caso do limite teórico, ideal[8]. Esse método é definido por Galileu na quarta jornada:

> *Quanto à perturbação devida à resistência do meio, ela é uma dificuldade muito importante e, em vista da multiplicidade de suas variedades, é impossível submetê-las a regras físicas e tratá-las cientificamente. ... Mesmo o movimento que, no plano horizontal, removidos todos os obstáculos, deveria ser uniforme e constante, será alterado pela resistência do ar e finalmente cessará, e aqui, também, tanto mais rapidamente quanto mais leve for o móvel. Essas propriedades referentes à gravidade, à velocidade e também à forma, sendo variáveis de infinitas maneiras, não podem ser tratadas de forma rigorosamente científica; portanto, para tratar cientificamente esta matéria, é necessário abstrair dessas propriedades, e, após ter encontrado e demonstrado as conclusões que prescindem das resistências, completá-las, no momento de aplicá-las concretamente, com aquelas limitações que a experiência nos ensina. A vantagem deste método não será pequena, visto que se pode escolher as matérias e as formas que são menos sujeitas à resistência do meio, como acontece com corpos muito pesados e redondos, e as distâncias e as velocidades não serão, em geral, tão grandes, que suas diferenças não possam ser corrigidas com precisão (1, 2, p. 275, 276; 3, p. 252, 253).*

---

[8] KORTGE, Norita. **Galileo and the problems of accidents**. Journal of the history of ideas 38, Indiana University, U.S.A., 1977.

Na primeira jornada, Galileu, partindo de raciocínios dedutivos e aparentemente apriorísticos, chega à conclusão de que "não é verdade que um móvel mais pesado se mova com maior velocidade que outro menos pesado, entendendo que ambos sejam da mesma matéria, como é o caso daqueles de que fala Aristóteles" (1, 2, p. 107; 3, p. 61). A demonstração baseada na análise de contradições contidas na teoria de Aristóteles só se aplicaria no entanto a "corpos da mesma substância, ou do mesmo peso específico" (1, 2, p. 112; 3, p. 66).

Para estender a lei da igualdade dos tempos de queda a todos os corpos, mesmo de materiais diferentes e densidades diferentes, Galileu abandona qualquer tentativa de demonstração apriorística e apela para a observação.

> *Se verificarmos efetivamente que os móveis de diferentes pesos específicos diferem cada vez menos em velocidade à medida que os meios são cada vez menos resistentes e que, finalmente, embora extremamente desiguais em peso, no meio mais tênue, ainda que não vazio, a desigualdade das velocidades é pequeníssima e quase inobservável, parece-me que poderemos admitir, como conjetura altamente provável, que no vazio suas velocidades seriam totalmente iguais" (1, 2, p. 117; 3, p. 69). ... a diferença de velocidade em móveis de diferentes pesos específicos não tem por causa essa diferença de peso específico, mas depende de acidentes externos e, particularmente, da resistência do meio, de modo que, eliminada esta, todos os móveis se moveriam com os mesmos graus de velocidade (1, 2, p. 118; 3, p. 170).*

Atendendo a um pedido de Sagredo, Galileu relata experiências que realizou para comprovar de modo mais direto essas conlusões, baseadas em simples observações. Sendo muito difícil medir os tempos de queda vertical livre, Galileu pensou em fazer descer esferas de materiais e pesos diferentes em planos inclinados, mas, tendo em vista eliminar os obstáculos que pudessem nascer do contato desses móveis com o plano inclinado, construiu dois pêndulos de comprimentos iguais, um com uma bola de chumbo, outro com uma de cortiça. Verificou que, embora a resistência do meio fizesse diminuir mais rapidamente as amplitudes das oscilações do pêndulo de cortiça que do de chumbo, os períodos de oscilação se mantinham praticamente iguais. Sendo assim, quando os dois pêndulos oscilam com a mesma amplitude, pode-se dizer que suas velocidades são iguais (1, 2, p. 129 a 131; 3, p. 79 a 81). É interessante observar aqui que Galileu descobriu experimentalmente um fenômeno que só foi explicado teoricamente mais de dois séculos depois: o amortecimento, quando pequeno, embora possa causar uma diminuição significativa das amplitudes das oscilações, tem influência desprezível sobre a freqüência dessas oscilações.

O segundo dos dois aspectos da obra de Galileu, a que nos referimos inicialmente, é precisamente o da descoberta das leis do pêndulo:

– o isocronismo aproximado das pequenas oscilações (que mais tarde foi demonstrado por Huygens não ser válido para as grandes) e o fato de que os períodos de oscilação independem da matéria e do peso e são proporcionais às raízes quadradas dos comprimentos.

Galileu chegou a essas leis experimentalmente, e, embora o tenha tentado durante vários anos, nunca conseguiu apresentar uma demonstração teórica, em virtude das dificiências da matemática de seu tempo. A única coisa que conseguiu demonstrar, a partir das leis de descida dos móveis ao longo de planos inclinados, foi a igualdade dos tempos de descida ao longo de cordas ligando o ponto mais baixo a qualquer ponto de um círculo com centro no ponto de suspensão do pêndulo e raio igual ao seu comprimento. Esse tempo de descida seria, assim, igual ao tempo de queda livre ao longo do diâmetro vertical, que é a maior corda. Galileu conseguiu, além disso, demonstrar que o tempo de queda ao longo do arco de círculo que liga a posição extrema ao ponto mais baixo é um pouco menor. O período do pêndulo seria, assim, um pouco menor que o tempo de queda livre ao longo do dobro do seu comprimento. Mais tarde foi demonstrado por Newton e Bernouilli que o tempo de queda ainda seria menor ao longo da ciclóide, que é a **braquistocrona**; e não o círculo, como supunha Galileu.

Galileu, que sempre trabalhava com proporções, e não com valores absolutos, nunca determinou o fator de proporcionalidade da lei que liga o período T à raiz quadrada do comprimento L do pêndulo, assim como nunca determinou o valor da aceleração da gravidade **g**, que é o fator de proporcionalidade que liga o dobro do espaço **s** percorrido em queda livre ao quadrado do tempo de queda **t**. Hoje conhecem-se esses fatores de proporcionalidade, e tem-se:

Queda livre: $s = 1/2\ gt^2$ ou $t = \sqrt{2s/g}$

$v = gt = \sqrt{2gs}$

pêndulo: $T = 2\pi\sqrt{L/g}$

No entanto, Stillman Drake, examinando manuscritos de Galileu arquivados na **Biblioteca Nazionale** de Florença, descobriu que Galileu determinou experimentalmente, com admirável precisão, a relação entre o quarto do período de oscilação (que é o tempo de queda ao longo do arco de círculo que liga a posição extrema ao ponto mais baixo) e o tempo de queda vertical ao longo do comprimento do pêndulo. Essa relação, igual a $\pi /2 \sqrt{2}$, foi denominada por Drake, constante de Galileu[9]. Também de importância capital foi a utilização que Galileu fez do pêndulo para comprovar experimentalmente uma hipótese em que baseara sua teoria do plano inclinado. Tratava-se da postulação de que o valor da velocidade adquirida por um móvel que, partindo do repouso, desliza sem atrito, pela ação da gravidade, ao longo de qualquer curva ou superfície, independe da forma da trajetória, sendo função apenas da "altura equivalente de queda", isto é, da diferença de nível entre o ponto de partida e o de chegada (Galileu, aliás, faz menção expressa a planos com diversas inclinações e a arcos de círculo de diversos raios). O **ímpeto adquirido** – também na expressão dele – fará com que o móvel suba novamente, por qualquer outra trajetória, até o nível inicial, "desde que se suponham removidos todos os impedimentos acidentais e externos" devidos "à resistência oposta pelo ar" e "ao próprio fio". O "grau de velocidade adquirido" (mais uma expressão de Galileu) é igual ao que se verifica ao fim de um movimento de queda livre, proporcional à raiz quadrada da altura da queda.

Para comprovar essa hipótese – que antecipa o **teorema das forças vivas** ou princípio de conservação da energia mecânica –, Galileu recorreu a uma engenhosa montagem. O pêndulo é obrigado a oscilar, de um lado a outro da vertical de seu ponto de suspensão, segundo dois arcos de círculos de raios diferentes, graças à colocação de um pino abaixo do ponto de suspensão. O movimento ascendente, depois da passagem pelo ponto mais baixo, cessa quando é atingido aproximadamente o nível do ponto de partida, "a menos de um pequeníssimo intervalo, devido aos impedimentos". A essa experiência, nas palavras de Galileu, "pouco falta para que possa ser considerada uma demonstração necessária".

É muito freqüente ignorar-se que a primeira das duas novas ciências é a **Teoria da Resistência dos Corpos Sólidos,** tradicionalmente conhecida como **Teoria da Resistência dos Materiais**. Essa teoria está exposta no início da primeira jornada, e em toda a segunda jornada: **Scienza nuova prima, intorno alla resitenza de i corpi solidi ad'essere spezzati** (1, p. 47). A segunda das duas novas ciências está exposta na terceira jornada e na quarta jornada: **Scienza nuova altra, de i movimenti locali.**

Galileu foi levado a investigar a resistência dos corpos sólidos por um problema de violação da semelhança física, verificado empiricamente no Arsenal de

---

[9] DRAKE, Stillman. **Galileo's constant**. Instituto e Museo di Storia della Scienza, Annali Anno II, fase 2, Leo S. Olschki, Firenze, Itália, 1987.

Veneza, ao se compararem os desempenhos de estruturas geometricamente semelhantes, construídas com o mesmo material, mas em escalas diferentes. A experiência indicava que as estruturas maiores tinham menos capacidade de resistir a cargas adicionais, relativamente ao seu peso próprio, que as pequenas. Essas observações, transmitidas a Galileu por operários do Arsenal de Veneza, eram corroboradas por inúmeras outras observações de fatos correntes, que indicavam serem os animais, plantas e estruturas de grande porte proporcionalmente menos resistentes que as de pequeno porte, quando aproximadamente semelhantes do ponto de vista geométrico.

> *Quem não vê que um cavalo que cai de um altura de três ou quatro côvados (1, 5, a 2 metros) quebrará os ossos, ao passo que um cão, que cai da mesma altura, e um gato de uma altura de oito ou dez côvados (4 a 5 metros), não sofrem nenhum mal? Quem não vê que as crianças saem ilesas de quedas, ao passo que os velhos quebram as pernas e a cabeça? Do mesmo modo que os animais menores são proporcionalmente mais fortes e vigorosos que os maiores, também as plantas menores se sustentam melhor... um carvalho de duzentos côvados de altura (100 metros) não poderia sustentar seus ramos estendidos, como o faz um de média grandeza; ... a natureza não poderia produzir um cavalo equivalente em grandeza a vinte cavalos, nem um gigante dez vezes mais alto que um homem, a não ser milagrosamente e alterando muito as proporções dos ossos, que deveriam ser simetricamente muito maiores (1, 2, p. 52, 53; 3, p. 11, 12). Assim, acredito que um pequeno cão seria capaz de carregar dois outros cães iguais a ele, mas não penso que um cavalo fosse capaz de carregar nem mesmo outro igual (1, 2, p. 170; 3, p. 130).*

Partindo desses fatos, Galileu procurou elaborar uma teoria sobre a resistência dos corpos sólidos.[10], [11], [12], [13]. É ele próprio quem confirma essa motivação de suas pesquisas:

---

[10] CARNEIRO, Fernando L.. **Galilée, foundateur de la résistance des matériaux/Galileo, founder of the science of strenght of materials**, Bulletin RILEM – Matériaux et Constructions/Materials and structures, nº 27, Publicité RILEM, PARIS, 1965.

[11] CARNEIRO, Fernando L.. **Galileo, fundador de la resistencia de materiales**, revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Matemáticas (Tomo LIX, Cuaderno 4º), Madrid, 1965.

[12] CARNEIRO, Fernando L.. **Galileo, fundador de la resistencia de materiais**, IMME nº 12, Universidad Central de Venezuela, Caracas, 1966.

[13] CARNEIRO, Fernando L.. **Galileo, fundador da teoria da resistência dos materiais**. História da Ciência e da Tecnologia (Cap. 13). Editora da Universidade de São Paulo, Brasil, 1985.

O que acontece agora com o Sr. Simplicio aconteceu também comigo durante certo tempo, ao crer que as resistências de sólidos semelhantes fossem semelhantes, até que certa observação, a princípio não muito precisa, pareceu indicar-me que os sólidos semelhantes não o são quanto à sua robustez, visto que os maiores são menos aptos a suportar os choques violentos... Foi essa observação que me deu a idéia de investigar o que pretendo agora demonstrar... (1, 2, p. 164, 165; 3, p. 124).

Inicialmente Galileu rejeita a tese de que o pior desempenho das estruturas grandes seria conseqüência apenas das "imperfeições da matéria", isto é, da heterogeneidade dos materiais e dos defeitos de fabricação.

Afirmarei também que, abstraindo de todas as imperfeições da matéria e supondo-a perfeitíssima, inalterável e isenta de toda mudança acidental, sua simples existência material faz com que a máquina maior, fabricada com a mesma matéria e com as mesmas proporções que a menor, seja perfeitamente simétrica em todas as outras condições à menor, menos no vigor e resistência ao tratamento violento, mas, quanto maior for, proporcionalmente mais fraca será (1, 2, p. 51; 3, p. 10).

Galileu, em sua teoria da resistência dos corpos sólidos, demonstra que a causa da chamada fraqueza relativa dos gigantes reside numa violação da semelhança física: ao aumentarem-se as dimensões de um corpo, conservando a semelhança geométrica, o peso próprio aumenta em proporção maior que a capacidade de resistir a cargas adicionais, pois o peso próprio varia com o cubo da escala geométrica, e a capacidade de resistir, com o seu quadrado.

Galileu começa por descobrir que a resistência de corpos prismáticos a cargas axiais de tração é, para um dado material, proporcional à área da seção transversal. Introduziu assim, pela primeira vez, o conceito de tensão de ruptura (força por unidade de área). Comprovou experimentalmente essa hipótese realizando ensaios de tração de fios.[14]

Em seguida, tomando como base os princípios da estática, sintetizados no princípio da alavanca, de Arquimedes, construiu uma teoria da flexão de peças prismáticas de seção retangular ou circular. Essa teoria, embora contenha um coeficiente numérico errado, conduz a conclusões certas sobre as proporções entre

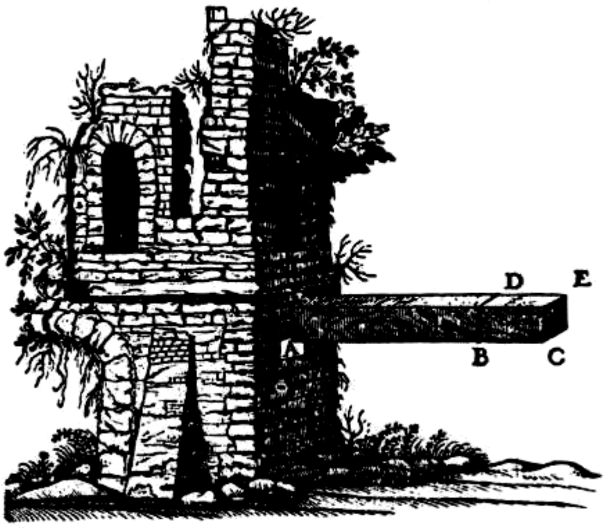
---

[14] CARNEIRO, Fernando L.. **Galilée et la résistance des matériaux.** La Recherche nº 147 (correspondence), Paris, 1983.

as resistências de vigas com vãos e seções transversais diferentes, tanto de vigas em balanço como de vigas sobre dois apoios. Nessa teoria, Galileu, usando o princípio da alavanca, confronta o momento das forças aplicadas à viga, inclusive o de seu peso próprio, com o momento resistente da seção transversal. Seu erro consistiu em tomar como charneira a borda comprimida da seção transversal, e em tomar como esforço resistente a resistência à tração dessa seção, aplicada no respectivo centro de gravidade. Esse erro no entanto não afeta as relações entre resistências de vigas com vãos diferentes e seções transversais diferentes, desde que semelhantes.

DEL GALILEO. 117

Conuiene ora che cominciamo à inueſtigare ſecondo qual proporzione vadia creſcendo il momento della propria grauità in relazione alla propria reſiſtenza all' eſſere ſpezzato in vn Priſma, ò Cilindro, mentre ſtando parallelo all' Orizonte ſi và allungando; il qual momento trouo andar creſcendo in duplicata proporzione di quella dell' allungamento, per la cui dimoſtrazione intendaſi il Priſma, ò Cilindro A D *fitto ſaldamente nel muro dall' eſtremità* A, Prop. III.



e ſia equidiſtante all' Orizonte, & il medeſimo intendaſi allungato ſino in E *aggiugnendoui la parte* B E. *E' manifeſto che l'allungamento della Leua* A B *ſino in* C *creſce per ſe ſolo, cioè aſſolutamente preſo, il momento della forza premente contro alla reſiſtenza dello ſtaccamento, e rottura da farſi in* A *ſecondo la proporzione di* C A *à* B A, *mà oltre à queſto il peſo aggiunto del ſolido* B E *al peſo del*

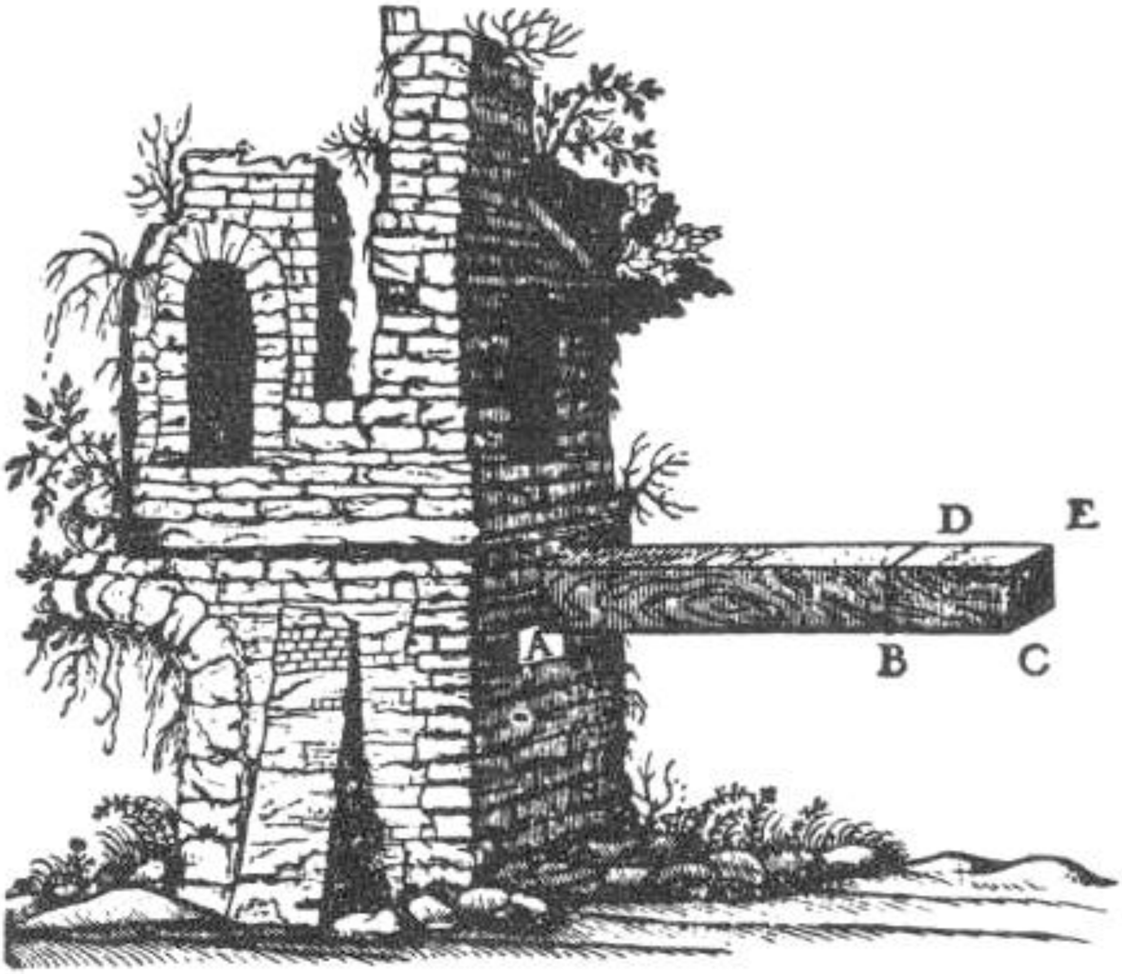
P 3 *ſolido*

Comparando-se vigas geometricamente semelhantes, deduz-se da teoria de Galileu que, abstraindo-se do peso próprio, as vigas são capazes de resistir às cargas externas proporcionais aos quadrados de uma de suas dimensões. No entanto o peso próprio, que é também uma carga atuando sobre a viga, é proporcional ao cubo dessa dimensão. Fica assim demonstrado que, quando se aumentam todas as dimensões, conservando a semelhança geométrica, o peso próprio cresce em maior proporção que a capacidade de resistir às cargas aplicadas. Na linguagem de Galileu, a Proposição VI da segunda jornada afirma que os esforços nas seções transversais de ruptura, resultantes do peso próprio, e as resistências dessas seções estão entre si numa "proporção sesquiáltera" (potência 3/2).

Segue-se, como conseqüência, a "Proporção VII", certamente a mais importante da segunda jornada: "Entre os prismas e cilindros pesados, existe um e um só se encontra (sob o efeito de seu peso próprio) no estado limite entre a ruptura e a não-ruptura, de modo que todo sólido maior, incapaz de resistir ao seu

Figura ampliada

Conuiene ora che cominciamo à inuestigare secondo qual proporzione vadia crescendo il momento della propria grauità in relazione alla propria resistenza all' essere spezzato in vn Prisma, ò Cilindro, mentre stando parallelo all' Orizonte si và allungando; il qual momento trouo andar crescendo in duplicata proporzione di quella dell' allungamento, per la cui dimostrazione intendasi il Prisma, ò Cilindro A D fitto saldamente nel muro dall' estremità A, Prop. III.



e sia equidistante all' Orizonte, & il medesimo intendasi allungato sino in E aggiugnendoui la parte B E. E' manifesto che l' allungamento della Leua A B sino in C cresce per se solo, cioè assolutamente preso, il momento della forza premente contro alla resistenza dello staccamento, e rottura da farsi in A secondo la proporzione di C A à B A, mà oltre à questo il peso aggiunto del solido B E al peso del solido próprio peso, quebrar-se-á, ao passo que todo sólido menor oporá alguma resistência a uma força destinada a quebrá-lo" (1, 2, p. 165; 3, p. 125). Comentando essa Proposição VII, Galileu esclarece:

Seja o prisma pesado AB, cujo comprimento é o maior possível que ele é capaz de sustentar, de forma tal que, por pouco que fosse alongado, se quebraria. Afirmo que este prisma é o único, entre todos os prismas semelhantes (que são em número infinito), capaz de ser reduzido a esse estado limite. Qualquer prisma que for maior, quebrar-se-á sob a ação de seu próprio peso, enquanto que, ao contrário, qualquer prisma menor resistirá a uma carga suplementar além daquela de seu próprio peso (1, 2, p. 166; 3, p. 125).

Com essa proposição Galileu introduz pela primeira vez o conceito de tamanho-limite de uma estrutura:

... do que até aqui foi demonstrado, se infere claramente a impossibilidade, não somente na arte, mas também na natureza, de aumentar seus mecanismos até tamanhos enormes, de modo que seria impossível construir navios, palácios ou templos imensos, cujos remos, mastros, vigas e correntes de ferro, e, numa palavra, todas as suas partes constituíssem um todo. Da mesma forma, a natureza não poderia fazer árvores de tamanho colossal, porque seus ramos, arqueados pelo próprio peso, acabariam por quebrar-se. Igualmente, seria impossível construir estruturas ósseas para os homens, cavalos ou outros animais, que pudessem subsistir e desempenhar suas próprias funções, pois para que tais animais tivessem alturas imensas, deveria ser utilizado um material mais duro ou resistente que o habitual. ... Disto é evidente que, quem quisesse manter, num imenso gigante, as proporções que têm os membros de um homem comum, deveria ou encontrar uma matéria bem mais dura e resistente para formar-lhe os ossos, ou admitir que sua robusteza é proporcionalmente muito mais fraca que nos homens de estatura pequena, pois, diversamente, aumentando demasiadamente sua altura, vê-lo-íamos, sobrecarregado pelo próprio peso, cair. Ao contrário, pode-se verificar que, ao diminuir os corpos, não se diminuem as forças na mesma proporção, mas, antes, que os menores tornam-se proporcionalmente mais resistentes (1, 2, p. 119; 3, p. 129, 130).[15]

[15] GEYMONAT, Ludovico. **Galileo Galilei**. Einaudi, Torino, Italia, 1957.

A uma objeção de Simplicio, baseada nas grandes massas das baleias, Galileu responde:[16]

Sua dúvida, Sr. Simplicio, chama a minha atenção para uma condição antes não advertida e que faz com que os gigantes e outros animais enormes pudessem manter sua coerência e mover-se não menos que os menores, pois isso pode acontecer não apenas quando se acrescenta força aos ossos e a outras partes do corpo, cuja função é a de sustentar tanto o seu próprio peso como o que lhe acrescenta, mas também quando, permanecendo a estrutura dos ossos com as mesmas proporções, os mesmos esqueletos conservam sua coerência de uma forma idêntica, e até mais facilmente, se se diminuir proporcionalmente o peso da matéria dos mesmos ossos e o peso da carne ou tudo o que se apóia sobre os ossos. É deste segundo artifício que se prevalece a natureza na constituição dos peixes, fazendo seus ossos e músculos não apenas mais leves, mas também sem gravidade. Desde modo, deixa de ser extraordinário que seja possível existirem na água animais enormes, o que não ocorre sobre a terra, isto é, no ar. Além disso compreendo muito facilmente que um desses peixes gigantescos, trazido para a terra, talvez não se sustentasse por muito tempo, mas que, desagregando-se as ligações dos ossos, sua massa se desagregaria (1, 2, p. 170, 171; 3, p. 130, 131).[17]

É claro que o tamanho limite depende da forma ou do tipo de estrutura. Isso se verifica nas estruturas de engenharia civil: o vão-limite de uma ponte do tipo pênsil é muito maior do que de uma ponte em arco; e o vão-limite de uma ponte em arco é maior que o de uma ponte do tipo viga reta.[18] Quando Galileu compara a capacidade de suportar cargas adicionais de cães e cavalos, é porque esses animais são aproximadamente semelhantes, como o são a maioria dos mamíferos terrestres de quatro patas ([19], p. 45 a 52). A estrutura dos dinossauros, por exemplo, é de um tipo completamente diferente da dos cães e cavalos, o que tornou possível sua existência com tamanhos muito maiores. A cauda e o pescoço destes animais, muito longos e pesados, aliviavam os esforços na parte central do corpo, como ocorre nas pontes do tipo com **cantilevers** (a estrutura dos mamíferos é mais assemelhada à de uma ponte em viga reta simples).

!

[16] DRAKE, Stillman. **Galileo, Hill and Way**. N. York, U. S. A. 1980.

[17] DRAKE, Stillman, **Galileo at work**. Chicago, U. S. A., 1978. 1980.

[18] THUILLIER, Pierre. **Galileo et l'expérimentation**. La Recherche nº 143, Paris, 1983.

[19] SCHIMIDT-NIELSEN, Knut. **Scaling-why is animal size so important?** Cambridge University Press, 1984.

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3b/Various_dinosaurs.png **(link wikipedia em 2013)**

“ A cauda e o pescoço destes animais, muito longos e pesados, aliviavam os esforços na parte central do corpo, como ocorre nas pontes do tipo com cantilevers. A estrutura dos mamíferos atuais é mais assemelhada à de uma ponte em viga reta simples ”

Os trechos transcritos, da segunda jornada, têm grande importância. Neles Galileu mostra que, ao investigar-se a resistência dos corpos sólidos de uma mesma matéria, a semelhança física não é respeitada quando se aumentam suas dimensões, mantendo a semelhança geométrica: isso porque, como já foi visto, o peso próprio cresce com o cubo da escala geométrica, ao passo que a resistência cresce apenas com o quadrado. Mas Galileu não se limita a essa conclusão. Indica também, com muita clareza, como se poderia manter a semelhança física: aumentando a resistência mecânica do material ou diminuindo seu peso específico. Modernamente essa condição corresponderia ao "número π": $\gamma l / \sigma \kappa$ no qual γ é o peso específico do material, e l uma dimensão representativa do corpo, e $\sigma\kappa$ a resistência mecânica do material. Para que esse número π tenha o mesmo valor no corpo pequeno e no maior, é preciso que o aumento de l seja compensado por um aumento de $\sigma\kappa$ ou uma diminuição de γ. A atribuição do nome de Galileu a esse "número π" constitui portanto uma justa e merecida homenagem ao fundador da teoria da Resistência dos Materiais (10, 11, 12, 13).

Galileu foi ainda mais além. Baseado no Proposição VIII, introduziu o conceito hoje designado na teoria dos modelos, como "distorção", ao indicar uma terceira solução para manter no gigante a mesma resistência relativa do homem normal: consiste em aumentar as dimensões transversais numa proporção maior que a do aumento das dimensões longitudinais.

Para ilustrar o que digo, desenhemos um osso, cujo comprimento foi aumentado apenas três vezes, e cuja espessura foi aumentada em tal proporção (nove vezes) que pudesse se realizar em um grande animal a mesma função que corresponderia a um osso menor de um animal também menor (1, 2, p. 169; 3, p. 129).

Galileu cita então Ariosto, seu "querido poeta", que "talvez tenha pressentido essa condição", ao descrever "a figura e o aspecto monstruoso de um gigante", em conseqüência da deformação desproporcional de seus ossos.

Esse tipo de distorção não se verifica nos mamíferos terrestres contemporâneos, que, do ponto de vista geométrico, são aproximadamente semelhantes. Por isso, comparados aos grandes, os animais pequenos – como ratazanas, gatos e cães – são mais capazes de suportar cargas adicionais, relativamente ao seu peso, assim como de correr e saltar. Para os mamíferos terrestres contemporâneos, existe um tamanho limite, que é próximo do tamanho do elefante. Os animais pré-históricos de estrutura assemelhada à dos mamíferos terrestres contemporâneos, como os mamutes, apresentavam a distorção sugerida por

Galileu para os gigantes: as dimensões transversais de seus ossos eram proporcionalmente muito maiores que, por exemplo, as dos cavalos atuais.[20]

DEL GALILEO. 129

E per vn breue esempio di questo che dico disegnai già la figura di vn' osso allungato solamente tre volte, & ingrossato con tal proporzione, che potesse nel suo animale grande far l' uffizio proporzionato à quel dell' osso minore nell' animal più piccolo, e le figure son queste: doue vedete sproporzionata figura, che diuiene quella dell' osso ingrandito. Dal che è manifesto, che chi volesse mantener in vn vastissimo Gigante le proporzioni, che hanno le membra in vn huomo ordinario, bisognerebbe ò trouar materia molto più dura, e resistente per formarne l'ossa, ò vero ammettere, che la robustezza sua fusse à proporzione assai più fiacca, che ne gli huomini di statura mediocre; altrimente crescendogli à smisurata altezza si vedrebbono dal proprio peso opprimere, e cadere. Doue che all' incontro si vede nel diminuire i corpi non si diminuir con la medesima proporzione le forze, anzi ne i minori crescer la gagliardia con proporzion maggiore. Onde io credo che vn piccolo cane porterebbe addosso due, ò trè cani eguali à se, mà non penso già che vn cauallo portasse ne anco vn solo cauallo à se stesso eguale.

Simp. Mà se così è, grand' occasione mi danno da dubitare le moli immense, che vediamo ne i pesci, che tal Balena, per quanto intendo, sarà grande per dieci Elefanti, e pur si sostengono.

Salu. Il vostro dubbio S. Sim. mi fà accorgere d'una condizione da me non auuertita prima, potente essa ancora à far che Giganti,

R & altri

Mostramos aqui três problemas em cujo tratamento Galileu abordou, de modo absolutamente pioneiro, a teoria da semelhança física e dos modelos. Algumas outras passagens de seus livros poderiam ser citadas, como, por exemplo, as leis das cordas vibrantes. Em todos esses problemas, Galileu sempre se ocupou das proporções ou relações entre grandezas físicas, antecipando-se, com seu espírito criador, aos desenvolvimentos modernos daquela teoria.

Procurei sempre, aqui, utilizar os próprios textos de Galileu, o que pode parecer um tanto prolixo e por vezes desordenado. Isso foi feito intencionalmente, pois, em geral, Galileu é estudado através de seus comentadores e, raramente, por meio da leitura direta de seus textos. Os comentadores algumas vezes tendem a distorcer o pensamento de Galileu, interpretando-o segundo suas tendências filosóficas ou ideólogicas. Uns o consideram um empirista, outros um platonista. Na realidade, Galileu não foi nem uma coisa nem outra.

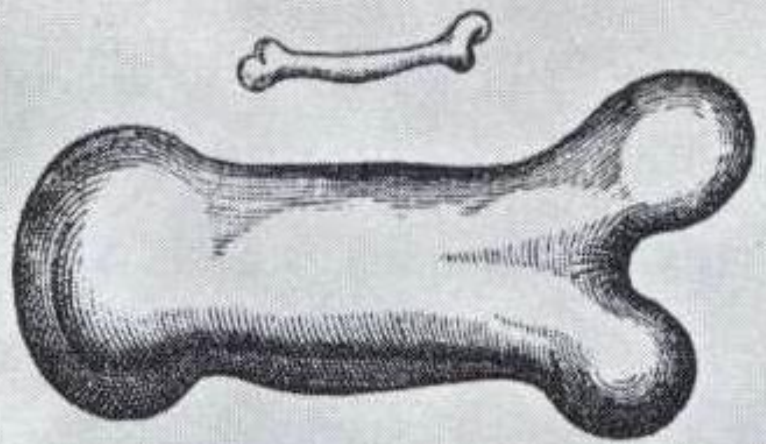
O método de pesquisa científica de Galileu foi sempre uma justa combinação da observação e da experiência com a matemática, instrumento de lógica dedutiva. Partindo de alguns fatos experimentais, formula-se uma primeira hipótese ou teoria, para interpretá-los. Dessa teoria tiram-se conclusões, por via dedutiva; em seguida a validade dessas conclusões é submetida à experiência; à qual compete sempre a última palavra. A hipótese é substituída ou aperfeiçoada, se os ensaios não a confirmam. A fonte da verdade é sempre, em última análise, a experiência (10, 11, 12, 13).

---

[20] SCHIMIDT-NIELSEN, Knut. **How animals work**. Cambridge University Press, 1972.

Figura ampliada

E per vn breue eſempio di queſto che dico diſegnai già la figura di vn' oſſo allungato ſolamente tre volte, & ingroſſato con tal proporzione, che poteſſe nel ſuo animale grande far l'uffizio proporzio-



nato à quel dell' oſſo minore nell' animal più piccolo, e le figure ſon queſte: doue vedete ſproporzionata figura, che diuiene quella dell' oſſo ingrandito. Dal *che è manifeſto, che chi voleſſe mantener in vn vaſtiſſimo Gigante le proporzioni, che hanno le membra in vn huomo ordinario, biſognerebbe ò trouar materia molto più dura, e reſiſtente per formarne l'oſſa, ò vero ammettere, che la robuſtezza ſua fuſſe à proporzione aſſai più fiacca, che negli huomini di ſtatura mediocre; altrimente creſcendogli à ſmiſurata altezza ſi vedrebbono dal proprio peſo opprimere, e cadere. Doue che all' incontro ſi vede nel diminuire i corpi non ſi diminuir con la medeſima proporzione le forze, anzi ne i minori creſcer la gagliardia con proporzion maggiore.* Onde *io credo che vn piccolo cane porterebbe addoſſo due, ò trè cani eguali à ſe, mà non penſo già che vn cauallo portaſſe ne anco vn ſolo cauallo à ſe ſteſſo eguale.*

Simp. *Mà ſe così è, grand' occaſione mi danno da dubitare le moli immenſe, che vediamo ne i peſci, che tal Balena, per quanto intendo, ſarà grande per dieci Elefanti, e pur ſi ſoſtengono.*

Salu. *Il voſtro dubbio S. Sim. mi fà accorgere d'una condizione da me non auuertita prima, potente eſſa ancora à far che Giganti,*

Referências do Prof. Fernando Lobo Carneiro

[10] CARNEIRO, Fernando L.. **Galilée, foundateur de la résistance des matériaux/Galileo, founder of the science of strenght of materials**, Bulletin RILEM – Matériaux et Constructions/Materials and structures, nº 27, Publicité RILEM, PARIS, 1965.

[11] CARNEIRO, Fernando L.. **Galileo, fundador de la resistencia de materiales**, revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Matemáticas (Tomo LIX, Cuaderno 4º), Madrid, 1965.

[12] CARNEIRO, Fernando L.. **Galileo, fundador de la resistencia de materiais**, IMME nº 12, Universidad Central de Venezuela, Caracas, 1966.

[13] CARNEIRO, Fernando L.. **Galileo, fundador da teoria da resistência dos materiais**. História da Ciência e da Tecnologia (Cap. 13). Editora da Universidade de São Paulo, Brasil, 1985.

[14] CARNEIRO, Fernando L.. **Galilée et la résistance des matériaux**. La Recherche nº 147 (correspondence), Paris, 1983.

Núcleo de Publicações da COPPE / UFRJ

1988

+ + +