	GALILEU– Fundador da Resistência dos Materiais Prof. Fernando L. Lobo B. Carneiro	Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue ſcienze
Attenenti alla
MECANICA & I MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

Duas Novas Ciências : Mecânica & Os Movimentos Locais

Com um apêndice sobre o Centro de Gravidade de alguns Sólidos

Leida – Holanda – 1638

Galileo, fundador de la Resistencia de materiales

(Contribución a las conmemoraciones del 4.º Centenario del nacimiento de Galileo)

Fernando Luiz Lobo B. Carneiro

REVISTA

DE LA

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DE

MADRID

TOMO LIX

CUADERNO CUARTO

MADRID

Domicilio de la Academia:

VALVERDE, 22.—TELEFONO 221-25-29

1965

Entrevista concedida por Fernando Luiz Lobo Carneiro a Luiz Bevilacqua (COPPE- Coordenação de Programas de Pós-graduação em Engenharia, UFRJ), Ildeu de Castro Moreira (Instituto de Física, UFRJ) e Alicia Ivanissevich *(Ciência Hoje).* Publicada em setembro de 1991.

- **O que nos poderia falar do seu trabalho sobre Galileu?**

Escrevi esse artigo quando estava na França, em 1964.

Trabalhei durante um ano no Centro Experimental de Estudos e Pesquisas sobre Materiais e Estruturas, que era dirigido pelo Robert L'Hermite.

Eis que, no limiar de 1964, houve em Paris uma exposição da Unesco sobre o tricentenário do nascimento de Galileu.

O então embaixador da Unesco, Paulo Carneiro, que era meu primo, me convidou para conhecer todo o material da exposição.

Havia textos sobre ele como astrônomo, como físico, seus instrumentos, mas não havia uma palavra sobre as atividades de Galileu ligadas à resistência dos materiais.

Lembrei que no livro de história da teoria da resistência dos materiais, de Timoshenko, um capítulo situava Galileu como o fundador dessa teoria. Por sinal, o nome original dado por Galileu era muito melhor : *Resistência dos corpos sólidos a serem rompidos.*

Portanto, embora Galileu fosse o criador dessa teoria, nada havia na exposição sobre o assunto.

Meu primo me encorajou a escrever um artigo que corrigisse essa falha. Procurei bibliografia em todas as livrarias de Paris, mas nada encontrei.

Resolvi ir a Florença, onde visitei o Instituto e Museu História da Ciência, conversei muito, obtive informações e consegui a bibliografia para escrever o artigo.

Ele foi publicado na revista da RILEM.

Só que, antes de escrevê-lo, fiquei com certo receio, porque pretendia propor alguma coisa original, que era justamente a contribuição de Galileu sobre a semelhança física - a "teoria da fraqueza relativa dos gigantes".

Galileu mostrou que, quando se faz um modelo pequeno e se passa para um protótipo maior, o peso cresce com o cubo da escala e a resistência, com o quadrado. De modo que o maior fica menos forte que o menor, o gigante é mais fraco do que o homem normal.

Feito o artigo, mandei cópia para as duas maiores autoridades em análise dimensional e modelos da época, o norte-americano H.L. Langhaar e o físico espanhol J. Palácios.

O primeiro me respondeu com uma carta, dizendo que achara meu artigo "esplêndido" e que estava de acordo com a minha proposta de dar o nome de Galileu a um certo parâmetro adimensional.

Citou ainda uns escritos de Vitruvius, que eu não conhecia. Já no primeiro século da Era Cristã, ele dizia que havia modelos que, quando feitos "em grande", resistiam, e outros que não.

De Julio Palácios, recebi um pedido de autorização para traduzir o artigo para o espanhol e publicá-lo nos Anais da Academia de Ciências da Espanha. Ver texto em espanhol adiante.

Considero esse artigo o que fiz de mais importante, até hoje.

Não se trata de vaidade. Foi a partir dele que me interessei pela história da ciência e fui me aproximando dela cada vez mais.

Estudando história da ciência, verifiquei que tinha errado de vocação: devia ter escolhido física, em vez de engenharia.

\+ + +

Galileo, fundador de la Resistencia de materiales

(Contribución a las conmemoraciones del 4.º Centenario del nacimiento de Galileo)

por

Fernando Luiz Lobo B. Carneiro

Ingeniero, Profesor del Curso de Bases Experimentales de Resistencia de Materiales en el Instituto Nacional de Tecnologia de Rio de Janeiro (Brasil)

PRESENTADO POR EL ACADÉMICO NUMERARIO D. JULIO PALACIOS

«Las primeras tentativas para determinar por medio del cálculo las dimensiones seguras de los elementos de estructuras fueron hechas en el siglo XVII. El famoso libro de Galileo, *Dos ciencias nuevas*, muestra los esfuerzos del autor para situar en una sucesión lógica los métodos aplicables al análisis de esfuerzos resistentes. Este libro representa los comienzos de la ciencia de la Resistencia de materiales [3, p. 6] y a partir de ese momento empieza la historia de la Mecánica de los cuerpos elásticos [3, p. 11], Timoshenko (1).

---

(1) «The first attempts to find the safe dimensions of structural elements analytically were made in the seventeenth century. Galileo's famous book *Two New Sciences* shows the writer's efforts to put the methods applicable in stress analysis into a logical sequence. It represents the beginning of the science of strenght of materials...; and from that date the history of mechanics of elastics bodies begins...» (Timoshenko).

1. Introducción

Se conmemora en el mundo entero el cuarto centenario del nacimiento de Galileo, fundador indiscutible de la Dinámica y de la Física moderna; su contribución a la revolución metodológica, que hizo posible el prodigioso desarrollo científico iniciado en el siglo XVII, fue fundamental y decisiva. Sus descubrimientos astronómicos (2) aportaron sólidos argumentos en favor de la teoria heliocéntrica de Copérnico, en oposición a la teoria geocéntrica de Ptolomeo, al mismo tiempo que su célebre principio de coexistencia de movimientos, o de relatividad, eliminó la principal objeción contra el doble movimiento de la Tierra.

Hay, sin embargo, en la obra de Galileo un aspecto menos conocido que los arriba mencionados: la fundación de la resistencia de materiales. Timoshenko, en su *Histoire de la résistance des matériaux* [3], después de haber examinado algunas contribuciones de Leonardo de Vinci, dedica a Galileo todo el capítulo primero, y no duda en atribuirle ese papel. «El famoso libro de Galileo, *Dos ciencias nuevas*, afirma Timoshenko, representa el comienzo de la ciencia de la resistencia de materiales.» La opinión de Timoshenko es compartida por otros autores que se han ocupado de la historia de la Resistencia de materiales, como S. B. Hamilton [4, p. 376] y L'Hermite [5, p. 1]. C. Truesdell [6] encuentra en Galileo el más antiguo ejemplo de la noción de fuerza, y L'Hermite [7, p. 510] atribuye a Galileo, no solamente la más antigua hipótesis sobre la rotura, sino la idea de los ensayos de modelos [8, p. 402]. A pesar de esta aceptación, prácticamente unánime, del papel de Galileo como fundador de la Resistencia de materiales, los detalles de su contribución científica en ese terreno son en general poco conocidos. La finalidad de este artículo es precisamente contribuir a su divulgación.

Las investigaciones de Galileo sobre la Resistencia de materiales fueron realizadas casi todas durante el período en que vivió en la

(2) «Les montagnes de la Lune, les satellites de Jupiter, les phases de Vénus, la nature des taches solaires — découvertes faites par Galilée avec l'aide d'un téléscope fabriqué par lui-même, et qui était un perfectionnement d'un instrument analogue inventé en Hollande; comme il le raconte dans son livre «Sidereus Nuncius».

República de Venecia, como profesor en la Universidad de Padua (la «Bo»), entre 1593 y 1610. Sin embargo, los resultados de estas investigaciones no fueron publicados hasta varios años más tarde, en el libro *Discorsi e Demostrazioni Matematiche intorno a Due Nuove Scienze*, escrito de 1633 a 1637, en la fase final de su vida; era entonces prisionero de la Inquisición y estaba condenado a no salir de su casa de campo de Arcetri, en los alrededores de Florencia, situación que se prolongó hasta su muerte, en 1642. Este libro está considerado como la obra principal de Galileo, y las *Dos ciencias nuevas* son la resistencia de materiales y la dinámica. Todo parece indicar que el deseo de reunir en un volumen, para la posteridad, sus más importantes descubrimientos científicos, fue una de las más fuertes razones que le llevaron a abjurar la teoría de Copérnico ante el Santo Oficio en Roma en 1633. Estos descubrimientos no habían sido divulgados antes más que de un modo parcial y fragmentario, en cartas a sus discípulos y amigos. La impresión del libro no pudo realizarse sino fuera de Italia, en Leyden (Holanda), y entre grandes dificultades. Elsevir fue el editor, y el embajador de Francia en Roma, el conde de Noailles, antiguo discípulo de Galileo, se ofreció a proporcionarle un «alibi» simulando haber tomado la iniciativa de la publicación sin conocimiento del autor. Un año después, en 1639, se publicó en París una traducción francesa de la obra, que contribuyó mucho a la rápida difusión de las ideas de Galileo. Llevaba el título un poco extravagante de *Los nuevos pensamientos de Galileo, matemático e ingeniero del Duque de Florencia*. Este titulo tiene la virtud, sin embargo, de mostrar que Galileo era entonces conocido no sólo como sabio, sino también como hombre que se ocupaba de las aplicaciones técnicas de la ciencia.

La Resistencia de materiales está tratada en las primeras páginas de la primera parte, y en toda la segunda parte. El resto de la primera parte está consagrado a cuestiones muy variadas, como los infinitamente grandes y los «indivisibles», la pesadez del aire y la resistencia que ofrece al movimiento de los cuerpos el péndulo simple, la frecuencia de las cuerdas vibrantes... La tercera y cuarta partes encierran la más importante contribución de Galileo a la ciencia moderna: la fundación de la dinámica. Se ocupan, respectivamente, del movimiento uniforme y uniformemente acelerado y del movimiento de los proyectiles. Las dos primeras leyes de la mecánica y la ley de la caída de los cuerpos, el «paralelogramo de las velocidades», el plano inclinado, la trayectoria de los proyectiles, son tratados en él de modo luminoso.

Los *Discursos sobre dos ciencias nuevas* están presentados en forma de diálogo, que había sido empleada ya por Galileo en 1631 en el *Diálogo sobre los dos más grandes sistemas del mundo*. Sus opiniones y demostraciones son expresadas por Salviati y comentadas por un discípulo, Sagredo; el tercer personaje, Simplicio, representa la mentalidad escolástica de la época, dogmáticamente sometida a la letra de los textos de Aristóteles y que se oponía a la evidencia experimental de los razonamientos apriorísticos y arbitrarios.

Disponemos en la actualidad de dos ediciones de las *Due Nuove Scienze*: la magnífica edición italiana de 1958, con notas y comentarios de A. Carugo y L. Geymonat [1], y la traducción inglesa de H. Crew y A. de Savio [2]. En una y otra están indicados los números de las páginas correspondientes de la gran «edición nacional» de las obras completas de Galileo (en reimpresión), que se toma siempre como referencia para las citas. La materia comentada en el presente artículo corresponde a las páginas 49 a 65 (comienzo de la primera parte), y 151 a 189 (toda la segunda parte).

Antes de concluir esta introducción conviene examinar cuáles pudieron ser las razones que condujeron a Galileo a interesarse por la Resistencia de materiales. El mismo Galileo nos proporciona una indicación sobre la naturaleza de estos motivos, con las palabras pronunciadas por Salviati en el comienzo de la primera parte [1, p. 49] (3).

«La constante actividad de vuestro famoso arsenal, ciudadanos de Venecia, proporciona a los estudiosos un amplio campo de meditaciones, particularmente en el campo relacionado con la mecánina, puesto que toda clase de instrumentos y de máquinas se fabrican allí continuamente por numerosos artesanos, entre los cuales algu-

---

(3) Salviati: Largo campo di filosofare a gl'intelleti specolativi parmiche porga la frequente pratica del famoso arsenale di voi, Signori Veneziani, ed in particolare in quella parte che mecanica si domanda; atteso che quivi ogni sorte di strumento e di machina vien continuamente posta in opera da numero grande d'artefici, tra i quali, e per l'osservazioni fatte dai loro antecessori, e per quelle che di propria avvertenza vanno continuamente per se stessi facendo, e forza che ve ne siano de i pertissimi e di finissimo discorso.»

nos han llegado a ser extraordinariamente expertos y hábiles en las explicaciones, ya por las observaciones hechas por sus antecesores, ya por su propia experiencia cotidiana.»

Galileo se refiere al arsenal de Venecia, gran astillero naval y de construcciones mecánicas, entonces célebre en toda Europa, y que visitó a menudo durante su estancia en Padua, ejerciendo incluso funciones de consejero técnico.

Galileo reveló en seguida la naturaleza del problema que llamó su atención inicialmente, y que fue el punto de partida de sus investigaciones sobre la Resistencia de materiales: el problema de las *estructuras geométricamente semejantes* de máquinas o de edificios que, *habiendo tenido un comportamiento satisfactorio ejecutados a una cierta escala, fracasan completamente cuando se ejecutan a una escala mayor*, sea a consecuencia de una reducción inesperada de su capacidad de resistir a cargas adicionales, sea sencillamente derrumbándose bajo la acción de su propio peso. Se verá a continuación que Galileo no solamente encontró la explicación correcta de este fenómeno, sino que estableció reglas cuantitativas encaminadas al dimensionamiento seguro de las estructuras.

Debemos recordar que las estructuras que se realizaban en tiempo de Galileo, ya para edificios y puentes, ya para máquinas, tenían en general como carga principal su propio peso. Las dimensiones de estas estructuras se establecían de manera empírica, y los casos de derrumbamiento bajo la acción del propio peso eran frecuentes cuando un arquitecto más audaz trataba de sobrepasar los limites o alturas usuales. Estos accidentes llevaban, naturalmente, a los constructores a introducir refuerzos suplementarios, que una simple similitud geométrica con estructuras de talla más pequeña no permitía prever; o sencillamente a concluir que para cada tipo de estructura había una cierta «capacidad-limite» que no podia sobrepasarse. El desarrollo de la arquitectura gótica, con catedrales cada vez más atrevidas, y más tarde, durante el Renacimiento, la ejecución de grandes bóvedas, hicieron este fenómeno aún más evidente. Se cita, por ejemplo, el derrumbamiento de la nave de la catedral de Beauvais, que hubo de llevar a los constructores de la Edad Media a la conclusión de la existencia de un limite de altura y de capacidad que no se podia pasar impunemente.

Galileo, en la segunda parte de las *Dos ciencias nuevas*, muestra que cuando todas las dimensiones de una viga se multiplican por un mismo factor, quedando por tanto asegurada la semejanza geométrica, las fuerzas resistentes interiores, resultantes de los esfuerzos del material, crecen proporcionalmente al cuadrado de este factor, mientras que las fuerzas resultantes de la acción de la gravedad crecen proporcionalmente al cubo. Empleando el lenguaje moderno, eso significa que la simple similitud geométrica no implica, en este caso, una similitud física. Ahí está la idea central de Galileo en toda la introducción de la primera parte [1, pp. 50 a 54]. Vuelve a tomar el problema en toda su profundidad en la segunda parte, y llega incluso a hacer incursiones en el terreno de la biología, con sus consideraciones originales sobre la debilidad de los gigantes.

Galileo en sus estudios aborda frecuentemente los problemas desde un punto de vista muy actual, el de la «semejanza física». Esto ha sido muy bien comprendido por los traductores ingleses de *Due Nuove Scienze* [2], como se ve en la nota que han puesto a la página 157 (de la «edición nacional»). Al tratar del error contenido en la teoría de la flexión de Galileo —que afecta solamente al *coeficiente numérico* de la fórmula que liga el momento flector de ruptura a las dimensiones de la sección transversal y al esfuerzo de rotura del material—, dicen: «Felizmente este error no invalida las conclusiones de las proposiciones que se siguen, y que tratan únicamente de proporciones, y no de las resistencias efectivas de las vigas.» Es exacto; todas las deducciones sacadas por Galileo de su teoría de la flexión tienen por finalidad el paso de una *estructura conocida a otra geométricamente semejante, construida a otra escala*. Todas las reglas dadas por Galileo a este fin son esencialmente correctas. Constituyen el *embrión de la teoría moderna de modelos estructurales*. La lectura de las obras de Galileo a la luz de la teoría de la semejanza física se vuelve fascinante y hace descubrir nuevos aspectos del genio del gran sabio italiano.

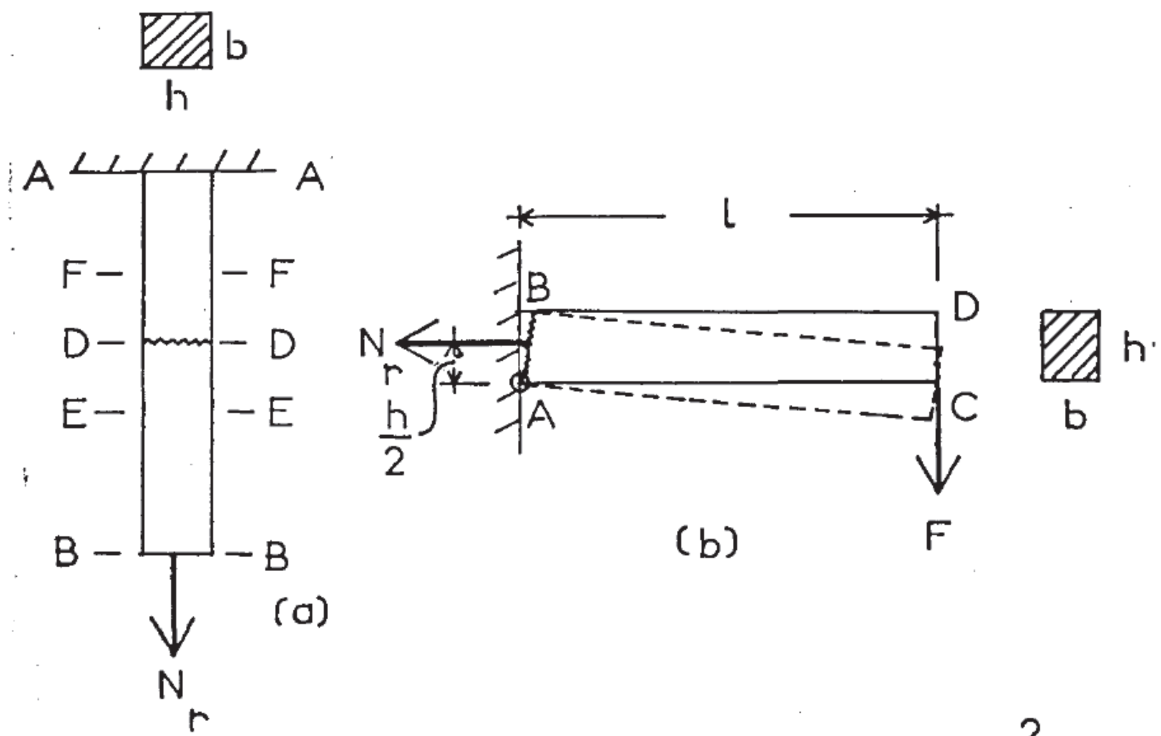
El efecto del cambio y dimensiones de un cuerpo animado o inanimado, sobre sus propiedades físicas, dice C. M. Focken, «fue comprendido y discutido con sorprendente claridad por Galileo en sus Diálogos sobre *Dos ciencias nuevas*.

En conclusión, parece que la hipótesis según la cual las investigaciones de Galileo sobre la Resistencia de materiales tuvieron como punto de partida alguna consulta hecha por el arsenal de Venecia, es muy probable. Esas investigaciones hubieran sido, pues, provocadas y estimuladas por las necesidades prácticas de la industria naciente, no solamente la industria mecánica, sino también la industria de la construcción.

2. Galileo y la noción de «carga de rotura»

En el comienzo de la primera parte, Galileo aborda la cuestión de la resistencia a la tracción de los cuerpos prismáticos y de las cuerdas (pp. 54 a 65 de la «edición nacional» de las obras completas de Galileo [1]). Las figuras de las páginas 55 y 162 de [1] representan ensayos de tracción, en los cuales la pieza está fijada por su extremo superior y estirada por su extremo inferior por medio de un peso. «Este peso —dice Galileo— puede ser indefinidamente aumentado hasta la ruptura del cuerpo», que sobreviene cuando su «tenacidad» y «coherencia» («tenacité e coerenza») [1, p. 55] son alcanzadas. En el caso de las cuerdas, el frotamiento entre las fibras es más fuerte que su resistencia y asegura la integridad del conjunto hasta la rotura, aunque las longitudes de esas fibras sean mucho más pequeñas que la de la cuerda.

Después de estas consideraciones, Galileo, al examinar la hipótesis según la cual la resistencia a la tracción sería debida simplemente a la «fuerza del vacío», demuestra que la contribución de ésta es en general despreciable, y que es necesario introducir otra causa, «semejante a una cola o una materia viscosa que ligue firmemente las partes componentes de un cuerpo» [1, p. 59]. La «fuerza del vacío» podría medirse con ayuda de un instrumento ingenioso que él describe; las experiencias que hizo con las bombas de succión demuestran que la altura máxima de una columna de agua es de unos 18 «codos» (nueve metros), «independientemente del diámetro». Esta altura da la «fuerza del vacío» en un cilindro de cualquier material sólido. El valor indicado por Galileo corresponde a 0,9 kg/cm^2, es decir, prácticamente el valor de la presión atmosférica, estudiada algunos años más tarde por su discípulo Torricelli y por Pascal. A continuación da una cifra para la resistencia de los hilos de cobre: «todos los hilos de cobre, independientemente de sus diámetros, pueden soportar su propio peso hasta una longitud de 4.801 codos (2.400 metros), y no más [1, p. 65]. Empleando el lenguaje técnico moderno, podría decirse que Galileo atribuía a la resistencia de un material las «dimensiones» de una presión; esta resistencia estaría dada por el producto del peso específico por la longitud correspondiente a la ruptura bajo la acción del peso propio del hilo. «Como el cobre tiene una densidad nueve veces mayor que la del agua», «la parcela correspondiente a la "fuerza del vacío" sería equivalente al peso de sólo dos codos (un metro) de hilo»; por tanto, despreciable. Es interesante ver que el valor dado por Galileo para la resistencia a la tracción del cobre es así de 2.160 kg/cm², cifra perfectamente aceptable.



$$N_r = (b.h)\,\sigma_r \qquad F.l = N_r \cdot \frac{h}{2} = \frac{b h^2}{2}\,\sigma_r$$

$$N_r = A \cdot \sigma_r \qquad M_r = A \cdot \frac{h}{2} \cdot \sigma_r$$

Fig. 1.—Teoria de la flexión de Galileo. σ_r = carga de rotura del materia!; A = área de la sección transversal; N_r = resistencia de un p.isma a la tracción longitudinal.

En la segunda parte, Galileo afirma claramente que la «resistencia a la rotura por tracción longitudinal», que él llama «resistencia absoluta», es *proporcional a la superficie de la base del prisma* [1, p. 160] *e independiente de su longitud* [1, p. 162]. Para demostrar este último punto, Galileo hace el razonamiento siguiente: «Sea una cuerda A B, fija por su extremidad superior A. Suspendamos en su extremo inferior un peso exactamente suficiente para romperla y supongamos que la ruptura se produce en D (fig. 1-a). Si ese peso, en lugar de estar suspendido en el extremo inferior B está fijo en un punto más próximo a D, digamos en E; y si la cuerda, en lugar de estar fija por su extremo superior A está suspendida en F, inmediatamente por encima de D, ¿no está solicitada en D por el mismo esfuerzo? Sí, con tal que el peso inferior se aumente con el peso del trozo E B de la cuerda. En este caso, la rotura de la cuerda tendrá lugar en D y con el mismo esfuerzo, aunque F E sea mucho menor que A B. La cuerda más larga no es más débil que la más corta.»

Fue de este modo como Galileo estableció, el primero, la noción de *esfuerzo interior solicitante*, resultante *de la acción de una parte del cuerpo prismático sobre la otra, a través de una sección transversal;* y como formuló la más antigua hipótesis sobre la rotura, basada en la noción de *carga de rotura*, como característica física de un material. Esta hipótesis está confirmada experimentalmente para los estados de esfuerzo simple, y es adoptada corrientemente hasta hoy en los casos en que tales estados de afección existen, como ocurre en la tracción, la compresión y la flexión simple.

La teoría de Galileo sobre la rotura de las piezas prismáticas solicitadas por una fuerza de tracción longitudinal está traducida en las fórmulas siguientes, con signos modernos:

F_r = fuerza longitudinal de tracción capaz de producir la rotura del prisma;

A = área de la sección transversal del prisma;

σ_r = esfuerzo de rotura a la tracción del material;

γ = peso específico del material;

$l_{\text{lím.}}$ = longitud-límite del prisma vertical fijo por su extremo superior y que se rompe bajo la acción de su propio peso.

Fórmulas:

$$F_r = A \cdot \sigma_r \qquad \text{(a)}$$

$$\sigma_r = \gamma \cdot l_{\text{lím.}} \qquad \text{(b)}$$

3. Teoría de la flexión de Galileo

Galileo abre la segunda parte haciendo una clara distinción entre la resistencia a la tracción simple y la resistencia a la flexión: «la resistencia de los cuerpos sólidos a las atracciones exteriores («violenta atrazzione»)... es muy grande cuando la fuerza está aplicada en la dirección longitudinal («per diritto gli tira»), pero mucho menor cuando se halla aplicada transversalmente («nel violentargli per traverso»)». La fuerza capaz de producir la rotura de un prisma empotrado en un extremo y libre en el otro, es mucho menor cuando actúa sobre este extremo normalmente al eje que cuando es paralela al eje [1, p. 151].

La teoría de la flexión de Galileo está basada sobre la hipótesis de que toda la sección de rotura trabaja a la tracción y gira alrededor de una bisagra que se confunde con el borde comprimido (figura 1-b). El esfuerzo interior que se opone a la rotura es igual a la resistencia del prisma en tracción longitudinal, y su «brazo de palanca» es igual a la distancia del centro de gravedad de la sección transversal al borde comprimido (y por tanto igual a la mitad de la altura de la sección para los casos únicamente considerados por Galileo de secciones simétricas). Empleando el lenguaje moderno, esta hipótesis consiste en admitir que los esfuerzos de tracción están uniformemente distribuidos en toda la superficie de la sección transversal, y que el «eje neutro» se sitúa en el borde comprimido; los esfuerzos de compresión serían, pues, allí infinitamente grandes.

Para obtener el momento flector de rotura basta así con multiplicar la resistencia del prisma en tracción longitudinal N_r, que Galileo llama «resistencia absoluta» («assoluta resistenza») por el brazo de palanca z:

$$M_r = N_r \, . \, z = (A \, . \, \sigma_r) \, z,$$

o en el caso de una sección transversal simétrica:

$$M_r = N_r \cdot \frac{h}{2} = (A \, . \, \sigma_r) \frac{h}{2} \, .$$

Para una sección rectangular de base b y de altura h tendríamos:

$$M_r = (b \, . \, h \, . \, \sigma_r) \frac{h}{2} = \frac{b \cdot h^2}{2} \, \sigma_r .$$

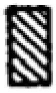
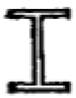
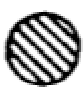
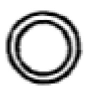
Esta fórmula no difiere de la fórmula clásica de la resistencia de materiales, basada en la ley de Hooke, más que por el coeficiente numérico, que en la teoría elástica es tres veces menor: $\frac{1}{6}$ en lugar de $\frac{1}{2}$.

La fórmula general que corresponde a la teoría de la flexión de Galileo es dimensionalmente homogénea: aun para las secciones no rectangulares, el error contenido en esta teoría afecta solamente al coeficiente numérico. Esta comprobación tiene una gran importancia, como lo hemos subrayado ya en la introducción. Todas las deducciones subsiguientes de Galileo, cuya finalidad es comparar las resistencias de vigas con secciones transversales semejantes, son perfectamente correctas: las resistencias relativas de esas vigas no son afectadas por el error, debido al coeficiente numérico de la fórmula del momento resistente.

Todo lo que se conoce de los métodos de investigación científica de Galileo lleva a la conclusión de que él debió haber hecho ensayos para comprobar su teoría de la flexión; pero es muy improbable que pudiera hacer ensayos directos de tracción simple, a excepción de los ensayos de cables. Ahora bien, todos los ensayos comparativos entre vigas de diferentes dimensiones, pero con la misma forma de sección transversal, no permiten descubrir el error contenido en la fórmula de Galileo. Fue solamente en 1680 cuando Mariotte pudo realizar algunos ensayos directos de tracción de prismas para determinar la relación entre esta resistencia y su resistencia a la flexión, [1], nota correspondiente a la página 121. Encontró que el coeficiente $\frac{1}{2}$ de Galileo es un poco elevado, y propuso una modificación de su teoría conducente al coeficiente $\frac{1}{3}$ para las secciones rectangulares; los esfuerzos de tracción no se supone ya que estén uniformemente distribuidos en toda la sección, sino que sufren una disminución lineal del valor máximo en el borde estirado al valor cero en el borde comprimido [4, p. 376].

Cuando se habla del error del coeficiente numérico de la teoría de la flexión de Galileo, no hay que olvidar que la hipótesis elástica, basada en la ley de Hooke, no es ya exacta; hay un error en las fórmulas clásicas de la resistencia de materiales, pero en sentido contrario al de la teoría de Galileo. Las fórmulas fundadas en las teorías plásticas están más próximas a la realidad para los materiales dúctiles, como el acero, y proporcionan valores intermedios entre la fórmula de Galileo y la teoría elástica. Para los materiales que, como el cemento, tienen una resistencia a la tracción mucho menor que su resistencia a la compresión, los resultados experimentales están aún más próximos a la teoría de Galileo que las cifras dadas por las teorías plásticas; son del orden de magnitud de las cifras dadas por la teoría de Mariotte (es preciso, sin embargo, no ver en ello más que una simple coincidencia y no una prueba de la validez de ésta).

En el cuadro adjunto se encontrará la comparación entre las diferentes teorías para diferentes formas de la sección transversal; es interesante observar que las diferencias están atenuadas para las secciones huecas y para los perfiles utilizados en las construcciones metálicas.

	Galileo	Mariotte	T. plast.	T. elast.
				
	σ_r	σ_r	σ_r	σ_r
	$K=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
	$K=\frac{1}{2}$	$\sim\frac{1}{2{,}3}$	$\sim\frac{1}{2{,}5}$	$\sim\frac{1}{2{,}8}$
	$K=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3{,}14}$	$\frac{1}{4{,}72}$	$\frac{1}{8}$
	$K=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2{,}67}$	$\frac{1}{3{,}14}$	$\frac{1}{4}$

$$M_r = K(N_r . h) = K(A . h . \sigma_r)$$

Veamos ahora cómo Galileo resuelve el problema estático del cálculo de los momentos flectores debidos a las fuerzas que solicitan la viga. Galileo utiliza a este fin el «principio de la palanca» y toma como primer ejemplo el prisma fijo en uno de sus extremos y libre en el otro, o viga-ménsula. Las figuras de las páginas 157 y 159 de la «edición nacional» muestran prismas fijos en muros (ver también la figura 1-b de este artículo). El principio de la palanca es aquí de aplicación inmediata. Si debe también considerarse la acción del peso propio F_g, que se superpone a la de la fuerza F, Galileo da la regla)«proposición I»):

$$F \cdot l + F_g \cdot \frac{l}{2} - \left(F + \frac{F_g}{2}\right) l.$$

Cuando se comparan vigas-ménsula de sección constante, los momentos debidos al peso propio son proporcionales a los cuadrados del alcance («proposición III»).

El mismo «principio de palanca» conduce a Galileo a las reglas relativas a las vigas que descansan sobre dos apoyos. El momento debido al peso propio es igual al de una viga-ménsula con la mitad del alcance [1, p. 173]. Una fuerza concentrada produce el momento máximo cuando actúa sobre el centro del alcance (p. 173). Cuando las distancias de la fuerza concentrada a los dos apoyos son a y b, Galileo enuncia con claridad [I, p. 176] una regla equivalente a la fórmula:

$$\frac{F \cdot a \cdot b}{l}.$$

Después de haber deducido una serie de «proposiciones» relativas a la influencia de la variación de las dimensiones de una viga sobre su resistencia a la flexión, resuelve el problema de la viga «a igual resistencia» para el caso sencillo de una viga-ménsula con una carga concentrada. Demuestra que su perfil longitudinal debe ser parabólico para que todas las secciones transversales sean plenamente aprovechadas. La economía de material en este caso sería de 1/3 del volumen de la viga con sección constante [1, p. 181] (4).

(4) A pesar de las restricciones de varios discípulos de Galileo (citados en la nota de la página 170 de [1], esta deducción es perfectamente correcta. Esos discípulos reprochan a Galileo el haber olvidado el peso propio, pero él mismo advierte [1, p. 155]: «debemos distinguir entre estos dos puntos de vista: cuando consideramos un dispositivo en abstracto, es decir, sin la consideración del peso

El final de la segunda parte está consagrado al problema de los sólidos huecos, sugerido a Galileo por observaciones empíricas como los «huesos de patas de pájaro», que son ligeros y resistentes porque son huecos. Demuestra que, a igualdad de peso, las vigas con secciones vaciadas son más resistentes que las de sección llena. Se encuentra así ya en el libro *Dos ciencias nuevas* una justificación teórica de las ventajas de los perfiles aligerados empleados en nuestros días.

En conclusión, nos damos cuenta de que *un ingeniero que no dispusiera de ningún otro texto más que el de Galileo, sería perfectamente capaz de calcular las dimensiones de cualquier viga isostática simple.* El error contenido en el coeficiente numérico de la fórmula de flexión de Galileo sería eliminado si este ingeniero se basase en ensayos de flexión de pequeñas vigas con secciones semejantes para determinar la resistencia del material; obtendría así un «esfuerzo de rotura a la tracción» convencional, afectado del mismo error, como se hace hoy con los ensayos de flexión simple de vigas de cemento cuando son interpretados con ayuda de las fórmulas «elásticas», que encierran también un error.

Pero es preciso dirigir una advertencia a todos aquellos que quieran estudiar directamente los textos originales de Galileo: la terminología que emplea no coincide con la de hoy, y no tiene la misma precisión ni la misma claridad. Se presta, pues, a confusiones. En este artículo hemos «traducido» el lenguaje de Galileo al lenguaje técnico moderno, incluidas las anotaciones empleadas en las fórmulas.

Por ejemplo, lo que Galileo llama *momento* de una fuerza, en su teoría de la flexión, no es lo que designamos hoy como «momento flector», sino el cociente de la división de este último por el «brazo de palanca» de los esfuerzos interiores. El «momento» de Galileo tiene, pues, las dimensiones de una fuerza concentrada: es una *fuerza que actúa en la sección transversal* y que está equilibrada por los esfuerzos de tracción en el material. Consideremos una palanca que se utilice para levantar un peso aplicando al extremo del brazo más largo una fuerza más pequeña que ese

---

propio de su material, o cuando le restituimos su peso». Para las ménsulas cortas el peso propio es en general despreciable ante la fuerza F, y la forma parabólica aproximativa está justificada.

peso; el momento de Galileo es igual a esta fuerza multiplicada por la relación entre el brazo más largo y el más corto. Es, pues, la fuerza activa aumentada por el «efecto multiplicador» de la palanca o, en otros términos, la fuerza ejercida por la palanca sobre el peso que se quiere levantar. La fuerza interior equilibrada por los esfuerzos de tracción del material, igual a M/z, es análoga a ese «momento» de la palanca. Galileo habla siempre del «momento ejercido por una fuerza para vencer la resistencia de la base del prisma» (es decir, de la sección transversal). Es preciso, pues, no confundir este término técnico empleado por Galileo con el «momento flector» de nuestros días. E incluso a veces, cuando no hay una transmisión por una palanca, Galileo designa con el término «momento» sencillamente la magnitud de la fuerza.

En vez de escribir la ecuación del equilibrio como lo hacemos nosotros:

$$M = M_r$$

(es decir, momento flector = momento de las resultantes de los esfuerzos del material). Galileo dice:

$$M/z = N_r$$

(es decir, momento flector dividido por el «brazo de palanca» de los esfuerzos interiores = resultante de los esfuerzos de tracción del material). Y es M/z y no M lo que él llama «momento». Hay que señalar que este modo de presentación de las condiciones de equilibrio es utilizado a veces actualmente para el hormigón armado.

Con las explicaciones precedentes, el lector podrá fácilmente interpretar los textos de Galileo con el lenguaje técnico moderno.

4. Galileo y la teoría de la semejanza física y de los modelos

En la proposición V [1, p. 162], Galileo demuestra que, cuando se comparan dos vigas de dimensiones diferentes (pero que tienen *secciones transversales semejantes*), las *fuerzas* capaces de romperlas en flexión son entre sí como los cubos de las dimensiones transversales homólogas y en proporción inversa de la de sus resistencias (5). La demostración de Galileo se aplica ya a las vigas-ménsulas, ya a las vigas sobre dos apoyos. Si d es una dimensión transversal y l el alcance (o luz), se puede, pues, escribir:

$$F \text{ proporcional a } \frac{d^3}{l}$$

o

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{d^3_2 \cdot l_1}{d^3_1 \cdot l_2}.$$

Pasa en seguida a la proposición VI [1, p. 163], donde se comparan dos vigas *enteramente semejantes* desde el punto de vista geométrico y hechas con el mismo material. En este caso, las luces conservan entre sí la misma proporción que las dimensiones transversales homólogas. La relación entre el «brazo de palanca» de la fuerza y el «brazo de palanca» de los esfuerzos interiores es constante, subraya Galileo:

$$F \text{ proporcional a } d^2 \text{ o a } l^2$$

o

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{l^2_2}{l^2_1}.$$

En realidad, Galileo va más lejos, pues demuestra que la fuerza F es proporcional «a la resistencia de la base del prisma», es decir, a la resistencia de la viga en tracción simple N_r. Así, la fuerza F es no solamente proporcional al *cuadrado de una dimensión* de la viga, sino también al *esfuerzo de rotura del material*. Es de esta última influencia de la que vuelve a tratar Galileo cuando dice más lejos que «si se quisiera conservar, en un inmenso gigante, las proporciones de los miembros de un hombre normal, sería necesario encontrar un *material mucho más duro y resistente*» [1, p. 170].

(5) Galileo, en el enunciado de la proposición, habla de una manera general de «prismas o cilindros», pero, en la demostración, se refiere solamente a los «cubos de los diámetros de sus bases»; es fácil ver, sin embargo, que para secciones transversales no circulares, pero semejantes, deben reemplazarse estas expresiones por «cubos de las dimensiones transversales homólogas».

Así, en el caso de dos vigas *geométricamente semejantes*, pero fabricadas con *materiales diferentes:*

$$F \text{ proporcional a } l^2 \cdot \sigma_r$$

o

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{l^2_2 \cdot \sigma_{r2}}{l^2_2 \cdot \sigma_{r1}}$$

Se ve que Galileo ha llegado así a la bien conocida *ley de semejanza* que enlaza el factor de escala de las fuerzas concentradas $\varphi = F_2/F_1$ al factor de escala geométrica $\lambda = l_2/l_1$ y al de los esfuerzos de rotura $\alpha = \sigma_{r_1}/\sigma_{r_1}$

$$\varphi = \lambda^2 \cdot \alpha.$$

Esta ley de semejanza puede también escribirse bajo la forma:

$$\frac{F_2}{l^2_2 \cdot \sigma_{r2}} = \frac{F_1}{l^2_1 \cdot \sigma_{r1}}$$

es decir, el «*producto sin dimensiones*»

$$\frac{F}{l^2 \cdot \sigma_r}$$

debe tener el mismo valor, en dos vigas geométricamente semejantes, para que se comporten de la misma manera con relación a la rotura (6).

Esta condición permite prever la fuerza F_2 capaz de romper la segunda viga en flexión cuando la fuerza F_1 es conocida para la primera viga; se desprende fácilmente de las «proposiciones» de Galileo.

Llegamos ahora a la proposición VI [1, pp. 163/164], que constituye el punto culminante de la segunda parte de las *Due Nuove Scienze*. Galileo alcanza aquí el objetivo que se había propuesto desde la primera parte: la explicación de la «debilidad de los gigantes», es decir, del mal comportamiento de las estructuras geo-

---

(6) Este *producto sin dimensiones* se llama a veces *número de Hooke;* pero los autores que lo hacen sustituyen en el esfuerzo de rotura el módulo de elasticidad E, lo que conduce a los mismos resultados cuando el diagrama esfuerzos-deformaciones del segundo material es obtenido simplemente por una modificación de la escala de esfuerzos. Se tiene entonces $E_2/E_1 = \alpha$.

métricamente semejantes a otras estructuras sanas, pero ejecutadas a una mayor escala y con el mismo material. Demuestra que el *peso propio* de las vigas geométricamente semejantes crece proporcionalmente a los *cubos de las dimensiones homólogas*, mientras que *sus resistencias* (es decir, las resultantes de los esfuerzos del material a la rotura) crecen proporcionalmente a sus *cuadrados*. Como los «brazos de palanca» guardan entre sí una relación constante, el *efecto del peso propio* (que Galileo toma como igual a M/z) y la resultante de los *esfuerzos de rotura a la tracción* están entre sí «en una proporción *sesquialtera*» (término antiguo que significa: exponente 3/2). Así, *si se multiplican todas las dimensiones geométricas por λ, el peso propio se multiplica por λ^3, mientras que los esfuerzos resistentes se multiplican solamente por λ^2*. Con lenguaje más moderno podría decirse que los momentos flectores se multiplican por λ^4, mientras que los momentos de rotura lo hacen solamente por λ^3.

Galileo demuestra, con esta proposición, que *todas las veces que se pasa de una estructura a otra geométricamente semejante, pero más grande y construida con el mismo material, la capacidad de resistir a las sobrecargas disminuye relativamente y que se llega finalmente a un límite en que la estructura se rompe bajo la sola acción de su propio peso:* «la máquina más grande no es proporcionalmente tan fuerte como la más pequeña; ... y para toda máquina o estructura, artificial o natural, hay necesariamente un límite que ni el arte ni la naturaleza pueden sobrepasar... si el material es el mismo y las proporciones se conservan» [1, p. 51].

Si el material es el mismo, y si debe tenerse en cuenta el peso propio, la semejanza geométrica no va acompañada de una semejanza física: es, en efecto, lo que dice Galileo traducido al lenguaje moderno.

¿Y qué hacer para mantener esta semejanza física? Galileo indicó ya una de las soluciones: *aumentar proporcionalmente la resistencia* del material. Por este medio el exponente del aumento de la resistencia de las vigas en función del factor de escala λ pasará de 2 a 3, y será, pues, igual al del aumento del peso propio.

Galileo indica una segunda solución: *disminuir proporcionalmente el peso específico del material*. Por este medio es el exponente del aumento del peso propio el que disminuye pasando de 3 a 2; se vuelve así igual al del aumento de la resistencia de las vigas.

Conviene transcribir literalmente el texto de *Due Nuove Scien-*

se, en el cual Galileo presenta esta doble solución: «el conseguir que los gigantes y otros animales muy grandes pudieran subsistir... ; sería posible... no solamente *aumentando la resistencia de los huesos* y de otras partes cuya función es soportar el peso propio y las sobrecargas, sino también, manteniendo las mismas proporciones de las estructuras óseas, éstas resistirían igualmente... *si se redujese el peso específico del material de los huesos en la misma proporción*, así como el peso especifico de la carne... [1, p. 170]. Y de este segundo artificio se ha servido la naturaleza para producir la estructura de los peces» [1, p. 170].

Reuniendo los dos artificios indicados por Galileo, se obtiene finalmente la *ley de semejanza* con relación a la rotura, que liga los factores de *escala geométrica*, de los *esfuerzos de rotura* y de los *pesos específicos* cuando el peso propio ha de ser considerado. Se debe: o bien aumentar la resistencia a la rotura del material, o bien reducir su peso específico, para que los esfuerzos crezcan en la misma proporción que el peso propio, cuando todas las dimensiones geométricas sean multiplicadas por λ.

Esta *ley de semejanza*, descubierta por Galileo, puede escribirse (siendo γ_1 y γ_2 los pesos específicos de los dos materiales):

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\sigma_{r2} \cdot \gamma_1}{\sigma_{r1} \cdot \gamma_2}$$

o (siendo respectivamente λ, α y $\rho = \gamma_2/\gamma_1$ los factores de escala geométrica, de esfuerzos de rotura y de pesos especificos):

$$\frac{\lambda \rho}{\alpha} = 1.$$

La ley de semejanza de Galileo puede también ser expresada bajo la forma

$$\frac{l_2 \cdot \gamma_2}{\sigma_{r2}} = \frac{l_1 \cdot \gamma_1}{\sigma_{r1}}$$

o, en otros términos, el «producto sin dimensiones»

$$\frac{l \cdot \gamma}{\sigma_r}$$

ha de poseer el mismo valor en dos vigas geométricamente semejantes para que se comporten de la misma manera, con relación a la rotura, si se debe tener en cuenta el peso propio.

Siguiendo el ejemplo de varios otros «productos sin dimensiones» que son utilizados en la teoría de la semejanza física y de los modelos, y que han recibido nombres como los «números» de Newton, de Froude y de Reynolds, propongo que se rinda un homenaje a Galileo con motivo del IV centenario de su nacimiento, dando el *producto sin dimensiones* que expresa la *ley de semejanza* de Galileo el nombre de *número de Galileo:*

$$\text{NUMERO DE GALILEO} = Gal = \frac{l \cdot \gamma}{\sigma_r} \quad \text{(ver figura 2)}$$

Esta ley de semejanza que Galileo descubrió hace poco más de tres siglos, se emplea en nuestros días en los laboratorios donde se estudia el comportamiento de las estructuras por el método de modelos reducidos [16 a 21]. Galileo la halló únicamente para los casos simples de vigas-ménsulas o sobre dos apoyos; y no pudo haberlo hecho de otro modo. En nuestros días se puede probar su generalidad a partir de las ecuaciones diferenciales del equilibrio o del cálculo dimensional [21 a 28] y se demuestra que *todos los puntos* del diagrama esfuerzos-deformaciones deben obedecer a la escala de los esfuerzos.

Siempre que se esté obligado a tener en cuenta el peso propio, así como la acción de otras *fuerzas «másicas»* como la presión del agua sobre las presas o el empuje de las tierras, la *condición establecida por Galileo debe ser respetada*, lo que hace a menudo difícil la elección del material del modelo. Sería preciso entonces fabricar el modelo reducido con un material *menos resistente* que el del prototipo, y cuya curva esfuerzos-deformaciones conserve *en todos sus puntos* la proporción $\sigma_1 = \sigma_2/\alpha$, siendo iguales las deformaciones específicas $(\epsilon_1 = \epsilon_2)$ (7). No siendo esta condición suficiente, sería

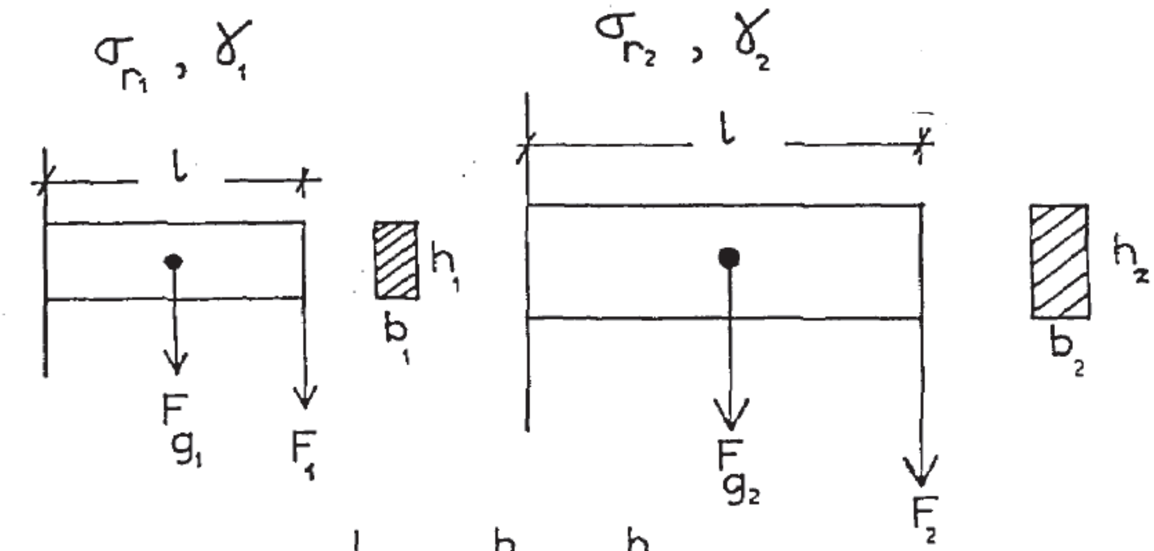
(7) Cuando se hacen ensayos estáticos de estructuras en las cuales no existen fenómenos de inestabilidad del equilibrio, la semejanza de las deformaciones con la misma escala geométrica del modelo no es indispensable. En ese caso, se puede emplear un material cuya curva esfuerzos-deformaciones esté ligada a la del prototipo por las relaciones

$$\sigma_1 = \sigma_2/\alpha \qquad \epsilon_1 = \epsilon_2/\beta \qquad E_1 = \frac{\beta}{\alpha} E_2.$$

Si el peso propio es despreciable, la segunda condición de Galileo no es obligatoria y basta con respetar la ley de la escala de las fuerzas concentradas:

$$\varphi = \lambda^2 \cdot \alpha.$$

preciso además aumentar artificialmente el peso propio del modelo, de un modo semejante al que resultaría de un aumento del peso específico del material. Cuando las estructuras estén compuestas de elementos de débil espesor, este último artificio es fácilmente apli-



$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{h_2}{h_1} = \lambda$$

$$\boxed{\frac{l_1\,\gamma_1}{\sigma_{r1}} = \frac{l_2\,\gamma_2}{\sigma_{r2}} = \underline{\text{Nº}}\ \underline{\text{Galileo}} = \underline{\text{Gal.}}}$$

$$\boxed{\frac{F_1}{\sigma_{r1}\cdot l_1^2} = \frac{F_2}{\sigma_{r2}\cdot l_2^2}}$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \rho \qquad \frac{\sigma_{r2}}{\sigma_{r1}} = \alpha \qquad \frac{F_2}{F_1} = \varphi$$

$$\boxed{\text{Gal.} : \frac{\lambda\rho}{\alpha} = 1} \qquad \varphi = \frac{F_2}{F_1} = \frac{F_{g2}}{F_{g1}} = \lambda^3\cdot\rho = \lambda^2\cdot\alpha$$

Fig. 2.—Ley de Galileo acerca de la semejanza en la rotura. σ_r = esfuerzo de rotura, r = peso específico.

cable por medio de pesos adicionales. En los modelos de presas, se emplean a veces líquidos de gran peso específico, como el mercurio.

Cuando se lee la obra de Galileo, se ve que no es solamente en el terreno de la resistencia de materiales donde encontró leyes de se-

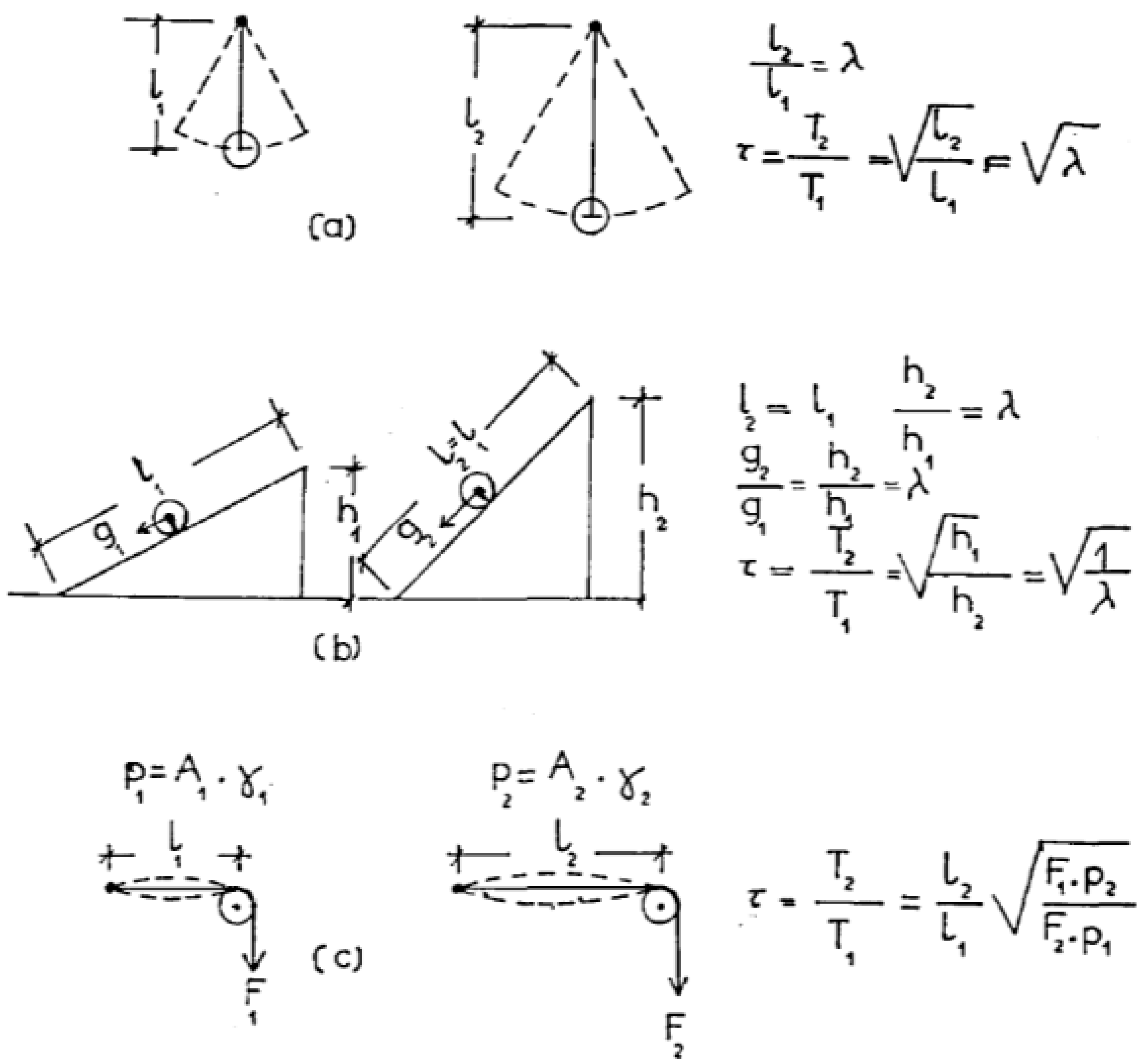


Fig. 3.—Ejemplos de problemas de semejanza física tratados por Galileo. a) péndulo simple («Due Nuove Scienze», 1.ª parte, ref. 1, págs. 139-140); b) plano inclinado de longitud constante y pendiente variable (Ib., 3.ª parte, ref. 1.ª, páginas 219-220); c) cuerdas vibrantes (Ib., 1.ª parte, ref. 1.ª, págs. 143-146) (p = peso de la unidad de longitud de la cuerda).

mejanza física. En la figura 3 de este artículo se ven los ejemplos del péndulo simple, del plano inclinado y de las cuerdas vibrantes, problemas que Galileo trató siempre desde el punto de vista de la semejanza física, estableciendo las distintas proporciones relativas de magnitudes físicas, sin determinar no obstante los valores de los coeficientes numéricos de las ecuaciones que expresan las leyes de los fenómenos. Sus experiencias con planos inclinados eran en realidad ensayos análogos a los ensayos de modelos: no pudiendo medir con rigor los tiempos de caída vertical, demasiado rápida para los medios de que disponía, pensó, lo cual es genial, «atenuar el fenómeno» reduciendo artificialmente la aceleración y haciendo así las medidas practicables. Otro ejemplo, cautivador, es el método que indicó en la primera parte [1, p. 140] para determinar la longitud de una cuerda muy larga suspendida por el extremo superior de una torre alta: un peso está atado en el extremo inferior de la cuerda, y el tiempo de oscilación del péndulo así formado se compara con el de un pequeño péndulo de longitud conocida. La ley de semejanza del péndulo simple proporciona inmediatamente la longitud de la cuerda larga. En este caso, la cuerda pequeña es el modelo y la larga el prototipo; los dos períodos de oscilación los caracterizan, y la magnitud a determinar es la longitud del prototipo.

5. Galileo y la noción de «esfuerzo límite». La «debilidad de los gigantes»

Habiendo establecido las leyes de semejanza con relación a la rotura, Galileo saca de ella inmediatamente la noción de *esfuerzo-límite*. «Entre todos los prismas o cilindros que pesan, hay uno, y uno solo, que, bajo la acción de su peso propio, se encuentra justo en el límite entre la rotura y la no-rotura; así, todos los más grandes, incapaces de resistir a su peso propio, se rompen, y todos los más pequeños son capaces de resistir a alguna fuerza adicional.» Proposición VII [1, p. 165].

Deduce de ello, de forma correcta, la ley según la cual se deben aumentar las dimensiones transversales en una proporción mayor que la del aumento de las dimensiones longitudinales (luces) para que las vigas conserven la misma resistencia relativa con relación a su peso propio: el factor λ_1 de aumento de las dimensiones transversales debe ser igual al cuadrado del factor λ de aumento de las luces:

$$\lambda_1 = \lambda^2.$$

Esta regla es aplicable a las estructuras designadas como «lineales», compuestas de piezas alargadas, cuando la resistencia a la flexión es decisiva; supone que todas las cargas que no sean el peso propio crecen en la misma proporción que ese peso, es decir:

$$\lambda \cdot \lambda_1^2 = \lambda^5.$$

Se encuentra así ya, en las *Due Nuove Scienze*, la idea de lo que se llama hoy «modelos de distorsión»: la «escala» transversal es diferente de la «escala» longitudinal. Proposición VIII [1, p. 166 a 169].

Basándose en estas dos proposiciones, Galileo hace una incursión sorprendente en el terreno biológico: «Podéis ver claramente, por lo que se ha demostrado, la imposibilidad de aumentar las estructuras hasta grandes dimensiones, sea en el Arte, sea en la Naturaleza; resultaría así imposible fabricar barcos, palacios o templos excesivamente grandes, y cuyos remos, antenas, vigas, cadenas de hierro y, en suma, todas las demás partes, se mantuviesen juntas; ni la Naturaleza puede producir árboles de talla desmesurada porque sus ramas se romperían por su propio peso; y sería igualmente imposible hacer estructuras óseas para hombres, caballos u otros animales, capaces de subsistir y de ejercer sus funciones normalmente, si tales animales alcanzasen tallas inmensas, a menos que se emplease un *material mucho más duro y resistente que el usual*, o se deformasen los huesos, aumentando desproporcionadamente su espesor, de tal manera que su aspecto se volviese monstruoso.» «Y, como ejemplo de lo que os digo, he dibujado aquí la figura de un hueso alargado solamente tres veces, y ensanchado de tal manera que pueda ejercer en el animal gigante la misma función, proporcionalmente, que la del hueso más pequeño en un animal más pequeño; y podéis ver cómo el hueso agrandado se vuelve desproporcionado» [1, p. 169].

Se pueden ver, en la edición original, dibujos de Galileo: el espesor del hueso está aumentado nueve veces, y la longitud solamente tres.

«Está, pues, claro —prosigue Galileo—, que si se quisieran mantener en un gigante las proporciones que tienen los miembros de un hombre normal, seria necesario encontrar *un material mucho más duro y resistente* para fabricar sus huesos, o si no admitir que su robustez fuese muy inferior, proporcionalmente, a la de un hombre de talla pequeña; y si creciera desmesuradamente, se le vería caer bajo su propio peso. Por otra parte, se observa que cuando la talla disminuye, la fuerza no disminuye, sino al contrario, crece proporcionalmente: creo que un perro pequeño podría soportar sobre su espalda dos o tres perros iguales a él, pero creo que un caballo no podría soportar ni siquiera el peso de otro caballo.»

Ante una objeción de Simplicio, relativa al inmenso tamaño de las ballenas, Galileo demuestra que si una ballena fuese sacada del agua no sería capaz de soportar su propio peso [1, pp. 171-172]. Es que en el agua el peso de la ballena se reduce: «Vuestra objeción, señor Simplicio, me hace ver otro medio, en el cual yo no había pensado antes, para hacer que los gigantes y otros animales muy grandes pudiesen subsistir y moverse como los más pequeños: eso sería posible no solamente *aumentando la resistencia de los huesos* y otras partes, cuya función es soportar el propio peso y las sobrecargas, sino *manteniendo las mismas proporciones* de la estructura ósea, ésta resistiría igualmente, o incluso más fácilmente, *si se redujese el peso específico del material* de los huesos en la misma proporción, así como el peso específico de la carne y de todo lo que debe apoyarse sobre los huesos. Y de este segundo artificio se ha servido la Naturaleza para producir la estructura de los peces, haciendo sus huesos y su carne no solamente muy ligeros, sino aun sin peso ninguno» [1, p. 170].

Estas consideraciones de Galileo sobre la «debilidad de los gigantes» representan una prueba más de su genio universal. Y es perfectamente justa la observación hecha por Paulo Carneiro, con ocasión de las conmemoraciones del IV centenario del nacimiento de Galileo en la UNESCO: «Así como Augusto Comte consideró el principio galileano de relatividad como una ley general de la Naturaleza, aplicable a todos los fenómenos, incluidos los fenómenos sociales, podrían también extenderse las conclusiones de Galileo sobre la debilidad de los gigantes a los organismos económicos y políticos» [15].

6. Influencia de Galileo en el desarrollo de la investigación experimental

Puede decirse, sin temor a exagerar, que Galileo fue el fundador del método experimental, fundamento del florecimiento de la ciencia moderna. Su método de investigación científica consiste en una justa combinación de la observación y la experiencia con la matemática, instrumento de lógica deductiva. Partiendo de algunos hechos experimentales, se construye una primera hipótesis o teoría para interpretarlos. De esta teoría se sacan ciertas conclusiones por vía deductiva; en seguida la validez de esas conclusiones se somete a la experiencia, a la cual corresponde siempre la última palabra. La hipótesis es reemplazada o perfeccionada si los ensayos no la confirman. La fuente de la verdad es siempre, en último análisis, la experiencia.

Este recurso continuo al veredicto de la experiencia exige una colaboración permanente de la técnica con la ciencia pura o abstracta. La actividad de Galileo como investigador, durante toda su vida, lo hace resaltar siempre. Todo aquel que quiera profundizar en esta cuestión debería leer las obras indicadas en las referencias [9] a [14] y más particularmente los análisis contenidos en la de Ludovico Geymonat, así como la introducción y las notas de A. Carugo y de L. Gelmonat, que acompañan al texto de *Due Nuove Scienze* en la edición [1]. Se ve en aquélla una refutación completa y documentada de ciertas tesis, como la de Alejandro Koyré, quien pretende negar la naturaleza experimental de los métodos de Galileo.

Galileo mismo describe, con mucho detalle, en la segunda parte de *Due Nuove Scienze*, las experiencias repetidas que hizo con planos inclinados para comprobar las leyes de la caída de los cuerpos [1, pp. 212 y 213]. Son dos páginas admirables que todos los investigadores podrían tomar como modelo.

A partir de 1599 Galileo instala en su casa un pequeño taller de mecánica y un obrero especializado en permanencia. En este taller iba a fabricar instrumentos que utilizaba en sus investigaciones o vendía para paliar sus dificultades financieras. Cuando se visita en Florencia el Museo de Historia de la Ciencia, se ven varios instrumentos fabricados y utilizados por Galileo, como dos ejemplares de su famoso telescopio, que no cesó de perfeccionar; un termómetro rudimentario, primera tentativa hecha en el mundo para medir la temperatura; un modelo en madera de una máquina que inventó para elevar el agua; el «compás geométrico y militar», precursor de la moderna regla de cálculo para uso de ingenieros y militares. Galileo inventó también la «bilancetta», balanza hidrostática para determinar las densidades, y tuvo, el primero, la idea de aplicar el péndulo, cuyas leyes había estudiado, al reloj. Galileo se ocupó a menudo de problemas de ingeniería y de construcción mecánica y naval, sobre todo durante el período en que vivió en Padua, en relación con las actividades del arsenal de Venecia; escribió un «Tratado de fortificaciones o de arquitectura militar», e hizo estudios sobre la regularización del río Bisencio. Hay que añadir a esta enumeración de las principales actividades técnicas de Galileo, que soñó siempre con encontrar una aplicación práctica a su descubrimiento de los satélites de Júpiter, con vistas a la determinación de longitudes.

El ejemplo de Galileo resultó fecundo. Fue uno de los miembros más importantes de la Academia de los Lincei (L'Accademia dei Lincei); después de su muerte, el duque de Toscana y su hermano Leopoldo fundaron, con otros discípulos de Galileo, la famosa Academia de Experiencias (Accademia del Cimento), que fue la primera institución sistemáticamente consagrada a la investigación científica, y que sirvió de modelo, a continuación, a las Academias francesa, inglesa y alemana. En una de las alas del Palacio Pitti, en Florencia, y en un pabellón del Jardín Boboli, los miembros de la Academia instalaron el primer laboratorio de investigaciones científicas y tecnológicas del mundo, en el que, por otra parte prosiguieron los trabajos de Galileo [12, pp. 83 a 89].

En el terreno de la resistencia de materiales, su obra fue continuada por sus discípulos Viviani, Marchetti y el francés Blondel, nombrado por Luis XIV director de Obras Públicas de la ciudad de París [1, nota p. 181]. Y menos de cuarenta años después de la muerte de Galileo, Mariotte hacía, en presencia de Carcavy, Roberval y Huyghens, experiencias para comprobar la relación entre la resistencia a la flexión y la resistencia a la tracción simple, lo que le condujo a proponer el cambio del coeficiente numérico 1/2 de la fórmula de flexión galileana, por el coeficiente 1/3 (en el caso de una sección rectangular) [1, nota p. 181]. Como ha dicho muy bien Timoshenko, con Galileo empezó la historia de la ciencia de la Resistencia de materiales. Y con Galileo nació la verdadera investigación científica moderna.

7. Conclusión

Cuando se leen los textos de Galileo sobre la resistencia de materiales, lo que impresiona más es su actualidad. Esos textos no han envejecido. Hasta puede decirse que son más actuales en nues tros dias que lo eran en el siglo pasado, o incluso a principios de este siglo, cuando el estudio de las estructuras desde el punto de vista de la rotura, adoptado por Galileo y reanudado ahora, estaba oscurecido por el abuso de las teorías elásticas. Fundador de la Resistencia de materiales, como ha dicho muy bien Timoshenko, Galileo es también el precursor de la Teoría de modelos y de la semejanza física, poderoso instrumento de investigación cada vez más utilizado.

NOTA.—La publicación de este trabajo ha sido autorizada por su autor y por el secretario general del Boletín de la RILEM (Paris).

REFERENCIAS

Bibliografía sobre Galileo

[1] GALILEO GALILEI: *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a Due Nuove Scienze — a cura di Adriano Carugo e Ludovico Geymonat.* Boringhieri, Torino, 1958.

[2] — — *Dialogues concerning Two New Sciences — translated by Henry Crew and Alfonso de Salvio* Dover Publications. New York, 1914.

[3] TIMOSHENKO, S. P.: *History of Strength of Materials.* Mc. Graw Hill, 1953.

[4] HAMILTON, STANLEY BAINES: *The historical development of structural Theory.* Proceedings of the Institute of Civil Engineering, 1952.

[5] L'HERMITE, R.: *Résistance des Matériaux Théorique et Expérimentale.* Dunod, Paris, 1954.

[6] TRUESDELL, C.: *Outline of the History of flexible or elastic Bodies to 1788.* «Journal of the American Acoustical Society», vol. 32, n. 12.

[7] L'HERMITE, R.: *Que savons-nous de la résistance du béton?* «Revue Travaux», juin 1954, Paris.

[8] — — *Traité d'Expertise et d'Essais des Matériaux et des Constructions.* Eyrolles, Paris, 1959.

[9] GEYMONAT, LUDOVICO: *Galileo Galilei.* Einaudi, Torino, 1957.

[10] BANFI, ANTONIO: *Vita di Galileo Galilei.* Feltrinelli, Milano, 1962.

[11] SANTILLANA, G.; ZAGAR, F.; GEYMONAT, L.; TEANI, R.; BULFERETTI, L.; MORANDI, L.: *Fortuna di Galileo.* Laterza, Bari, 1964.

[12] *Mostra di documenti Galileani* — a cura di Maria Luisa Bonelli. Barbera, Firenze, 1964.

[13] MACCAGNI, CARLO: *Galileo Galilei. Un regard nouveau sur l'universo.* Le Courrier UNESCO, 1964.

[14] GALILÉE: *Sidereus Nuncius (Le message céleste)*, texte établi par Emile Namer, Gauthier-Villars, Paris, 1964.

[15] CARNEIRO, PAOLO E. B. (Ambassadeur du Brésil auprès de l'UNESCO). Discours pronocé à l'occasion de la commémoration du IVè centennaire de la naissance de Galilée au siège de l'UNESCO à Paris, 1964.

Bibliografía sobre los ensayos de modelos estructurales

[16] ROCHA, MANUEL: *Dimensionnement expérimental des constructions.* «Annales de l'I. T. B. T. P.». Paris, février 1952.

[17] OBERTI, G.: *Essai sur modèle à grande échelle au-delà de la limite élastique.* «Bulletin RILEM», n. 7, Paris, 1960.

[18] FERRY-BORGES, J.: *Théories statistiques de la similitude des structures.* «Bulletin RILEM», n. 7, Paris, 1960.

[19] MATTOCK, A. M.: *Structural Models Testing.* «Journal of the Portland Cement Association», U. S. A., 1962.

[20] SERAFIM, J. L.; POOLE DA COSTA, J.: *Métodos e Materiais para o estudo em modelos das tensoes devidas ao peso proprio em barragens.* LNEC, Lisboa, 1960.

[21] NAZAROV, A.: *Théorie de la similitude mécanique des solides déformables.* «Bulletin RILEM», n. 7, Paris, 1960.

Bibliografía sobre el cálculo dimensional

[22] LANGHAAR, H. L.: *Analyse dimensionnelle et théorie des maquettes.* Trad. C. Charcosset. Dunod, Paris, 1956.

[23] PALACIOS, J.: *Analyse dimensionnelle.* Trad J. Prevot. Gauthier-Villars, Paris, 1960.

[24] FOURIER: *Théorie analytique de la chaleur.* Paris, 1822.

[25] COMTE, AUGUSTE: *Cours de Philosophie Positive,* Tome Premier, 5e leçon, Paris, 1830. *Geométrie analytique*, Première Partie, chap. 1; n. 12 et 13. Paris, 1843.

[26] BEAUJOINT, N.: *Similitude et théorie des modèles.* «Bulletin RILEM», n. 7, Paris, 1960.

[27] SEDOV, L. I.: *Similarity and dimensional methods in mechanics.* Inofsearch, London, 1959.

[28] PANKHURST, R. C.: *Dimensional analysis and scale factors.* Chapmann and Hall, London, 1964.

[29] FOCKEN, C. M.: *Dimensional Methods and their applications.* Edward Arnold Co., London, 1953.