



**27**

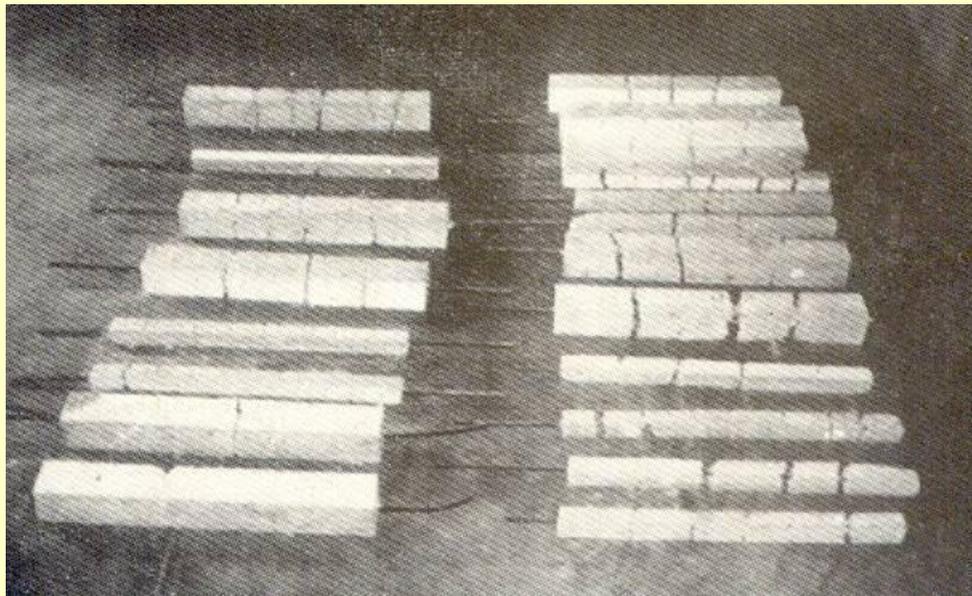
1960

ANO 4 • VOL. 6

**ESTRUTURA**

revista técnica

das construções



**Revista editada pelo Prof. Aderson Moreira da Rocha**

## **FISSURAÇÃO NO CONCRETO ARMADO**

Quando da revisão da NB1, na década de 60, o Prof. Fernando Lobo Carneiro realizou no I.N.T. / RJ uma vasta pesquisa experimental sobre fissuração de tirantes de concreto armado. Ver revistas ESTRUTURA 26 e 27.

Esses ensaios serviram de base para a revisão do item FISSURAÇÃO da NB2 . Ver revistas ESTRUTURA 26 e 27.

Os resultados desses ensaios foram também enviados para o C.E.B. , do qual o Prof. Lobo Carneiro fazia parte.

O C.E.B. incluiu esses resultados em seu banco de dados e com eles elaborou uma revisão do seu texto sobre FISSURAÇÃO.

A seguir o Prof. Adolpho Polillo ENE/UFRJ elaborou tabelas práticas para o dimensionamento de tirantes seguindo essa revisão do CEB. Ver revista ESTRUTURA 40.

Esses 3 artigos contêm todas essas informações :

- Revista Estrutura 26 e 27 com os resultados dos ensaios de tirantes de concreto armado do Prof. Lobo Carneiro.
- Revista Estrutura 40 com as tabelas práticas do Prof. Adolpho Polillo.

Eduardo Thomaz  
I.M.E. 2013

## SUMÁRIO

### BOLETIM ESTRUTURAL

#### ARTIGOS TÉCNICOS

Cálculo numérico de placas e paredes delgadas de contorno poligonal qualquer — <i>Sydney M. G. dos Santos</i> .....	465
Tabuleiros com 2 vigas principais — <i>Francisco San Martin</i> .....	505
Cascas Shed protendidas — <i>Jayme Mason</i> .....	526
De como o aço torcido CA-T40 teria concorrido para se pôr termo à falta d'água no Rio de Janeiro — <i>Flávio T. Ribeiro de Castro</i> .....	519

#### ARTIGOS SERIADOS

Teoria da fissuração das peças de concreto armado — <i>Fernando Lobo Carneiro</i> ..	485
--	-----

#### CURSOS

Cálculo de pontes de concreto armado — <i>Aderson Moreira da Rocha</i> .....	552
--	-----

## BOLETIM ESTRUTURAL

*Apresentamos neste número a continuação do artigo do Eng<sup>o</sup> Fernando Lobo Carneiro sobre o problema da fissuração das peças de concreto armado.*

*Trata-se de um excelente trabalho onde se faz um estudo meticoloso e profundo sobre todos os problemas que se relacionam com a segurança das peças de concreto armado, não só no que se refere à segurança à rutura, mas essencialmente na parte que se relaciona com a segurança contra o fissuramento.*

*Esta questão tem preocupado os estudiosos do concreto armado e, em particular, os pesquisadores, pois que tal problema só pode ser totalmente resolvido à luz dos ensaios.*

*Estuda o autor o problema das aberturas máximas das fissuras, de modo a não se tornarem elas nocivas ao funcionamento perfeito das estruturas. Estuda o problema do espaçamento das fissuras em função dos vários tipos de aços empregados no concreto armado, levando em conta, inclusive, a influência da espessura de cobrimento.*

*Na parte publicada neste número o eng<sup>o</sup> Lobo Carneiro apresenta relações práticas entre os diâmetros e as porcentagens de armadura que se tornam necessárias para que se possa usar a tensão máxima admissível nos vários tipos de aço estudados.*

*Nota-se que, quanto menor a porcentagem de armadura, menor deverá ser o diâmetro das armaduras, mostrando a vantagem do uso dos ferros finos quando é pequena a secção da armadura calculada.*

# TEORIA DA FISSURAÇÃO DAS PEÇAS DE CONCRETO ARMADO

(Continuação do número anterior)

FERNANDO LUIZ LOBO CARNEIRO

## 2 — Fissuração das peças solicitadas à tração axial (tirantes)

Iniciaremos a exposição da teoria da fissuração das peças de concreto armado, em seu estado atual, abordando o caso mais simples: o das peças solicitadas à tração axial (tirantes). Admitiremos que o centro de gravidade da armadura coincide com o centro de gravidade da seção transversal de concreto, como acontece, por exemplo, nas peças prismáticas de seção transversal quadrada ou retangular, com armadura simétrica.

Adotaremos as notações:

$S_c$  = área da seção transversal de concreto, igual à área geométrica da seção transversal da peça diminuída da área da seção transversal da armadura;

$S_f$  = área da seção transversal da armadura =  $\mu S_c$

$\sigma_e$  = limite de escoamento (real ou convencional) do aço da armadura — valor mínimo especificado

$\bar{\sigma}_f$  = tensão admissível da armadura, em serviço

$\sigma_R$  = resistência à compressão simples do concreto — valor mínimo definido na norma NB-1

$\sigma_T$  = resistência à tração simples do concreto — correspondente ao valor mínimo da resistência à compressão

$\tau_R$  = resistência ao “corte” do concreto — correspondente ao valor mínimo da resistência à compressão

$\sigma_{TF}$  = resistência à tração na flexão do concreto

$\tau_a$  = tensão média de aderência entre a armadura e o concreto

$u_t$  = perímetro total da armadura, em contacto com o concreto

- $\delta$  = diâmetro das barras da armadura  
 $\nu$  = coeficiente de segurança (referido ao colapso da peça)  
 $w$  = abertura das fissuras ( $w_m$  = abertura média,  $w_{\max}$  = abertura máxima)  
 $a$  = espaçamento entre as fissuras ( $a_m$  = espaçamento médio)  
 $N$  = fôrça axial de tração ( $N_R$  = fôrça de colapso,  $\bar{N}$  = fôrça de tração admissível).

### 2.1 — As duas condições de segurança

No cálculo dos tirantes de concreto armado devem ser verificadas as duas seguintes condições de segurança —:

#### (2.11) *segurança contra o colapso da peça*

O colapso da peça é definido pela fôrça axial de tração correspondente ao início do escoamento da armadura (ou, quando esta não apresenta escoamento, pela fôrça axial de tração correspondente a uma tensão de tração na armadura igual ao seu limite de escoamento convencional — 0,2% de deformação permanente —).

Na ocasião do colapso a peça estará fissurada (exceto em casos excepcionais de porcentagem de armadura muito pequena e de ausência de retração).

Temos assim

$$(2.111) N_R = S_f \cdot \sigma_e \qquad (2.112) \bar{N} = N_R/\nu = S_f \cdot \bar{\sigma}_f$$

$$(2.113) \bar{\sigma}_f = \sigma_e/\nu$$

O coeficiente de segurança  $\nu$ , de acôrdo com as Normas Brasileiras NB-1 e NB-2, é em geral igual a 2,0. Para as cargas móveis das pontes ou de estruturas de edifícios industriais esse valor é aumentado para 2,4. O cálculo pode no entanto ser efetuado com o coeficiente de segurança único igual a 2, desde que se multiplique previamente por 1,2 a parcela da fôrça axial de tração devida às cargas móveis (já acrescidas do impacto, quando fôr o caso). Para simplificar, adotaremos daqui por diante este último critério.

## (2.12) *segurança contra fissuração nociva*

Além da segurança contra o colapso da peça, deve ser considerada a segurança contra fissuração nociva em serviço. Para esta verificação são tomadas as cargas de serviço (carga permanente e cargas acidentais, e esforços solicitantes devidos a outras influências), sem coeficiente de segurança, ou melhor, com coeficiente de segurança igual a 1,0. Nos casos especiais em que seja necessário impedir totalmente a fissuração, devem também ser considerados no cálculo os efeitos intrínsecos da retração e da deformação lenta, e, eventualmente, os devidos a diferenças de temperatura entre partes da peça; além disso deve-se adotar um coeficiente de segurança contra a fissuração um pouco superior a 1,0.

Normalmente a condição de segurança contra fissuração nociva consiste em *limitar a abertura máxima das fissuras, em serviço, a um valor compatível com a durabilidade da peça e com a estética.*

A norma brasileira NB-1 adota o limite 0,2 mm, consagrado pela experiência internacional (ref. 4 e 5). Em casos nos quais se verifiquem condições particularmente severas de exposição das peças, são recomendadas medidas especiais, entre as quais, obrigatoriamente, a majoração dos coeficientes de segurança, o que importa em reduzir esse limite da abertura máxima das fissuras. O fator de majoração dos coeficientes de segurança deve ser pelo menos 1,2, segundo a norma. As medidas especiais poderão ser, por exemplo o aumento da espessura de cobertura da armadura, a execução de revestimentos ou pinturas protetoras, e até mesmo, em casos extremos, o total impedimento da fissuração.

Brice (ref. 2) recomenda para abertura máxima das fissuras os limites 0,3 mm para as partes abrigadas das estruturas, e 0,1 mm para as partes expostas à ação de agentes agressivos. Efsen e Krenchel (ref. 3) recomendam os limites 0,3 a 0,4 mm para as partes abrigadas, 0,2 a 0,3 mm para as partes expostas, e 0,1 mm para as partes sujeitas diretamente à ação de agentes agressivos, tais como água do mar, fumaças corrosivas, etc. É mais recentemente o "Comité Européen du Béton" (ref. 16) adotou, para esses três casos, os limites 0,3 mm, 0,2 mm e 0,1 mm.

J. Brocard (ref. 15) realizou interessantes experiências de corrosão das armaduras empregadas no concreto armado comum, por meio de ensaios acelerados constituídos por ciclos de 5 dias de exposição ao cloreto de sódio, seguidos de 2 dias de secagem a 60°C. Verificou assim que a partir da abertura de fissuras de 0,4 mm dá-se um brusco aumento da velocidade de corrosão. Verificou ainda que a limitação da abertura máxima das fissuras a 0,1 mm, 0,2 mm e 0,3 mm assegura a mesma proteção que camadas de cobrimento não fissuradas com 1,5 cm, 1,0 cm e 0,8 cm de espessura, respectivamente (comparem-se as figuras 14 e 17 do trabalho citado).

A dispersão das aberturas individuais das fissuras, em torno da abertura média, é muito grande. Efsen e Krenchel (ref. 2) encontraram coeficientes de variação compreendidos entre 46% e 64%, e relações entre a *abertura máxima* de 99% das fissuras e a *abertura média* compreendidas entre 1,4 e 2,6. Ferry Borges e Arga e Lima (ref. 5) admitem, do mesmo modo que Rüsçh, um coeficiente de variação médio de 50%, e adotam como definição de *abertura máxima* das fissuras o valor abaixo do qual se encontram 85% das aberturas individuais de todas as fissuras. Nos ensaios realizados no I.N.T. com vigas de concreto armado, encontramos coeficientes de variação da mesma ordem de grandeza dos aqui citados.

Adotando o critério sugerido por Ferry Borges, para definição de abertura máxima, e supondo ainda que a distribuição de frequências é normal, com coeficiente de variação 54%, temos

$$(2.121) \text{ abertura máxima de } 85\% \text{ das fissuras: } w_{\max(85\%)} = 0,2 \text{ mm}$$

$$(2.122) \text{ abertura máxima de } 99\% \text{ das fissuras: } w_{\max(99\%)} = 0,3 \text{ mm}$$

$$(2.123) \text{ abertura média das fissuras: } w_m = 0,13 \text{ mm}$$

## 2.2 — *Espaçamento das fissuras*

Suponhamos que um tirante de concreto armado é solicitado por uma força axial de tração  $N$  crescente. Na primeira fase (estádio I) o concreto ainda não está fissurado e portanto sua resistência à tração deve ser considerada. Uma parte da força normal é suportada pela armadura longitudinal e outra pelo concreto. A deformação unitária longitudinal (alongamento) de ambos os materiais é a mesma, não havendo deslocamentos relativos entre armadura e concreto (hipótese das seções planas).

Quando a força  $N$  atinge determinado valor, chamado força axial de fissuração, aparece na peça uma primeira fissura (v. figura 3). Na seção transversal correspondente a essa fissura toda a força  $N$  é suportada pela armadura, cuja tensão é portanto (estádio II)

$$(2.21) \quad \sigma_f = \frac{N}{S_f}$$

Na parte não fissurada o concreto ainda resiste à tração, e a tensão na armadura é inferior a esse valor.

A tensão na armadura, que é máxima na seção correspondente a primeira fissura, vai diminuindo quando aumenta a distância  $x$  (v. fig. 3), ao mesmo tempo que vão surgindo no concreto tensões de tração crescentes, pois uma parte do esforço total de tração, que na seção fissurada era suportado unicamente pela armadura, vai sendo transferida ao concreto.

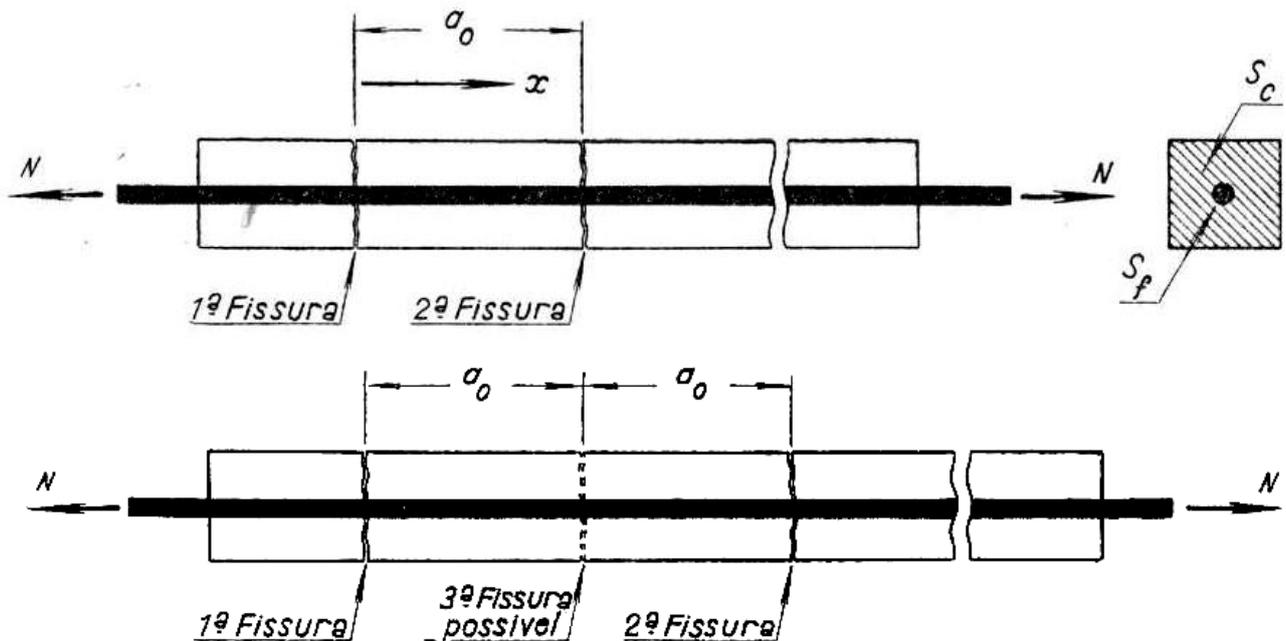


Fig. 3

As condições de equilíbrio exigem que a diminuição do esforço total na armadura, a partir da seção fissurada, seja igual ao esforço total de tração transferido do concreto. A transferência de esforços da armadura ao concreto se realiza através das *tensões tangenciais de aderência*, na superfície de contacto entre a armadura e o concreto. A resultante das tensões de aderência deve portanto ser igual à diminuição do esforço total na armadura, e à resultante das tensões de tração no concreto.

Chamando  $\tau_a$  o valor médio da tensão de aderência, e admitindo que as tensões de tração no concreto sejam uniformemente distribuídas e iguais a  $\sigma_t$ , temos, para a seção situada à distância  $x$  da primeira fissura:

(2.22)

$$\tau_a \cdot u_t \cdot x = S_c \cdot \sigma_t$$

$u_t =$  Perímetro da barra

Si considerarmos valores crescentes de  $x$ , a tensão  $\sigma_t$  atingirá a resistência à tração simples de concreto  $\sigma_T$ , e que implica no apa-

recimento de uma segunda fissura (v. fig. 3). O valor de  $x$  assim definido, distância entre as duas fissuras, será:

$$(2.23) \quad a_0 = \frac{\sigma_T}{\tau_a} \cdot \frac{S_c}{u_t} \quad \boxed{u_t = \text{Perímetro da barra}}$$

Existe também a possibilidade de aparecerem inicialmente duas fissuras com espaçamento superior a  $a_0$ . Esse espaçamento não poderá no entanto ser superior a  $2 a_0$ . Para verificar isso basta repetir o raciocínio anterior, partindo de cada uma das duas primeiras fissuras em direção à outra (v. fig. 3). Si o espaçamento fôr superior a  $2 a_0$  aparecerá uma terceira fissura no intervalo.

Temos assim, de um modo geral, chamando  $a$  o espaçamento entre as fissuras, e  $a_m$  o espaçamento médio:

$$(2.24) \quad a_0 \leq a \leq 2 a_0$$

$$a_m = 1,5 a_0 = 1,5 \frac{\sigma_T}{\tau_a} \frac{S_c}{u_t} \quad \boxed{u_t = \text{perímetro da barra}}$$

Si tôdas as barras da armadura forem circulares, e de mesmo diâmetro  $\delta$ , temos a (2.24) modificada:

$$(2.25) \quad a_m = 1,5 \frac{\sigma_T}{\tau_a} \cdot \frac{1}{4} \frac{\delta}{\mu} = \frac{\sigma_T}{\tau_a} \frac{1}{2,67} \frac{\delta}{\mu} \quad \boxed{\mu = \% \text{ de ferro}}$$

Brice (ref. 2) adota o denominador 2,75 em lugar de 2,67.

As equações (2.24) e (2.25) constituem a base de toda a teoria da fissuração de tirantes de concreto armado.

A relação  $\frac{\sigma_T}{\tau_a}$  entre a resistência à tração simples do concreto e a tensão média de aderência deve ser determinada experimentalmente, por meio de ensaios de tirantes com vários "parâmetros de fissuração"  $\frac{\delta}{\mu}$ , através da determinação do espaçamento médio das fissuras. Como a aderência aumenta com a rugosidade da superfície externa das barras da armadura, a relação  $\frac{\sigma_T}{\tau_a}$  será menor nas barras com mossas ou saliências, quando comparadas com as barras lisas. O mesmo se dará com o espaçamento das fissuras.

Admitindo para um dado tipo de armadura e de concreto, que essa relação fosse constante, teríamos:

$$(2.26) \quad a_m = k_0 \frac{\delta}{\mu}$$

sendo  $k_0$  um coeficiente experimental.

Os dados da experiência se ajustam melhor, no entanto, a uma expressão com a forma (ref. 3, 5, e ensaios realizados no I.N.T.):

$$(2.27) \quad a_m = k_1 + k_2 \frac{\delta}{\mu}$$

Poderíamos também ajustar razoavelmente os dados experimentais a uma equação não linear, supondo  $a_m$  proporcional a uma potência menor que 1 do parâmetro de fissuração”.

Na figura 4 estão representados os resultados das experiências com tirantes realizadas no I.N.T., e os resultados obtidos por Efsen e Krenchel (ref. 3) para o aço “Tor”.

Nos ensaios por nós realizados no I.N.T. foram utilizados tirantes com seção transversal 5 cm  $\times$  5 cm ou 10 cm  $\times$  10 cm, armados com uma só barra longitudinal de diametro 1,9 cm, 1,3 cm ou 0,7 cm (v. fotografia).

A dispersão dos espaçamentos entre fissuras, embora não tão grande quanto a de suas aberturas, é apreciável. Já vimos que, mesmo admitindo que a resistência à tração de concreto e a tensão média de aderência sejam invariáveis, a distância entre duas fissuras consecutivas pode variar do simples ao duplo (de  $a_0$  a  $2 a_0$ ). A falta de homogeneidade do concreto e da rugosidade das barras, repercutindo na relação  $\frac{\sigma_T}{\tau_a}$ , ocasionará dispersão ainda maior.

Brice (ref. 2) admite que o espaçamento  $a$  varie de  $\pm 50\%$  em torno do valor médio  $a_m$ . Efsen e Krenchel (ref. 3) encontraram coeficientes de variação entre 35% e 45%. Na pesquisa realizada no I.N.T., encontramos, para tirantes de concreto armado, o coeficiente de variação médio de 25,8%.

### 2.3 — Influência do tipo de armadura

De acôrdo com a figura 4, podemos adotar, como *limite superior* do espaçamento médio das fissuras, em peças solicitadas à tração axial (tirantes), as seguintes leis:

$$(2.31) \text{ barras lisas} \quad a_m = 5 \text{ cm} + 0,170 \frac{\delta}{\mu};$$

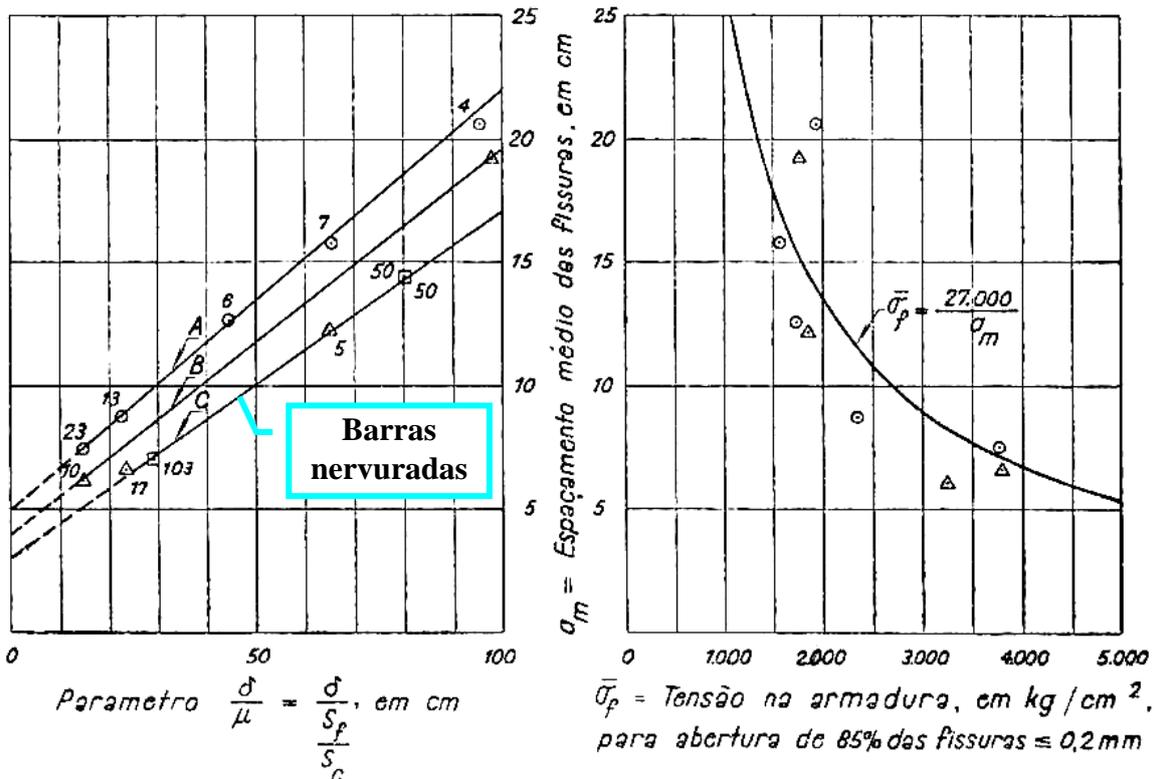
$$(2.32) \text{ barras lisas torcidas} \quad a_m = 4 \text{ cm} + 0,155 \frac{\delta}{\mu};$$

$$(2.33) \text{ barras com mossas ou saliências} \quad a_m = 3 \text{ cm} + 0,140 \frac{\delta}{\mu};$$

sendo o "parâmetro de fissuração"  $\frac{\delta}{\mu}$  expresso em centímetros.

A rugosidade das barras lisas varia bastante, quando elas apresentam defeitos de laminação ou quando se encontram em início de oxidação. Essas irregularidades podem aumentar apreciavelmente

#### FISSURAÇÃO DE TIRANTES DE CONCRETO ARMADO



- A - Barras lisas ————— :  $a_m = 5 \text{ cm} + 0,170 \frac{\delta}{\mu}$
- B - Barras lisas torcidas ——— :  $a_m = 4 \text{ cm} + 0,155 \frac{\delta}{\mu}$
- C - Barras com saliências :  $a_m = 3 \text{ cm} + 0,140 \frac{\delta}{\mu}$

○<sup>n</sup> - Barras lisas, tirantes ensaiados no I.N.T.

△<sup>n</sup> - Barras lisas torcidas, tirantes ensaiados no I.N.T.

□<sup>n</sup> - Barras "Tor", tirantes ensaiados por A. Efsen e H. Kronchel

Obs: Cada ponto representa a média de n determinações

Fig. 4

te a aderência, mas seria imprudente contar com elas. As barras lisas torcidas, de seção circular, apresentam aderência superior à das barras lisas sem essas irregularidades devidas a defeitos de laminação ou à oxidação superficial. Em consequência da torção a frio, mesmo que a barra original seja perfeitamente lisa, a barra torcida apresenta maior aderência. Si a barra original apresenta defeitos de laminação, tais como ovalização da seção transversal, ou saliências em forma de nervuras na direção longitudinal, a barra torcida pode apresentar aderência ainda maior, mas seria também imprudente contar com essa casualidade. As barras com mossas ou saliências, torcidas ou não, apresentam sempre maior aderência que as barras lisas ou as barras lisas torcidas fabricadas com barras originais de seção circular, lisas e sem irregularidades provenientes da laminação; no entanto a eficiência das mossas ou saliências é variável, e deve ser comprovada experimentalmente.

As normas brasileiras NB-1 e NB-2 admitem implicitamente, em vários dos seus itens, que as aderências das barras lisas, lisas torcidas, e barras com mossas ou saliências, estão entre si como 1 : 1,25 : 1,56 (referimo-nos à tensão média de aderência que aparece no fenômeno da fissuração, e não à tensão de aderência determinada em ensaios de arrancamento de barras ancoradas em maciços de concreto, que é bem diferente). A razão 1 : 1,56, das aderências das barras lisas e das barras com mósas ou saliências é bastante próxima da encontrada por experimentadores de vários países (ref. 2 e 6, e também, indiretamente, através da relação entre as tensões admissíveis, ref. 1 e 16).

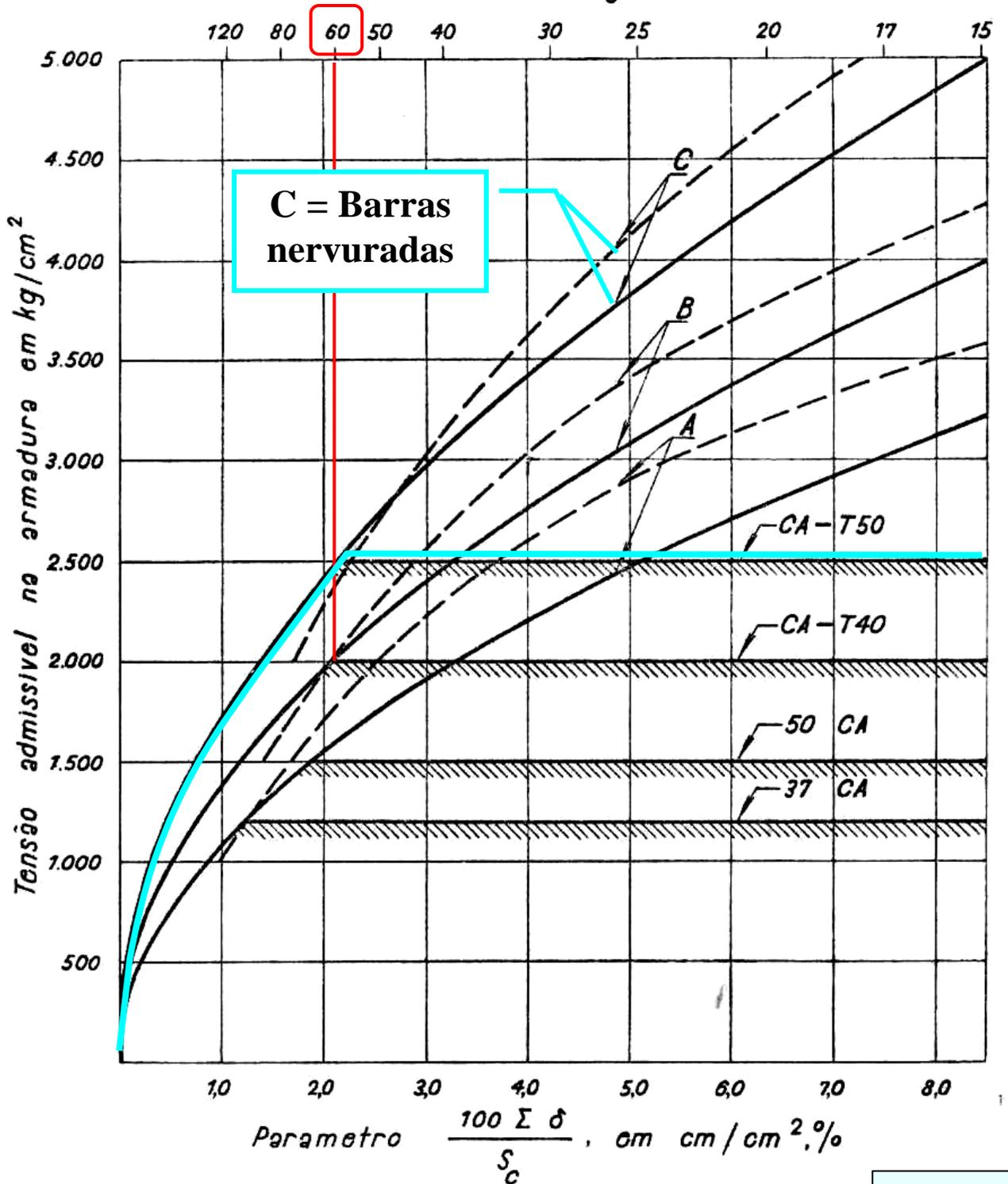
Para altos valores de  $\delta/\mu$  as relações entre os espaçamentos encontrados nas experiências realizadas (fig. 4) são inferiores às citadas. Isso se deve provavelmente ao fato de que as barras lisas, além de apresentarem pequenas irregularidades, estavam parcialmente oxidadas. Esta observação deve ser levada em conta no estabelecimento dos critérios práticos de segurança contra fissuração nociva.

#### 2.4 — *Influência da qualidade e da idade do concreto*

De acôrdo com a teoria exposta em 2.2, a qualidade e a idade do concreto só podem influir sôbre o espaçamento das fissuras através da relação  $\frac{\sigma_T}{\tau_a}$ . É plausível admitir que, do mesmo modo que a resistência à tração simples  $\sigma_T$  de concreto, a tensão média

SEGURANÇA CONTRA FISSURAÇÃO NOCIVA NAS PEÇAS SOLICITADAS  
A TRAÇÃO AXIAL

Parametro  $\frac{\delta}{\mu} = \frac{\delta}{\frac{S_p}{S_c}}$ , cm cm  $< 60$



C = Barras  
nervuradas

Fig. 5

A - Barras lisas

B - Barras lisas torcidas

C - Barras com mósas ou saliências

—  $\bar{\sigma}_p$  Segundo o projeto revisão da NB-2

- - -  $\bar{\sigma}_p = \frac{27.000}{\alpha_m}$

de aderência  $\tau_a$  cresça com o aumento da resistência à compressão  $\sigma_R$ . Si as barras forem dotadas de mósas ou saliências que tenham o máximo de eficiência, e forem envolvidas por massa de concreto de grandes dimensões transversais, relativamente ao seu diâmetro, podemos admitir que a tensão média de aderência se aproxime da ‘resistência ao córte’ do concreto, que designaremos por  $\tau_R$ .

A. Leon (ref. 8), procurando esclarecer as razões da conhecida discrepância entre Mohr e Mörsch, propôs para o concreto uma envoltória de Mohr parabólica tangente aos círculos representativos dos ensaios de compressão simples e de tração simples, em lugar da envoltória reta, e chegou a resultados quase coincidentes com a fórmula

$$(2.41) \quad \tau_R = 0,75 \sqrt{\sigma_R \cdot \sigma_T}$$

obtida experimentalmente por Seybold em 1933.

A envoltória (‘curva de resistência intrínseca’) proposta por Caquot e Brice (ref. 9), conduz, aproximadamente, a

$$(2.42) \quad \tau_R = 0,63 \sqrt{\sigma_R \cdot \sigma_T}$$

Na norma brasileira NB-1 admite-se implicitamente uma envoltória de Mohr constituída do lado das trações, por um arco de círculo e do lado das compressões, por duas retas tangentes ao mesmo. O círculo corta o eixo dos  $\sigma$  em dois pontos cujas abscissas são: do lado das trações, a resistência à tração simples  $\sigma_T$ , e do lado das compressões, a metade da resistência à compressão  $\sigma_R$ . A ‘resistência ao corte’, que é a ordenada da envoltória para  $\sigma = 0$ , é dada, no caso geral, pela fórmula:

$$(2.43) \quad \tau_R = \sqrt{\frac{\sigma_R}{2} \cdot \sigma_T} = 0,707 \sqrt{\sigma_R \cdot \sigma_T}$$

intermediária entre a (2.41) e a (2.42).

Com o auxílio dessa fórmula, e utilizando os dados da ref. 10 relativos à resistência à tração simples dos concretos, organizamos o seguinte quadro:

Quadro (2.44) — Unidade: kg/cm<sup>2</sup>

$\sigma_R$	$\sigma_T$	$\sigma_{TF}$	$\tau_R$	$\tau_R/\sigma_T$	$\sigma_T/\tau_R$
100	10	20	22	2,23	0,45
150	13,5	27	31,5	2,35	0,43
200	16,5	33	40,5	2,46	0,41
250	20	40	50	2,50	0,40
300	22,5	45	58	2,57	0,39
400	28	56	74,5	2,67	0,38
450	30	60	82	2,73	0,37

Vemos que quando a resistência do concreto à compressão passa de 150 a 450 kg/cm<sup>2</sup>, isto é, triplica, a relação  $\sigma_T/\tau_R$  varia apenas de 15%. Este resultado, que de um certo modo leva à conclusão de que a influência da resistência e da idade do concreto é pequena, é confirmado pelos ensaios com tirantes realizados por Efsen e Krenchel (ref. 3). O espaçamento das fissuras, segundo esses pesquisadores, sofre uma redução máxima de 20% quando a resistência do concreto à compressão triplica.

Podemos portanto desprezar a influência da qualidade e da idade dos concretos, desde que estes se mantenham dentro dos limites usuais em obras de concreto armado comum, e satisfaçam às exigências das normas.

### 2.5 — Influência da espessura do cobrimento e do espaçamento das barras

Brice (ref. 2) dá grande importância a este fator, e suas conclusões são confirmadas, pelo menos qualitativamente, por outros pesquisadores.

A experiência mostra que a tensão média de aderência diminui quando a espessura do cobrimento ou o espaçamento das barras da armadura são muito reduzidos. Este fenômeno atua em sentido oposto à influência do “parâmetro de fissuração”, pois, para uma mesma armadura, a relação  $\mu$  aumenta quando se reduzem o cobrimento e o espaçamento das barras. O “parâmetro de fissuração”  $\frac{\delta}{\mu}$  diminui, mas, ao mesmo tempo,  $\frac{\sigma_T}{\tau_a}$  aumenta, em consequência da redução de  $\tau_a$  (atente-se para a fórmula 2.25). Embora a influência do “parâmetro de fissuração” seja preponderante, resulta daí uma perturbação da lei que rege a fissuração, que talvez explique

a presença do termo constante  $k_1$  da equação (2.27) sugerida pelos resultados experimentais.

Brice (ref. 2) propôs originalmente uma fórmula algo complexa, para levar em conta a espessura média do envólucro de concreto correspondente a cada barra. A experiência mostra que, si essa espessura média não é suficiente, a barra, ao deslizar dentro do concreto tende a fazer saltar o cobrimento, rompendo êsse envólucro, ao longo de uma superfície paralela ao eixo da peça (fissura longitudinal), cujo traço na seção transversal pode ser uma linha reta ou quebrada. Chamando  $e_a$  à soma dos diâmetros das barras situadas nessa superfície de ruptura do concreto, e  $e_c$  à largura do concreto atravessada pela mesma, Brice (ref. 2) indica o coeficiente

$$(2.51) \quad 2k / \left( 1 + 3 \frac{e_a}{e_c} \right)$$

(sendo  $k$  um coeficiente experimental),

para exprimir a relação  $\tau_a/\sigma_T$ .

No caso de barra envolvida por massa de concreto com grandes dimensões transversais, o denominador dêsse coeficiente tende para a unidade. Nos casos correntes varia entre 2 e 4.

Quando as barras da armadura se distribuem de modo uniforme em tôda a área da seção transversal do tirante, o coeficiente de Brice pode ser substituído por

$$(2.52) \quad 2k / (1,4 + 11,2 \mu)$$

Este é o caso de tirantes fortemente armados, assemelhados à mesa tracionada de uma viga em duplo  $T$  assimétrico, com armadura disposta em várias camadas. A porcentagem de armadura é aproximadamente 10% quando o espaçamento entre as barras é igual ao dôbro do diâmetro, e 24% quando êsse espaçamento é igual ao diâmetro.

No caso de tirantes fracamente armados, com armadura constituída apenas por barras dispostas nos quatro cantos, ou ao longo do perímetro, o coeficiente de Brice é igual a  $2k/2,5$  quando a espessura do cobrimento é igual ao diâmetro das barras, independentemente da porcentagem de armadura (para as barras dos cantos  $e_c$  é igual ao dôbro da espessura de cobrimento, e  $e_a$  é igual ao diâmetro).

As normas francesas para cálculo de concreto armado (ref. 9) adotam, para coeficiente análogo ao denominador do coeficiente de Brice, o seguinte:

$$(2.53) \quad \left(1 + \frac{\delta}{e_1}\right) \left(1 + \frac{\delta}{e_2}\right)$$

sendo  $e_1$  e  $e_2$  as distâncias do eixo da barra á superfície livre do concreto, em duas direções perpendiculares.

Para as barras nos cantos, com cobrimento igual ao diâmetro, teríamos o denominador 2,77, em lugar de 2,5.

Poderíamos introduzir o inverso do coeficiente de Brice em lugar de  $\frac{\sigma_T}{\tau_a}$  na equação (2.25). Os resultados experimentais por nós obtidos no I.N.T., da mesma forma que os obtidos por outros pesquisadores (ref. 3 e 5) se ajustam melhor, no entanto, à fórmula mais simples (2.27), com os coeficientes empíricos  $k_1$  e  $k_2$ . A teoria de Brice não perde com isso o seu valor, pois teve a virtude de chamar a atenção para a importância da espessura do cobrimento. Uma espessura de cobrimento insuficiente conduz a fissuras mais espaçadas e portanto mais abertas. Tôdas as indicações e critérios práticos contidos neste trabalho pressupõem portanto que devem ser respeitados os dispositivos das normas relativos ao cobrimento e ao espaçamento das armaduras.

A teoria de Brice mostra também a influência favorável de estribos que se oponham à ruptura do cobrimento. Esta influência é particularmente sensível no caso de barras com mossas ou saliências, cuja aderência é aumentada quando existem armaduras transversais.

### 2.6 — *Abertura das fissuras*

Tendo examinado as leis que regem o espaçamento das fissuras, resta-nos agora determinar a abertura das mesmas. Dado êste passo, estaremos habilitados a formular os critérios práticos destinados a impedir que surjam fissuras com aberturas superiores às toleráveis, nos termos do item (2.12).

Uma vez conhecido o espaçamento médio das fissuras, é relativamente fácil calcular a abertura média das mesmas. O raciocínio feito em (2.2) mostra que, ao contrário do que se passa no estágio I, verificam-se deslocamentos relativos entre a armadura e o

concreto, na peça já fissurada. Esses deslocamentos são maiores na vizinhança imediata das fissuras, região esta em que, segundo alguns pesquisadores (ref. 2) as tensões tangenciais na superfície de contacto entre o concreto e a armadura têm mais a natureza de atrito que de aderência.

A abertura média das fissuras será evidentemente a diferença entre os alongamentos totais da armadura do concreto, num comprimento igual ao espaçamento médio das fissuras:

$$(2.61) \quad w_m = (\epsilon_f - \epsilon_c) a_m$$

A tensão na armadura, como vimos, é máxima na seção fissurada, onde tem o valor dado por (2.21)

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\bar{N}}{S_f}$$

À proporção que nos afastamos da fissura, essa tensão vai diminuindo, como mostramos em (2.2). O esforço transferido pela armadura ao concreto, através das tensões de aderência, tem o valor máximo  $S_c \cdot \sigma_T$ , pois cada vez que ele é atingido surge uma nova fissura (2.22 e 2.23). A redução máxima na tensão da armadura, entre duas fissuras, será dada pois pela expressão:

$$(2.62) \quad \Delta \sigma_f = \frac{S_c \cdot \sigma_T}{S_f} = \frac{\sigma_T}{\mu}$$

Este máximo só será no entanto atingido na metade da distância de duas fissuras com o espaçamento máximo  $2 \cdot a_0$  definido em (2.2). Em caráter aproximado podemos admitir que a redução da tensão no aço no meio da distância entre duas fissuras consecutivas tenha em média o valor  $\frac{a_m}{2 a_0} \cdot \frac{\sigma_T}{\mu} = \frac{3 \sigma_T}{4 \mu}$ . Admitindo além disso uma variação linear da tensão na armadura, a *tensão média* na armadura será:

$$(2.62) \quad \sigma_{fm} = \bar{\sigma}_f - \frac{3 \sigma_T}{8 \mu} = \bar{\sigma}_f \left( 1 - \frac{3}{8} \frac{\sigma_T}{\mu \cdot \bar{\sigma}_f} \right)$$

Brice (ref. 2) adota o coeficiente 1/2,75 em lugar de 3/8.

Da mesma maneira podemos estimar a *tensão de tração média* do concreto:

$$(2.62) \quad \sigma_{tm} = \frac{3}{8} \sigma_T$$

Os alongamentos da armadura e do concreto, por unidade de comprimento, serão, *em média*:

$$(2.64) \quad \epsilon_f = \frac{\sigma_{fm}}{E_f} = \frac{\bar{\sigma}_f - \frac{3\sigma_T}{8\mu}}{E_f}$$

$$(2.65) \quad \epsilon_c = \frac{\sigma_{cm}}{E_c} = \frac{\frac{3}{8} \sigma_T}{E_c}$$

É fácil verificar que o alongamento médio  $\epsilon_c$  do concreto é da ordem de  $2,5 \times 10^{-5}$ , ao passo que o da armadura atinge usualmente  $50 \times 10^{-5}$  a  $125 \times 10^{-5}$ . Podemos portanto desprezar  $\epsilon_c$  em face de  $\epsilon_f$  e escrever a fórmula que dá a abertura média das fissuras:

$$(2.66) \quad w_m = \epsilon_f \cdot a_m = \frac{\bar{\sigma}_f - \frac{3\sigma_T}{8\mu}}{E_f} \cdot a_m$$

Essa fórmula é válida para cargas estáticas ou predominantemente estáticas, como as que se verificam em edifícios.

A soma das aberturas de tôdas as fissuras é constante, para um mesmo comprimento da peça. A adoção de barras com menor diâmetro (menor  $\delta/\mu$ ) ou de maior aderência, distribui essa abertura total por um maior número de fissuras mais próximas. Com isso reduzem-se as aberturas individuais das fissuras.

Efsen e Krenchel (ref. 3) verificaram que, com cargas repetidas, a abertura média das fissuras aumenta, tendendo para um valor correspondente à hipótese de ser nulo o termo  $\frac{3\sigma_T}{8\mu}$ . Esse resultado foi também obtido pelos pesquisadores soviéticos (ref. 4). O mesmo efeito se verifica em ensaios de longa duração, com forças de tração aplicadas de modo permanente. Tudo indica que tanto sob a ação de cargas repetidas, como da deformação lenta, os deslocamentos relativos entre a armadura e o concreto aumentam, e a ten-

são média da armadura cresce, tendendo para o valor  $\bar{\sigma}_f$  que se verifica nas seções fissuradas.

A fórmula (2.66) deve ser substituída, nestes casos, pela (2.67)

$$(2.67) \quad w_m = \epsilon_f \cdot a_m = \frac{\bar{\sigma}_f}{E_f} \cdot a_m$$

As fórmulas (2.66) e (2.67) são fundamentais. Combinadas com as equações que fornecem  $a_m$ , (2.27, 2.31, 2.32, 2.33), e com o valor máximo admissível de  $w_m$ , (2.123), irão fornecer os critérios práticos relativos à segunda condição de segurança — a segurança contra fissuração nociva (2.12).

### 2.7 — Critérios práticos relativos à segurança contra fissuração nociva

Combinando a (2.67) com a (2.123), temos o critério geral:

$$(2.71) \quad \bar{\sigma}_f \leq \frac{w_m \cdot E_f}{a_m} = \frac{27.000}{a_m} \quad \text{(cargas repetidas)}$$

com  $a_m$  em centímetros e  $\bar{\sigma}_f$  em  $\text{kg/cm}^2$

Si adotássemos a (2.66), teríamos

$$(2.72) \quad \bar{\sigma}_f \leq \frac{w_m \cdot E_f}{a_m} + \frac{3 \sigma_T}{8 \mu} = \frac{27.000}{a_m} + \frac{3 \sigma_T}{8 \mu} \quad \text{(cargas estáticas)}$$

Para concretos com  $\sigma_B$  variando entre 100 e 250  $\text{kg/cm}^2$ ,  $\frac{3 \sigma_T}{8 \mu}$  variará, aproximadamente, entre 4 e 8  $\text{kg/cm}^2$  (v. quadro 2.44).

Substituindo  $a_m$  pelo seu valor dado em (2.27) teremos, respectivamente:

$$(2.73) \quad \bar{\sigma}_f \leq \frac{27.000}{k_1 + k_2 \frac{\delta}{\mu}} \quad \text{(cargas repetidas)}$$

$$(2.74) \quad \bar{\sigma}_f \leq \frac{27.000}{k_1 + k_2 \frac{\delta}{\mu}} + \frac{3 \sigma_T}{8 \mu} \quad \text{(cargas estáticas)}$$

Podemos também escrever:

$$(2.75) \quad \frac{\delta}{\mu} \leq \frac{1}{k_2} \left( \frac{27.000}{\bar{\sigma}_f} - k_1 \right) \quad (\text{cargas repetidas})$$

e

$$(2.76) \quad \frac{\delta}{\mu} \leq \frac{1}{k_2} \left( \frac{27.000}{\bar{\sigma}_f - \frac{3\sigma_T}{8\mu}} - k_1 \right) \quad (\text{cargas estáticas})$$

A fórmula (2.76) corresponde à expressão adotada por Ferry Borges e Arga e Lima (ref. 5); os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  são diferentes, pois o trabalho referido trata da fissuração de peças fletidas, e não de tirantes.

Substituindo na expressão geral (2.73) os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  dados em (2.31, 2.32, e 2.33), temos:

(2.77) barras lisas

$$\bar{\sigma}_f \leq \frac{27.000}{5 \text{ cm} + 0,170 \frac{\delta}{\mu}} \text{ kg/cm}^2$$

(2.78) barras lisas torcidas

$$\bar{\sigma}_f \leq \frac{27.000}{4 \text{ cm} + 0,155 \frac{\delta}{\mu}} \text{ kg/cm}^2$$

(2.79) barras com mossas ou saliências

$$\bar{\sigma}_f \leq \frac{27.000}{3 \text{ cm} + 0,140 \frac{\delta}{\mu}} \text{ kg/cm}^2$$

com  $\frac{\delta}{\mu}$  em centímetros.

Além disso, deve ser satisfeita a primeira condição de segurança (item 2.11):

$$\bar{\sigma}_f \leq \frac{\sigma_e}{\nu}$$

Na figura 4, à direita, os pontos figurados representam os resultados experimentais obtidos no I.N.T., e a curva corresponde a expressão 2.71. A concordância é bastante satisfatória.

As equações (2.77, 2.78 e 2.79) estão representadas, em linhas tracejadas, na figura 5.

Tomando  $\nu = 2,0$ , os valores de  $\frac{\delta}{\mu}$  correspondentes à coincidência das duas condições são:

$$\text{barras lisas } 50 \text{ CA } (\sigma_e = 3.000) \quad \delta/\mu \leq 82 \text{ cm}$$

$$\text{barras lisas torcidas } (\sigma_e = 4.000) \quad \delta/\mu \leq 61 \text{ cm}$$

$$\text{barras com mossas ou saliências } (\sigma_e = 5.000) \quad \delta/\mu \leq 53 \text{ cm}$$

Para barras lisas com  $\sigma_e = 3.200 \text{ kg/cm}^2$  teríamos  $\delta/\mu \leq 70 \text{ cm}$ .

No projeto de revisão da NB-2 foi adotado um limite uniforme, para os três casos acima:  $\delta/\mu \leq 60$ . Isso atende à observação final do item (2.3). Até este limite, prevalece a 1.ª condição de segurança, isto é, está assegurada a segurança contra fissuração nociva quando se adotam os coeficientes de segurança da norma.

As condições (2.77, 2.78 e 2.79) podem ser substituídas, aproximadamente, pelas expressões seguintes, que têm a forma adotada na (ref. 1), citada na introdução deste trabalho:

$$(2.80) \quad \text{barras lisas} \quad \bar{\sigma}_f \leq 1.600 \sqrt{\frac{60}{\delta/\mu}}$$

$$(2.81) \quad \text{barras lisas torcidas} \quad \bar{\sigma}_f \leq 2.000 \sqrt{\frac{60}{\delta/\mu}}$$

$$(2.82) \quad \text{barras com mossas ou saliências} \quad \bar{\sigma}_f \leq 2.500 \sqrt{\frac{60}{\delta/\mu}}$$

devendo além disso ser satisfeita a condição

$$\bar{\sigma}_f \leq \frac{\sigma_e}{\nu}$$

As condições (2.80), (2.81) e (2.82) estão representadas em linhas cheias na figura 5, e correspondem ao disposto no item 61 do projeto de revisão da NB-2 (vide o final da introdução deste trabalho).

A norma brasileira NB-1 fixa os coeficientes de segurança  $\nu$  (vide 2.11), válidos para barras lisas, lisas torcidas, ou com mossas ou saliências, desde que não se tomem para limites de escoamento, respectivamente, valores superiores a 3.200, 4.000 e 5.000  $\text{kg/cm}^2$ .

No entanto, ainda nos termos da NB-1, item 24, estes valores poderão ser ultrapassados, desde que continue satisfeita a condição de segurança contra fissuração nociva, aumentando-se, si necessário, os coeficientes de segurança. Poderemos nos valer, para isso, das condições (2.80, 2.81 e 2.82). Por exemplo, si tivermos um tirante armado com barras redondas muito finas, de diâmetro  $\delta = 0,5$  cm, com limite de escoamento elevado, sendo de 5% a porcentagem de armadura ( $\delta/\mu = 10$ ), a tensão admissível poderá ser de 3.500 kg/cm<sup>2</sup>, desde que o limite de escoamento seja superior a 7.000 kg/cm<sup>2</sup>.

A teoria da fissuração nos fornece deste modo um critério de dimensionamento de tirantes bastante diferente daquele antigo critério em que o cálculo era feito no estágio I (concreto resistindo à tração, com diagrama elástico), ou Ia (concreto resistindo à tração, com diagrama elasto-plástico). A condição de não-fissuração, que acompanhava esse cálculo, é substituída pela condição de limitação da abertura das fissuras. Não há de fato razão alguma para dar aos tirantes, nos casos comuns, tratamento diferente ao que é dado à zona tracionada das vigas.

O novo método de dimensionamento conduz a tirantes com menor volume de concreto, e portanto com maior porcentagem de armadura, pois os tirantes fracamente armados, si fissurarem, apresentarão fissuras com aberturas exageradas, a menos que se empreguem barras muito finas. (2).

NOTA (2): No próximo número, além de estender a teoria exposta ao caso das peças fletidas, apresentaremos, em anexo, um caso concreto de dimensionamento de tirantes segundo o novo método e segundo os critérios antigos, com os cálculos numéricos correspondentes.

#### BIBLIOGRAFIA (continuação)

(as referências 1 a 14 estão indicadas no número anterior)

- 15 — J. BROCARD — “Corrosion des aciers dans le béton armé”, Annales de l’Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, numero de junho de 1958.
- 16 — Y. SAILLARD — Compte rendu des travaux du Comité Européen du Béton, “Annales de l’Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics”, número de março-abril de 1960.

# PROJETO DE REVISÃO DA NB-2

“Mediante autorização especial da Associação Brasileira de Normas Técnicas, publicamos a seguir o texto do projeto de revisão da NB-2, aprovado pelas Comissões de Estruturas do Rio de Janeiro e de São Paulo, nas reuniões conjuntas realizadas no Rio e em São Paulo, respectivamente nos dias 10 e 20 de maio último.

Para maior clareza, o texto do projeto de revisão da NB-2 é acompanhado de notas relativas aos itens da NB-1 citados. Nessas notas preparadas pelo eng. Fernando L. Carneiro, são apresentadas as mais importantes alterações do projeto de revisão da NB-1, também aprovadas pelas Comissões de Estruturas do Rio e de São Paulo, atendendo às sugestões recebidas durante o período de discussão.

O projeto de revisão da NB-2 estará aberto ao mais amplo debate durante os próximos seis meses. As sugestões deverão ser apresentadas por escrito à A.B.N.T.”

---

## PROJETO DE REVISÃO DA NORMA BRASILEIRA NB-2 (CÁLCULO E EXECUÇÃO DE PONTES DE CONCRETO ARMADO)

### CAPÍTULO I

#### GENERALIDADES

##### *Objetivo*

1. Esta norma fixa as condições que devem ser obedecidas no cálculo e na execução das pontes de concreto armado.

##### *Projeto das pontes*

2. No projeto e execução das pontes de concreto armado devem ser aplicadas, além das prescrições especiais da presente norma, as das NB-1, NB-6 e NB-7.

## C — FISSURAÇÃO

### *Segurança contra fissuração nociva*

61. Nos casos em que forem empregadas armaduras de aço 50 CA, CA-T40 ou CA-T50, é necessário demonstrar a segurança da peça contra fissuração nociva, segundo as condições impostas no final do item 86 da NB-1.

Dispensa-se esta demonstração se o diâmetro das barras, expresso em centímetros, for inferior ou no máximo igual a

$300 \frac{S_f}{b_o h}$  para peças solicitadas à flexão simples ou composta,  
e a  $60 \frac{S_f}{S_c}$  para peças solicitadas à tração axial,  
sendo  $b_o$  a largura média da zona tracionada da seção transversal.

Nos casos de armaduras constituídas por barras de diâmetros diferentes, por feixes de barras, ou por barras de seção não circular considerar-se-á como diâmetro das barras, para os efeitos deste item, o valor

$$4 \frac{S_f}{u_t}$$

Quando as barras da armadura de tração que não tiverem sido dobradas para resistir aos esforços de tração oriundos do cisalhamento, forem prolongadas até o apoio ou até a zona de compressão e aí ancoradas, basta verificar se o diâmetro das barras satisfaz os limites estabelecidos neste item nas seções mais solicitadas (nos vãos e sobre os apoios).

Nos casos em que o diâmetro das barras for superior ao limite estabelecido neste item, poder-se-á também dispensar a demonstração da segurança contra a fissuração desde que os coeficientes de segurança sejam convenientemente aumentados, ou as tensões admissíveis reduzidas, inclusive para o cálculo das barras dobradas destinadas a resistir aos esforços de tração oriundos do cisalhamento.

O fator de aumento do coeficiente de segurança ou de redução das tensões admissíveis na armadura será pelo menos igual à raiz quadrada da relação entre o diâmetro adotado e o diâmetro limite definido neste item. (14)

---

(14) — Nota: a fundamentação dêste item consta do trabalho relativo à fissuração, de autoria do eng. Fernando Luiz Lobo Carneiro, cuja publicação iniciamos neste número. Sôbre o processo de cálculo de lajes contínuas de pontes, indicado no item 24, publicaremos, em um de nossos próximos números, um artigo do professor Telemaco van Langendonck.

+ + +