



Revista editada pelo Prof. Aderson Moreira da Rocha  
Comentário :  $\sigma_R$  é o fck atual .



# COMENTÁRIOS SÔBRE A NORMA BRASILEIRA P-NB 116

(Cálculo e Execução de Obras de Concreto Protendido)

FERNANDO LUIZ LOBO B. CARNEIRO

(Representante do Instituto Nacional de Tecnologia na Comissão de Normas Estruturais da A.B.N.T., e chefe da D.T.E. de Estruturas do Clube de Engenharia).

## 1. Introdução

De acôrdo com o Programa do I Seminário de Concreto Protendido promovido pela D.T.E. de Estruturas do Clube de Engenharia, abordarei, nestes comentários, alguns pontos característicos da Norma Brasileira P-NB 116, relativa ao *Cálculo e Execução de Obras de Concreto Protendido*.

Esta Norma, ainda em estágio experimental, foi elaborada pelas Comissões de Normas Estruturais do Rio de Janeiro e de São Paulo, da Associação Brasileira de Normas Técnicas. Compreende oito capítulos, dos quais os cinco primeiros se relacionam com o projeto, e os três últimos com a execução. Atendendo ao espírito do Seminário, escolhi como temas desta palestra alguns itens da Norma, procurando abranger não só a parte relativa ao cálculo, como a relativa à execução. Outros pontos da Norma serão abordados pelos outros conferencistas, dentro do mesmo critério, o que possibilitará certamente uma ampla visão de conjunto.

## 2. Campo de aplicação

Com o título acima, o item 1.3 da Norma estabelece algumas condições para a aplicabilidade dos diferentes tipos de protensão considerados.

A Norma admite, de um modo geral, tanto a *protensão completa*, como a *protensão limitada*.





Na *protensão completa* não se admitem em serviço tensões de tração nas bordas da seção transversal, oriundas da flexão: as forças de protensão devem ser suficientes para anulá-las. Só se admitem tensões de tração (limitadas à metade da resistência à tração simples do concreto) no interior da seção transversal: são as tensões principais de tração, inclinadas em relação ao eixo da peça, oriundas da força cortante. Durante a execução, na fase que se segue imediatamente à aplicação da protensão ao concreto, admitem-se também tensões de tração transitórias, na borda mais afastada da armadura de protensão, que devem desaparecer quando as cargas permanentes atuarem em sua totalidade.

Já na *protensão limitada* são admitidas em serviço tensões de tração nas bordas da seção transversal, oriundas da flexão (limitadas ao dobro da resistência à tração simples do concreto). Além da armadura necessária para a produção das forças de protensão, deverá ser prevista, neste caso, armadura capaz de resistir aos esforços de tração oriundos da flexão, na hipótese de ser nula a resistência à tração do concreto. Admite-se portanto, na *protensão limitada*, a possibilidade de fissuração do concreto em serviço, ao contrário do que acontece com a *protensão completa*, na qual essa possibilidade é afastada.

Pois bem, o item 1.3 da Norma torna *obrigatória a protensão completa* para:

- a) as peças *imersas em meios agressivos*, ou cuja *face tracionada possa estar em contacto com qualquer líquido*
- b) os *tirantes*
- c) as *pontes ferroviárias*

Além disso, de acordo com o item 4.1.2, deverão satisfazer às condições impostas para *protensão completa*:

- d) as *pontes rodoviárias* projetadas com *protensão limitada*, quando *só atuarem as cargas acidentais reduzidas de 50%*.

A restrição imposta pela alínea (a) deste comentário é baseada na *necessidade de evitar-se a qualquer custo o contacto da armadura de protensão com meios agressivos ou mesmo com qualquer líquido*. O aço empregado nas armaduras de protensão, quando sob a ação de tensões de tração elevadas, é particularmente sensível à corrosão, como veremos mais adiante. Esta restrição da Norma re-



dunda por exemplo em proibir protensão limitada em fundações e barragens, bem como o emprêgo de tubos ou tanques cilíndricos com núcleo interno protendido e camada externa não protendida, sempre que esta última esteja em contacto com meios agressivos ou com qualquer líquido.

A restrição imposta pela alínea (b) tem como base não só a maior intensidade do fenómeno da fissuração nos *tirantes*, como a conveniência de evitar uma *deformabilidade excessiva* desses elementos estruturais.

A restrição imposta pela alínea (c) — *pontes ferroviárias*, e também a da alínea (d) — *pontes rodoviárias com metade da carga móvel*, é baseada em considerações de resistência à *fadiga* e ao *choque*, casos êstes em que a superioridade do concreto com *protensão completa* sôbre o concreto com *protensão limitada* é indiscutível, e comprovada experimentalmente.

Na *protensão completa* a *variação de tensão* na *armadura de protensão*, correspondente à atuação das cargas acidentais, é relativamente pequena, da ordem de apeans 5% da tensão média nessa armadura. Essa variação pode ser facilmente calculada, no caso de armadura aderente, considerando-se que a peça está ainda no *Estádio I*, e é igual a  $n$  vêzes a *variação de tensão no concreto* ( $n$ , relação entre o módulo de elasticidade do aço, e o módulo de elasticidade imediato do concreto está compreendida entre 5 e 7, quando se trata de concreto protendido). O perigo da fadiga fica assim afastado, apesar do elevado valor da tensão média.

Já na *protensão limitada* o aparecimento de fissuras, fazendo com que a peça passe do *Estádio I* para o *Estádio II*, provoca uma *variação brusca da tensão na armadura de protensão*, que pode eventualmente atingir mais de 25% da tensão média.

Levando em conta êsse fato, a Norma proíbe o emprêgo de protensão limitada no caso de pontes ferroviárias, em que as variações de tensão com a passagem da carga móvel são particularmente intensas, e se repetem com elevada freqüência, durante a vida da obra. A restrição imposta às pontes rodoviárias, embora menos severa, tem o mesmo fundamento. Ambas se inspiram na norma alemã DIN 4:227. A norma francesa de 1953, muito mais rígida sob êste aspecto, não admite protensão limitada em qualquer hipótese, e ainda exige que, nas obras expostas às intempéries ou





que afetem a segurança pública, a tensão na borda da seção seja *sempre de compressão*, e nunca baixe a menos de 8% da tensão máxima (em valor absoluto) na mesma fibra.

Para finalizar o comentário sobre o item 1.3, observemos que ele ainda *proíbe*, no caso de pontes ferroviárias, o emprêgo de *armadura de protensão sem aderência*. Este tipo de armadura, muito usado no início da aplicação do concreto protendido, é hoje desaconselhado por tôdas as Normas, e mesmo proibido por muitas delas. A falta de aderência, além de aumentar consideravelmente o risco de fissuração excessiva, diminui a segurança à ruptura. A Norma brasileira em diversos de seus itens, impõe pesados ônus aos projetos em que é adotada armadura de protensão sem aderência.

É verdade que diversas obras, no Brasil, inclusive a ponte do Galeão, foram realizadas sem bainhas metálicas, envolvendo-se os cabos de protensão em papelão alcatroado; mas cumpre observar que nessa época não se fazia protensão limitada, e que era adotada protensão completa com fixação de um limite inferior para tensão de compressão nas bordas, a exemplo da Norma Francesa. Não se poderia portanto justificar pelo sucesso de obras antigas o emprêgo de protensão limitada com armadura de protensão sem aderência. O emprêgo de *armadura de protensão sem aderência*, apesar de desaconselhável, pode ser tolerado, desde que associado a *protensão completa*, respeitando-se além disso as demais restrições da Norma, inclusive as que constam dos itens 4.2.1, alínea *f* (cálculo à ruptura) e 5.1.2 (coeficientes de majoração para a verificação das tensões em serviço).

A *aderência da armadura de protensão* ou é *inicial*, no caso de *armadura pré-tracionada* (peças pré-fabricadas de fios aderentes), ou é *posterior*, no caso de armadura *post-tracionada* (sistemas Freysinnet, Leonhardt, Pre-load, etc.). A *aderência posterior* pode ser obtida, no caso de armadura de protensão embutida no concreto, por uma injeção eficaz dos cabos, quando êstes são envolvidos por *bainha metálica* (corrugada ou não, de seção circular ou retangular); ou pela colocação de *armaduras transversais* capazes de transmitir os esforços de aderência, quando a armadura de protensão constitui tirantes dispostos ao lado das faces internas das nervuras de vigas de seção celular, e concretados após a realização da protensão.



### 3. Esforços solicitantes nas estruturas hiperestáticas

O item 3.4 contém uma inovação, que coloca a Norma brasileira na vanguarda do desenvolvimento atual do *cálculo hiperestático plástico*. Não é possível nesta palestra examinar essa questão com detalhe, mas impõe-se pelo menos um comentário.

A Norma obriga sempre, no cálculo das obras de concreto protendido, a fazer as duas seguintes comprovações:

- a) verificação das condições de serviço (verificação das tensões, e, eventualmente, da fissuração, sob a ação das cargas de serviço)
- b) verificação da segurança à ruptura

Pois bem, no cálculo das estruturas hiperestáticas, a Norma impõe, como é óbvio, o cálculo elástico clássico, quando se trata da verificação da alínea (a) deste comentário; mas permite considerar o *efeito da plasticidade*, no cálculo dos esforços solicitantes que vão servir de base à verificação da *segurança à ruptura*. Esse efeito da plasticidade permite *arbitrar, dentro de certos limites*, os valores das incógnitas hiperestáticas, alterando-se assim a posição das chamadas “linhas de fechamento”, respeitadas as condições da estática. Essa “*redistribuição de momentos*” pode ser útil e econômica, em muitos casos. Normalmente dever-se-ia aplicar os métodos gerais da hiperestática plástica, com ênfase especial na verificação de que não foi ultrapassada a *capacidade de rotação* de nenhuma das  $n$  rótulas plásticas que precedem a ruptura, até iniciar-se a formação de rótula plástica  $n + 1$ . Na prática, a exemplo do que sugere o Comité Europeu do Concreto, pode-se adotar para estruturas simples, como as vigas contínuas, uma *redistribuição de momentos* que não conduza a afastamento de mais de 15% em relação aos momentos dados pela hiperestática clássica, sem fazer essa verificação, desde que não se adotem seções super-armadas, ou mesmo seções em que a altura da zona de compressão se aproxime muito da altura-limite (1/3 da altura total, no caso de concreto protendido).

O item 3.4 da Norma brasileira abre as portas também a uma utilização criteriosa dos métodos modernos de cálculo de lajes baseados na ruptura, desde que as condições de serviço sejam simultaneamente verificadas num cálculo elástico.





#### 4. Fissuração das peças com protensão limitada

O item 4.1.3 estabelece um critério de limitação de fissuração em peças com protensão limitada. Esse critério é baseado numa adaptação dos estudos sobre a fissuração, em andamento no Comité Europeu do Concreto, e é muito semelhante ao da Norma Francesa de Concreto Armado de 1960.

Em tôdas as interpretações teóricas do fenômeno da fissuração, a distância entre fissuras é comandada pelo parâmetro  $\frac{S_e}{u_t}$  (relação entre a seção de concreto  $S_e$  que envolve as armaduras, e o perímetro total  $u_t$  destas) e pelo inverso do coeficiente de aderência. Além disso, a abertura das fissuras é mais ou menos proporcional à tensão na armadura. Para fins de maior facilidade dos cálculos, o parâmetro  $\frac{S_e}{u_t}$  costuma ser substituído, *no caso de armadura constituída por barras de um só diâmetro*, pelo parâmetro  $\frac{\delta}{\mu_e}$  (relação entre o diâmetro  $\delta$  das barras e a taxa de armadura  $\mu_e$ , referida à seção de concreto que as envolve). É fácil deduzir a relação entre ambos os parâmetros:

$$\frac{S_e}{u_t} = \frac{1}{4} \frac{\delta}{\mu_e}$$

Tratando-se de concreto protendido não se justifica essa substituição de parâmetros, pois a armadura de tração é constituída por barras de diâmetros diferentes, inclusive cabos de protensão. A fórmula que aparece no item 4.1.3.1. é a mesma adotada nos estudos do Comité Europeu do Concreto, com uma única alteração: a substituição de  $\frac{\delta}{\mu_e}$  por  $\frac{S_e}{u_t}$  e a conseqüente divisão por 4 das constantes relativas ao tipo de aderência das barras (as constantes  $\alpha$  do item 4.1.3.1 são iguais a  $\frac{1}{4}$  das constantes que aparecem na fórmula do Comité Europeu do Concreto).

No caso de *armadura de protensão post-tracionada* constituída por *cabos com bainha metálica, com aderência posterior*, o perímetro a considerar é o *perímetro externo das bainhas*, pois cada cabo funciona como se fôsse uma só barra de armadura. É o seu *perímetro externo* que vai influir na fissuração do concreto da peça, que é *externo aos cabos* (o perímetro total das barras paralelas de pe-



queno diâmetro que constituem cada cabo só interessaria se fôssemos estudar a fissuração da argamassa de injeção, *no interior do cabo*).

Havendo armadura suplementar, o perímetro total das barras que a constituem vem somar-se ao perímetro externo total das bainhas.

A abertura das fissuras será proporcional à *variação de tensão* da armadura de protensão, quando esta é utilizada para resistir aos esforço de tração no concreto, oriundos da flexão; ou à *tensão admissível* adotada no cálculo da *armadura suplementar*, quando a esta couber êsse papel.

Com essas considerações justifica-se a fórmula:

$$\frac{S_e}{u_t} \leq \frac{\alpha}{\bar{\sigma}_j (0,4 + 4,5 \mu_e)}$$

na qual:

$S_e$  = área da seção de *envolvimento* da armadura total da tração. A *área de envolvimento*, por definição, tem o mesmo centro de gravidade da armadura de tração, e se estende até a borda tracionada e até as faces laterais da zona de tração. Quando é necessário dispor armadura suplementar, esta deve distribuir-se convenientemente por tóda a altura da zona tracionada, e, neste caso,  $S_e$  é igual à área da zona tracionada da seção transversal, decorrente de cálculo no estágio I. Nas peças em duplo  $T$  assimétrico, pode-se adotar para  $S_e$  a área da mesa inferior (talão). (fig. 1)

$\mu_e$  = soma dos perímetros de tódas as barras da armadura suplementar ( $u_{tj}$ ), mais os perímetros externos das bainhas metálicas dos cabos ( $u_{ta}$ ), no caso de armadura de protensão *com aderência posterior*.

$\bar{\sigma}_j$  = variação de tensão na armadura de protensão aderente, quando esta é utilizada para resistir aos esforços de tração no concreto; ou tensão admissível adotada no cálculo da armadura suplementar (vide final do item 5.4.2, e item 5.5).

$\alpha$  = 16.000 kg/cm no caso de barras com mossas ou saliências e bainhas metálicas corrugadas.

$\alpha$  = 10.000 kg/cm no caso de barras lisas ou de bainhas metálicas lisas.





$\mu_e = \frac{S_t}{S_e}$ , sendo  $S_t$  a área total da armadura de tração (área total das barras que constituem a armadura de protensão  $S_p$ , mais área total da armadura suplementar,  $S_f$ ).

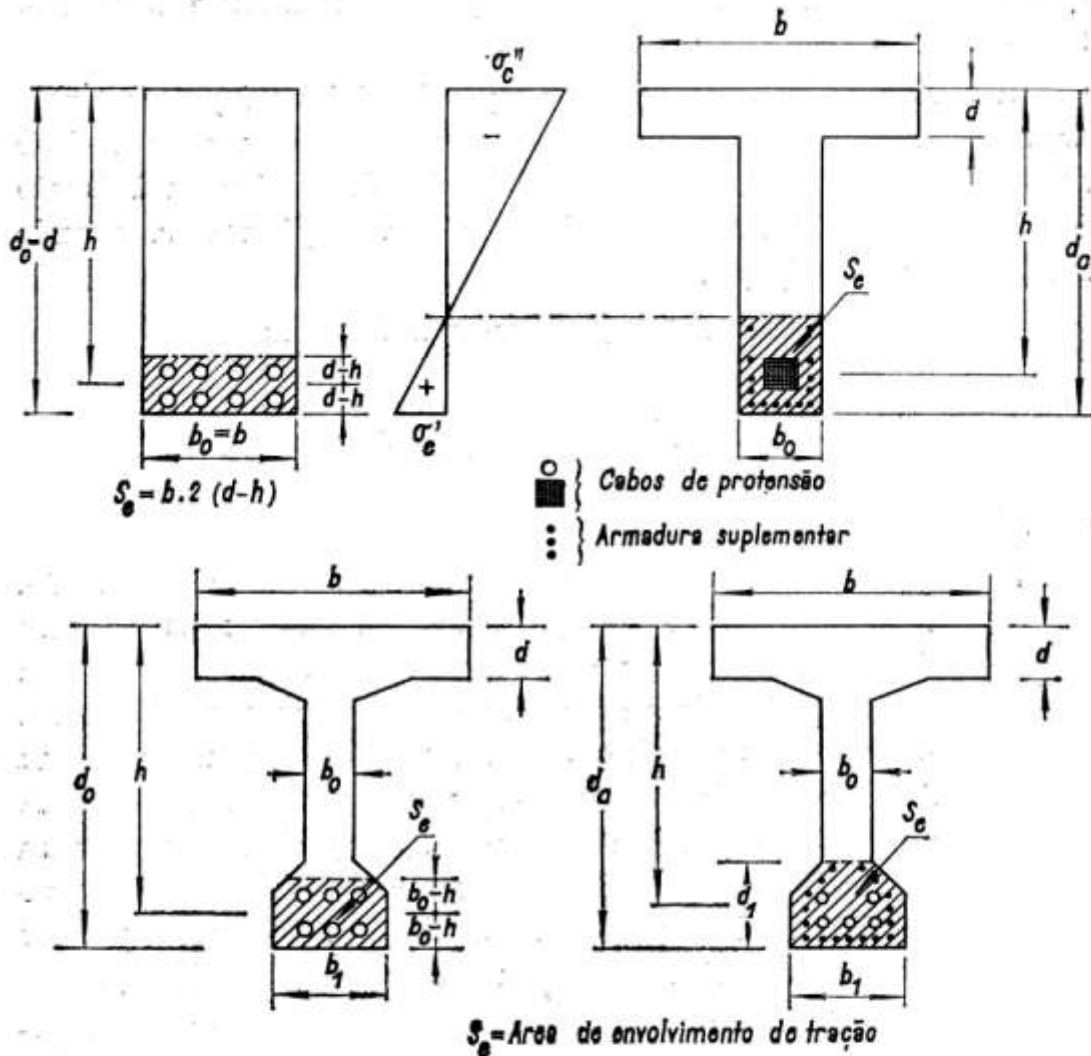


Fig. 1

A variação de tensão na armadura de protensão, correspondente à passagem do estágio I para o estágio II, pode ser calculada dividindo-se a resultante das tensões de tração no concreto, (calculadas no estágio I) pela área  $S_a$  dessa armadura. Se essa variação de tensão for inferior à diferença entre os limites do item 5.4.2 e a tensão da armadura de protensão em serviço (depois das perdas devidas à retração e deformação lenta), a armadura de protensão pode ser utilizada para resistir aos referidos esforços de tra-



ção desde que seja satisfeita a condição relativa à fissuração, que acaba de ser exposta.

Se o “saldo disponível” da tensão na armadura de protensão, em face do item 5.4.2, não fôr suficiente, ou ainda, se o perímetro das bainhas dos cabos fôr inferior ao exigido pela condição relativa à fissuração, impõe-se a adoção de uma *armadura suplementar*, calculada com as tensões admissíveis fixadas no item 5.5. Na falta de cálculo mais rigoroso, e desprezando-se a contribuição da armadura de protensão, a armadura suplementar deverá ter seção total igual ao quociente da divisão da resultante das tensões de tração no concreto (calculadas no estágio I) pela tensão admissível  $\bar{\sigma}_f$ .

Para a verificação da condição de fissuração, a Norma<sup>1</sup> permite mesmo neste caso, que se considere o perímetro externo  $u_{ta}$  das bainhas dos cabos, ao lado do perímetro total  $u_{tf}$  da armadura suplementar ( $u_t = u_{ta} + u_{tf}$ ). Para maior comodidade podemos transformar a fórmula relativa à condição de fissuração da seguinte maneira:

$$\frac{S_e}{u_t} \leq \alpha_1, \quad \alpha_1 = \frac{\alpha}{\bar{\sigma}_f (0,4 + 4,5 \mu_e)}$$
$$u_{tf} \geq \frac{S_e}{\alpha_1} - u_{ta}$$

Levando em conta que  $\delta = 4 \frac{S_f}{u_{tf}}$ , sendo  $\delta$  o diâmetro das barras da armadura suplementar, temos finalmente:

$$\delta \leq \frac{4 S_f}{\frac{S_e}{\alpha_1} - u_{ta}}$$

O critério da Norma conduz portanto, em última análise, a uma *limitação do diâmetro* das barras da *armadura suplementar*. Obriga, no caso de protensão limitada, a uma *armadura suplementar bem distribuída*, a fim de limitar a abertura das fissuras.

##### 5. Segurança à ruptura

Não constitui inovação nem originalidade da Norma brasileira a exigência da verificação da *segurança à ruptura*. É verdade que no início da utilização do concreto protendido era hábito realizarem-se apenas as verificações das *tensões admissíveis* na fase de





execução e em serviço, feitas tôdas elas no estágio I. Mas já em 1953 tanto a Norma alemã DIN 4.227 como a Norma francesa exigiam ao lado dessas verificações a demonstração da *segurança à ruptura*. Desde então tôdas as normas repetem esta exigência, pois *existe a possibilidade de que uma peça satisfaça às limitações das tensões em serviço*, e tenha no entanto *segurança insuficiente à ruptura*. Com a introdução da *protensão limitada* a verificação da segurança à ruptura passa mesmo a ser considerada mais importante que o cálculo das tensões em serviço.

O cálculo do *momento de ruptura* das peças de concreto protendido é muito semelhante ao cálculo das peças de concreto armado comum no *estádio III*. Na *ruptura a armadura de protensão funciona como armadura de tração*, da mesma forma que a armadura das peças de concreto armado. A única diferença reside no chamado "*pré-alongamento*" do aço da armadura de protensão, pois esta é incorporada à peça na ocasião da protensão, com um *alongamento inicial*. A *êste alongamento inicial somar-se-á o alongamento devido à flexão da peça*, que pode ser calculado, na ruptura, exatamente do mesmo modo que para o concreto armado comum. (fig. 2).

No cálculo à ruptura é mantida a hipótese das seções planas, isto é, da proporcionalidade das deformações às distâncias à linha neutra. Em geral a ruptura se dá por esmagamento do concreto na zona comprimida da seção transversal, quando a tensão na borda comprimida atinge a tensão de ruptura do concreto à *compressão*  $\sigma_R$ . Conhecido o *encurtamento de ruptura*  $\epsilon_R$  do concreto, é fácil calcular o alongamento do aço da armadura de tração, em função das distâncias da borda comprimida e da armadura à linha neutra. A *êsse alongamento corresponderá determinada tensão no aço*, que é a *tensão na armadura na ocasião da ruptura da peça*. Quando esta tensão é inferior ao *limite de escoamento* a peça é definida como *super-armada*, porque a armadura, em excesso, não chega a escoar. A ruptura por flexão é neste caso brusca, do tipo chamado "frágil". Nas peças *sub-armadas*, ao contrário, a tensão da armadura na ocasião da ruptura da peça é igual ao *limite de escoamento*, quando o aço apresenta patamar de escoamento; ou *ligeiramente superior ao limite de escoamento convencional* (0,2%), — compreendida entre *êste limite e o limite de resistência do aço* —, quando a armadura é constituída por barras de aço encruado, sem patamar.

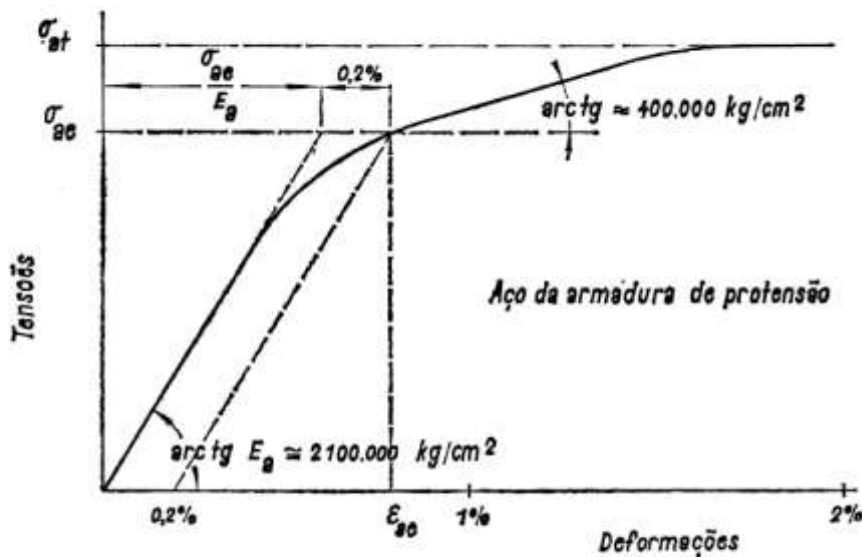
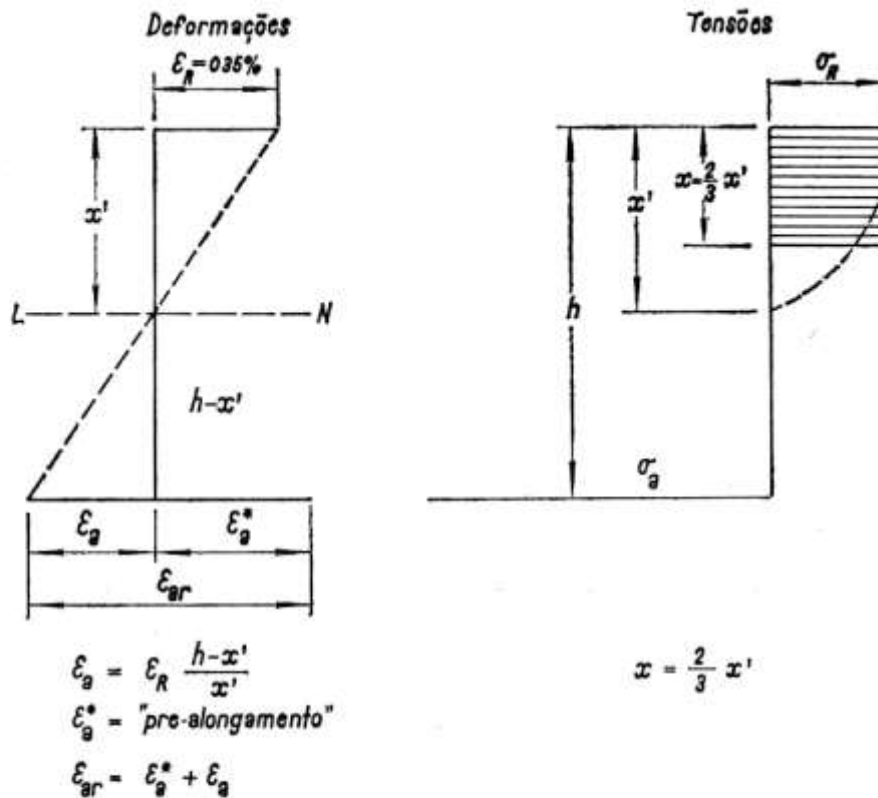


Fig. 2

A posição da linha neutra é obtida por meio da condição de equilíbrio estático segundo a qual, na flexão simples, o esforço total de tração na armadura de tração deve ser igual à resultante das tensões de compressão no concreto (e na armadura de compressão, si fôr o caso). Para calcular a resultante das tensões de compressão





no concreto é preciso conhecer a forma do diagrama dessas tensões, sabendo-se além disso que a tensão na borda comprimida é  $\sigma_R$ .

A Norma P-NB 116, tal como a NB-1, adota como diagrama simplificado das tensões no concreto o *diagrama retangular* (tensões de compressão uniformemente distribuídas e iguais a  $\sigma_R$ ). Segundo os critérios mais modernos, vitoriosos no seio do Comité Europeu do Concreto, a altura desse diagrama, isto é, a altura  $x$  do “*bloco retangular de tensões*”, é considerada igual a uma certa fração da distância  $x'$  da borda comprimida à linha neutra, de modo que a resultante das tensões, supostas uniformemente distribuídas e iguais a  $\sigma_R$ , seja igual à resultante que seria obtida considerando-se o diagrama real.

Para  $\sigma_R < 200 \text{ kg/cm}^2$ , como no caso do concreto armado comum; essa fração é  $3/4$ . Para o concreto protendido, em que  $\sigma_R \geq 200 \text{ kg/cm}^2$ , a Norma Brasileira P-NB 116, orientando-se por uma indicação de Leonhardt, adotou a fração  $2/3$ , isto é:

$$x = \frac{2}{3} x'$$

Além disso a P-NB 116 adota, para  $\epsilon_R$ , o *encurtamento de ruptura real* do concreto, ao contrário da NB-1, que adota um *encurtamento convencional*. Levando em conta a grande dispersão dos resultados experimentais, o valor adotado para o encurtamento real  $\epsilon_R$ , correspondente a um limite inferior desses resultados, é 0,35%.

Nesses dois pontos a P-NB 116 difere da NB-1, no que se refere ao cálculo da flexão no estágio III:  $x = x'$  e  $\epsilon_R = 0,15\%$  na NB-1, e  $x = \frac{2}{3} x'$  e  $\epsilon_R = 0,35\%$  na P-NB 116.

Vejam agora quais as modificações que a protensão introduz no cálculo à ruptura. Seja  $\epsilon_a$  o alongamento da armadura de protensão, *produzido pela flexão*, na ocasião da ruptura da peça. Temos, de acordo com a hipótese das seções planas:

$$\epsilon_a = \epsilon_R \frac{h - x'}{x'}, \quad x' = \frac{3}{2} x = 1,5 x$$

$$\text{ou} \quad \epsilon_a = \epsilon_R \frac{1 - x'/h}{x'/h} = \epsilon_R \frac{1 - 1,5 x/h}{1,5 x/h}$$



Tratando-se de concreto protendido, é preciso levar em conta que a armadura de protensão, ao ser incorporada ao concreto, já apresenta uma deformação inicial, chamada *pré-alongamento*. Seja  $\epsilon_a^*$  o valor desse *prealongamento*, calculado na situação em que é nula a sollicitação do concreto, mas descontando-se da *tensão inicial* da armadura de protensão as perdas devidas à *relaxação*, *retração* e *deformação lenta* do concreto. O *alongamento total*  $\epsilon_{ar}$  da armadura de protensão, *na ocasião da ruptura da peça*, será igual à soma desse *pre-alongamento*, pré-existente, com o alongamento  $\epsilon_a$  *produzido pela flexão*: (fig. 2)

$$\epsilon_{ar} = \epsilon_a^* + \epsilon_a$$

A tensão  $\sigma_{ar}$  na armadura de protensão, *na ocasião da ruptura da peça*, será obtida no diagrama tensão-deformação do aço, em função de  $\epsilon_{ar}$  (não confundir essa tensão  $\sigma_{ar}$  com a tensão de ruptura do aço chamada "limite de resistência", e designada pelo símbolo  $\sigma_{at}$ ). (fig. 3)

Para que a tensão  $\sigma_{ar}$  seja pelo menos igual ao limite de escoamento convencional (0,2%) da armadura de protensão, será preciso que

$$\epsilon_{ar} \geq \epsilon_{es}$$

sendo

$$\epsilon_{es} = \frac{\sigma_{es}}{E_a} + 0,2\%$$

o alongamento do aço da armadura de protensão correspondente à tensão de escoamento convencional  $\sigma_{es}$ .

Temos então

$$\epsilon_a \geq \epsilon_{es} - \epsilon_a^*$$
$$x'/h \leq \frac{\epsilon_R}{\epsilon_R + (\epsilon_{es} - \epsilon_a^*)} \quad \text{ou} \quad x'/h \leq \frac{2}{3} \frac{\epsilon_R}{\epsilon_R + (\epsilon_{es} - \epsilon_a^*)}$$

(Lembremos que  $x$  é a altura da zona de compressão quando se adota o diagrama simplificado retangular, igual, como vimos, a 2/3 da distância  $x'$  da linha neutra à borda comprimida).

A diferença entre o concreto protendido e o concreto armado comum, no cálculo à *ruptura*, corresponde à introdução do *prealon-*





gamento  $\epsilon_a^*$  que, na fórmula anterior, é descontado da deformação total da armadura de protensão, a fim de obter-se a deformação produzida pela flexão. Isso modifica o valor limite de  $x/h$ , correspondente à passagem da categoria *sub-armada* para a *super-armada*.

Suponhamos por exemplo que  $\sigma_{ae} = 12.000 \text{ kg/cm}^2$ , e que a *tensão inicial* da armadura de protensão, diminuída das perdas de tensão, (e referida, como veremos, no caso da armadura post-traçionada, à situação em que seja nula a sollicitação do concreto) seja

$$\sigma_a^* = 9.000 \text{ kg/cm}^2$$

Temos então

$$\epsilon_{ae} = \frac{12.000}{2.100.000} + 0,2\% = 0,77\%$$

$$\epsilon_a^* \cong \frac{9.000}{2.100.000} = 0,43\%$$

$$x/h \leq \frac{2}{3} \frac{0,35\%}{0,35\% + (0,77\% - 0,43\%)} = 0,33 = \frac{1}{3}$$

$$x'/h \leq \frac{1}{2}$$

isto é, o *valor limite* da relação  $x/h$  é  $1/3$ .

Si não houvesse protensão, teríamos, com  $\epsilon_a^* = 0$

$$x/h \leq \frac{2}{3} \frac{0,35\%}{0,35\% + 0,77\%} = 0,21$$

Numa *peça protendida* com  $x/h = 0,33$  (e portanto  $x'/h = 0,5$ ) a tensão  $\sigma_{ar}$  é igual ao limite de escoamento  $\sigma_{al} = 12.000 \text{ kg/cm}^2$ , ao passo que, *sem protensão* teríamos apenas  $\sigma_{ar} = 0,35\% \times 2.100.000 = 7.350 \text{ kg/cm}^2$  (peça *super-armada*).

Isso exigiria, no caso de não haver protensão, e para igual momento de ruptura, mais 63% de aço.

Se tivermos  $x/h = 0,21$  a peça será *sub-armada*, tanto com protensão como sem protensão. A diferença entre o momento fletor de ruptura do concreto protendido e do concreto sem protensão se atenua, mas a tensão  $\sigma_{ar}$ , no caso de haver protensão, ainda é ligeiramente maior.



Determinação de  $\sigma_{ar}$  ( $\sigma_{ar} \leq \sigma_{st}$ )

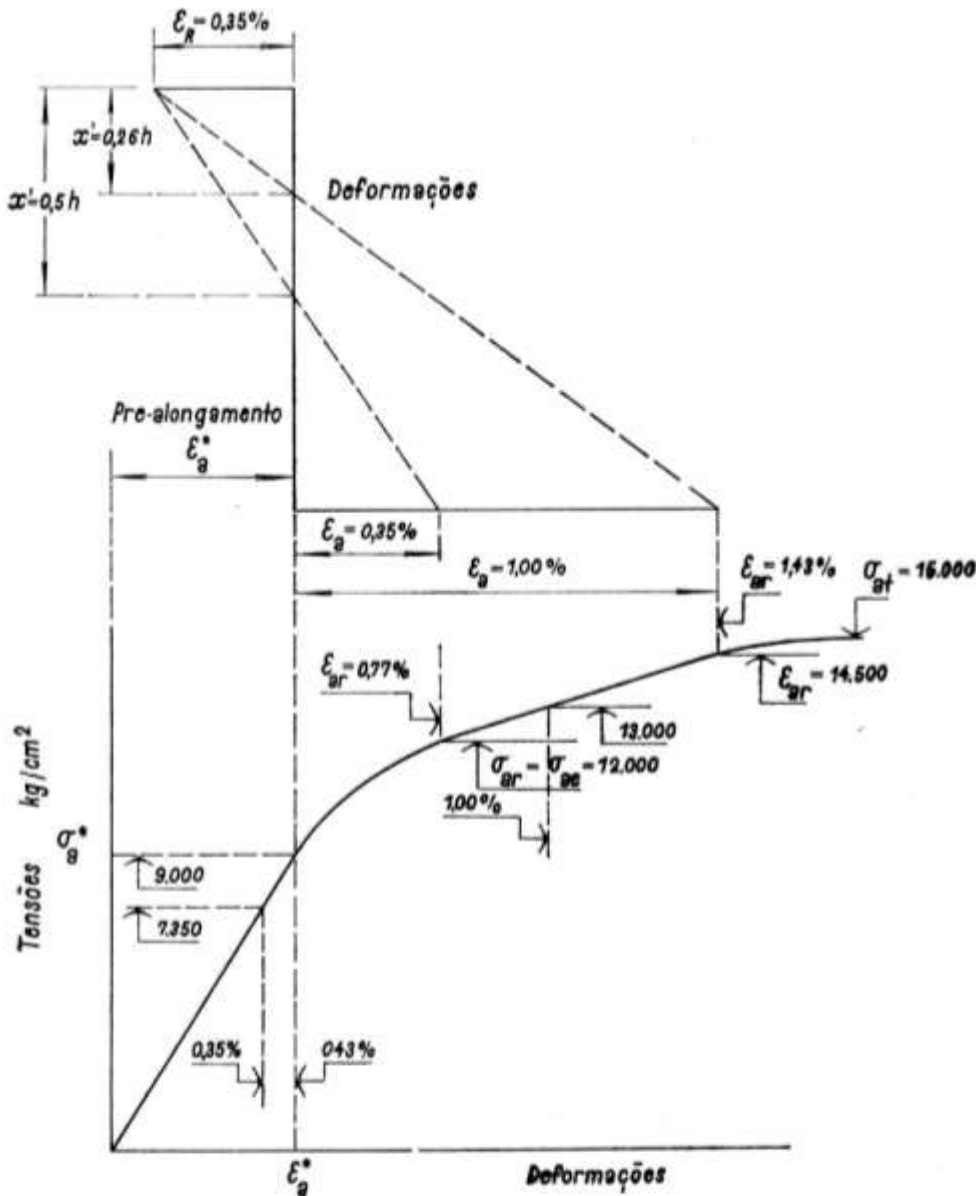


Fig. 3

Por exemplo, para  $x/h = 0,173$  (e portanto  $x'/h = 0,26$ ), teríamos  $\epsilon_a = 1,00\%$ . No caso de haver protensão teremos: (fig. 3)

$$\epsilon_{ar} = \epsilon_a + \epsilon_a^* = 1,43\%$$

ao passo que sem protensão

$$\epsilon_{ar} = 1,00\%$$

Consultando o diagrama tensões-deformações do aço, encontramos, no caso de haver protensão,  $\sigma_{ar} = 14.500 \text{ kg/cm}^2$ , e no caso





de não haver protensão,  $\sigma_{ar} = 13.000 \text{ kg/cm}^2$ . A diferença é neste caso de apenas 10% a favor do concreto protendido. É claro que nos referimos apenas à segurança à ruptura, que neste caso, é pouca afetada pela protensão; se fôssemos no entanto estudar o *comportamento em serviço*, veríamos que a *fissuração seria inaceitável no caso de não haver protensão*, concluindo que *um aço de tão alta resistência só pode mesmo ser utilizado com protensão*.

Observemos de passagem que no cálculo do concreto protendido à ruptura adota-se o diagrama *real* do aço da armadura de protensão, mesmo para  $\sigma_{ar} > \sigma_{ae}$ , abandonando-se a simplificação usada no concreto armado comum, que consiste em substituir o diagrama real dos aços encruados por um patamar horizontal, a partir da tensão de escoamento convencional.

Com essas considerações acreditamos ter exposto os fundamentos do cálculo da flexão no estágio III, segundo o critério adotado na P-NB 116.

Vejamos agora como se procederia na prática, num *cálculo de verificação*, isto é, *dadas a seção transversal e a armadura de protensão*.

Teríamos em princípio que proceder *por tentativas*, como segue:

- fazer uma hipótese inicial sobre o valor de  $\sigma_{ar}$ . Por exemplo, adotar para  $\sigma_{ar}$  a média entre a tensão de escoamento convencional  $\sigma_{ae}$  e o limite de resistência do aço,  $\sigma_{at}$ . Como em geral  $\sigma_{at} \cong 1,2 \sigma_{ae}$  a hipótese inicial será

$$\sigma_{ar} (1.^{\circ}) = 1,1 \sigma_{ae} \cong 0,9 \sigma_{at}$$

- calcular a resultante  $N_{ar}$  das tensões na armadura de protensão (cuja área é  $S_a$ ):

$$N_{ar} = \sigma_{ar} \cdot S_a$$

- calcular a área da zona comprimida (com diagrama simplificado retangular, isto é, tensão uniforme no concreto igual a  $\sigma_R$ ):

$$S_c^* = \frac{N_{ar}}{\sigma_R}$$

- calcular a altura  $x$  dessa zona comprimida, levando em conta a geometria da seção junto à borda comprimida.



Se, por exemplo, existe mesa de compressão com largura  $b$ , teremos com  $\mu_a = S_a/(bh)$

$$x = \frac{S_c^*}{b} = \frac{N_{ar}}{b \sigma_R} = \frac{\sigma_{ar} S_a}{b \sigma_R} = h \cdot \mu_a \frac{\sigma_{ar}}{\sigma_R}$$

desde que  $x$  seja inferior à espessura  $d$  da mesa ( $x \leq d$ ).

e) calcular  $x' = \frac{3}{2} x$  e  $\epsilon_a$

$$\epsilon_a = \epsilon_R \frac{h - x'}{x'} = 0,35\% \frac{h - x'}{x'} = 0,35\% \frac{h - 1,5 x}{1,5 x}$$

f) calcular o alongamento total  $\epsilon_{ar}$  somando a  $\epsilon_a$  o "pre-alongamento"  $\epsilon_a^*$

$$\epsilon_{ar} = \epsilon_a^* + \epsilon_a$$

g) entrar no diagrama tensão deformação do aço, obtendo para a abscissa  $\epsilon_{ar}$  o valor de  $\sigma_{ar}$  em segunda aproximação:

$$\sigma_{ar} (2.^{\text{a}})$$

h) se esse valor  $\sigma_{ar} (2.^{\text{a}})$  for diferente do  $\sigma_{ar} (1.^{\text{a}})$  arbitrado na alínea (a), repetir toda a série de operações, até obter o valor de  $\sigma_{ar}$  em 3.ª aproximação. *Em geral bastam essas duas operações de aproximações sucessivas.*

O braço de alavanca será  $z =$  distância do centro de gravidade da zona comprimida ao centro de gravidade da armadura de protensão.

Se houver mesa com largura  $b$ , e se  $x \leq d$ :

$$z = h - \frac{x}{2} = h \left( 1 - 0,5 \mu_a \frac{\sigma_{ar}}{\sigma_R} \right)$$

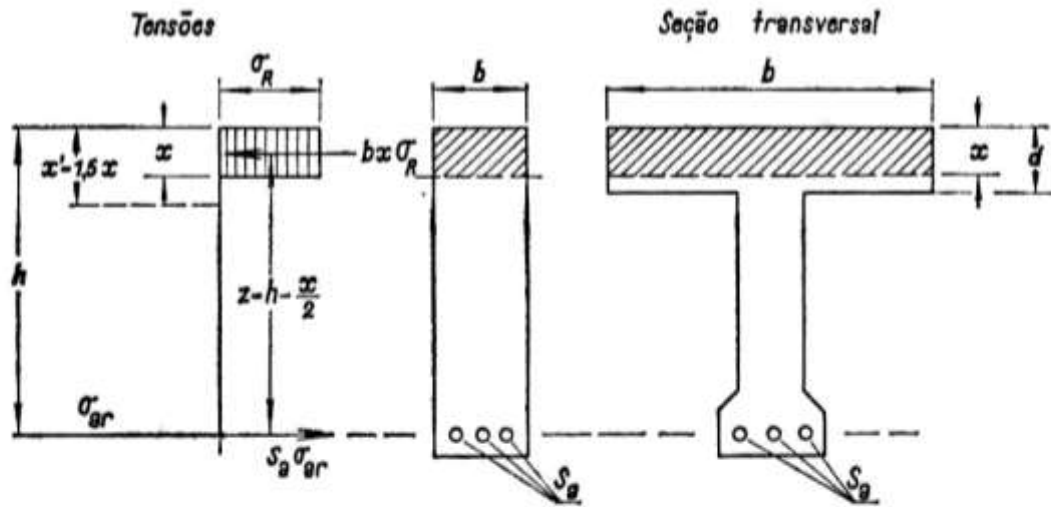
O momento fletor de ruptura será dado por

$$M_R = N_{ar} z = S_a \sigma_{ar} z \quad (\text{fig. 4})$$

ou, no caso de haver mesa de compressão, sendo  $x \leq d$ :

$$\begin{aligned} M_R &= b x \sigma_R z = bh^2 \sigma_R \frac{x}{h} \left( 1 - 0,5 \frac{x}{h} \right) = \\ &= bh^2 \sigma_R \cdot \mu_a \frac{\sigma_{ar}}{\sigma_R} \left( 1 - 0,5 \mu_a \frac{\sigma_{ar}}{\sigma_R} \right) \end{aligned}$$





Seção retangular e seção T com  $x \leq d$

$$\begin{aligned}
 x &= S_a \sigma_{ar} / (b \sigma_R) = & M_R &= S_a \sigma_{ar} z = \\
 &= \mu_a \frac{\sigma_{ar}}{\sigma_R} \cdot h & &= b x \sigma_R z = \\
 \mu_a &= \frac{S_a}{bh} & &= bh^2 \sigma_R \frac{x}{h} \left(1 - 0,5 \frac{x}{h}\right) \\
 & & &= bh^2 \sigma_R \mu_a \frac{\sigma_{ar}}{\sigma_R} \left(1 - 0,5 \mu_a \frac{\sigma_{ar}}{\sigma_R}\right)
 \end{aligned}$$

(seção retangular e seção T com  $d \geq \frac{h}{3}$  :  $\max M_R = 0,277 bh^2 \sigma_R$ )

$$e \ x \leq \frac{1}{3} h$$

Segurança á ruptura  $M_R \geq \Sigma \nu M$

edifícios (NB-5):  $M_R \geq 1,65 (M_g + M_p)$

pontes (cargas móveis):  $M_R \geq 1,65 M_g + 2,00 M_p$

$M_g$  = momentos fletores devido à carga permanente total, inclusive  $g_1$

$M_p$  = momentos fletores devido às cargas acidentais

para os momentos devidos às variações de temperatura:  $\nu = 1,65$

para os momentos devidos à retração, def. lenta, efeito hiperestático da protensão, deslocamento de fundações:  $\nu = 1,00$

Fig. 4

O momento limite ou momento teto para que a peça não seja *super-armada*, corresponderá a

$$x/h = \frac{2}{3} \frac{\epsilon_R}{\epsilon_R + (\epsilon_{ae} - \epsilon_a^*)}$$



A norma adota o valor aproximado  $\frac{x}{h} \leq 0,33$ . No caso de seção retangular ou de seção com mesa de compressão com  $d \geq \frac{h}{3}$  teremos para *momento teto* a expressão:

$$M_R = bh^2 \sigma_R \cdot \frac{1}{3} \left( 1 - 0,5 \times \frac{1}{3} \right) = 0,277 bh^2 \sigma_R$$

Havendo *armadura suplementar* com área  $S_f$ , devemos somar a  $N_{ar}$  a resultante das tensões de tração nesta última, calculada do mesmo modo. Em geral a tensão na armadura suplementar será igual ao respectivo limite de escoamento  $\sigma_e$ . Em lugar de  $N_{ar}$  (alínea b) teremos, nesse caso:

$$N_{ar} + S_f \sigma_e = \sigma_{ar} S_a + \sigma_e S_f$$

O *momento fletor de ruptura* será

$$M_R = (\sigma_{ar} S_a + \sigma_e S_f) z$$

A fim de evitar o cálculo por aproximações sucessivas, a Norma permite calcular  $\sigma_{ar}$  por uma fórmula de interpolação, linear, supondo-se  $\sigma_{ar} = \sigma_{ae}$  quando  $\frac{x}{h} = 0,33$ , e  $\sigma_{ar} = 1,2 \sigma_{ae} \cong \sigma_{at}$  quando  $\frac{x}{h} = 0$ . Essa fórmula é a seguinte, quando não há armadura suplementar:

$$\sigma_{ar} = 1,2 \sigma_{ae} \left( 1 - 0,5 \mu_a \frac{\sigma_{ae}}{\sigma_R} \right)$$

sendo  $\mu_a = \frac{S_a}{bh}$  = taxa de armadura de protensão

Havendo armadura suplementar

$$\sigma_{ar} = 1,2 \sigma_{ae} \left[ 1 - 0,5 \left( \mu_a \frac{\sigma_{ae}}{\sigma_R} + \mu \frac{\sigma_e}{\sigma_R} \right) \right]$$

sendo  $\mu = \frac{S_f}{bh}$  = taxa de armadura suplementar

Digamos agora alguma coisa sobre o "*pré-alongamento*".

No caso de armadura de protensão de fios aderentes pretraçionada, o *pré-alongamento* seria, em princípio, o *alongamento inicial* dessa armadura *na mesa de protensão*, isto é, antes de ser o





concreto solicitado pelas forças de protensão. É necessário no entanto descontar desse alongamento inicial uma parcela correspondente às perdas de tensão oriundas da relaxação (fluência do aço) e da retração e deformação lenta do concreto, pois essas perdas irão influir desfavoravelmente na segurança à ruptura.

Sejam  $\sigma_{a0}^*$  a tensão inicial na *mesa de protensão*, e  $\sigma_a^*$  essa mesma tensão diminuída das referidas perdas. O *pre-alongamento* será

$$\epsilon_a^* \cong \frac{\sigma_a^*}{E_a}$$

sendo em geral  $\sigma_a^* = 0,8 \sigma_{a0}^*$  a  $0,9 \sigma_{a0}^*$ .

Quando se cortam as ligações da armadura à mesa de protensão, há uma queda brusca da tensão  $\sigma_{a0}^*$ , devida ao *encurtamento elástico* (imediate) *do concreto*. O concreto passa a trabalhar solicitado pela tensão de compressão  $\sigma_{c0}$  (negativa), sendo a sua deformação igual a  $\frac{\sigma_{c0}}{E_c}$  (negativa). A tensão  $\sigma_{c0}$  é a que existe no mesmo nível da armadura de protensão, isto, é no concreto vizinho a essa armadura.

A tensão inicial  $\sigma_{a0}^*$  (na mesa de protensão) cai para

$$\sigma_{a0} = \sigma_{a0}^* + \frac{\sigma_{c0}}{E_c} \sigma_{c0} = \sigma_{a0}^* + n \sigma_{c0} = \sigma_{a0}^* - n |\sigma_{c0}|$$

sendo  $n$  a relação entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade imediato do concreto ( $n = 5$  a  $7$ ).

Se em lugar da tensão  $\sigma_{a0}^*$  (na mesa de protensão) fossem dadas as tensões  $\sigma_{a0}$  e  $\sigma_{c0}$  (imediatamente após serem cortadas as ligações da armadura com a mesa de protensão), o *pre-alongamento* inicial, isto é, *sem considerar as perdas de tensão*, seria dado por

$$\frac{\sigma_{a0}}{E_a} - \frac{\sigma_{c0}}{E_c} = \frac{\sigma_{a0}}{E_a} + \frac{|\sigma_{c0}|}{E_c} = \frac{\sigma_{a0} + n |\sigma_{c0}|}{E_a}$$

Depois das perdas, teríamos as tensões  $\sigma_{a0}$  e  $\sigma_{c0}$  reduzidas para  $\sigma_a$  e  $\sigma_c$ , respectivamente. O *pre-alongamento* a considerar no cálculo à ruptura seria então calculado como segue:

$$\epsilon_a^* \cong \frac{\sigma_a}{E_a} - \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_a - n \sigma_c}{E_a} = \frac{\sigma_a + n |\sigma_c|}{E_a}$$



O *pre-alongamento* é portanto igual ao *alongamento da armadura de protensão calculado na hipótese de ser nula a tensão de compressão no concreto*, isto é, é a soma do alongamento correspondente à tensão  $\sigma_a$  da armadura de protensão, após as perdas, com o alongamento que seria necessário para anular a tensão de compressão  $\sigma_c$  no concreto.

O mesmo critério deve ser aplicado ao caso de peças com *armadura post-tracionada, com aderência posterior*. Nessas peças a *deformação elástica* (imediate) do concreto se dá simultaneamente com a distensão da armadura, pois a própria peça é utilizada como apoio para os macacos. Neste caso, imediatamente após a distensão da armadura de protensão, as tensões devidas à protensão são  $\sigma_{a0}$  e  $\sigma_{c0}$ , facilmente calculáveis ( $\sigma_{c0}$  é a tensão no concreto no mesmo nível da armadura de protensão). Levando em conta as perdas, essas tensões caem para  $\sigma_a$  e  $\sigma_c$ . O *pre-alongamento* após as perdas será

$$\epsilon_a^* = \frac{\sigma_a}{E_a} - \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_a - n \sigma_c}{E_a} = \frac{\sigma_a + n |\sigma_c|}{E_a}$$

Esse *pré-alongamento* é praticamente igual ao que se calcularia considerando a peça solicitada por um momento fletor capaz de *anular* a tensão de compressão no concreto na borda inferior (oriunda da protensão), como no caso de protensão completa quando atuam tôdas as cargas permanentes e acidentais. Essa aproximação só é válida, no entanto, quando a armadura de protensão está próxima da borda inferior, podendo-se desprezar a diferença entre a tensão de concreto nessa borda e a tensão do concreto ao nível da armadura de protensão (ao falar da "borda inferior" supomos o momento fletor positivo; na realidade, trata-se, de um modo geral, da borda que seria tracionada se atuasse apenas o momento fletor).

Por exemplo, para  $\sigma_{a0} = 10.600 \text{ kg/cm}^2$  e 20% de perdas, temos  $\sigma_a = 8.500 \text{ kg/cm}^2$ . Por outro lado, a tensão de compressão na borda inferior, antes das perdas, é limitada pela Norma a  $\frac{\sigma_R}{2}$ , baixando, após as perdas, para  $0,8 \frac{\sigma_R}{2} = 0,4 \sigma_R$ , na hipótese considerada.

Temos assim, confundindo a tensão na borda inferior com a tensão  $\sigma_c$  ao nível da armadura de protensão:





Com  $\sigma_R = 200 \text{ kg/cm}^2$  e  $E_c = 300.000 \text{ kg/cm}^2$  teríamos  $\epsilon_a^* \cong 0,43\%$ , e com  $\sigma_R = 400 \text{ kg/cm}^2$  e  $E_c = 400.000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\epsilon_a^* \cong 0,44\%$ .

Para finalizar, abordemos o caso da protensão sem aderência. Neste caso não mais se aplica a hipótese das seções planas, pois há deslismamentos, entre a armadura e o concreto. A tensão nos cabos de protensão, se não fôsse o atrito, seria uniforme, em lugar de variar com o momento fletor, e não alcançaria o valor  $\sigma_{ar}$  calculado pelo processo anterior. O atrito diminui um pouco essa diferença, mas seu efeito é difícil de calcular e bastante aleatório. As experiências mostram que quando não há aderência posterior o momento fletor de ruptura é 25% a 30% inferior ao das peças com aderência, isto é, que a tensão na armadura de protensão, na ocasião da ruptura, é apenas 70 a 75% do valor de  $\sigma_{ar}$  calculado pelo método indicado para peças com aderência, não atingindo portanto nem ao menos o limite de escoamento convencional  $\sigma_{ae}$ .

Inspirada no que dispõe a Norma alemã DIN 4.227, a Norma brasileira dispõe que

$$\sigma_{ar} = (\sigma_a + n |\sigma_c|) + 1.400 \text{ kg/cm}^2$$

sendo  $\sigma_a$  a tensão inicial da armadura de compressão, diminuída das perdas, e  $\sigma_c$  a tensão de compressão no concreto, ao nível da armadura de protensão (o termo entre parênteses é portanto igual à tensão na armadura de protensão na situação em que é nula a tensão no concreto).

A norma norte-americana (Joint Committee, 1958) adota o valor

$$\sigma_{ar} = \sigma_a + 1.050 \text{ kg/cm}^2$$

inferior portanto ao da Norma alemã.

Siess, da Universidade de Illinois, recomenda a fórmula semi-empírica

$$\sigma_{ar} = \sigma_a + \left( 2.100 - \mu_a \frac{5 \times 10^7}{\sigma_R} \right)$$

Essa fórmula, para  $\sigma_{ae} = 12.000 \text{ kg/cm}^2$ , fornece os valores

$$\sigma_{ar} = \sigma_a + 700 \text{ kg/cm}^2 \text{ quando } x/h = \frac{1}{3} \text{ e } \mu_a = \frac{1}{3} \frac{\sigma_R}{\sigma_{ae}}$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_a + 2.100 \text{ kg/cm}^2 \text{ quando } \mu_a = 0$$

com interpolação linear no intervalo.



Todos os autores insistem na grande incerteza do cálculo à ruptura do concreto protendido sem aderência, traduzida na forte dispersão dos resultados experimentais.

#### 6. Proteção da armadura de protensão

As barras da armadura de protensão, de pequeno diâmetro e do aço especial de alta resistência, são extremamente suscetíveis à corrosão. Quando essas barras estão sob a ação de tensões elevadas (o que se verifica no concreto protendido), pode ocorrer o fenômeno da “corrosão sob tensão” (“stress-corrosion”). Este tipo de corrosão é muito mais rápido e violento que a corrosão por oxidação superficial. É também chamado “corrosão penetrante”, pois a “corrosão sob tensão” se origina num ponto da superfície e penetra em seguida no interior da barra, ramificando-se. Tanto as barras temperadas como as barras trefiladas são sujeitas à “corrosão sob tensão”, embora as segundas sejam mais resistentes a esse fenômeno que a primeiras.

Decorrem desse fato as recomendações especiais da Norma relativas à proteção da armadura de protensão.

Em primeiro lugar, o concreto deve ser de alta qualidade, com execução bem controlada. O fator água-cimento deve ser inferior ou igual a 0,55, e a tensão mínima de ruptura à compressão  $\sigma_R$  maior ou igual a 200 kg/cm<sup>2</sup> (item 7.5). Quando as barras não são com aderência inicial, é obrigatória a injeção dos cabos; executá-la de acordo com o item 8.7.

Essa injeção, sempre que possível, deve ser feita imediatamente após a terminação das operações de protensão. Excepcionalmente, quando houver necessidade absoluta de manter a peça já protendida sem injeção, por algum tempo, as barras deverão ficar protegidas por óleo solúvel até a realização da injeção (item 8.7).

Além disso, sempre que as peças forem imersas em meio agressivo ou sempre que sua face tracionada possa estar em contacto com qualquer líquido, é obrigatória a protensão completa (item 1.3).

A Norma adverte finalmente os construtores sobre os perigos de certos aditivos, que, por provocarem a “corrosão sob tensão”, são verdadeiros “venenos” para a armadura de protensão (item 7.1.1). Entre esses aditivos nocivos sobressaem os que contêm cloreto de cálcio, ou quaisquer outros halogenetos. Tais aditivos não





podem ser utilizados na armamassa de injeção, nem em concreto que tenha contacto com a armadura de protensão. Também é proibido o emprêgo de água do mar ou de água que contenha sensível teor de cloretos, na confecção do concreto ou da argamassa de injeção (item 7.3).

Com êstes comentários relativos aos capítulos 6, 7 e 8 da Norma dou por encerrada esta palestra.

Tensão mínima de ruptura do concreto à compressão	$\sigma_R$	(150)	200	300	400
Tensão de dosagem c/ controle rigoroso	$\sigma_{e28}$	(200)	250	375	500
Tensão de dosagem c/ controle razoável	$\sigma_{e28}$	(225)	300	450	—
Tensão mínima de ruptura do concreto à tração simples	$\sigma_T$	(14)	17	22	27
Módulo de elasticidade imediato do concreto	$E_c$	(280.000)	300.000	350.000	400.000
Relação $E_a/E_c$	$n$	(7,5)	7	6	5,25

*Obs.:* o concreto da 1ª coluna, com algarismos entre parêntesis, só pode ser usado em elementos de pequena responsabilidade, protegidos contra as intempéries.

- Sôbre o característicos dos aços para armadura de protensão usados no Brasil v. o trabalho “Pesquisa sôbre os característicos mecânicos dos aços para concreto armado e concreto protendido” do engº Fernando Braiman, na revista “Tecnologia” do (C.N.Pq.), nº 6.