



**Articulações em Concreto Armado  
Articulações em Concreto Protendido  
Dentes Gerber Simples e Múltiplos**

Prof. Eduardo C.  
S. Thomaz

**ARTICULAÇÕES DE CONCRETO PROTENDIDO**

**DENTES GERBER MÚLTIPLOS**

**Ensaio feito no Laboratório de Materiais da UERJ**

BIBLIOGRAFIA

- 1 - GOTTHARD FRANZ - Konstruktionslehre des Stahlbetons.
- 2 - E. MÖRSCH - Teoria y practica del Hormigon Armado - Puentes de Hormigon Armado.
- 3 - V. HAHN (FESTSCHRIFT G. FRANZ) - Das hochgezogene Auflager in Beton - fertigteilbau.
- 4 - J.R. ROBINSON - (FESTSCHRIFT G. FRANZ) - L'armature des consoles courtes.
- 5 - FERNANDO LUIZ LOBO CARNEIRO - Resistência ao esforço cortante no concreto armado e protendido. (1º Seminário Nacional de Pontes e Estruturas).
- 6 - FRITZ LEONHARDT - Spannbeton für die Praxis.
- 7 - FRITZ LEONHARDT - Vorlesungen über Massivbau I e III.
- 8 - SYDNEY M.G. DOS SANTOS - Cálculo estrutural na fase plástica.
- 9 - EGGERT/GROTE/KAUSCHKE - Lager im Bauwesen.
- 10 - FRITZ LEONHARDT e HORST REIMANN - Beton gelenke (D.A.f.st - Heft 175).
- 11 - EDUARD MÖNNIG e DIETER NETZEL - Beton gelenke der Bauingenieur - 1969 - Heft 12.
- 12 - DIX.J - Beton gelenke - D.A.f.st - Heft 150.
- 13 - FRITZ LEONHARDT - Schub versuche an Spannbeton-trägern - D.A.f.st - Heft 227.
- 14 - CEB - 1973 - Manuel de calcul - Effort Tranchant - Torsion.
- 15 - A.A. NORONHA Fº - Publicação Técnica nº 53 - Ponte Rio Niteroi.
- 16 - DIPL. ING. MOSHE ADIM - Durch längsdruck kräfte vereinfachte gelenke in Gerber - systemen - HAIFA Beton und Stahlbetonbau - 9/1974. **Ver Anexo 07**

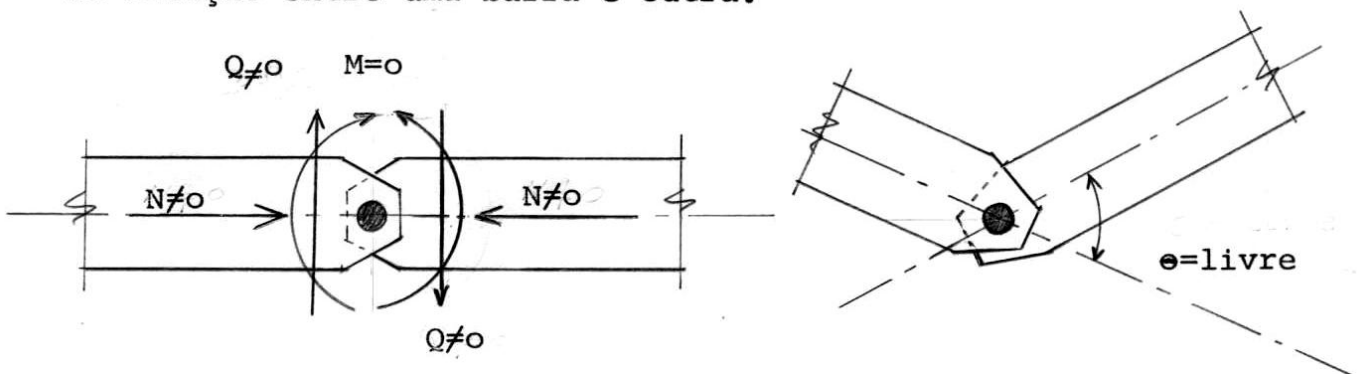
- 17 - A. RÖSLI (Sétimo Congresso da Assoc. Intern. de Pontes e Estruturas) - Gelenke aus Stahlbeton.
- 18 - TELEMACO VAN LANGENDONCK - Concreto armado.
- 19 - ZELLESER - Durlaufträger.
- 20 - KURT BEYER - Die Statik in Stahlbetonbau.
- 21 - MAX HERZOG - Beton und Stahlbetonbau 12/1974 - Die Schubbruch last von Spannbeton-balken nach Versuchen.
- 22 - SOCOTEC - Bureau Securitas - Mai/1974 - Annales ITBTP  
Recommandations provisoires concernant les parois flechies (poutres-cloisons) et les consoles comtes.
- 23 - BJØRN R. HERMANSEN - ACI Journal/February 1974 - Modified Shear - Friction Theory for Bracket Design.
- 24 - JACQUES FAUCHART - Annales do ITBTP - Studio sperimentale di giunti orizzontali fra pannelli prefabbricati per muri.
- 25 - BULLETIN d'INFORMATION Nº 87 DO CEB-FIP - Dispositions constructives en Beton Armé - 1973.
- 26 - Harold W.Conner , Paul H. Kaar , W. Gene Corley - Moment Redistribution in Precast Concrete Frame - ASCE Journal of the Structural Division - 1970
- 27 - Augusto Claudio Paiva e Silva - Tese : Apoio em Dentes de Vigas de Concreto Leve Armado e Protendido - COPPE - UFRJ - 1974
- 28 - Sueli Tavares de Melo Souza - Tese : Estudo Teórico-Experimental de Dentes de Vigas Gerber de Pontes de Concreto Armado - COPPE - UFRJ - 1974
- 29 - Sétra - Design guide - June 2003 - Translation 2007 - Prestressed concrete bridges built using cantilever method
- 30 - Jaime Mata Falcón - Experimental research on reinforced concrete dapped-end beams : shear strength and serviceability behavior- The 9th fib International PhD Symposium in Civil Engineering -Karlsruhe Intitute of Technology - 2012 - Germany
- 31 - Cours de béton armé - Mesnager, Augustin (1862-1933) Date : 1921 | disponible sur [http://patrimoine.enpc.fr/document/ENPC02\\_COU\\_4\\_26511\\_1921](http://patrimoine.enpc.fr/document/ENPC02_COU_4_26511_1921)

2.

INTRODUÇÃO

Um dos detalhes mais frequentes com que se defronta o engenheiro estrutural é a rótula.

Teoricamente, rótula é a ligação entre duas barras de uma estrutura, através da qual não há transmissão de momento fletor, isto é, uma ligação na qual há liberdade total de rotação entre uma barra e outra.



De acordo com a definição teórica, através da rótula só se transmitem os esforços normais (axiais) e os esforços cortantes (transversais).

No cálculo de uma estrutura tudo é feito como se a rótula fosse perfeita. Na verdade isto não é correto.

Na realidade, qualquer realização prática de rótula se afasta mais ou menos das condições teóricas.

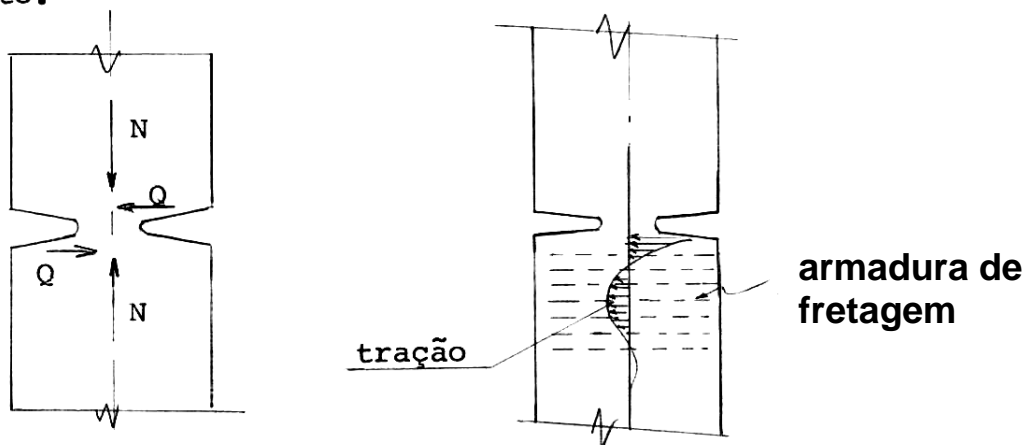
Deve-se observar, no entanto, que normalmente, nas estruturas de concreto, as rótulas não sofrem grandes rotações. Os aparelhos de Neoprene fretado, muito usados hoje em dia nas rótulas, admitem, em suas dimensões mais comuns, rotações de no máximo  $15 \times 10^{-3}$  radianos, isto é, aproximadamente  $1^\circ$ .

Entre os tipos de rótulas usadas nas estruturas de concreto armado ou protendido cabe-nos distinguir dois casos principais:

19) Rótulas em que há predominância do esforço normal (axial) sobre o esforço cortante (transversal)

Temos portanto neste caso  $N \gg Q$ .

A solução prática de concreto para esse caso é a imaginada por Freyssinet: consiste no estrangulamento da seção de concreto de tal forma que haja plastificação à compressão do concreto.



Esta articulação, como pode ser constatado na série de experiências realizadas por Dix [ 12 ] e Leonhardt [ 10 ] apresenta uma capacidade de rotação de até  $5 \times 10^{-3}$  raios aproximadamente.

Em fase de utilização, a relação entre  $N$  e  $Q$  deve ser  $Q \leq 0,25N$  e em fase de rutura pode-se alcançar  $Q \leq 0,6N$ .

O uso dessa rótula de concreto é consagrado universalmente devido à sua fácil execução, ao seu baixo custo e ao seu bom desempenho estrutural.

Embora haja tensões de tração transversais, cuja armação (fretagem) dificulta a concretagem, esta é sem dúvida, a melhor solução para a rótula de concreto numa barra onde  $N \gg Q$ .

Esta relação de esforços se dá sempre, ou quase sempre, nos pilares ou nos arcos.

Em algumas pontes, quando o esforço normal  $N$  na articulação Freyssinet dos pilares é pequena, usa-se aumentá-lo, artificialmente através da protensão.

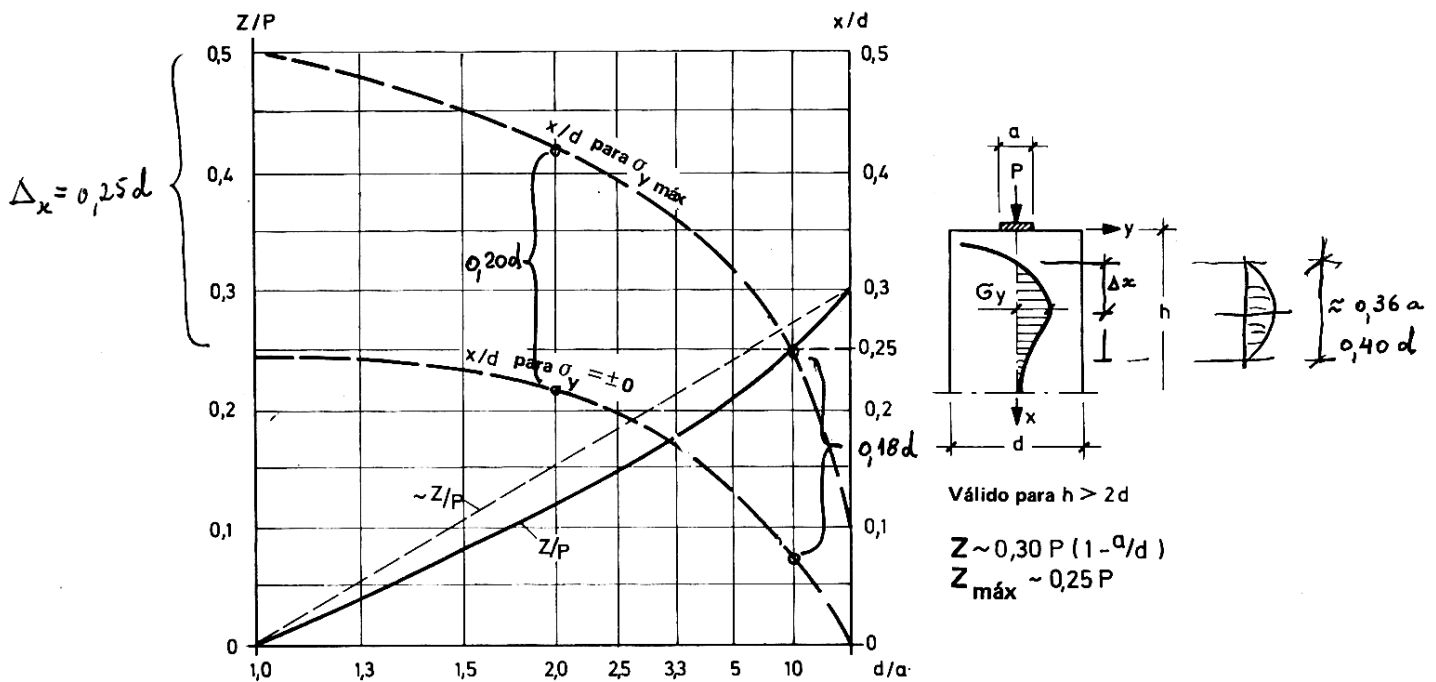
Assim foi feito por exemplo nos pilares extremos da ponte sobre o rio Pelotas (Rio Grande do Sul e Santa Catarina), ponte essa que tem 189 metros de vão central.

## Fritz Leonhardt - Eduard Moennig

### Construções de Concreto - Vol.2 - pág. 65 - 1979

Da área das tensões de tração da fig. 3.6, obtém-se o esforço de fendilhamento  $Z = \int \sigma_y dx$  para o qual a armadura deve ser dimensionada.

A distribuição desta armadura para combater o fendilhamento é obtida do desenvolvimento das tensões  $+\sigma_y$ . Na fig. 3.8, indicam-se: o valor de  $Z$  referido a  $P$ , o ponto onde  $\sigma_y = 0$  e o valor de  $\sigma_y$  máx referido a  $d$  para o caso de peças de comprimento ilimitado ( $h > 2d$ ). Para carga linear ( $a \rightarrow 0$  e  $d/a \rightarrow \infty$ ) surge o valor máximo possível do esforço de fendilhamento com  $Z_{\text{máx}} = 0,3 P$ .



**Figura 3.8** Valores do esforço de fendilhamento resultante, referido à carga  $P$ , localização da tensão transversal máxima  $\sigma_y$  máx e distância do ponto onde  $\sigma_y = 0$  ao bordo carregado, em chapas com  $h > 2d$  [ 40 ]

A linha que representa  $Z/P$  é quase reta, de modo que se pode adotar, aproximadamente:

$$Z \approx 0,3 P \left(1 - \frac{a}{d}\right) \quad (3.1)$$

Como  $d/a > 10$  raramente acontece, pode-se adotar, como critério prático

$$Z \approx 0,25 P \quad (3.2)$$

Para dimensionar a armadura de fretagem usar a força  $Z$  :

No estado limite de utilização (serviço), conforme indicado pela DIN 1045-1/ 2002 :

- limitar a abertura de fissura a 0,2mm
- limitar a tensão no aço em serviço  $\sigma \leq 240$  MPa
- usar barras com diâmetro máximo =12,5mm
- espaçamento máximo entre barras =10cm

## NBR6118

### 21.2 Regiões de introdução de cargas concentradas

#### 21.2.1 Pressão de contato em área reduzida

Havendo carga em área reduzida, deve ser disposta armadura para resistir a todos os esforços de tração, sempre que a possibilidade de fissuração do concreto puder comprometer a resistência do elemento estrutural.

Quando a carga atuar em área menor do que a da superfície do elemento estrutural, pode-se considerar aumentada a resistência do concreto, não ultrapassando o valor resistente de cálculo correspondente ao esmagamento, dado pela expressão:

$$F_{Rd} = A_{c0} f_{cd} \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \leq 3,3 f_{cd} A_{c0}$$

onde

$A_{c0}$  é a área reduzida carregada uniformemente;

$A_{c1}$  é a área máxima de mesma forma e mesmo centro de gravidade que  $A_{c0}$ , inscrita na área  $A_{c2}$ ;

$A_{c2}$  é a área total, situada no mesmo plano de  $A_{c0}$ .

No caso de  $A_{c0}$  ser retangular, a proporção a ser considerada entre os lados não pode ser maior que 2.

Os valores dados por essa equação devem ser reduzidos se a carga não for uniformemente distribuída ou se existirem tensões de cisalhamento. Essa expressão não se aplica a ancoragens de protensão, cuja segurança deve ser garantida por ensaios de certificação do sistema.

A Figura 21.1 ilustra alguns casos em que a fissuração pode comprometer a resistência do elemento estrutural, e deve ser disposta armadura para resistir aos esforços de tração. Nestes casos pode ser aplicado o método de bielas e tirantes, conforme a Seção 22.

#### 21.2.2 Articulações de concreto

São articulações obtidas por meio de um núcleo reduzido do concreto, transmitindo esforços que podem ser reduzidos a uma força, cuja inclinação deve ser no máximo igual a 1/8, conforme mostrado na Figura 21.2.

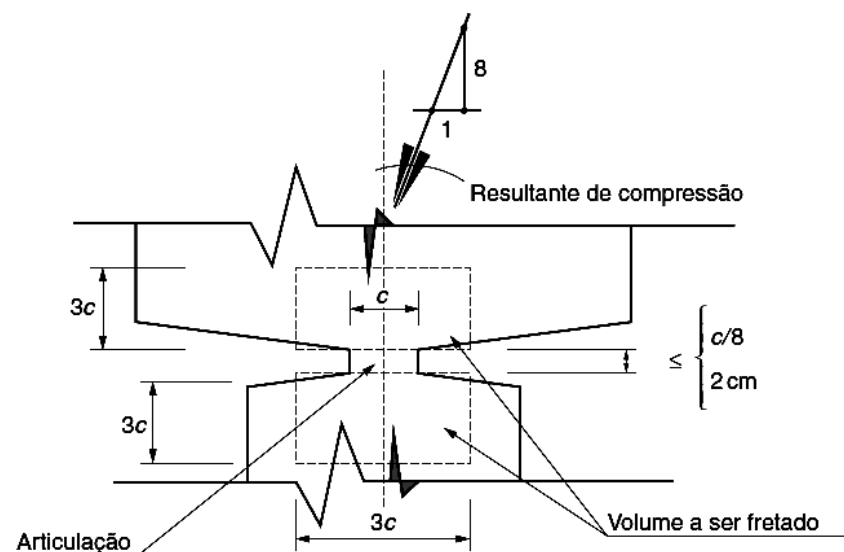


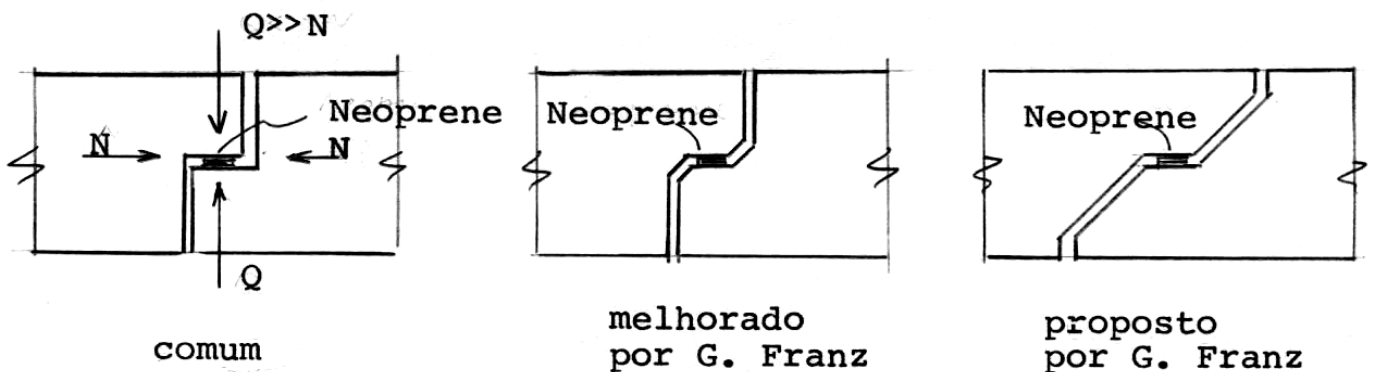
Figura 21.2 – Região de articulação de concreto

29) Rótulas em que há predominância do esforço cortante (transversal) sobre o esforço normal (axial).

Temos neste caso  $Q \gg N$ .

Tais rótulas são encontradas nas vigas tipo Gerber, muito usadas nas construções de pontes.

Nestas vigas a rótula usada quase que universalmente é o dente Gerber.



O esquema da figura indica a evolução da rótula Gerber.

Usualmente são utilizadas nessas rótulas placas de Neoprene fretado para permitir também deformações axiais das vigas, provenientes da retração, deformação lenta (em vigas protendidas) e deformações térmicas.

Tal tipo de rótula foi exhaustivamente estudada por Gotthard Franz [ 1 ], que procurou, como se pode observar na figura, evitar os cantos vivos, onde há concentração de tensões de tração, visando naturalmente diminuir o risco de fissuração excessiva, obter menor densidade de armação e em consequência melhor concretagem.

Esse tipo de dente Gerber proposto por G. Franz (ver a figura acima) foi usado na viga da ponte Rio-Niterói [ 15 ] .

Para a armadura do Dente Gerber ver os links:

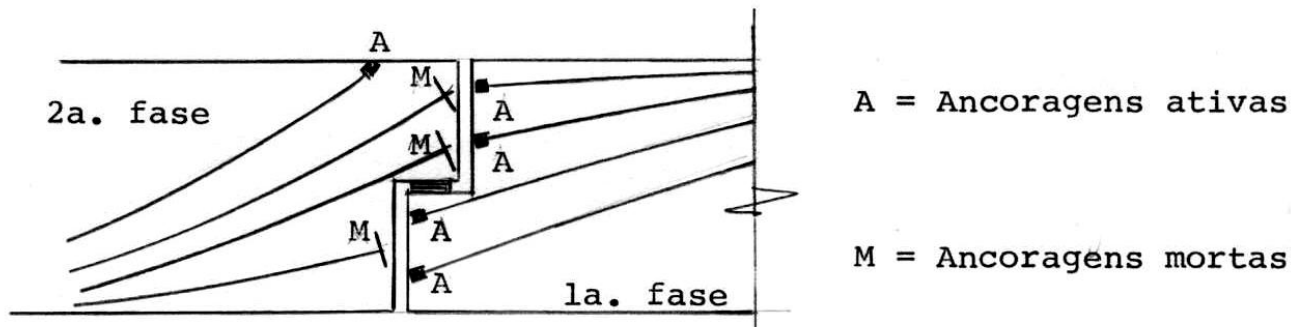
[http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/dente\\_gerber/dente\\_gerber.pdf](http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/dente_gerber/dente_gerber.pdf)

[http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/bloco\\_sobre\\_estacas/biola\\_tirante.pdf](http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/bloco_sobre_estacas/biola_tirante.pdf)



Uma característica negativa do dente Gerber é que o cortante tem que ser resistido apenas pela metade da altura da viga.

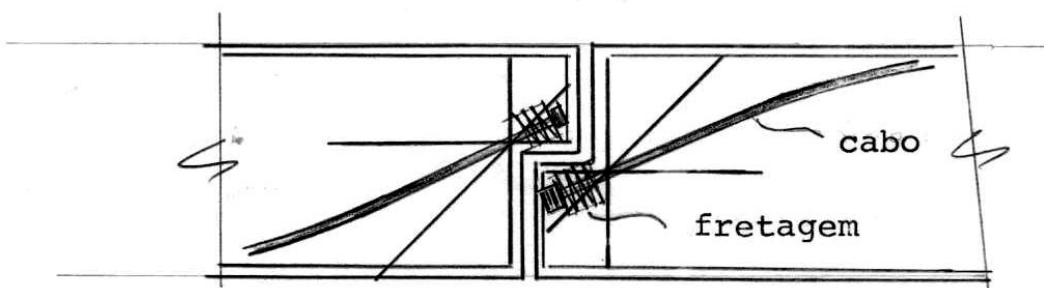
No caso de vigas de concreto protendido é comum nos dentes Gerber o uso de ancoragens mortas (passivas), como indicado na figura abaixo.



Tais ancoragens mortas, usadas face à impossibilidade da protensão direta dos cabos junto ao dente, são sempre de eficácia duvidosa.

Não se pode nunca assegurar que a protensão do cabo, feita da outra extremidade, tenha atingido essas ancoragens mortas.

Um dos aspectos negativos dos dentes Gerber é a grande densidade de armação agravada nas vigas protendidas pela presença das ancoragens e suas respectivas fretagens.

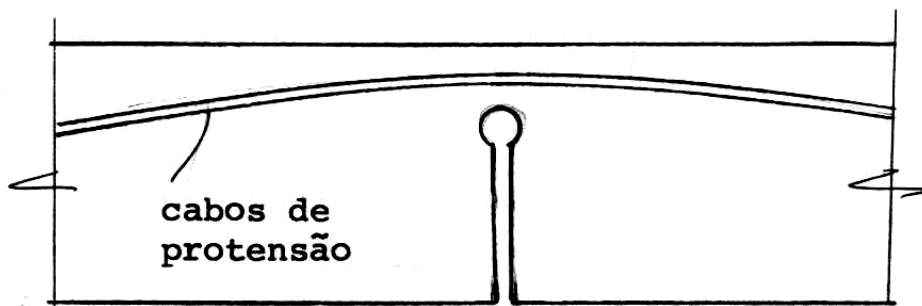


Tal densidade de armação ocasiona normalmente falhas de execução, como ferros fora da posição, concreto mal vibrado etc.

Embora como já citado, apresente alguns problemas, os dentes Gerber são muito usados nas vigas de pontes.

Além dos dois tipos de rótulas indicados acima, existem outros tipos de articulações, como por exemplo:

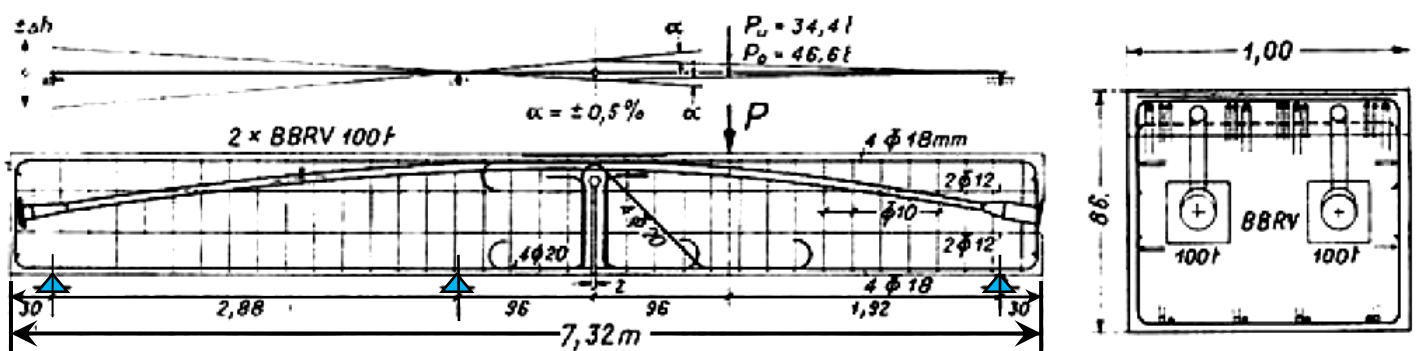
Rótula Hauri [ 17 ] , onde através da articulação passa um cabo de protensão visando a melhorar a resistência ao esforço cortante.



Esta rótula tem a característica de não criar juntas na face superior da estrutura.

Esse tipo de articulação não foi muito usado, devido à sua baixa resistência à força cortante.

Só em poucos casos se usa esse tipo de rótula.



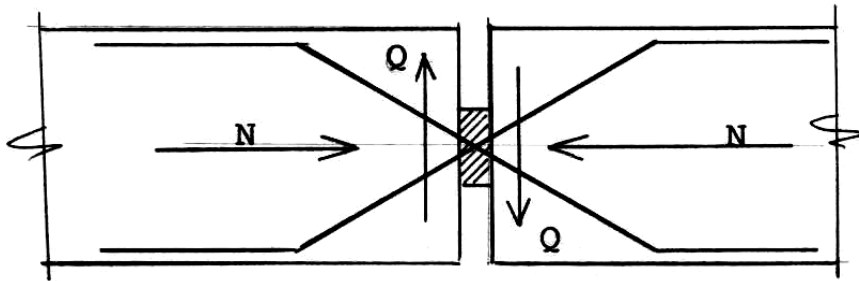
Ensaio - **Ver detalhes no Anexo 04**

## RÓTULA MESNAGER

[http://patrimoine.enpc.fr/document/ENPC02\\_COU\\_4\\_26511\\_1921](http://patrimoine.enpc.fr/document/ENPC02_COU_4_26511_1921)

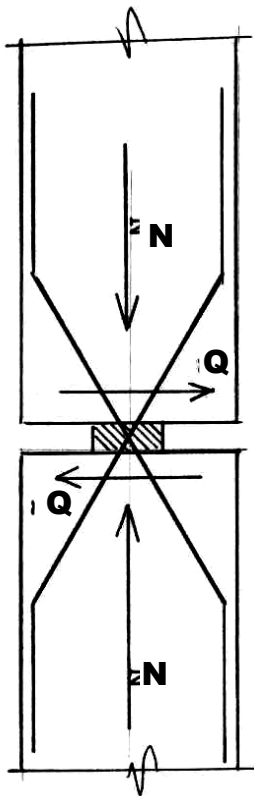
VER ANEXO 2

Rótula Mesnager [ 18 ] , onde o concreto da articulação tem apenas a função de proteger a armação, sendo os esforços  $N$  (normal) e  $Q$  (cortante), transmitidos pelos ferros.



OU

VER ANEXO 04



Na época de 1930, o cálculo das estruturas sem o auxílio dos computadores era muito trabalhoso.

Eram usados o método de Cross (iterações numéricas sucessivas) ou o método dos Pontos Fixos ( gráfico).

Para reduzir o grau de hiper-estaticidade das estruturas eram criadas rótulas nessas estruturas.

As vigas com rótulas eram as vigas Gerber, isostáticas.

Nos pórticos e nos arcos colocavam-se rótulas nas seções de apoio,

Se os quadros e arcos ainda tivessem mais uma rótula, além ds duas dos apoios, tínhamos os quadros tri-articulados ou os arcos tri-articulados, que eram isostáticos.

Ver link :

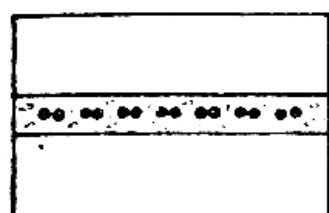
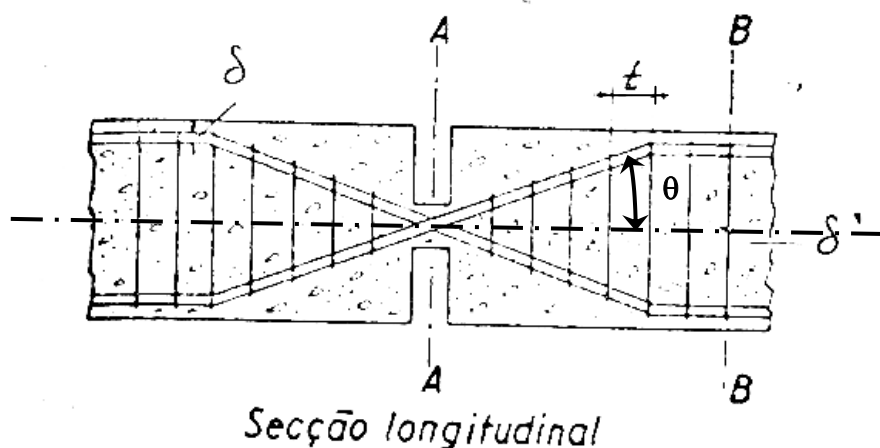
<http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/isostatica/apostila.html>

**Telemaco van Langendonck**  
**Cálculo de Concreto Armado - Volume 1 - página 345**

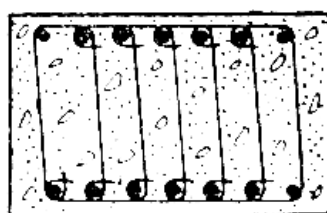
Blocos de apoio, § 182

345

barras cruzadas ancoradas nos blocos e cuja função é transmitir a força normal e resistir à força cortante que se manifestam entre os dois blocos



Secção A A



Secção B B

Fig. 206

ção de proteger o aço, não lhe cabendo, pelo menos em teoria, qualquer colaboração na transmissão dos esforços.

No cálculo de uma articulação Mesnager deve considerar-se<sup>313</sup>.

- 1.º) a resistência das barras tomadas isoladamente (na parte entre os dois blocos);
- 2.º) a aderência delas ao concreto; e
- 3.º) a armadura transversal dos blocos.

1.º — A força máxima que actua longitudinalmente em uma barra é

$$F = \frac{1}{2m} \left( \frac{Q}{\sin \theta} + \frac{N}{\cos \theta} \right) \quad (182.1)$$

onde  $N$  e  $Q$  são os valores absolutos das forças axial e cortante na secção da articulação,  $m$  é o número de pares de barras, e  $\theta$  é o ângulo que estas fazem com o eixo da peça (fig. 206)

Exemplo :  $Q=20\text{ton}$  ;  $N= 40 \text{ ton}$  ;  $\theta =35$  graus ;  $m = 7$  pares de barras

$$F = \frac{1}{2 \times 7} \times \left( \frac{20\text{ton}}{\sin 35^\circ} + \frac{40\text{ton}}{\cos 35^\circ} \right) = 5,98 \text{ ton em uma barra}$$

O aço a usar é o aço CA25, sem nervuras, e a tensão em serviço deve ser  $\sigma \leq 800\text{kgf/cm}^2$   
 Área da barra =  $5,98\text{ton} / 800\text{kgf/cm}^2 = 7,5 \text{ cm}^2 \gg \gg$  Usar 7x2 barras de 32mm com  $8\text{cm}^2$ .

(figs. 206 a 208). Não se confunde com o caso estudado no § 181, porquanto lá a função das barras, quando existiam (fig. 200e, onde as barras, que aí se vêm rectas também podem ser postas em cruz), era apenas o de resistir à força cortante, cabendo a outro material (o chumbo, no caso da fig. 200e) a transmissão da força normal. Também não se confunde com a articulação Freyssinet (§ 184), porque o concreto que reveste a armadura na secção reduzida tem, na articulação Mesnager, apenas a fun-

**RÓTULA MESNAGER**

1930 - Obra do Arsenal de Marinha na Ilha das Cobras - RJ  
Projeto do Eng. Prof. Antonio Alves de Noronha

Armaduras em X das  
Rótulas Mesnager ,  
nas bases dos pilares

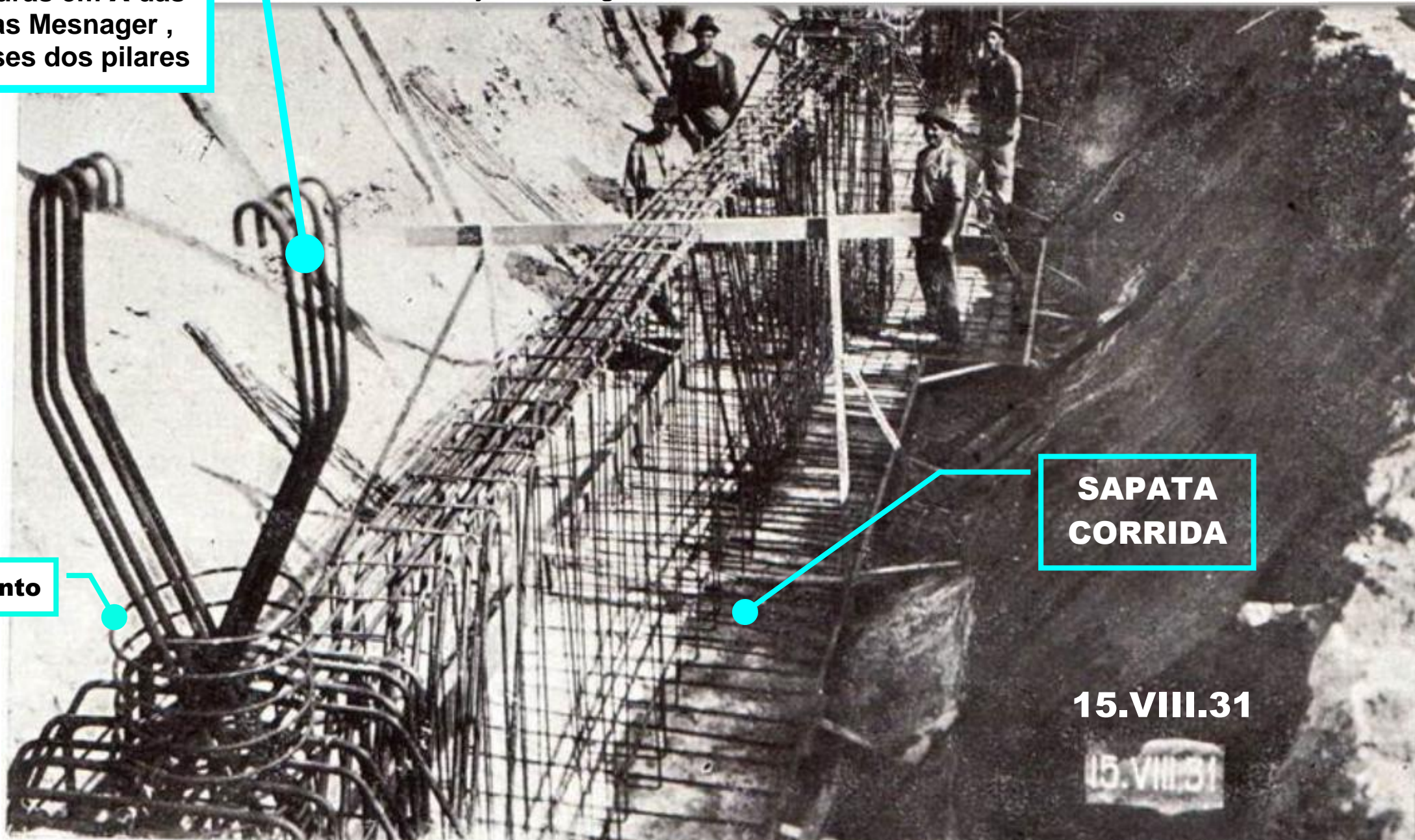
Cintamento

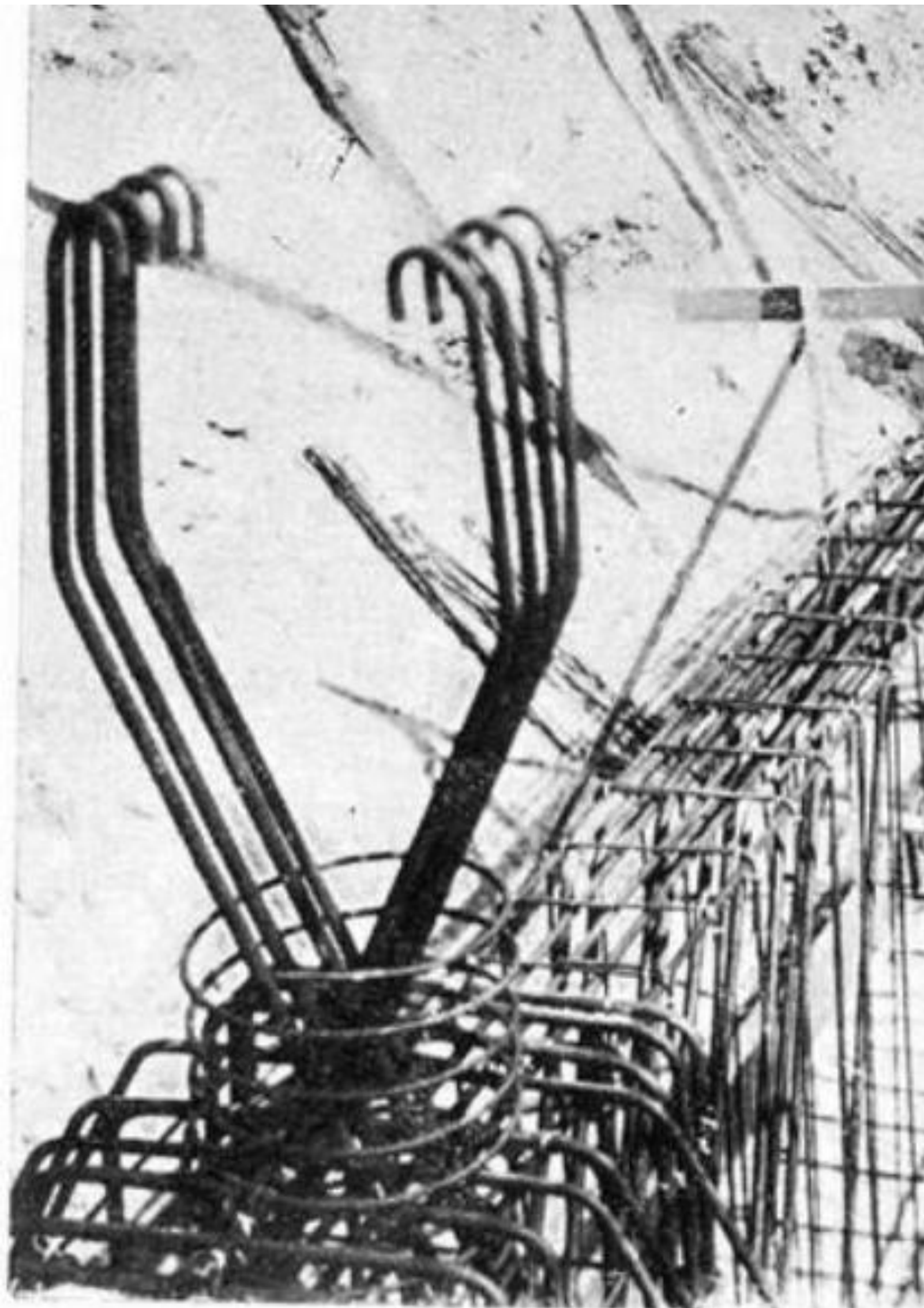
SAPATA  
CORRIDA

15.VIII.31

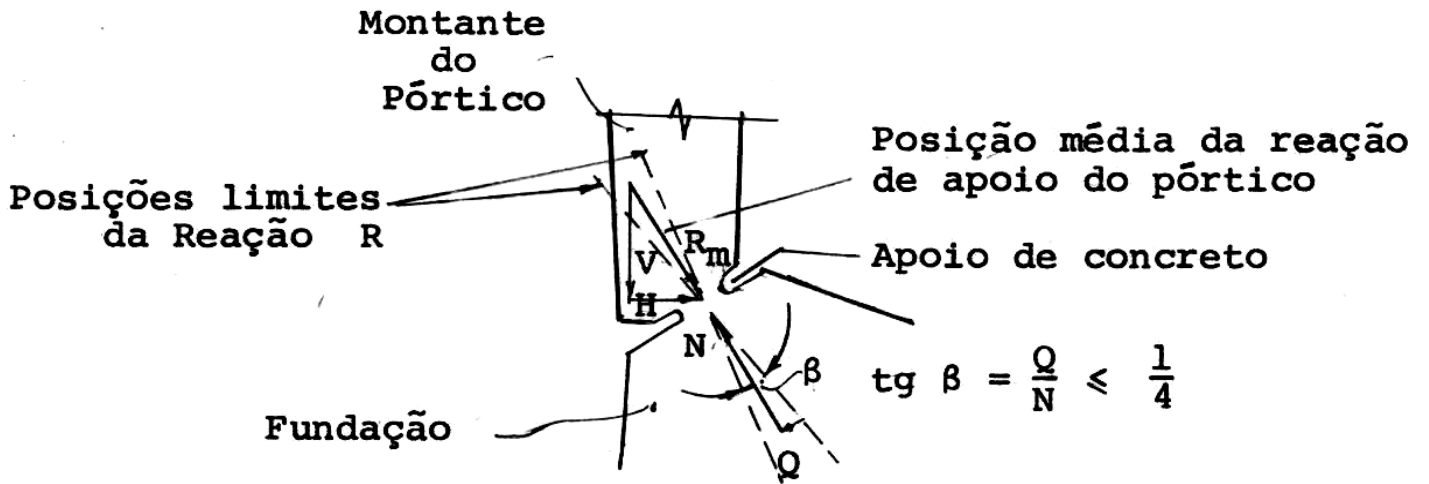
15.VIII.31

**VER ANEXO 05**

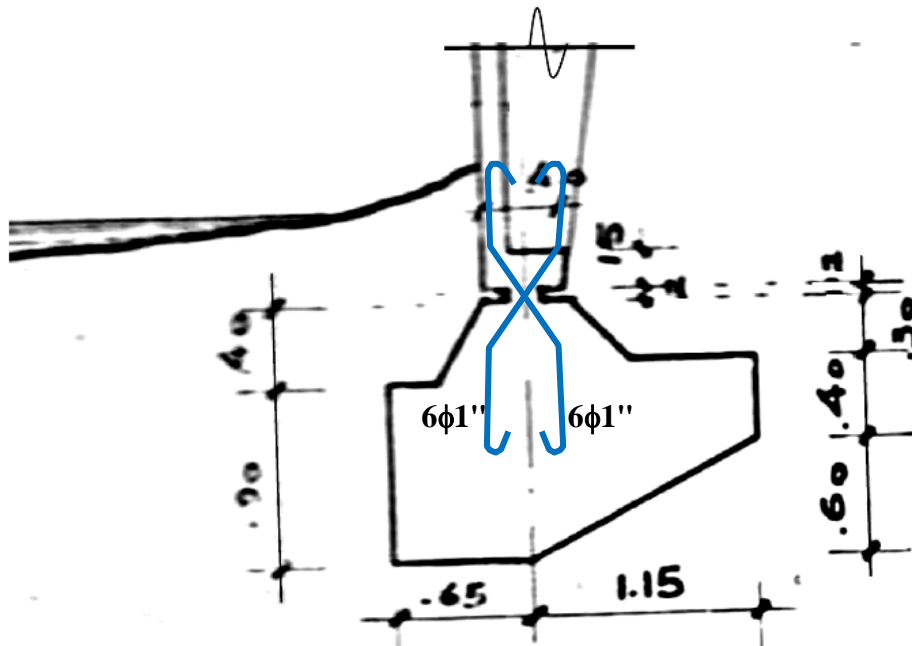
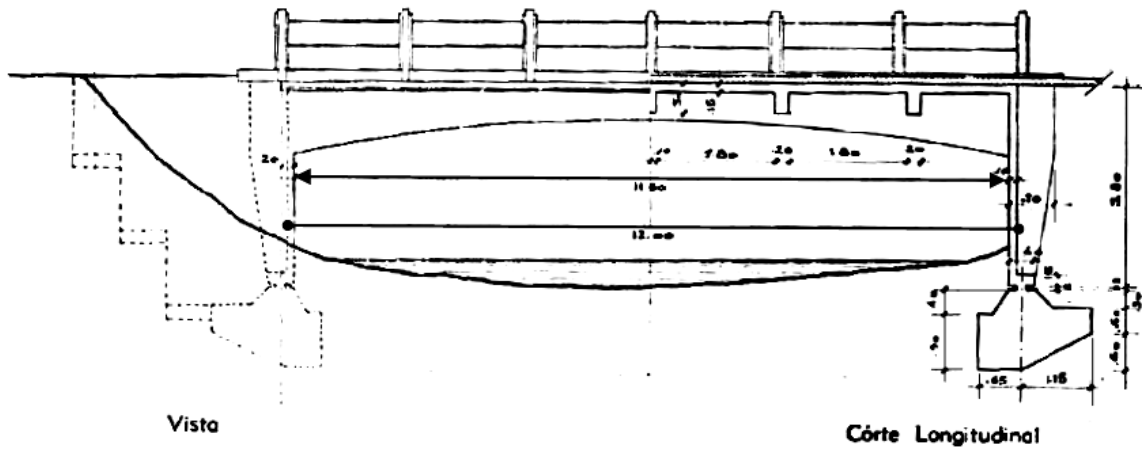


**ZOOM - Ferros de 1.1/4" = 32mm****VER ANEXO 05**

## RÓTULA MESNAGER



### Exemplo de Rótula Mesnager : Ponte da Avenida dos Três Rios - Jacarépagua/RJ



Revista Municipal de Engenharia - RJ - 1938 - Número 1

Na articulação Mesnager : Q = 19 ton e N = 37 ton

Articulações Mesnager com 6 vergalhões cruzados de 1" , aço CA25.

# Les articulations dans les constructions en béton armé

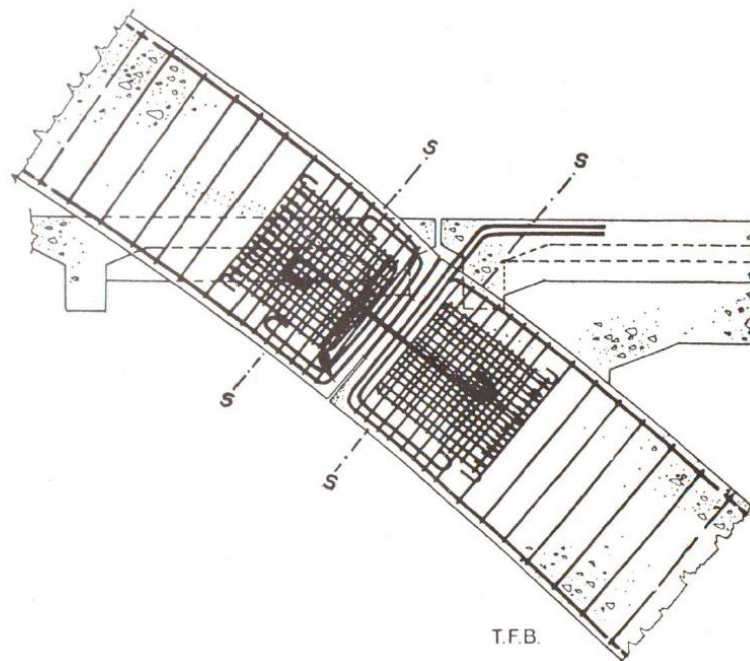
Bulletin du Ciment - volume: 16-17 (1948-1949)

<https://www.e-periodica.ch/digbib/view?pid=bci-001:1948:16::55> issue 9

## Pont de Lindóia sur le Rio do Peixe, Brésil.

Boletim No. 22 de Instituto de Pesquisas Tecnológicas de Sao Paulo

**Fig. 1 Articulation à roulement, en béton armé, à la naissance d'une voûte à 3 articulations ( tablier suspendu ).**



**Ponte sobre o Rio do Peixe - Lindóia - SP**





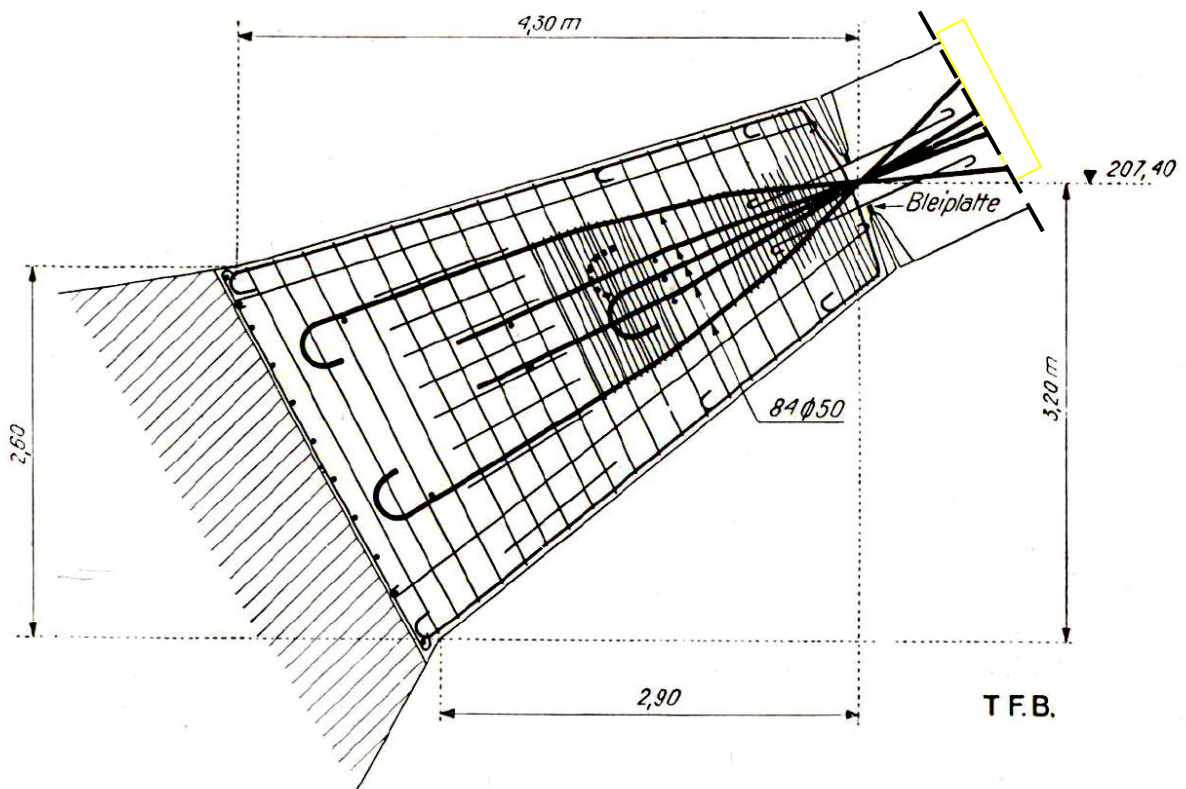
**Ponte sobre o Rio do Peixe - Lindoia - SP**

+++

## **Pont de la rivière Maggia près de Locarno.**

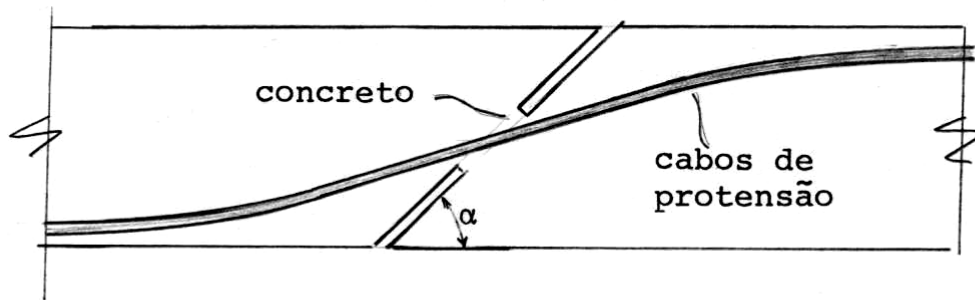
(Rapport No. 99 du LFEM)

**Fig. 2 Articulation élastique à la naissance d'une voûte.**



Após a análise dos dois tipos básicos de articulação (Freyssinet e Gerber), parece-nos possível estudar duas variantes de rótulas e dentes.

1º) Rótula de concreto protendido

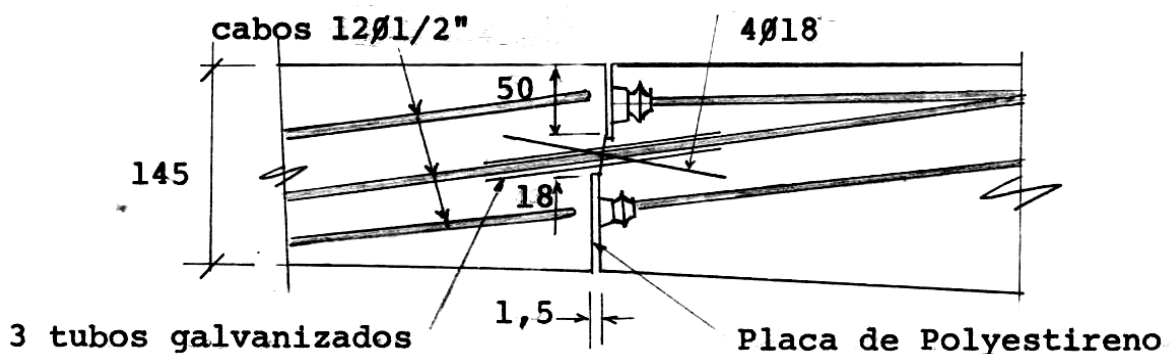


- Características:
- 1 - É fixa, não permitindo deslocamentos axiais.
  - 2 - É atravessada por cabos de protensão com força devidamente calculada.

Este tipo de rótula apresenta como limites justamente, a rótula Freyssinet ( $\alpha = 90^\circ$ ) e o dente Gerber ( $\alpha = 0$ ).

A respeito dessa rótula de concreto protendido realizamos apenas um estudo teórico que apresentamos adiante.

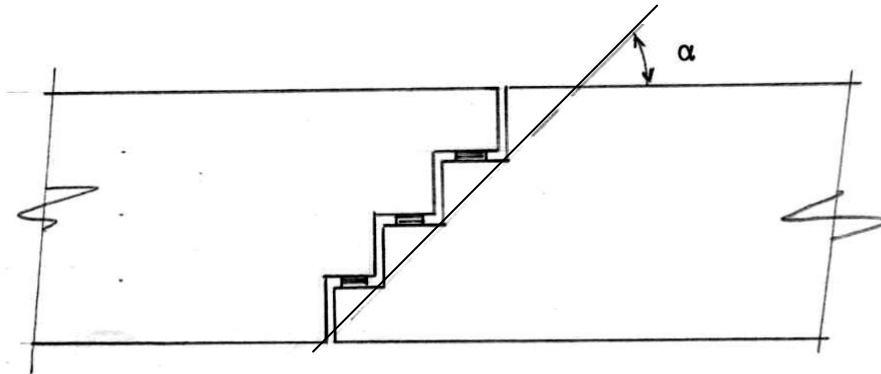
Não realizamos nenhum ensaio experimental, porém podemos indicar que recentemente foi feita ponte com uma articulação semelhante [ 16 ] .



**Ver Anexo 07**

Também deve ser lembrado que é usual na nascença dos quadros inclinar o plano das articulações procurando a direção da força resultante do Normal  $N$  e do Cortante  $Q$  (ver [ 1 ] pag. 383).

## 29) Dente Gerber Múltiplo



- Características:
- 1 - É móvel axialmente, permitindo deslocamentos de retração, etc.
  - 2 - A resistência ao cortante é grande.
  - 3 - A capacidade de rotação parece ser pequena, sendo função da altura dos Neoprenes.

No caso do dente múltiplo, além de uma análise teórica realizamos também na UEG o ensaio de uma viga Gerber de 2 vãos com um tal tipo de dente Gerber múltiplo.

Para que a transmissão do cortante não fosse influenciada pela rotação do dente, neste ensaio colocou-se o dente numa posição em que a rotação relativa fosse teoricamente nula. O resultado desse ensaio é apresentado mais adiante.

3.

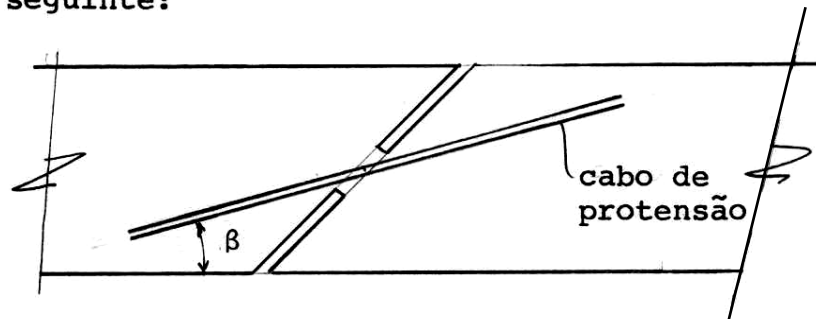
ARTICULAÇÃO DE CONCRETO PROTENDIDO

## 3.1

Conceitos Básicos

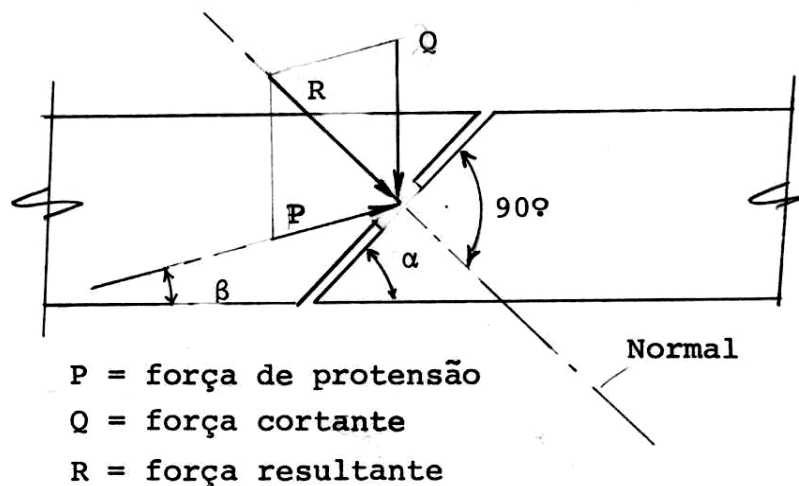
Comparando os dois tipos de rótula: de pilar ( $N \gg Q$ ) e de viga ( $Q \gg N$ ), chega-se à conclusão que o primeiro é mais simples, eficiente e seguro em termos de fissuração. Isto nos levou a imaginar uma solução semelhante à rótula de pilar aplicável também às vigas. E é justamente esta solução que analisaremos a seguir.

O esquema básico da articulação de concreto protendido seria o seguinte:



Teríamos um estrangulamento na seção de concreto semelhante à rótula de pilar e como o esforço normal de compressão é favorável ao concreto, introduzimos um cabo de protensão comprimindo a rótula com uma certa intensidade e uma certa inclinação previamente estudadas. Com isso teremos uma aplicação da protensão às rótulas de concreto, (o que já se faz nas rótulas de pêndulos ou pilares quando o esforço normal é pequeno e precisa ser majorado).

Temos, portanto, o seguinte esquema de forças na seção:

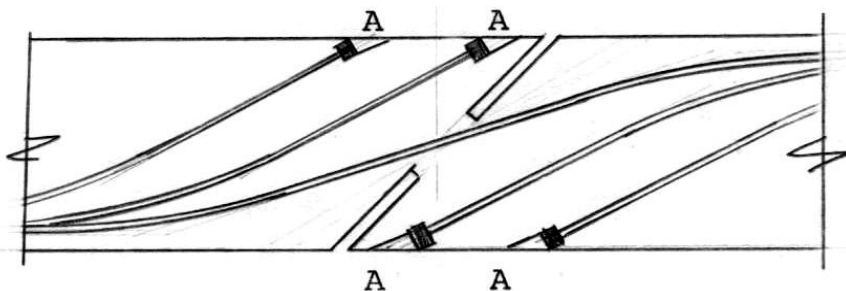
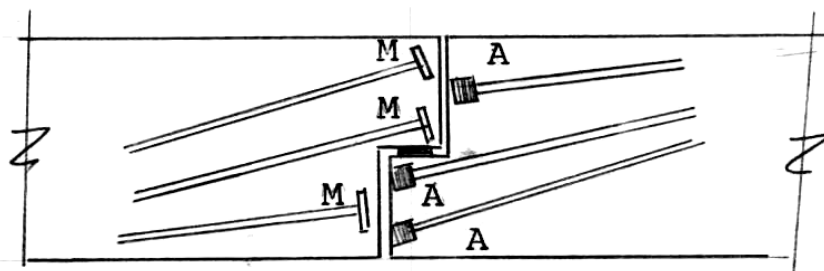


A força de protensão composta com o cortante daria uma resultante que se aproximaria da normal ao estrangulamento da seção, o que faria reproduzir as condições das rótulas de pilar, que tão bem tem desempenhado suas funções estruturais.

Este tipo de rótula teria três vantagens que nos parecem evidentes:

- 1º) Eliminação das concentrações de tensões de tração que ocorre nos cantos vivos dos dentes Gerber.
- 2º) A facilidade de concretagem de ambos os lados da rótula.
- 3º) O fato de que ficam eliminados todos os artifícios para a protensão dos cabos dos dentes Gerber simples, como por exemplo as ancoragens mortas, de reduzida eficiência pela distância ao ponto de protensão.

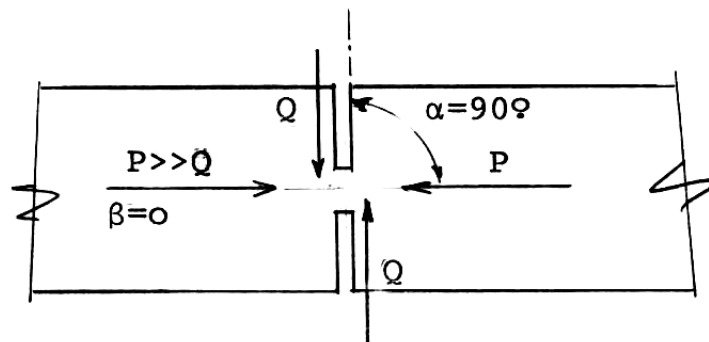
Das figuras abaixo podemos comparar as duas soluções apenas em termos executivos:



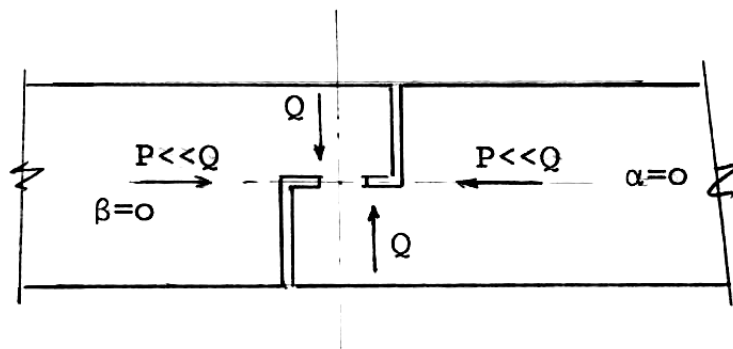
A = Ancoragens ativas  
M = Ancoragens mortas

É interessante observar que, em termos de geometria, a solução pode levar aos dois extremos hoje usados comumente. Senão, vejamos:

- para  $\alpha = 90^\circ$  e  $\beta = 0$ , teremos a rótula Freyssinet em que  $P$  é o esforço normal que, nos pilares e arcos, não precisa ser produzido por protensão, pois já existem em virtude de sua posição na estrutura.



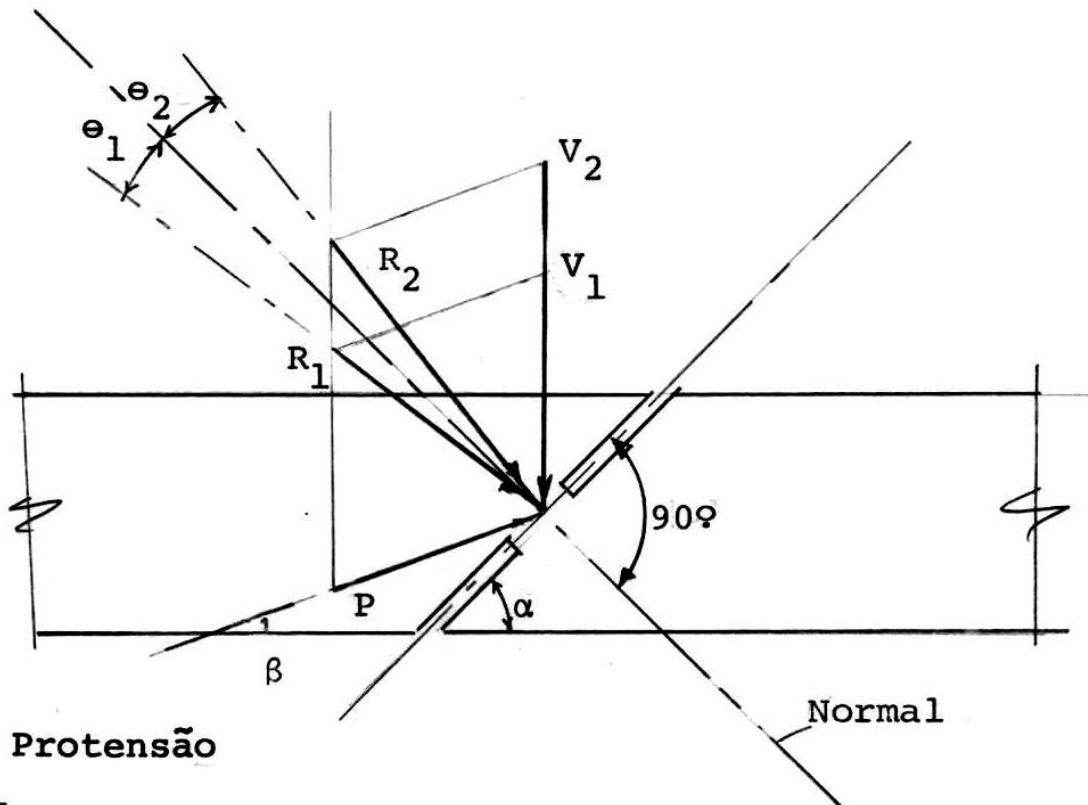
- para  $\alpha = 0$  e  $\beta = 0$ , teremos o dente Gerber ou a rótula de viga, apenas fazendo  $P=0$  ou quase zero.



Esta variação, de um extremo ao outro parece indicar que a solução é viável.

Foi feito um estudo baseado apenas na composição de forças para a verificação da viabilidade prática de tal solução. Se chegássemos a forças de protensão exageradas, ou se a variação admissível para o cortante fosse mínima, ou se os ângulos de inclinação do cabo de protensão necessária contrariassem as disposições práticas, tal rótula não seria exequível. Este estudo só apresentou resultados satisfatórios, como se poderá observar adiante.

## 3.2

Dados do Problema

$P = \text{Protensão}$

$$V_1 = V_{\min}$$

$$V_2 = V_{\max}$$

$\alpha = \text{ângulo de inclinação da articulação com a horizontal.}$

$\beta = \text{ângulo da força de protensão com a horizontal.}$

## 3.3

Análise do Problema

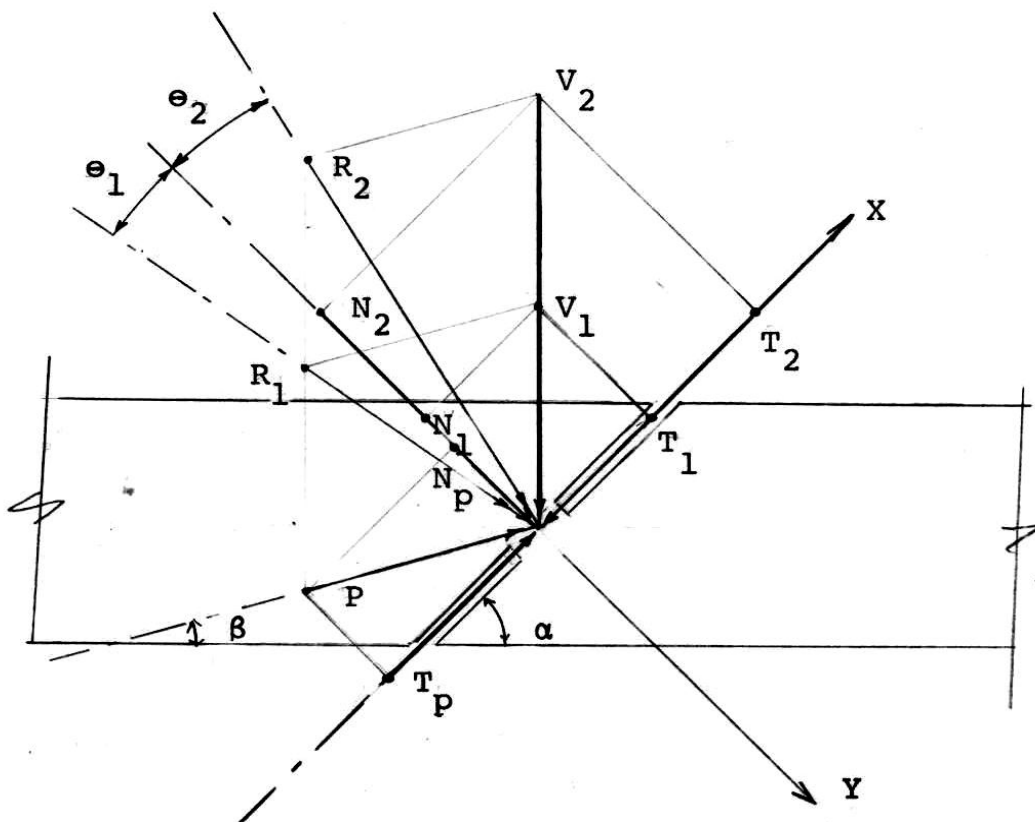
Temos um problema de composição de forças, envolvendo as seguintes grandezas:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  e  $P$ . O problema pode ser posto nos seguintes termos: conhece-se a reação mínima,  $V_1$  e a reação máxima,  $V_2$ , numa viga, e se deseja fixar o ângulo  $\alpha$  da articulação e a protensão necessária, caracterizada pelo seu ângulo  $\beta$  e pelo seu valor absoluto  $P$ .

Uma outra grandeza conhecida é  $\theta$ , ângulo limite das resultantes das forças aplicadas na articulação. Segundo estudos de Johannes Dix (Deutscher Ausschuss für Stahlbeton-Heft 150) e Fritz Leonhard e Horst Reimann (Deutscher Ausschuss für Stahlbeton-Heft 175), a relação entre o cortante e o esforço normal numa rótula de concreto deverá ser:  $\frac{Q}{N} \leq 0,25$ . Esta condição corresponde a um ângulo limite  $\theta$  tal que  $\text{tg } \theta \leq 0,25$ , ou seja,  $\theta \leq 14^\circ$ , aproximadamente.

Temos, portanto, 3 grandezas conhecidas e 3 a determinar. Como as composições de  $V_1$  com  $P$  e  $V_2$  com  $P$  fornecerão 2 equações limites, será necessária mais uma equação que poderá ser obtida fixando-se  $\alpha$  ou fixando-se uma condição de mínimo para  $P$ . É, portanto, um problema que admite várias soluções.

### 3.4

#### Formulação Matemática do Problema



$X, Y$  - sistema de eixos coordenados, sendo  $X$  o eixo coincidente com a inclinação da articulação.



$$\text{Temos: } \vec{R}_1 = \vec{V}_1 + \vec{P}$$

$$\vec{R}_2 = \vec{V}_2 + \vec{P}$$

$$\beta \leq \alpha$$

$$\theta \leq 14^\circ$$

Projetando  $\vec{V}_1, \vec{V}_2$  e  $\vec{P}$  nos eixos  $x, y$ , obtemos:

$$\begin{cases} T_1 = V_1 \operatorname{sen} \alpha \\ N_1 = V_1 \operatorname{cos} \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 = V_2 \operatorname{sen} \alpha \\ N_2 = V_2 \operatorname{cos} \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_p = P \operatorname{cos} (\alpha - \beta) \\ N_p = P \operatorname{sen} (\alpha - \beta) \end{cases}$$

Compondo  $V_1$  com  $P$ :

$$\begin{cases} T'_1 = T_p + T_1 = P \operatorname{cos} (\alpha - \beta) - V_1 \operatorname{sen} \alpha \\ N'_1 = N_p + N_1 = P \operatorname{sen} (\alpha - \beta) + V_1 \operatorname{cos} \alpha \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{T'_1}{N'_1} = \frac{P \operatorname{cos} (\alpha - \beta) - V_1 \operatorname{sen} \alpha}{P \operatorname{sen} (\alpha - \beta) + V_1 \operatorname{cos} \alpha} \leq 0,25 \quad (1)$$

Compondo  $V_2$  com  $P$ :

$$\begin{cases} T'_2 = T_p + T_2 = -P \cos(\alpha - \beta) + V_2 \operatorname{sen} \alpha \\ N'_2 = N_p + N_2 = P \operatorname{sen}(\alpha - \beta) + V_2 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{T'_2}{N'_2} = \frac{-P \cos(\alpha - \beta) + V_2 \operatorname{sen} \alpha}{P \operatorname{sen}(\alpha - \beta) + V_2 \cos \alpha} \leq 0,25 \quad (2)$$

De (1):

$$P \cos(\alpha - \beta) - V_1 \operatorname{sen} \alpha \leq \frac{1}{4} (P \operatorname{sen}(\alpha - \beta) + V_1 \cos \alpha)$$

$$P \left[ \cos(\alpha - \beta) - \frac{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{4} \right] \leq V_1 \left( \operatorname{sen} \alpha + \frac{\cos \alpha}{4} \right)$$

$$P \leq V_1 \frac{4 \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha}{4 \cos(\alpha - \beta) - \operatorname{sen}(\alpha - \beta)} \quad (3)$$

De (2):

$$-P \cos(\alpha - \beta) + V_2 \operatorname{sen} \alpha \leq \frac{1}{4} (P \operatorname{sen}(\alpha - \beta) + V_2 \cos \alpha)$$

$$P \left[ \cos(\alpha - \beta) + \frac{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{4} \right] \geq V_2 \left( \operatorname{sen} \alpha - \frac{\cos \alpha}{4} \right)$$

$$P \geq V_2 \frac{4 \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha}{4 \cos(\alpha - \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)} \quad (4)$$

De (3) e (4):

$$\frac{4 \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha}{4 \cos(\alpha - \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)} V_2 \leq P \leq \frac{4 \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha}{4 \cos(\alpha - \beta) - \operatorname{sen}(\alpha - \beta)} V_1$$

Com  $V_1 = kV_2$ :

$$\frac{4 \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha}{4 \cos(\alpha - \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)} \leq \frac{P}{V_2} \leq \frac{4 \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha}{4 \cos(\alpha - \beta) - \operatorname{sen}(\alpha - \beta)} k \quad (5)$$

Os valores das expressões acima foram tabelados em função de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $k$ . (Ver adiante).

Caso Particular

Condição de simetria:  $\theta_1 = \theta_2$

De (1) e (2):

$$\frac{P \cos(\alpha - \beta) - V_1 \operatorname{sen} \alpha}{P \operatorname{sen}(\alpha - \beta) + V_1 \cos \alpha} = \frac{-P \cos(\alpha - \beta) + V_2 \operatorname{sen} \alpha}{P \operatorname{sen}(\alpha - \beta) + V_2 \cos \alpha}$$

$$2 P^2 \operatorname{sen}(\alpha - \beta) \cos(\alpha - \beta) + P V_2 (\cos(\alpha - \beta) \cos \alpha - \operatorname{sen}(\alpha - \beta) \operatorname{sen} \alpha) + P V_1 (\cos(\alpha - \beta) \cos \alpha - \operatorname{sen}(\alpha - \beta) \operatorname{sen} \alpha) = 2 V_1 V_2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

$$P^2 \operatorname{sen}^2(\alpha - \beta) + P V_2 \cos((\alpha - \beta) + \alpha) + P V_1 \cos((\alpha - \beta) + \alpha) = V_1 V_2 \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$P^2 \operatorname{sen}^2(\alpha - \beta) + P(V_1 + V_2) \cos(2\alpha - \beta) - V_1 V_2 \operatorname{sen}^2 \alpha = 0$$

Com  $V_1 = k V_2$ ,  $0 \leq k \leq 1$

$$P^2 \operatorname{sen}^2(\alpha - \beta) + P V_2 (k+1) \cos(2\alpha - \beta) - k V_2^2 \operatorname{sen}^2 \alpha = 0$$

Com  $u = \frac{P}{V_2}$

$$\operatorname{sen}^2(\alpha - \beta) u_s^2 + (k+1) \cos(2\alpha - \beta) u_s - k \operatorname{sen}^2 \alpha = 0$$

que é uma equação do 2º grau do tipo  $Ax^2 + Bx + C = 0$ , com 2 raízes:

$$u_s = \frac{-((k+1) \cos(2\alpha - \beta)) \pm}{2 \operatorname{sen}^2(\alpha - \beta)}$$

$$\frac{\sqrt{((k+1) \cos(2\alpha - \beta))^2 + (4k \operatorname{sen}^2(\alpha - \beta) \operatorname{sen}^2 \alpha)}}{2 \operatorname{sen}^2(\alpha - \beta)}$$

com  $\beta < \alpha$

para  $\beta = \alpha - 90^\circ \rightarrow A=0 \rightarrow u_s = \frac{k \operatorname{sen} 2 \alpha}{(k+1) \cos(2 \alpha - \beta)}$

para  $\beta = 2 \alpha - 90^\circ \rightarrow B=0 \rightarrow u_s = \sqrt{\frac{k \operatorname{sen} 2 \alpha}{\operatorname{sen} 2(\alpha - \beta)}}$

para  $\beta = \alpha = 90^\circ \rightarrow A=B=0 \rightarrow u_s \text{ é indeterminado}$

## 3.5

Valores Mínimos

Para um determinado  $\alpha$ , o valor de  $\beta$  que conduz a uma protensão necessária mínima, será:

de (4):

$$P \geq V_2 \frac{4 \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha}{4 \cos(\alpha - \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)}$$

$$4 \cos(\alpha - \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta) = \text{máx.}$$

$$\frac{d}{d\beta} (4 \cos(\alpha - \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)) = 0$$

$$4 \operatorname{sen}(\alpha - \beta) - \cos(\alpha - \beta) = 0$$

$$4 \operatorname{tg}(\alpha - \beta) - 1 = 0$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = 0,25$$

$$\alpha - \beta \cong 14^\circ$$

Por exemplo  $\alpha = 45^\circ \rightarrow \beta \cong 30^\circ$

Exemplo:

Numa viga Gerber temos na articulação os seguintes cortantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{\max} = V_2 = 300t \\ V_{\min} = V_1 = 210t \\ \text{logo } k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{210}{300} = 0,7 \end{array} \right.$$

Devemos fixar:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \text{inclinação da articulação} \\ \beta = \text{inclinação do cabo} \\ P = \mu V_2 \text{ protensão necessária} \end{array} \right.$$

Podemos usar por exemplo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 45^\circ \\ \beta = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ \end{array} \right.$$

Teremos na tabela II com

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 45^\circ \\ \beta = 30^\circ \\ \kappa = 0,7 \end{array} \right\} \rightarrow 0,514 \leq \mu \leq 0,686$$

isto é  $0,514 \times 300 = 154,2t \leq P \leq 0,686 \times 300 = 205,8t$

Se quisermos ter a mesma inclinação da resultante, em relação à normal nos dois casos de carga, teremos:

$$\mu = 0,606$$

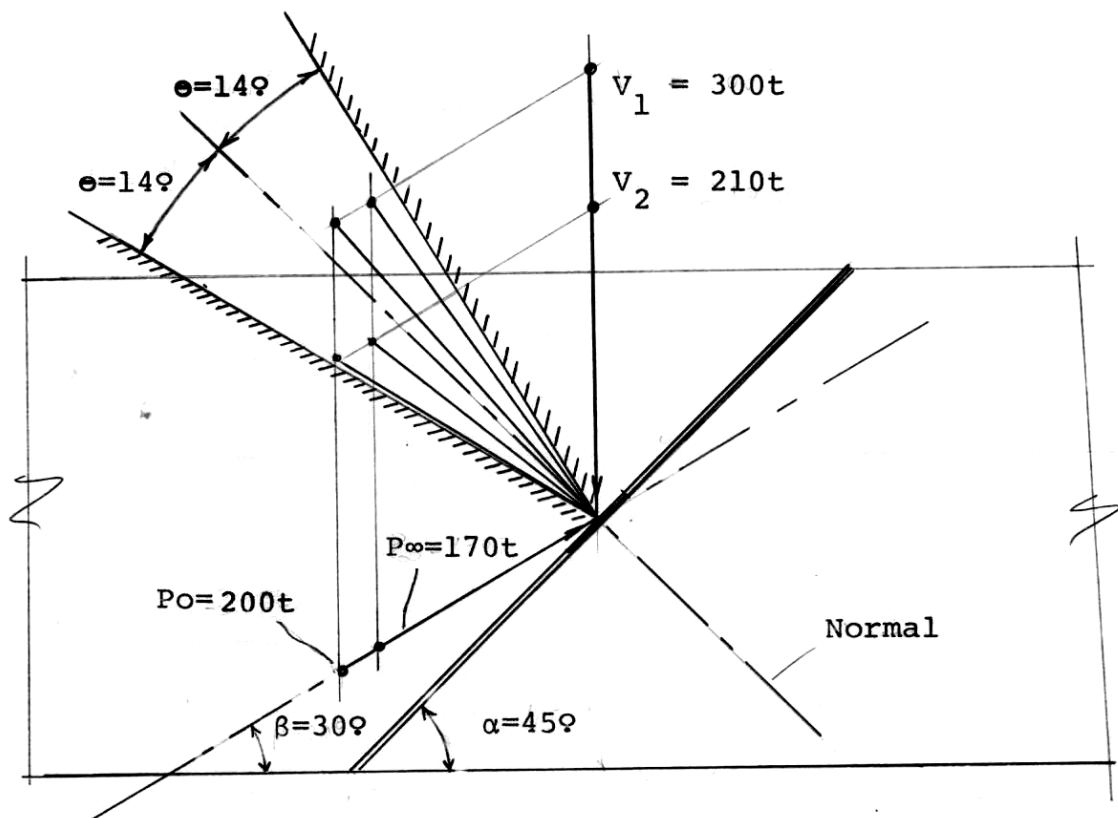
$$\text{logo } P = 181,80t$$

Como se pode observar a força de protensão necessária não é grande.

Face à existência da perda de protensão não se conseguirá manter ao longo do tempo a mesma inclinação da resultante nos dois casos extremos de carga.

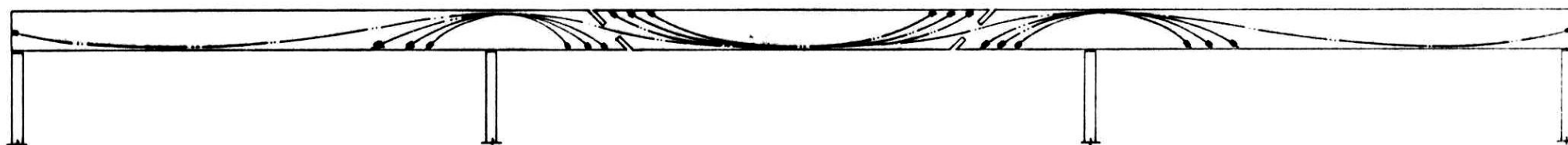
A folga disponível de protensão resolve esta questão, pois, se as perdas lentas forem por exemplo 15%, poderíamos iniciar com uma protensão  $P_0 = 200t$  e teríamos após às perdas  $P_\infty = 0,85 \times 200 = 170t$ .

Em qualquer dos dois casos estaríamos dentro do limite  $154,2t \leq P_\infty = 170t$ ,  $P_0 = 200t \leq 205,8t$ .

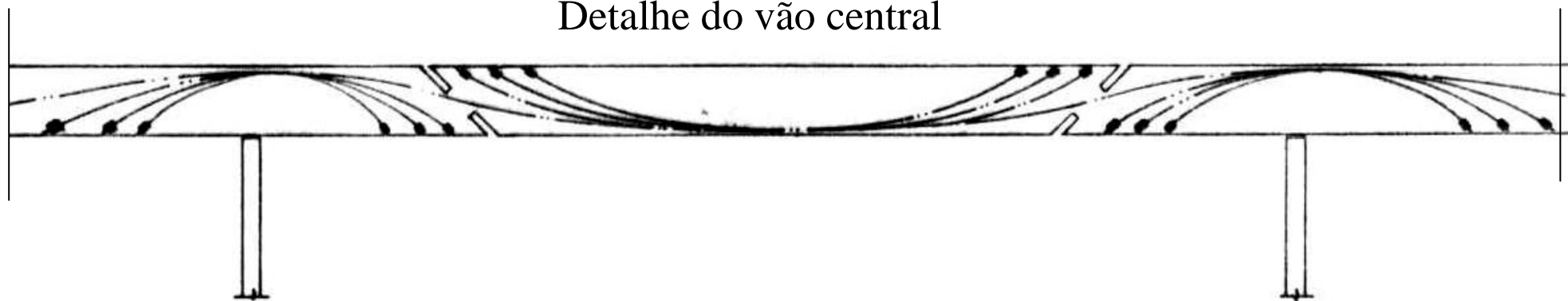


Exemplo de cabos numa viga Gerber com rótulas protendidas.

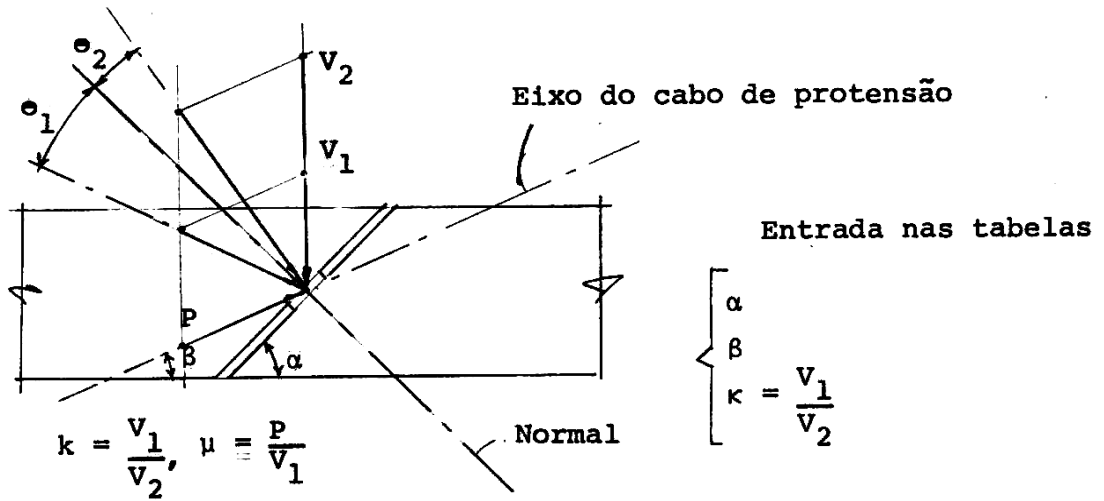
Obra completa



Detalhe do vão central



Articulações de concreto protendido:



Obtem-se nas tabelas o valor de  $\mu = \frac{P}{V_2}$  para os 3 casos:  $\theta_2 \leq 14^\circ$ ,  $\theta_1 = \theta_2$  e  $\theta_1 \leq 14^\circ$

$\beta = 90^\circ$							
$\beta = 75^\circ$						=====	=====
$\beta = 60^\circ$					TABELA III	=====	=====
$\beta = 45^\circ$				=====	=====	=====	=====
$\beta = 30^\circ$			=====	=====	=====	=====	=====
$\beta = 15^\circ$	TABELA I	=====	=====	=====	TABELA II	=====	=====
$\beta = 0^\circ$	=====	=====	=====	=====	=====	=====	=====
$\beta \backslash \alpha$	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 75^\circ$	$\alpha = 90^\circ$



$\beta=30^\circ$			— — —
$\beta=15^\circ$	TABELA I		— — —
$\beta=0^\circ$	— — —	— — —	— — —
$\beta \backslash \alpha$	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 30^\circ$

	K	$\sigma_2 < 14^\circ$	$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 < 14^\circ$	K	$\sigma_2 < 14^\circ$	$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 < 14^\circ$	K	$\sigma_2 < 14^\circ$	$\sigma_1 = \sigma_2$	$\sigma_1 < 14^\circ$
$\beta=30^\circ$									0,395	0,283	0,283	0,283
									0,400	0,283	0,285	0,286
									0,500	0,283	0,333	0,358
									0,600	0,283	0,375	0,429
									0,700	0,283	0,411	0,501
									0,800	0,283	0,444	0,573
									0,900	0,283	0,473	0,644
									1,000	0,283	0,500	0,716
$\beta=15^\circ$					0,034	0,017	0,017	0,017				
					0,100	0,017	0,047	0,050				
					0,200	0,017	0,066	0,100				
					0,300	0,017	0,119	0,150	0,345	0,275	0,275	0,275
					0,400	0,017	0,147	0,200	0,400	0,275	0,303	0,318
					0,500	0,017	0,172	0,250	0,500	0,275	0,350	0,397
					0,600	0,017	0,194	0,300	0,600	0,275	0,391	0,477
					0,700	0,017	0,213	0,350	0,700	0,275	0,428	0,566
					0,800	0,017	0,230	0,400	0,800	0,275	0,460	0,636
					0,900	0,017	0,245	0,450	0,900	0,275	0,490	0,715
				1,000	0,017	0,258	0,500	1,000	0,275	0,517	0,795	
$\beta=0^\circ$	0,100	-0,250	o	0,025	0,030	0,016	0,016	0,016				
	0,200	-0,250	o	0,050	0,100	0,016	0,051	0,055	0,295	0,286	0,286	0,286
	0,300	-0,250	o	0,075	0,200	0,016	0,092	0,111	0,300	0,286	0,288	0,290
	0,400	-0,250	o	0,100	0,300	0,016	0,126	0,166	0,400	0,286	0,346	0,386
	0,500	-0,250	o	0,125	0,400	0,016	0,155	0,222	0,500	0,286	0,396	0,483
	0,600	-0,250	o	0,150	0,500	0,016	0,180	0,277	0,600	0,286	0,440	0,580
	0,700	-0,250	o	0,175	0,600	0,016	0,201	0,333	0,700	0,286	0,479	0,676
	0,800	-0,250	o	0,200	0,700	0,016	0,221	0,388	0,800	0,286	0,514	0,773
	0,900	-0,250	o	0,225	0,800	0,016	0,238	0,444	0,900	0,286	0,547	0,870
	1,000	-0,250	o	0,250	0,900	0,016	0,253	0,499	1,000	0,286	0,577	0,967
$\beta \backslash \alpha$	$\alpha=0^\circ$				$\alpha=15^\circ$				$\alpha=30^\circ$			

TABELA I

	$\kappa$	$e_2 < 14^\circ$	$e_1 = e_2$	$e_1 < 14^\circ$	$\kappa$	$e_2 < 14^\circ$	$e_1 = e_2$	$e_1 < 14^\circ$	$\kappa$	$e_2 < 14^\circ$	$e_1 = e_2$	$e_1 < 14^\circ$	$\kappa$	$e_2 < 14^\circ$	$e_1 = e_2$	$e_1 < 14^\circ$	
830φ																	
													0,395	1,395	1,395	1,395	
		0,524	0,514	0,514	0,514	0,559	0,747	0,747	0,747	0,524	1,019	1,019	1,019	0,400	1,395	1,400	1,411
		0,600	0,514	0,556	0,588	0,600	0,747	0,774	0,802	0,600	1,019	1,078	1,166	0,500	1,395	1,500	1,764
		0,700	0,514	0,606	0,686	0,700	0,747	0,836	0,936	0,700	1,019	1,153	1,360	0,600	1,395	1,600	2,116
		0,800	0,514	0,652	0,784	0,800	0,747	0,894	1,070	0,800	1,019	1,226	1,554	0,700	1,395	1,700	2,469
		0,900	0,514	0,693	0,882	0,900	0,747	0,948	1,203	0,900	1,019	1,297	1,749	0,800	1,395	1,800	2,822
		1,000	0,514	0,732	0,980	1,000	0,747	1,000	1,337	1,000	1,019	1,366	1,943	0,900	1,395	1,900	3,175
													1,000	1,395	2,000	3,527	
815φ													0,034	1,998	1,998	1,998	
													0,100	1,998	2,125	5,773	
													0,200	1,998	2,318	11,541	
													0,300	1,998	2,511	17,309	
		0,448	0,535	0,535	0,535	0,448	0,838	0,838	0,838	0,345	1,257	1,257	1,257	0,400	1,998	2,704	23,077
		0,500	0,535	0,568	0,596	0,500	0,838	0,880	0,934	0,400	1,257	1,318	1,454	0,400	1,998	2,897	28,845
		0,600	0,535	0,626	0,715	0,600	0,838	0,957	1,121	0,500	1,257	1,427	1,818	0,500	1,998	3,091	34,613
		0,700	0,535	0,680	0,835	0,700	0,838	1,029	1,308	0,600	1,257	1,532	2,181	0,600	1,998	3,284	40,380
		0,800	0,535	0,729	0,954	0,800	0,838	1,097	1,495	0,700	1,257	1,635	2,545	0,700	1,998	3,477	46,148
		0,900	0,535	0,774	1,073	0,900	0,838	1,162	1,682	0,800	1,257	1,735	2,908	0,800	1,998	3,670	51,916
	1,000	0,535	0,816	1,192	1,000	0,838	1,224	1,868	1,000	1,257	1,931	3,635	0,900	1,998	3,863	57,684	
80φ									0,030	1,801	1,801	1,801					
									0,100	1,801	1,956	5,950	0,100	4,000	∞	0,400	
		0,360	0,600	0,600	0,600	0,295	1,034	1,034	1,034	0,200	1,801	2,170	11,895	0,200	4,000	∞	0,800
		0,400	0,600	0,632	0,666	0,300	1,034	1,039	1,039	0,300	1,801	2,378	17,839	0,300	4,000	∞	1,200
		0,500	0,600	0,707	0,833	0,400	1,034	1,154	1,398	0,400	1,801	2,580	23,784	0,400	4,000	∞	1,600
		0,600	0,600	0,774	1,000	0,500	1,034	1,262	1,748	0,500	1,801	2,778	29,728	0,500	4,000	∞	2,000
		0,700	0,600	0,836	1,166	0,600	1,034	1,363	2,097	0,600	1,801	2,973	35,673	0,600	4,000	∞	2,400
		0,800	0,600	0,894	1,333	0,700	1,034	1,460	2,447	0,700	1,801	3,165	41,617	0,700	4,000	∞	2,800
		0,900	0,600	0,948	1,500	0,800	1,034	1,554	2,796	0,800	1,801	3,356	47,562	0,800	4,000	∞	3,200
		1,000	0,600	1,000	1,666	0,900	1,034	1,644	3,146	0,900	1,801	3,544	53,507	0,900	4,000	∞	3,600
					1,000	1,034	1,732	3,496	1,000	1,801	3,732	59,451	1,000	4,000	∞	4,000	
$\beta$ $\alpha$	$\alpha=45^\circ$				$\alpha=60^\circ$				$\alpha=75^\circ$				$\alpha=90^\circ$				

TABELA II

	K	$\theta_2 < 14^\circ$	$\theta_1 = \theta_2$	$\theta_1 < 14^\circ$	K	$\theta_2 < 14^\circ$	$\theta_1 = \theta_2$	$\theta_1 < 14^\circ$	K	$\theta_2 < 14^\circ$	$\theta_1 = \theta_2$	$\theta_1 < 14^\circ$	K	$\theta_2 < 14^\circ$	$\theta_1 = \theta_2$	$\theta_1 < 14^\circ$
$\beta = 75^\circ$									0,874	0,901	0,901	0,901	0,874	0,970	0,970	0,970
									0,900	0,901	0,915	0,927	0,900	0,970	0,983	0,998
									1,000	0,901	0,965	1,030	1,000	0,970	1,035	1,109
$\beta = 60^\circ$					0,747	0,741	0,741	0,741	0,764	0,874	0,874	0,874	0,747	1,009	1,009	1,009
					0,800	0,741	0,769	0,792	0,800	0,874	0,894	0,914	0,800	1,009	1,039	1,079
					0,900	0,741	0,820	0,892	0,900	0,874	0,948	1,029	0,900	1,009	1,097	1,214
					1,000	0,741	0,866	0,991	1,000	0,874	1,000	1,143	1,000	1,009	1,154	1,349
$\beta = 45^\circ$	0,600	0,530	0,530	0,530	0,653	0,719	0,719	0,719	0,653	0,909	0,909	0,909	0,599	1,131	1,131	1,131
	0,700	0,530	0,582	0,618	0,700	0,719	0,745	0,769	0,700	0,909	0,938	0,973	0,600	1,131	1,131	1,131
	0,800	0,530	0,628	0,707	0,800	0,719	0,800	0,879	0,800	0,909	0,999	1,112	0,700	1,131	1,202	1,320
	0,900	0,530	0,669	0,705	0,900	0,719	0,850	0,989	0,900	0,909	1,058	1,251	0,800	1,131	1,343	1,697
	1,000	0,530	0,307	0,883	1,000	0,719	0,896	0,099	1,000	0,909	1,115	1,390	1,000	1,131	1,414	1,885
$\beta$ / $\alpha$	$\alpha = 45^\circ$				$\alpha = 60^\circ$				$\alpha = 75^\circ$				$\alpha = 90^\circ$			

TABELA III

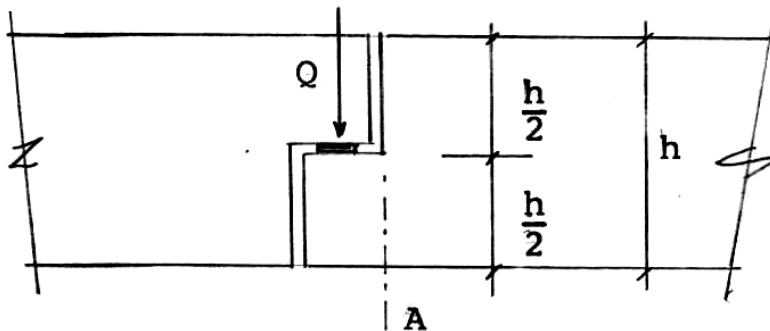
4.

DENTES GERBER MÚLTIPLOS

4.1

A idéia básica desse tipo de dentes é a de obter uma maior resistência ao esforço cortante do que o dente Gerber comum.

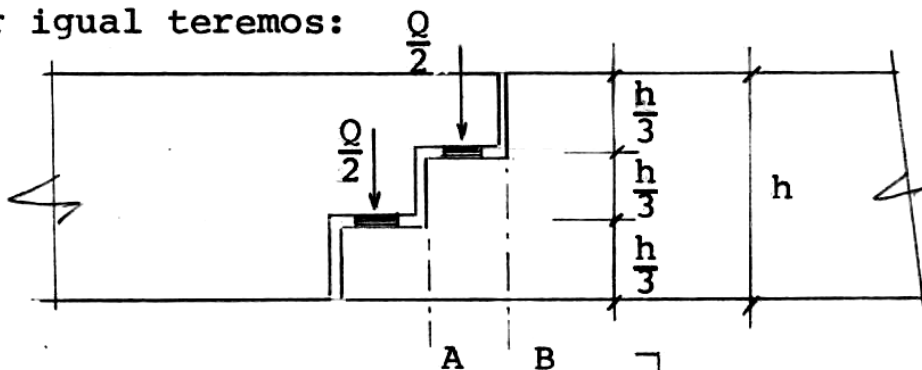
- Em um dente Gerber teremos:



Na seção A:  $\tau_A = \frac{Q}{b \cdot \frac{h}{2}} = \boxed{\frac{2Q}{bh}}$

sendo b a largura da viga.

- Se tivermos um dente duplo e se a carga nos dois dentes for igual teremos:

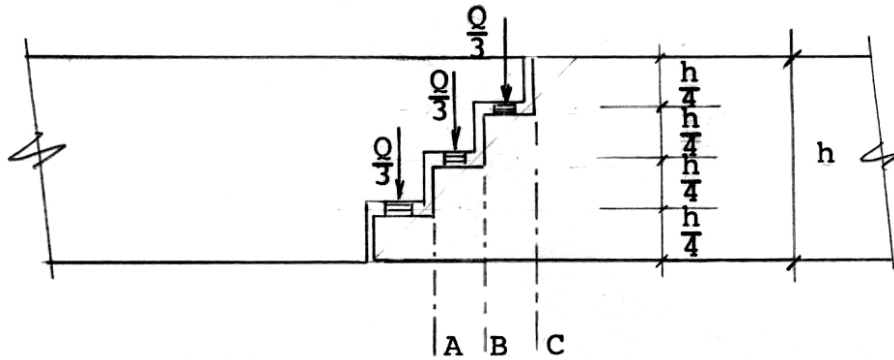


Na seção A:  $\tau_A = \frac{Q/2}{b \cdot \frac{h}{3}} = 1,5 \frac{Q}{bh}$

Na seção B:  $\tau_B = \frac{Q}{bx2h} = 1,5 \frac{Q}{bh}$

$$\boxed{1,5 \frac{Q}{bh}}$$

- Se tivermos um dente triplo e as cargas nos três dentes forem as mesmas teremos:



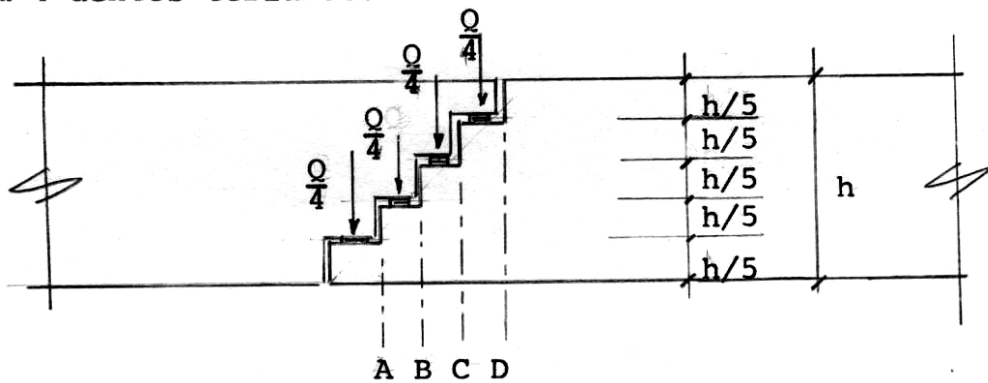
$$\text{Na seção A: } \tau_A = \frac{Q/3}{b \cdot h/4} = 1,33 \frac{Q}{bh}$$

$$\text{Na seção B: } \tau_B = \frac{2Q/3}{b \times \frac{2h}{4}} = 1,33 \frac{Q}{bh}$$

$$\text{Na seção C: } \tau_C = \frac{Q}{b \times \frac{3h}{4}} = 1,33 \frac{Q}{bh}$$

$$1,33 \frac{Q}{bh}$$

- Com 4 dentes teríamos:



$$\text{Na seção A: } \tau_A = \frac{Q/4}{bh/5} = 1,25 \frac{Q}{bh}$$

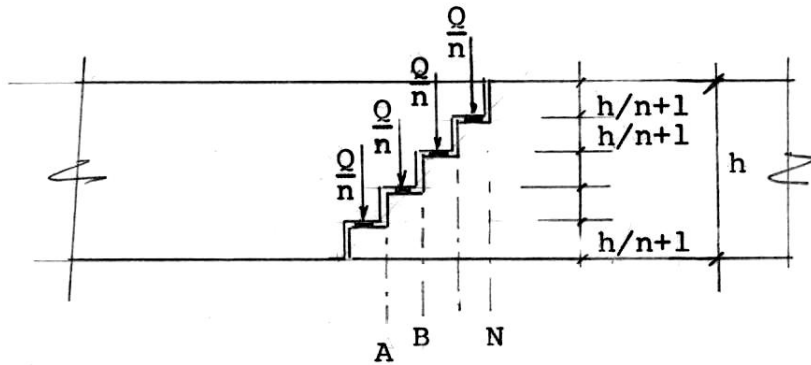
$$\text{Na seção B: } \tau_B = \frac{2Q/4}{b \cdot 2h/5} = 1,25 \frac{Q}{bh}$$

$$\text{Na seção C: } \tau_C = \frac{3Q/4}{b \cdot 3h/5} = 1,25 \frac{Q}{bh}$$

$$\text{Na seção D: } \tau_D = \frac{Q}{b \cdot 4h/5} = 1,25 \frac{Q}{bh}$$

$$1,25 \frac{Q}{bh}$$

- Com n dentes teríamos:

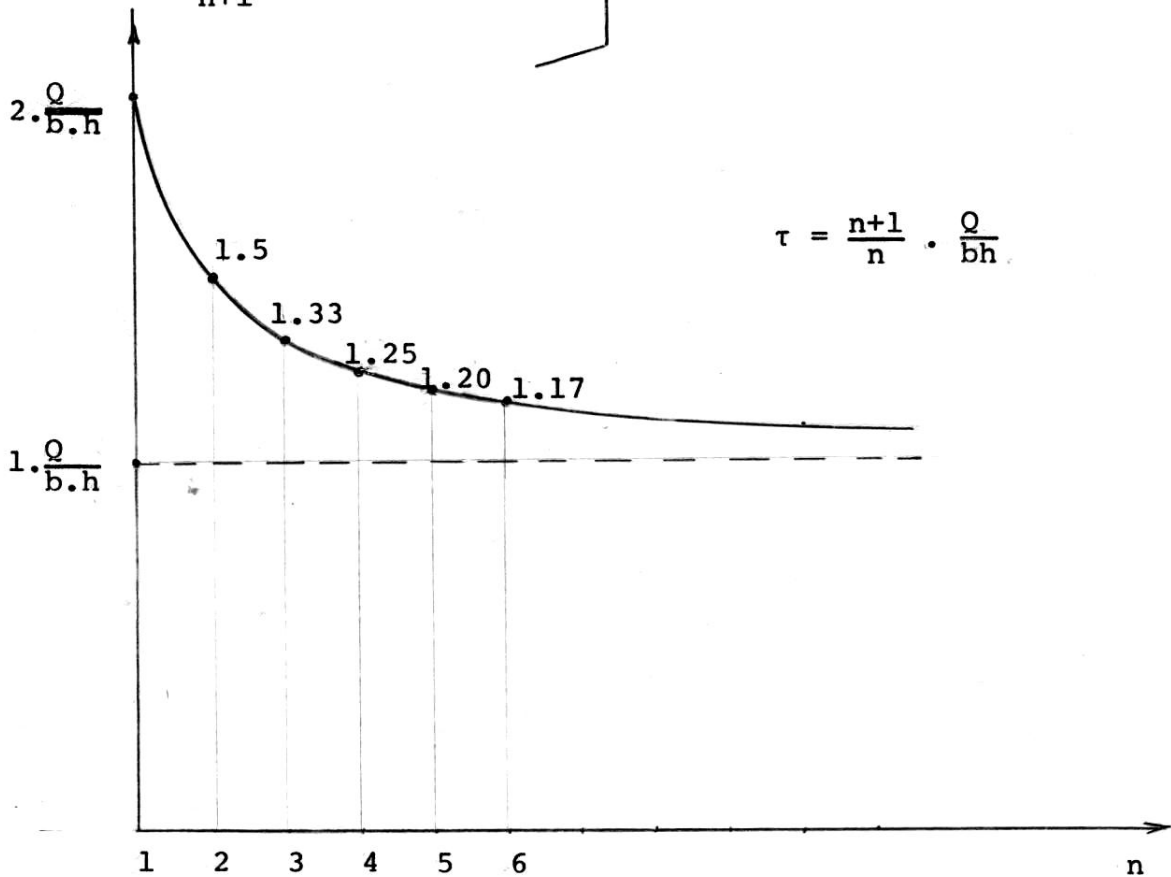


$$\tau_A = \frac{Q/n}{b \cdot \frac{h}{n+1}} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{Q}{b \cdot h}$$

$$\tau_B = \frac{2Q/n}{b \cdot 2 \cdot \frac{h}{n+1}} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{Q}{bh}$$

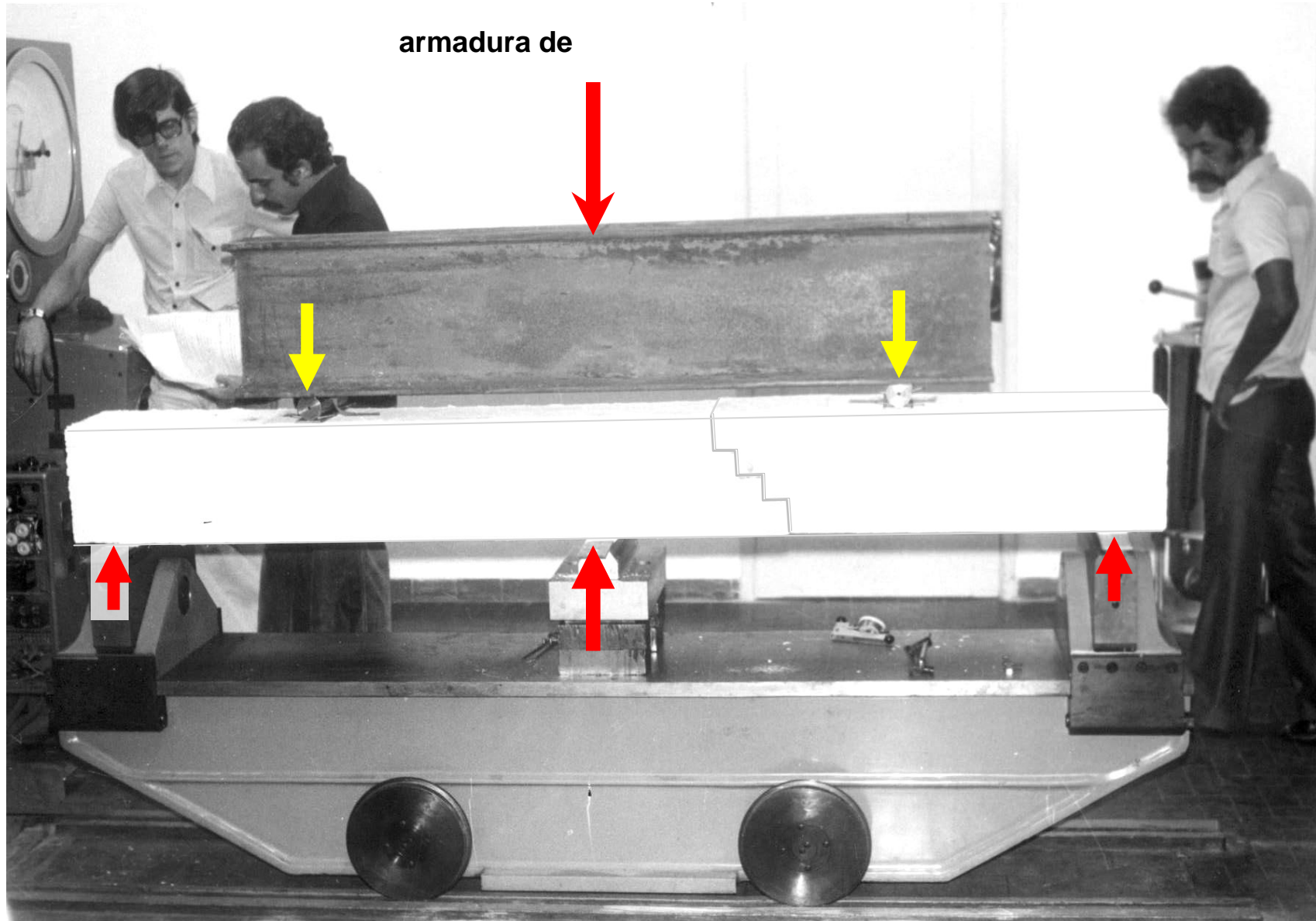
$$\tau_N = \frac{Q}{b \cdot nh} = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{Q}{bh}$$

$$\frac{n+1}{n} \cdot \frac{Q}{b \cdot h}$$



$$\tau = \frac{n+1}{n} \cdot \frac{Q}{bh}$$

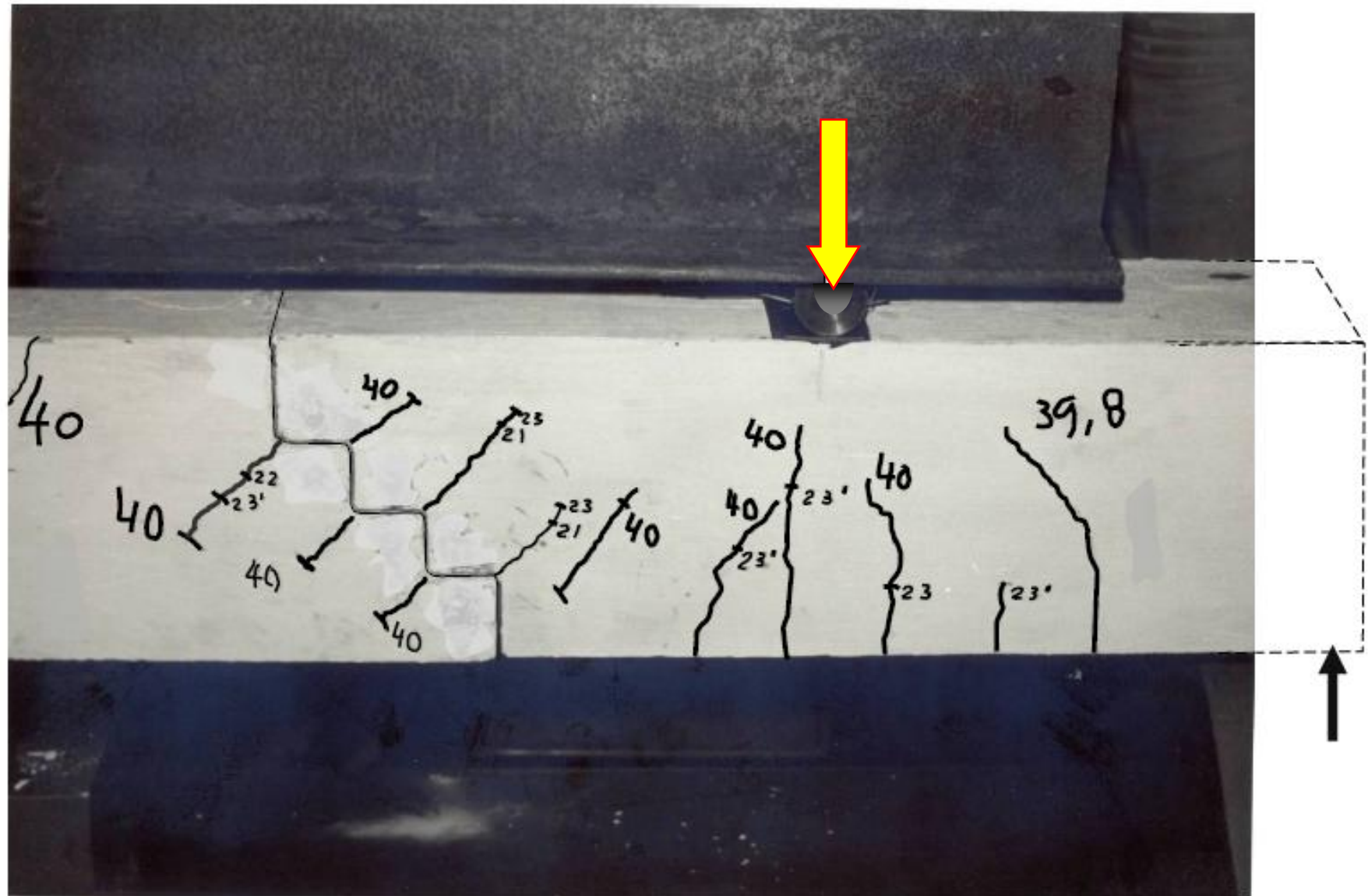
(nº de dentes)

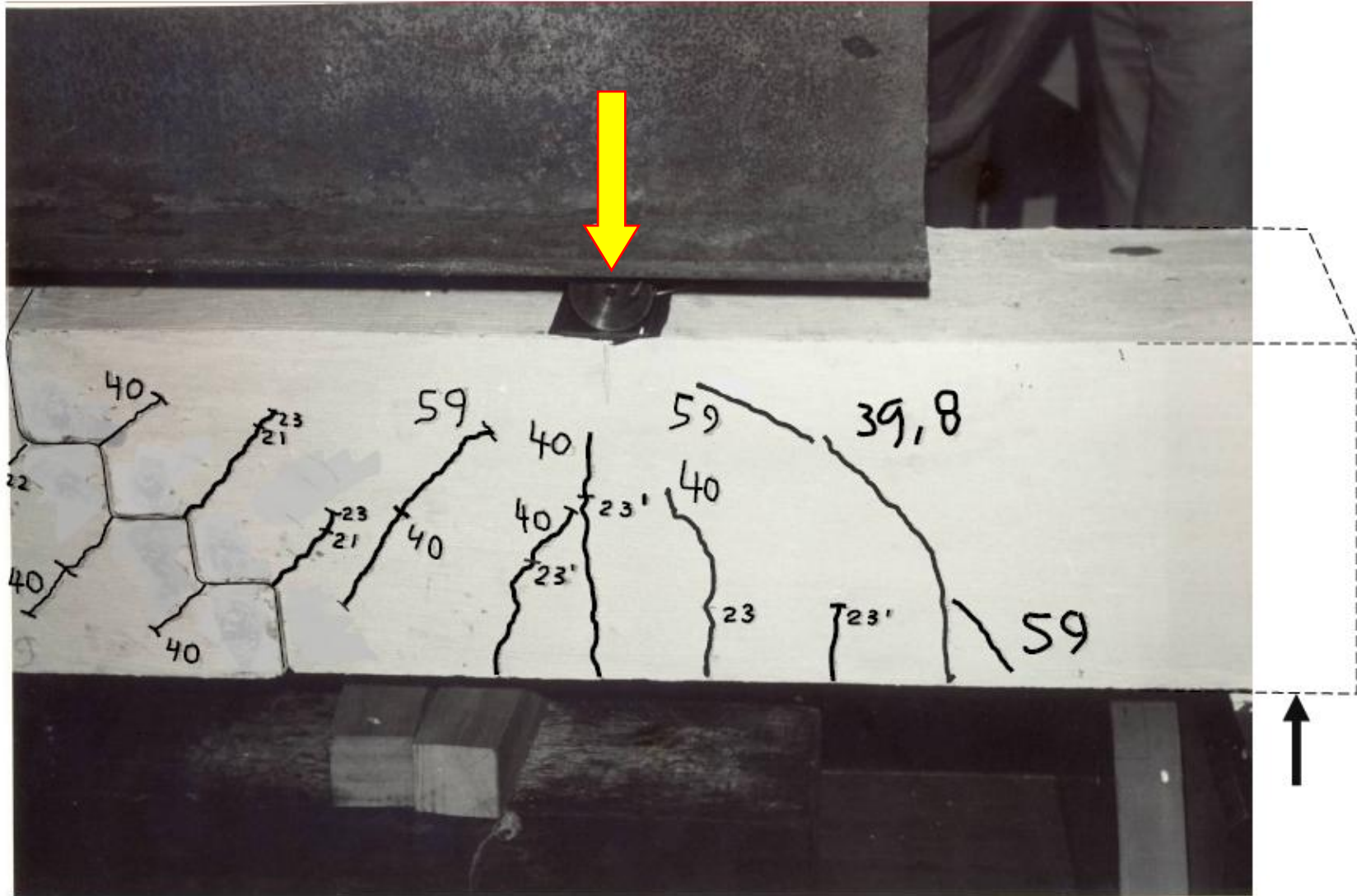


**Laboratório de Materiais da UERJ - Máquina Amsler**

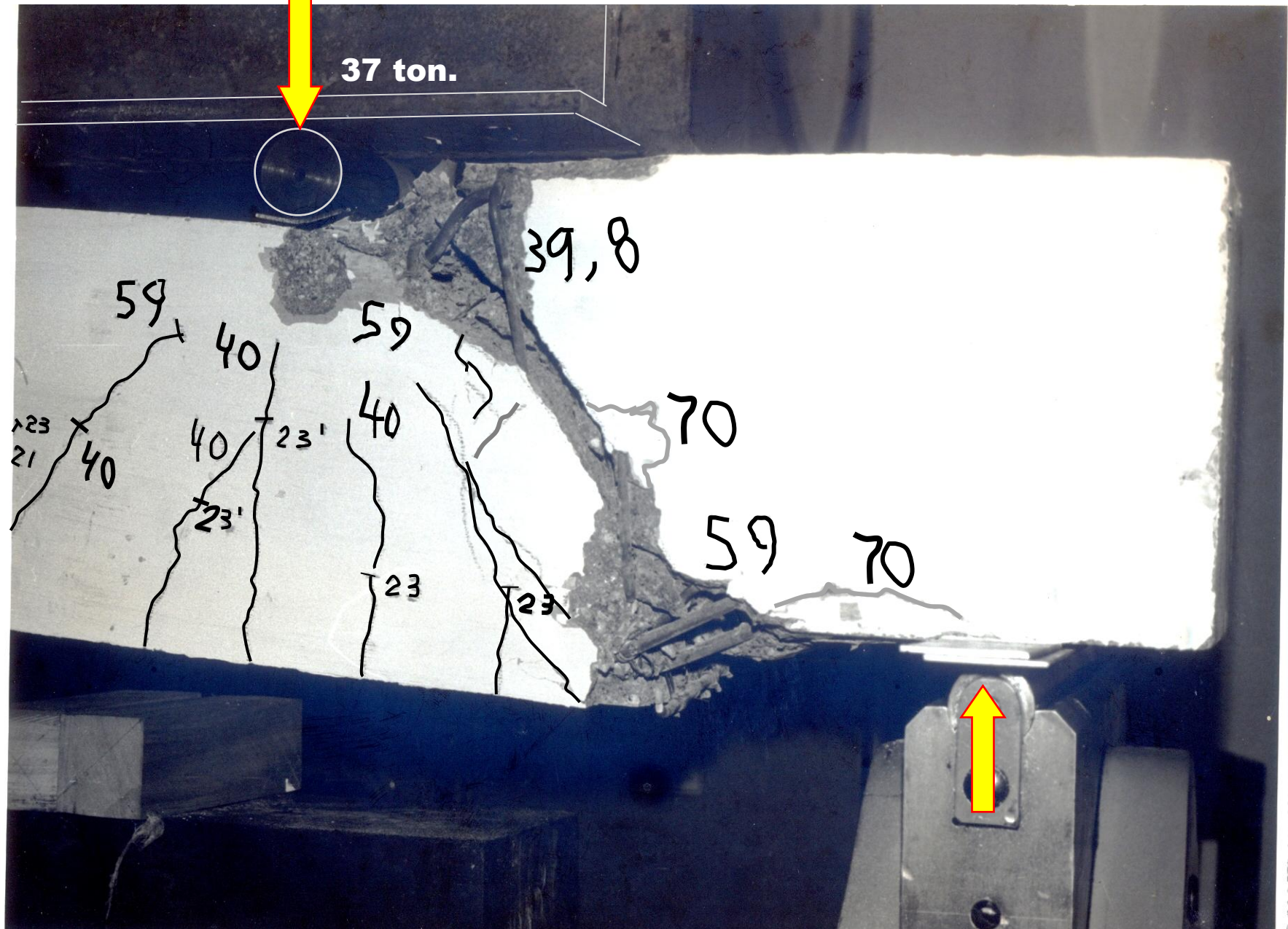








**RUPTURA -  $2P = 2 \times 37 \text{ ton} = 74 \text{ ton}$**



Pelo gráfico anterior pode-se observar que há uma redução bastante sensível na tensão de cisalhamento a medida que o nº de dentes aumenta.

No limite, i.e para  $n \rightarrow \infty$ , teríamos uma tensão  $\tau = \frac{Q}{bh}$  ao invés de  $\tau = 2 \frac{Q}{bh}$  no caso do dente Gerber simples.

No ensaio realizado tínhamos um dente triplo ( $n=3$ ).

As dimensões da viga eram:

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h_t = 24 \text{ cm}$$

$$h \approx 24 - 1,5 = 22,5 \text{ cm}$$

O cortante no dente por ocasião da rutura da viga (em outra seção) atingiu o valor de  $Q_{\text{dente}} = 21.660 \text{ kg}$ .

A tensão de cisalhamento convencional valia portanto:

$$\tau = \left(\frac{n+1}{n}\right) \cdot \frac{Q}{bh} = \left(\frac{3+1}{3}\right) \cdot \frac{Q}{bh} = 1,33 \times \frac{21.660}{20 \times 22,5} = 64,0 \text{ kg/cm}^2 (0,23 \text{ fccm}).$$

Como se pode observar nas fotos o dente estava fissurado a 45° nos cantos reentrantes porém não se atingiu a rutura no dente.

Se tivéssemos um dente Gerber normal i.e com  $n=1$ , teríamos  $\tau = 2,0 \times \frac{21.660}{20 \times 22,5} = 96,3 \text{ kg/cm}^2$  e talvez tivesse havido rutura no dente (0,35 fccm).

É evidente que o problema é determinar a distribuição do cortante nos diversos apoios do dente múltiplo.

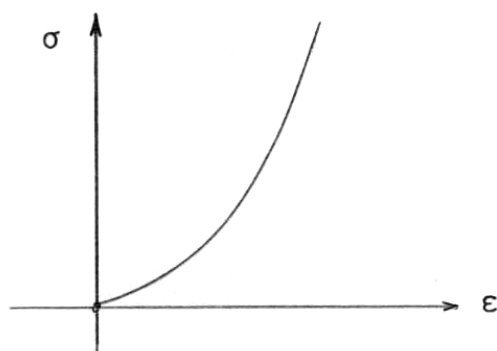
No caso de não haver rotação relativa no dente (caso do ensaio realizado) podemos considerar que o cortante se distribui igualmente nos diversos apoios do dente.

$$Q_i = \frac{Q}{n}$$

No caso do dente múltiplo estar situado num ponto da viga que esteja sujeito a rotações relativas é importante determinar o efeito dessas rotações relativas na distribuição do cortante nos diversos apoios do dente.

Deve-se levar em conta também nessa análise o tipo de material usado nesses apoios.

Normalmente esses aparelhos de apoio são feitos de NEOPRENE fretados que apresentam curva tensão X deformação sui-generis.



Como elementos básicos para o dimensionamento de um dente múltiplo teremos portanto:

- |              |
|--------------|
| 1 - Cortante |
| 2 - Rotação  |

Se obtivermos simultaneamente:

- |                               |
|-------------------------------|
| Cortante máximo ( $Q_{max}$ ) |
| Rotação nula ( $\alpha = 0$ ) |

conseguiremos o maior rendimento possível de um tal tipo de dente múltiplo.

Nos outros casos de carga teríamos

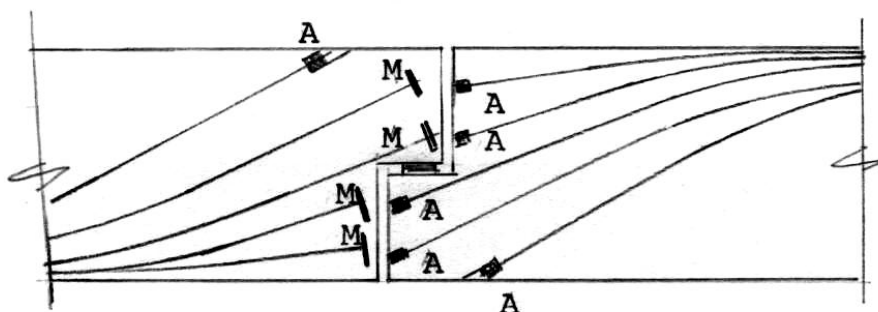
- |                           |
|---------------------------|
| Rotação diferente de zero |
| e                         |
| Cortantes menores         |

## 4.2

Outro aspecto básico de um dente Gerber múltiplo é a possibilidade de se utilizar ancoragens ativas (no caso de protensão) nos lados do dente Gerber eliminando-se o problema das ancoragens mortas (ou passivas).

As ancoragens mortas são sempre causa de dúvida no cálculo de um dente Gerber pois nunca se terá a certeza de que a protensão dada no cabo pela outra extremidade atingirá a ancoragem morta.

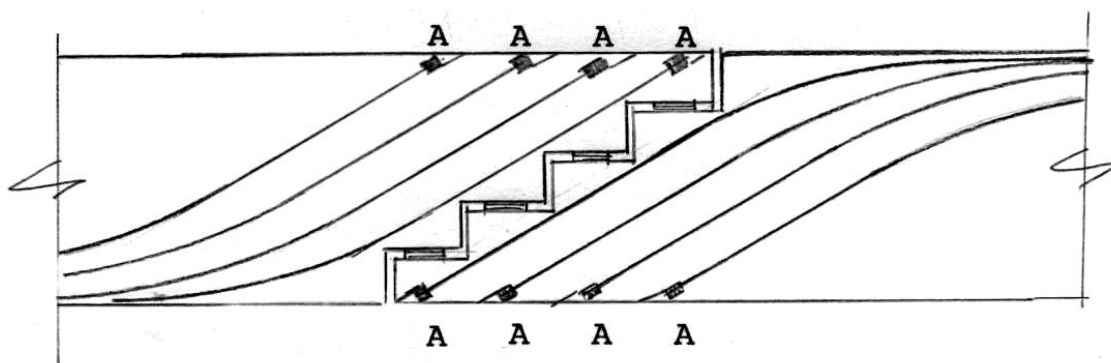
Dente Gerber simples:



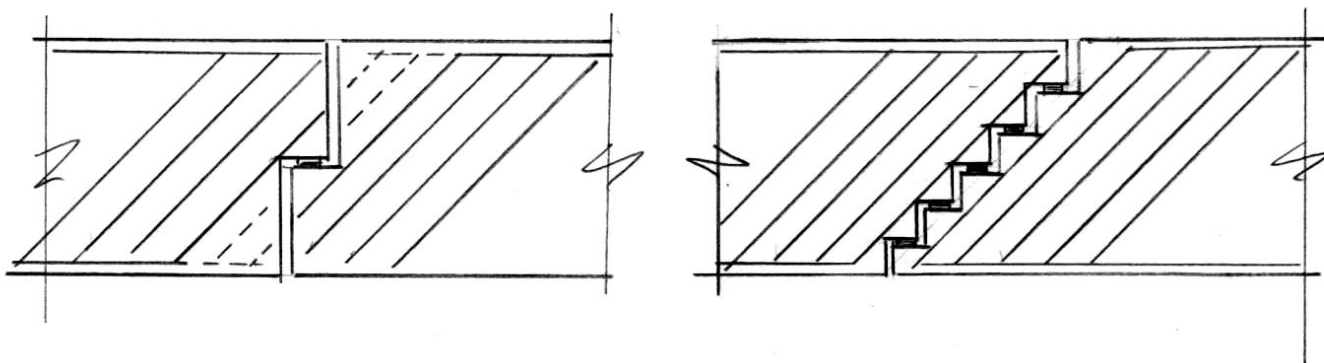
M = Ancoragens passivas  
ou mortas

A = Ancoragens  
ativas

Dente Gerber múltiplo:

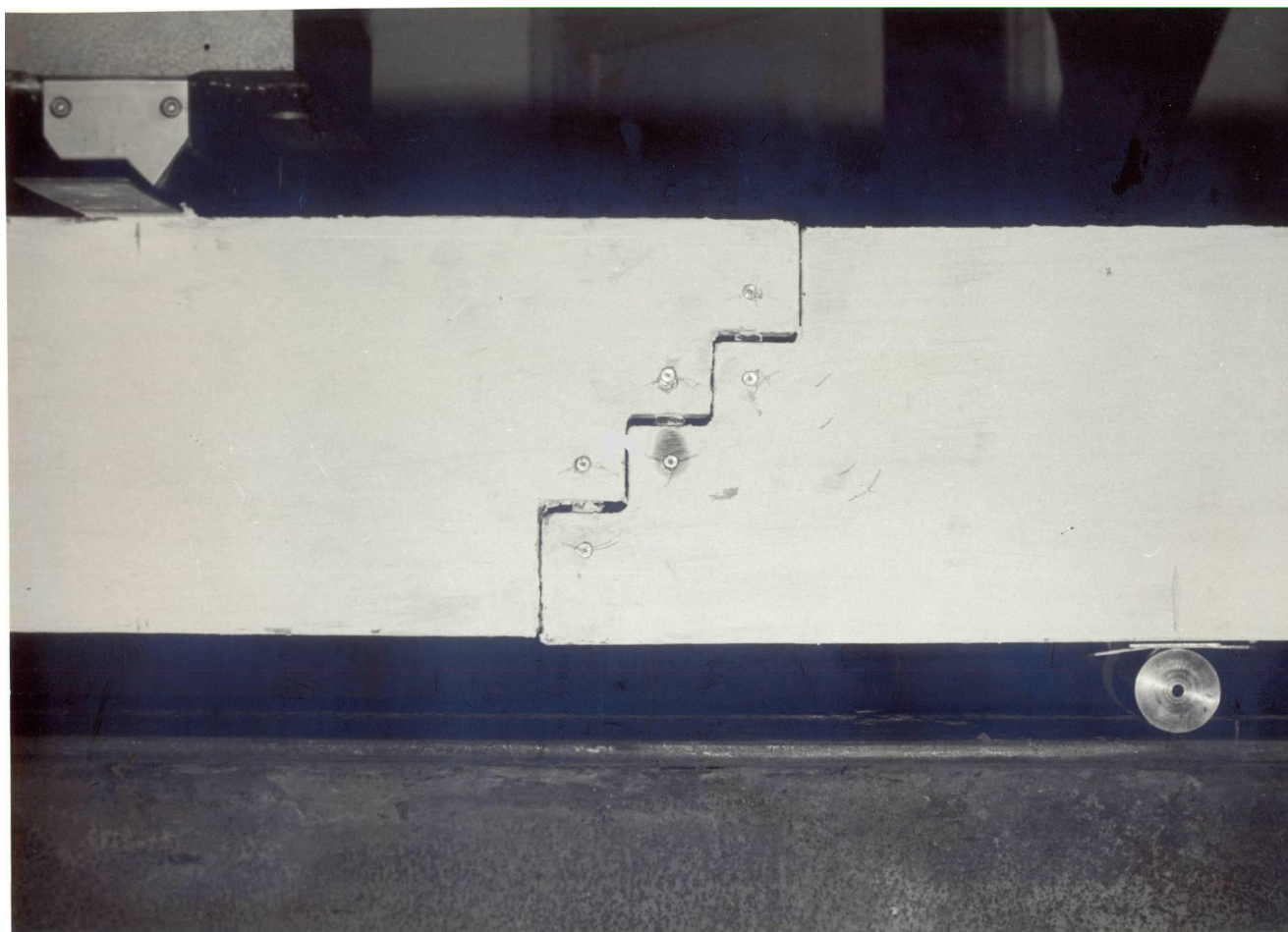


A armação também nos parece mais eficiente no caso do concreto armado, onde a armação de ferros dobrados não é interrompida.



Além de tornar mais eficiente os cabos inclinados e os ferros dobrados, na nossa opinião, a armação de estribos e de ferros horizontais pode ser reduzida em relação ao dente simples, o que melhoraria as condições da concretagem.

+++



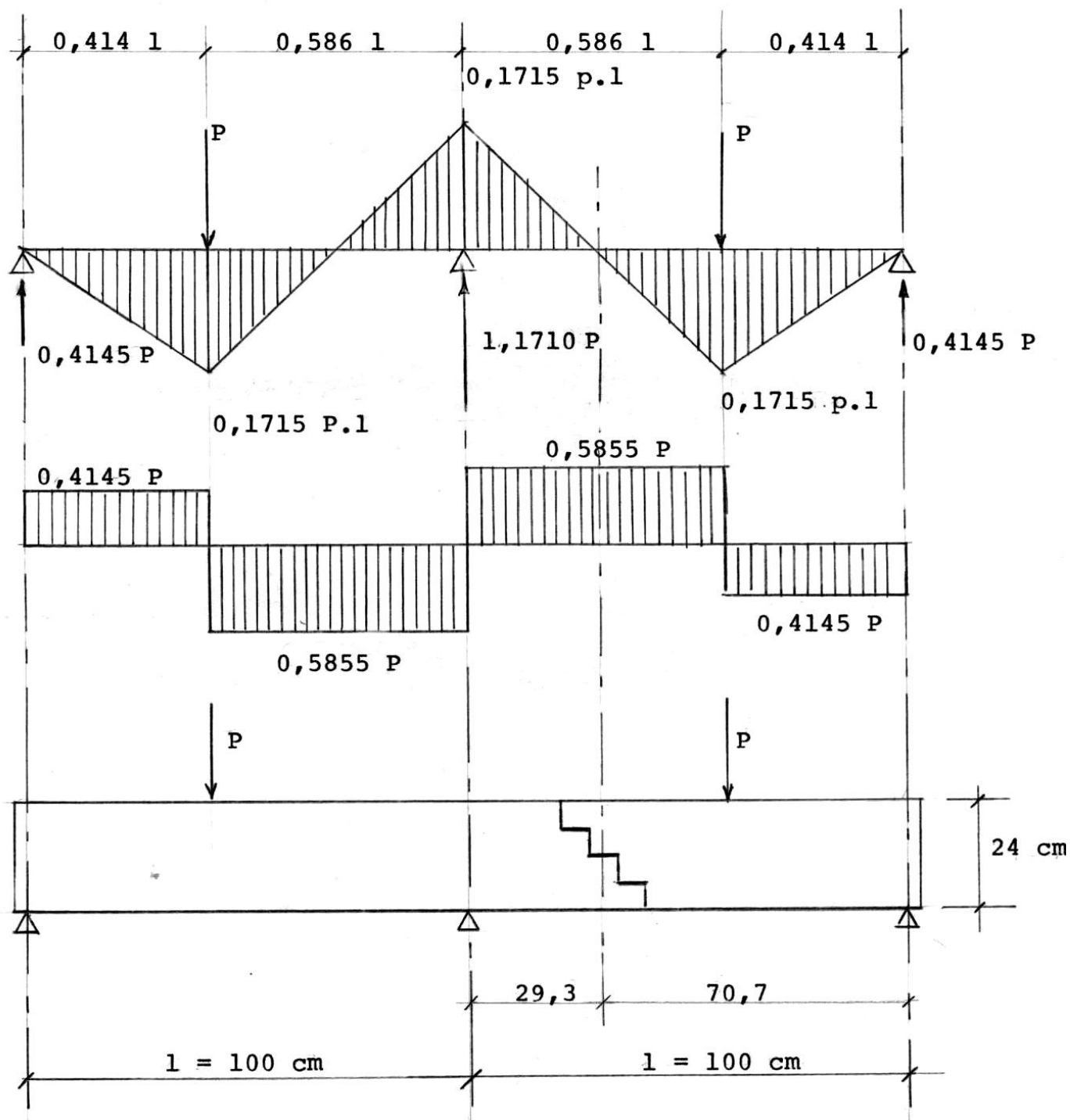
5.

ENSAIO DE 1 VIGA DE 2 VÃOS (ver desenho 01, 02 e 03).

5.1

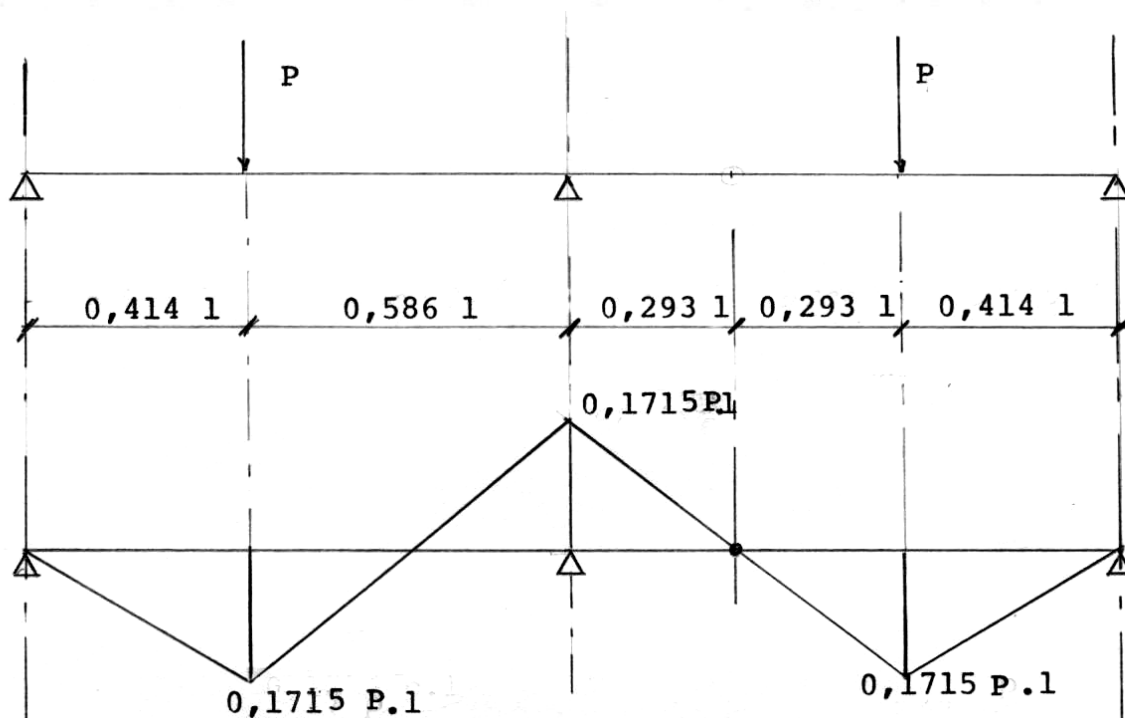
Esquema de Carga

Com base nas idéias anteriormente indicadas foi feito um ensaio de uma viga conforme esquema abaixo:





A rotação relativa no dente é nula quer a viga seja contínua quer a viga funcione como viga Gerber.



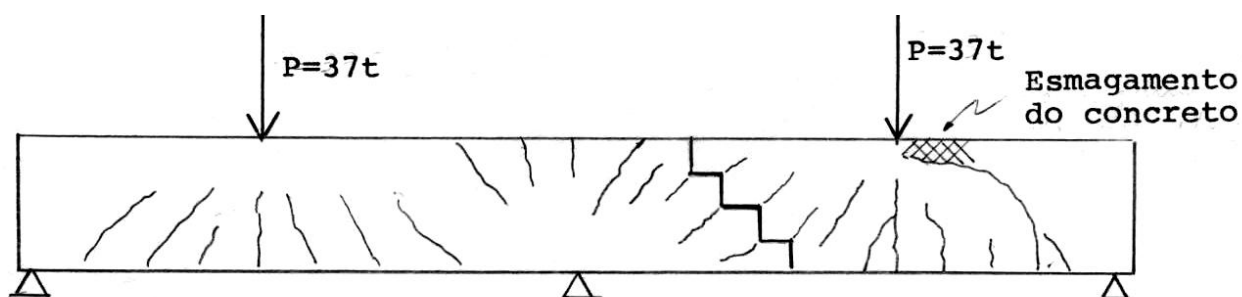
No carregamento desprezamos o peso próprio da viga e do perfil de aço que foi colocado sobre ele.

## 5.2

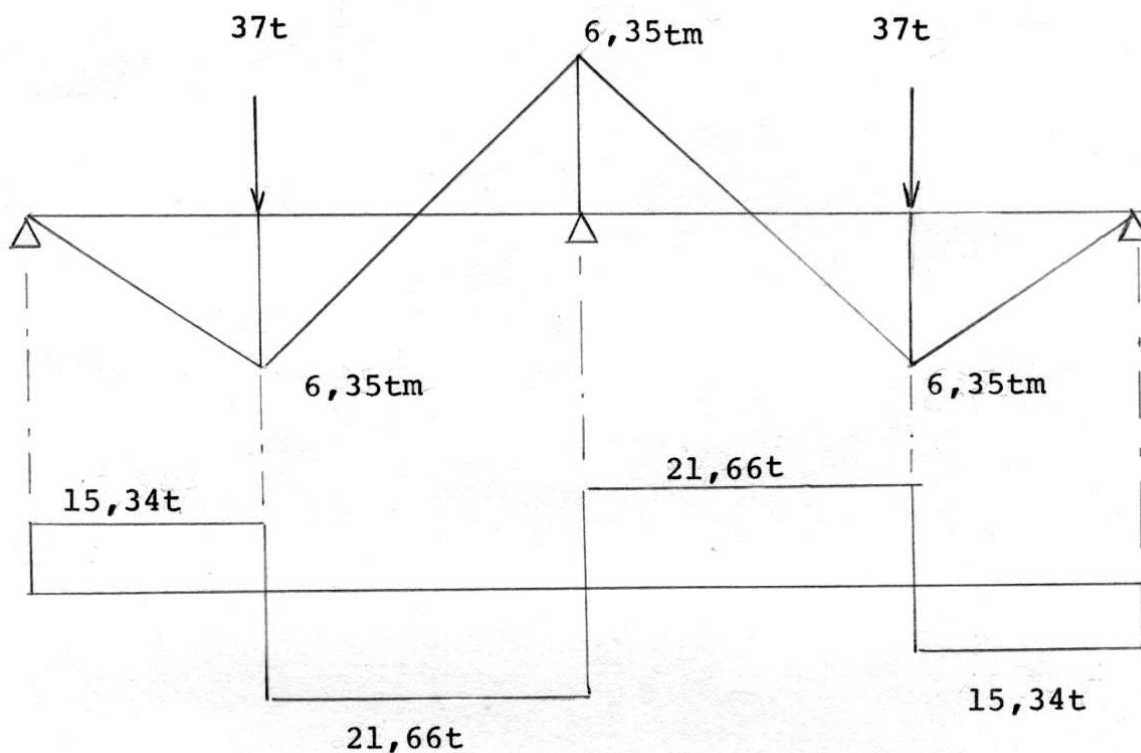
### Rutura de Viga

A carga  $P$  de rutura foi de  $37t$  em cada vão, isto é, a carga total era  $2P = 74t$ .

Observação: Nas fotografias do ensaio estão indicadas as fissuras correspondentes à carga total  $2P$ . Assim temos fissuras para  $2P=21, 23, 40, 59$  e  $74t$ .

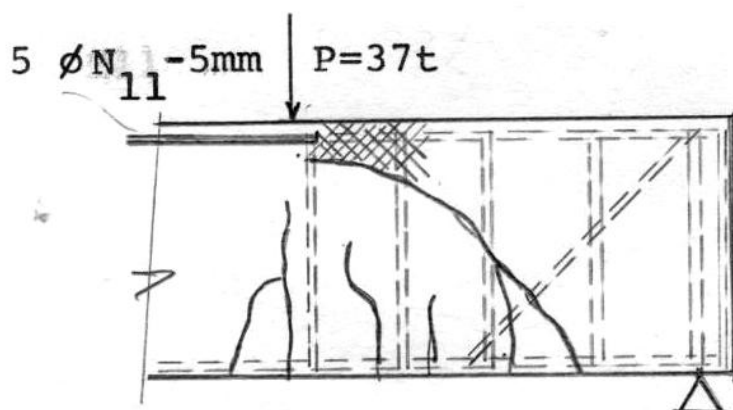


Esforços no momento da rutura.



Tipo de rutura:

A rutura ocorreu na membrura comprimida reduzida pela penetração da fissura oblíqua (rupture d'effort tranchant-flexion) ver [ 14 ] pag. 47 e ver fo

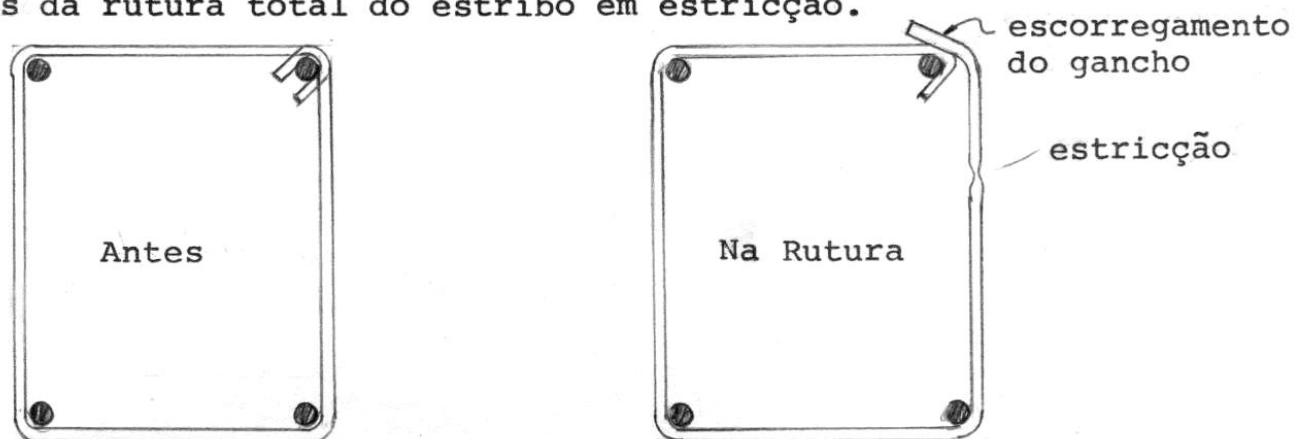


Houve o esmagamento do concreto na seção onde terminavam os 5 ferros  $N_{11}$  de 5mm (ver Desenho 02), próximo ao ponto de aplicação de carga.

É provável que a tensão de compressão na ponta dos ferros N11 tenha iniciado a rutura da zona comprimida da viga conforme aliás é verificado em ensaios de pilares comprimidos ( ver [ 25 ] pag. 1.31).

Os estribos que atravessavam a fissura entraram em rutura havendo a formação de estricção (ver foto nº ..... ).

A ancoragem em gancho do estribo escorregou (ver foto ..... ), antes da rutura total do estribo em estricção.



Após a rutura da viga uma boa parte da carga ficou sendo resistida pelo efeito de "goujon" tanto na armadura longitudinal de tração como na de compressão (ver foto ..... ).

### 5.3

#### Material usado no ensaio

##### Concreto:

Foram tirados apenas 2 corpos de prova cilíndricos com os resultados de  $278 \text{ kg/cm}^2$  e  $270 \text{ kg/cm}^2$  no dia do ensaio da viga.

Assim sendo:  $f_{ccm} = \frac{278+270}{2} = 274 \text{ kg/cm}^2$

##### Aço:

Foi usado o aço CA.60B com tensão de escoamento  $f_{yk} = 6000 \text{ kg/cm}^2$ .

5.4

Verificação da seção onde ocorreu a rupturaCizalhamento:

$$\tau_u = \frac{Q_u}{b \cdot d} = \frac{15340}{20 \times 22,5} = 34,1 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 24 \text{ cm}$$

$$d = 24 - 1,5 = 22,5 \text{ cm}$$

$$\tau_u = 0,12 \text{ fccm}$$

É interessante observar que no outro trecho de viga a tensão de cisalhamento atingiu o valor de

$$\tau = \frac{21660}{20 \times 22,5} = 48,1 \text{ kg/cm}^2 \text{ (0,18 fccm)}$$

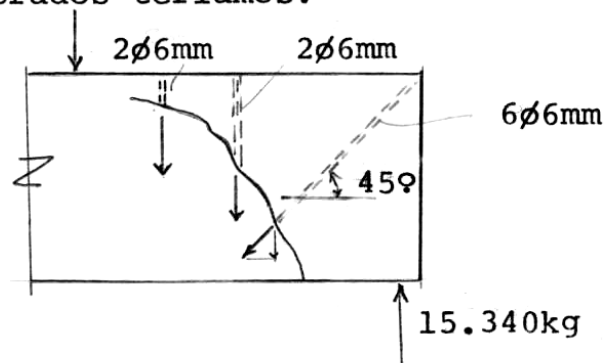
e no dente tínhamos  $\tau = 64,0 \text{ kg/cm}^2$  sem ruptura (0,23 fccm)

A fissura inclinada era atravessada por 4 estribos  $\emptyset 6 \text{ mm}$  (N8 des.02) e 6 ferros dobrados a  $45^\circ$  (N4 - des.02).

$$4 \emptyset 6 \text{ mm} = 1,13 \text{ cm}^2$$

$$6 \emptyset 6 \text{ mm} = 1,70 \text{ cm}^2$$

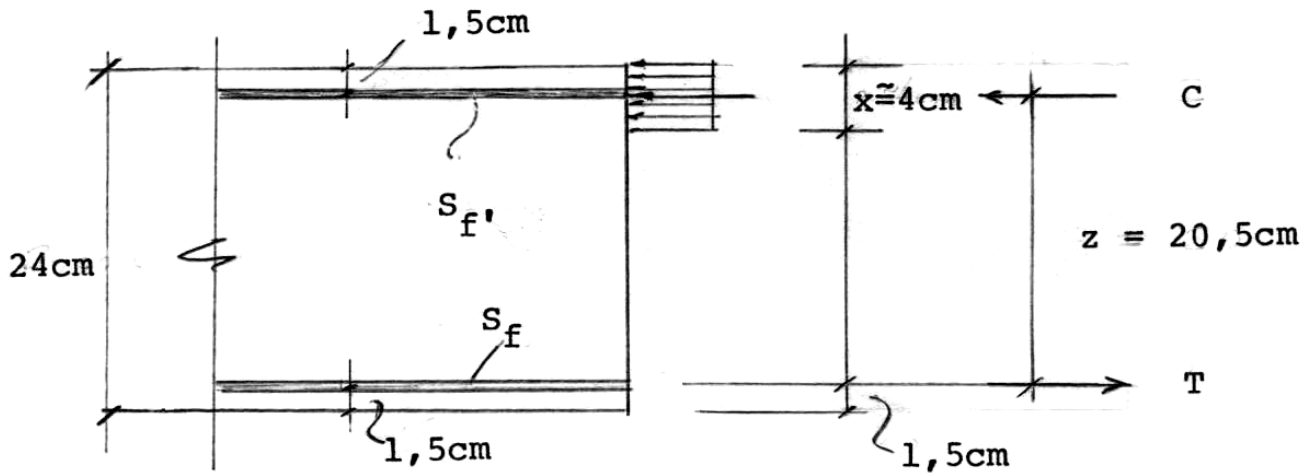
Considerando-se todo o cortante resistido pelos estribos e ferros dobrados teríamos:



$$\sigma_{aço} = \frac{15340}{1,13 + 1,70 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 6580 \text{ kg/cm}^2$$

Flexão:

Na seção onde houve o esmagamento do concreto temos:



O momento de rutura observado foi de 6,35tm

A armação era:

$$S_f = 5\emptyset 8\text{mm} + 6\emptyset 6\text{mm} = 4,20\text{cm}^2$$

$$S_{f'} = 5\emptyset 8\text{mm} = 2,50\text{cm}^2$$

A posição da zona comprimida observada no ensaio foi de  $X \approx 4\text{ cm}$  (ver fotos.....).

Teremos portanto:

$$z \approx 22,5 - 2,0 = 20,5$$

$$C = T = \frac{M}{z} = \frac{6,35}{0,205} = 31\text{t}$$

Na armação tracionada a tensão é:

$$\sigma_{\text{aço}} = \frac{31000}{4,20} = 7380\text{kg/cm}^2$$

$$f_{yk} = 6000 < \sigma_{\text{aço}} = 7380\text{kg/cm}^2 < f_{yt} \approx 8000\text{kg/cm}^2.$$

A armação de tração na flexão não atingiu a rutura, o que pode se verificar pelas fotos do ensaio.

Na zona comprimida teremos:

Concreto:

$$\begin{aligned} \text{Considerando uma tensão} &= 0,8 f_{ccm} = 0,8 \times 274 = 219 \text{kg/cm}^2 = \\ &= 2190 \text{t/m}^2 \end{aligned}$$

$$C_1 = 0,20 \times 0,04 \times 2190 = 17,5 \text{t}$$

No aço teríamos:

$$C_2 = 31,0 - 17,5 = 13,5 \text{t}$$

$$\sigma_{\text{aço}} = \frac{13500}{2,5} = 5.400 \text{kg/cm}^2$$

tensão essa próxima ao escoamento .

A armadura de compressão foi usada visando a diminuir o risco de uma rutura brusca no ensaio o que de fato foi conseguido.

5.5

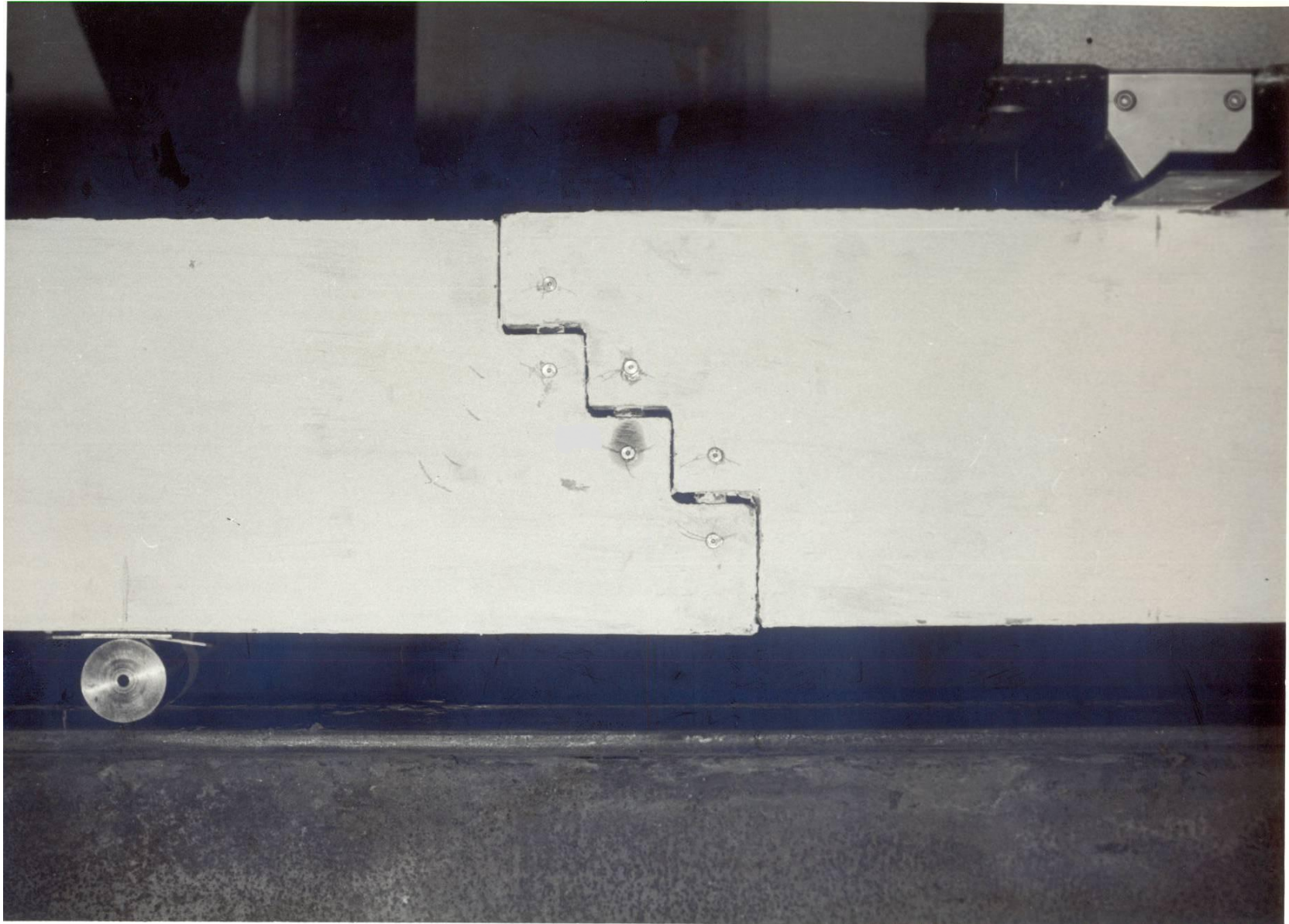
Verificação do dente múltiplo com a carga de rutura da viga.

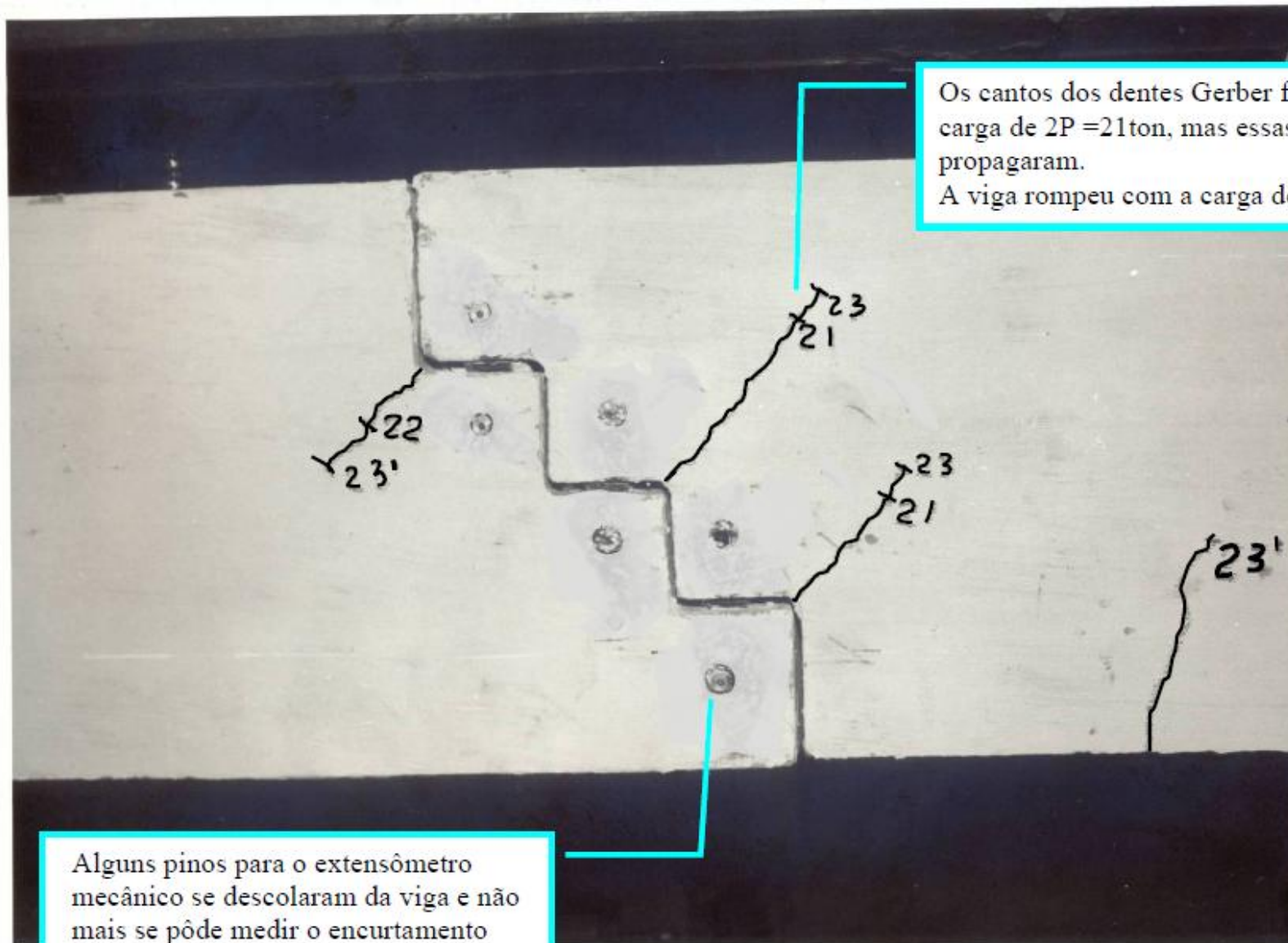
Concreto:

$$\tau = \left(\frac{n+1}{n}\right) \frac{Q}{bh} = \frac{3+1}{3} \frac{Q}{bh} = 1,33 \times \frac{21.660}{20 \times 22,5} = 64,0 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

O dente estava fissurado a 45° nos cantos reentrantes porém não houve rutura do dente.

Foram medidos os encurtamentos das três placas de Neoprene nos degraus do dente múltiplo, obtendo-se os seguintes valores:



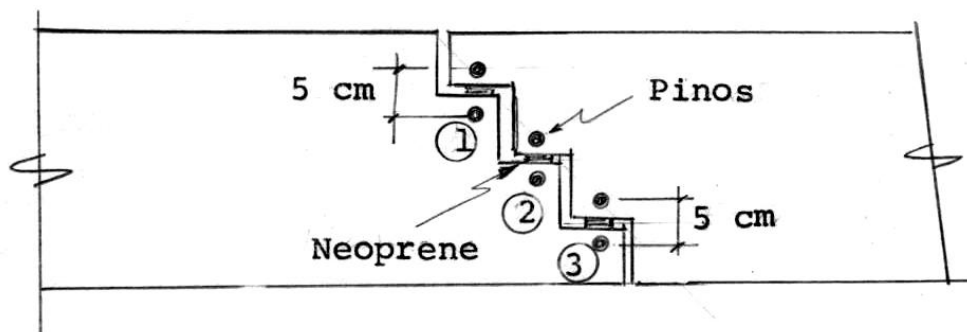


Os cantos dos dentes Gerber fissuraram com a carga de  $2P = 21\text{ ton}$ , mas essas fissuras pouco se propagaram.  
A viga rompeu com a carga de  $2P = 74\text{ ton}$

Alguns pinos para o extensômetro mecânico se descolaram da viga e não mais se pôde medir o encurtamento dos neoprenes.



## Deformação dos Neoprenes



Carga total 2P (t)	Neoprene ① ( $10^{-3}$ mm)	Neoprene ② ( $10^{-3}$ mm)	Neoprene ③ ( $10^{-3}$ mm)
1	59	73	70
2	119	145	151
5	301	345	358
10	526	575	588
15	675	720	717
20	750	799	783
21	794	821	803
22	810	847	819
24	862	900	863

Pode-se observar nas fotografias que a base de medida desses encurtamentos foi de 5cm entre os dois pinos metálicos colados na viga em cada lado dos dentes.

Após a carga total 2P = 24t, não se fez mais a medida dos encurtamentos.

Até a carga de 2P = 24t, pode-se observar que os encurtamentos dos neoprenes são praticamente iguais. Isto deve corresponder à distribuição do cortante de maneira uniforme entre os três apoios de neoprene do dente.

A Figura 14 reúne as curvas carga P - deformação de encurtamento de cada neoprene. Só foi possível medir a deformação de encurtamento de cada neoprene até a carga de 120 kN. Após este valor, alguns pinos metálicos se descolaram da viga (ver Figura 15) e não foi possível continuar as leituras por meio de um extensômetro mecânico.

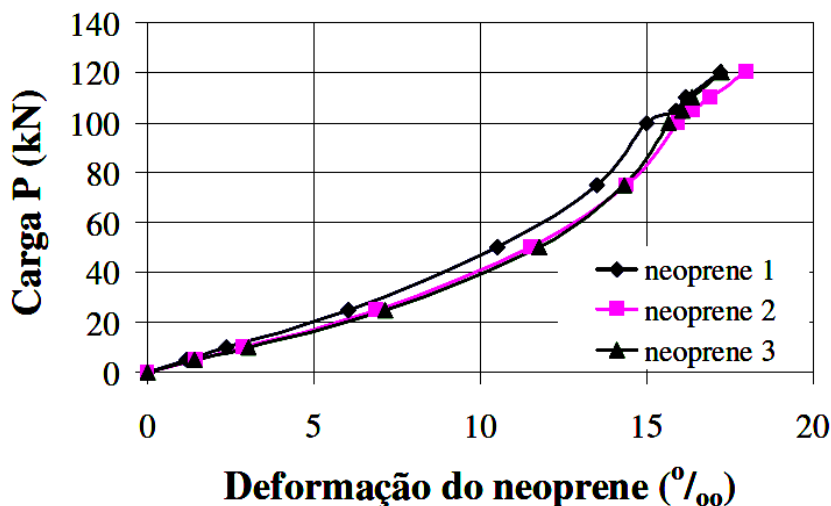


Figura 14 – Curvas carga - deformação de cada neoprene da viga ensaiada.

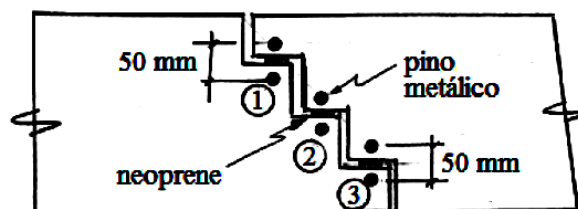


Figura 15 – Detalhe de instrumentação para leitura das deformações de encurtamento para cada neoprene da viga ensaiada.

Pode-se constatar da Figura 14 que as deformações de encurtamento de cada neoprene foram muito próximas umas das outras, o que pôde levar a concluir que a distribuição de esforço cortante parece ter ocorrido de maneira uniforme entre os três apoios de neoprene do dente.

A aferição individual das 3 placas de neoprene conduziu aos seguintes valores:

Carga N (kg)	Neoprene ① ( $10^{-3}$ mm)	Neoprene ② ( $10^{-3}$ mm)	Neoprene ③ ( $10^{-3}$ mm)
200	148	165	136
400	288	331	269
600	413	476	397
800	518	596	497
1000	618	692	601
1200	715	765	685
1400	777	831	769
1600	853	889	844
1800	899	948	918
2000	967	1011	968
2200	1014	1056	1019
2400	1074	1098	1057
2600	1117	1145	1109
2800	1157	1191	1156
3000	1185	1233	1195

Não se conseguiu determinar no entanto, através da curva de aferição dos neoprenes, o cortante atuante nos dentes.

Por exemplo:

Para uma carga  $2P = 24t$ , teríamos pela teoria  $Q = 0,5855 \times 12 = 7,03t$ .

Pelas medições de encurtamento e com as curvas de aferição teríamos:

Neoprene ① :  $862 \times 10^{-3} \text{mm} \rightarrow \approx 1.700\text{kg}$

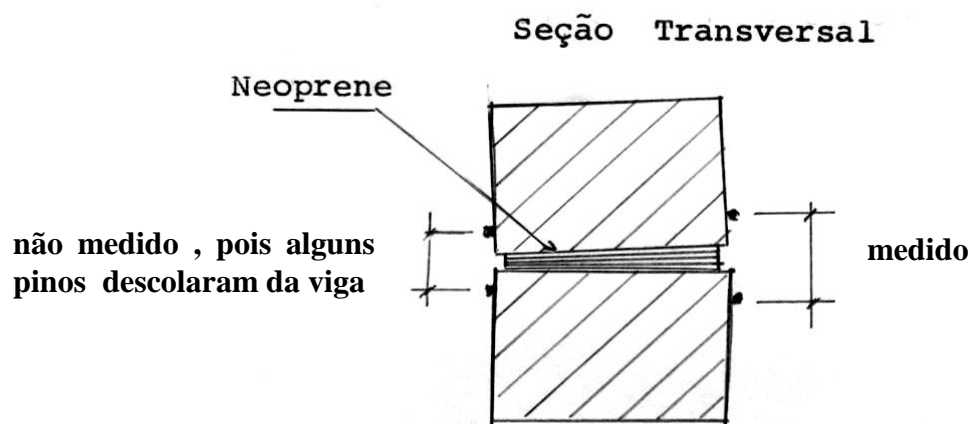
Neoprene ② :  $900 \times 10^{-3} \text{mm} \rightarrow \approx 1.700\text{kg}$

Neoprene ③ :  $863 \times 10^{-3} \text{mm} \rightarrow \underline{\approx 1.700\text{kg}}$

$$Q = 5.100\text{kg} = 5,1t$$

Além da falta de precisão nas medidas realizadas, deve-se constatar que não se fez a medida dos encurtamentos do neoprene nas duas faces laterais da viga, usando-se então a média das leituras.

Desse modo, as medidas realizadas representam apenas um dos lados de apoio.

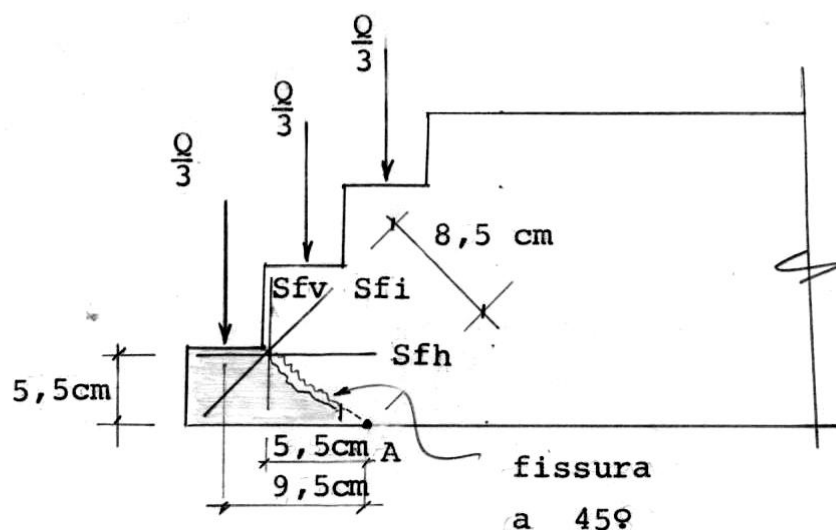


## 5.6

### Verificação das tensões nas armações do dente

#### 5.6.1

#### 1º dente



$$S_{fv} = 4\emptyset 5\text{mm} = 0,80\text{cm}^2$$

$$S_{fi} = 6\emptyset 6\text{mm} = 1,68\text{cm}^2$$

$$S_{fh} = 6\emptyset 5\text{mm} = 1,20\text{cm}^2$$

$$\frac{Q}{3} = \frac{21660}{3} = 7.220\text{kg}$$

Considerando a armação com tensão de escoamento, teríamos:  
em relação ao ponto A:

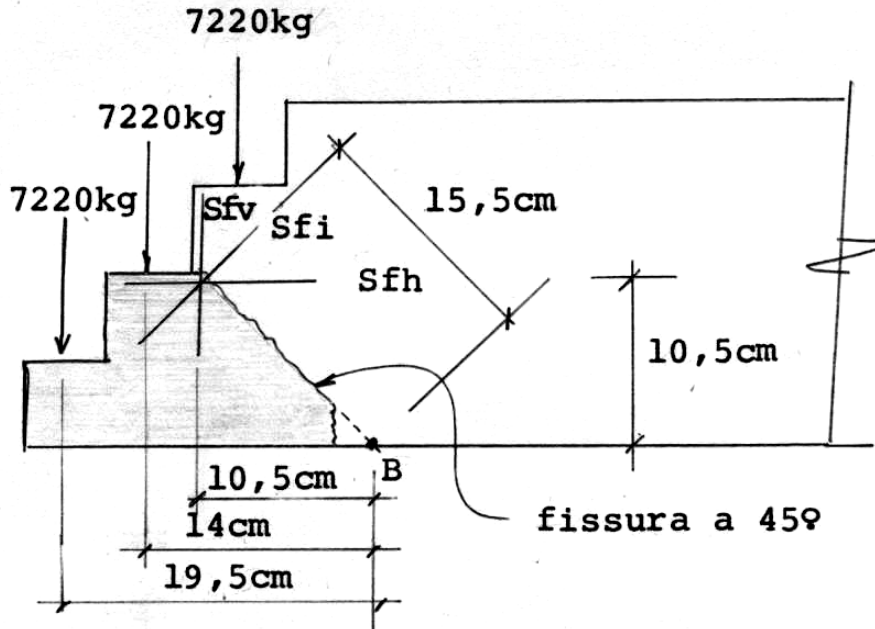
$$\begin{array}{l}
 M_{\text{atuante}} = 7220 \times 9,5 = 68,590 \text{kg.cm} \\
 M'_{\text{ultimo}} \left. \begin{array}{l} = 0,80 \times 6000 \times 5,5 = 26.400 \text{kg.cm} \\ 1,68 \times 6000 \times 8,5 = 85.680 \text{kg.cm} \\ 1,20 \times 6000 \times 5,5 = \underline{39.600 \text{kg.cm}} \\ \hline 151.680 \text{kg.cm} \end{array} \right\} \\
 (f_{yk} = 6000 \text{kg/cm}^2)
 \end{array}$$

$$M_{\text{atuante}} \ll M'_{\text{ultimo}}$$

$$\frac{M'_{\text{ultimo}}}{M_{\text{atuante}}} = \frac{151.680}{68.590} = 2,21$$

### 5.6.2

#### 2º dente



$$S_{fv} = 4\phi 5\text{mm} = 0,8\text{cm}^2$$

$$S_{fi} = 6\phi 6\text{mm} = 1,68\text{cm}^2$$

$$S_{fh} = 6\phi 5\text{mm} = 1,20\text{cm}^2$$

Considerando a armação em escoamento teríamos em relação a B:

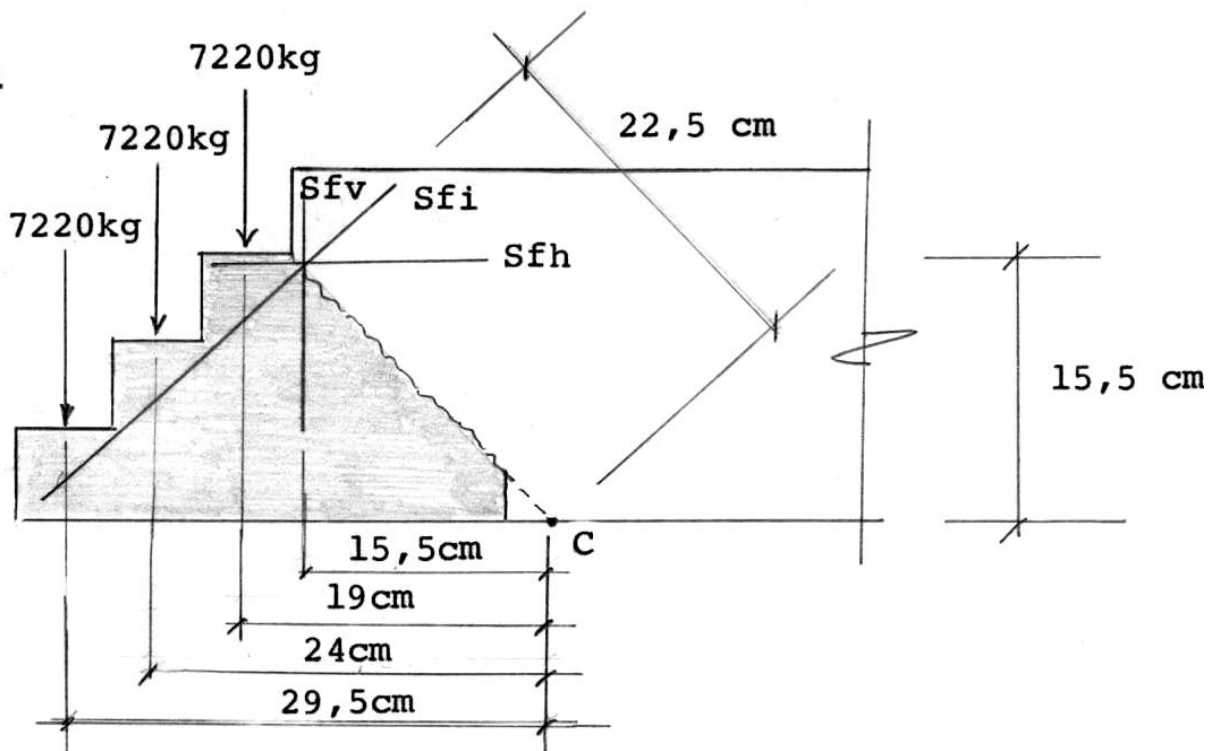
$$M_{\text{atuante}} = 7220 \times (19,5 + 14) = 241,870 \text{kg.cm}$$

$$M'_{\text{último}} \begin{cases} 0,8 \times 6000 \times 10,5 = 50,400 \text{kg.cm} \\ 1,68 \times 6000 \times 15,5 = 156.240 \text{kg.cm} \\ 1,20 \times 6000 \times 10,5 = \underline{75.600 \text{kg.cm}} \\ 282.240 \text{kg.cm} \end{cases}$$

$$\frac{M'_{\text{último}}}{M_{\text{atuante}}} = \frac{282.240}{241.870} = 1,17$$

5.6.3

3º dente



$$S_{fv} = 2\emptyset 6\text{mm} + 5\emptyset 8\text{mm} = 3,06 \text{cm}^2$$

$$S_{fi} = 6\emptyset 6\text{mm} = 1,68 \text{cm}^2$$

$$S_{fh} = 6\emptyset 5\text{mm} = 1,20 \text{cm}^2$$

Com a armação em escoamento teremos:

$$M_{\text{atuante}} = 7220 \times (29,5 + 24 + 19) = 523.450 \text{kg}\cdot\text{cm}$$

$$M_{\text{ultimo}} = 3,06 \times 6000 \times 15,5 = 284.580 \text{kg}\cdot\text{cm}$$

$$1,68 \times 6000 \times 22,5 = 226.800 \text{kg}\cdot\text{cm}$$

$$1,20 \times 6000 \times 15,5 = \underline{111.600 \text{kg}\cdot\text{cm}}$$

$$622.980 \text{kg}\cdot\text{cm}$$

$$\frac{M_{\text{ultimo}}}{M_{\text{atuante}}} = \frac{622.980}{523.450} = 1,19$$

Se fosse usada em todos os dentes a mesma armação Sfv, Sfh e Sfi, observaríamos que o dente com menor segurança é exatamente o último i.e o que tem maior altura.

Se no 3º dente tivéssemos usado a mesma armação que o 1º e o 2º teríamos

$$Sfv = 0,8 \text{cm}^2$$

$$Sfi = 1,68 \text{cm}^2$$

$$Sfh = 1,20 \text{cm}^2$$

$$M_{\text{ultimo}} = 0,8 \times 6000 \times 15,5 = 74.400$$

$$1,68 \times 6000 \times 22,5 = 226.800$$

$$1,20 \times 6000 \times 15,5 = \underline{111.600}$$

$$412.800$$

$$\frac{M_{\text{ultimo}}}{M_{\text{atuante}}} = \frac{412.800}{523.450} = 0,79$$

Teríamos portanto os seguintes coeficientes de segurança:

1º dente - 2,21

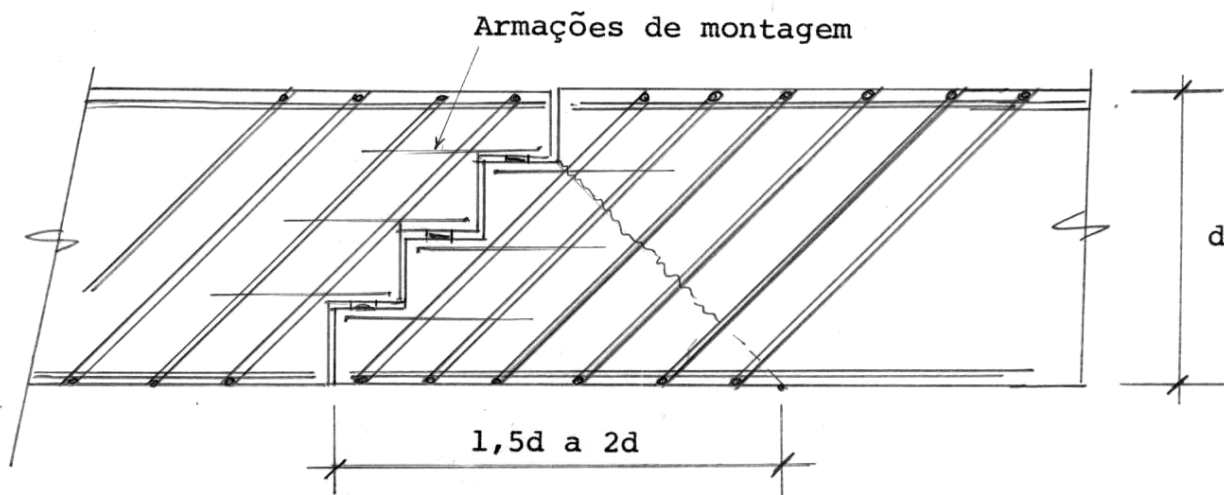
2º dente - 1,17

3º dente - 0,79

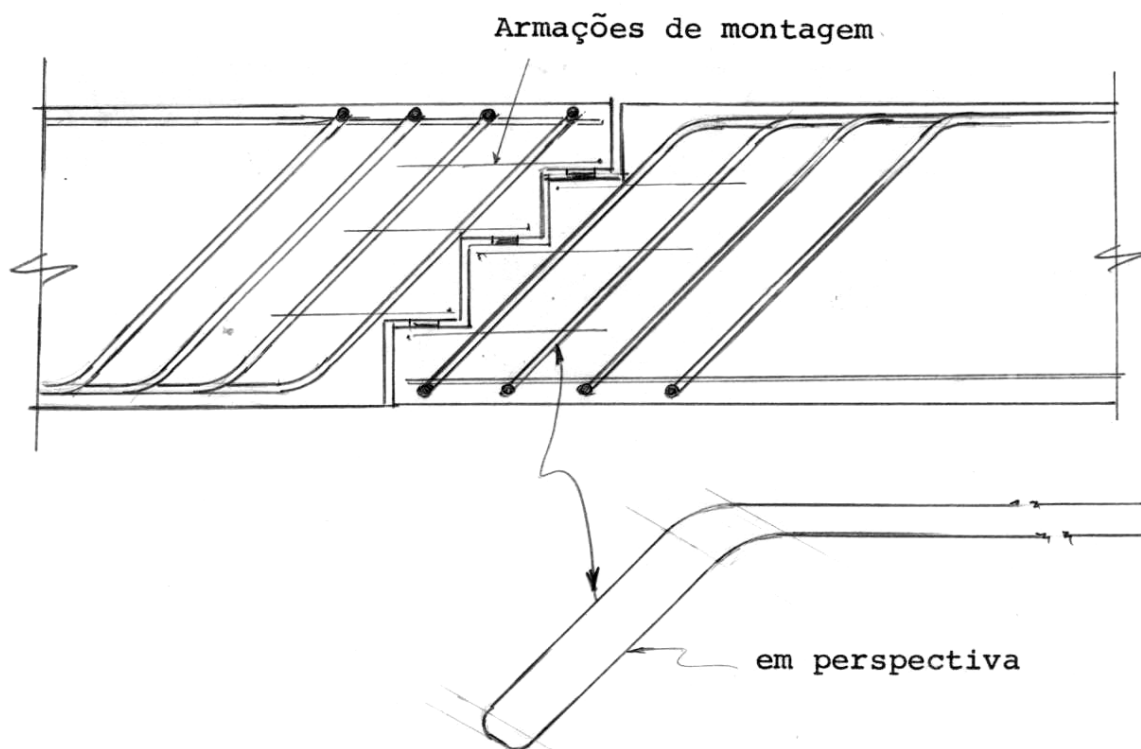
6.

Proposta para tipo de armação

Após os estudos iniciais e após analisar os resultados do ensaio realizado, achamos que o tipo de armação mais aconselhado no caso de vigas de concreto armado seria o de estribos inclinados, conforme figura abaixo.

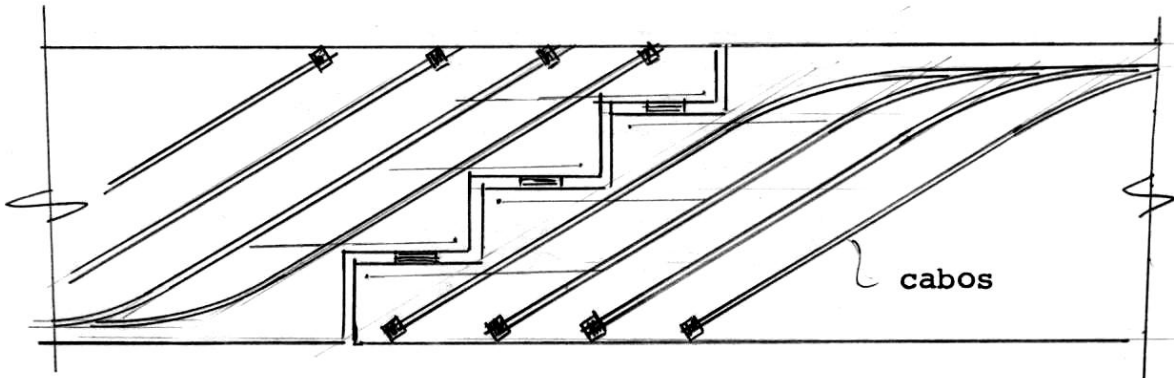


Se forem usados ferros dobrados, estes devem ter alça na sua extremidade, conforme foi feito no ensaio, com excelentes resultados, pois não houve nenhuma falha na ancoragem.





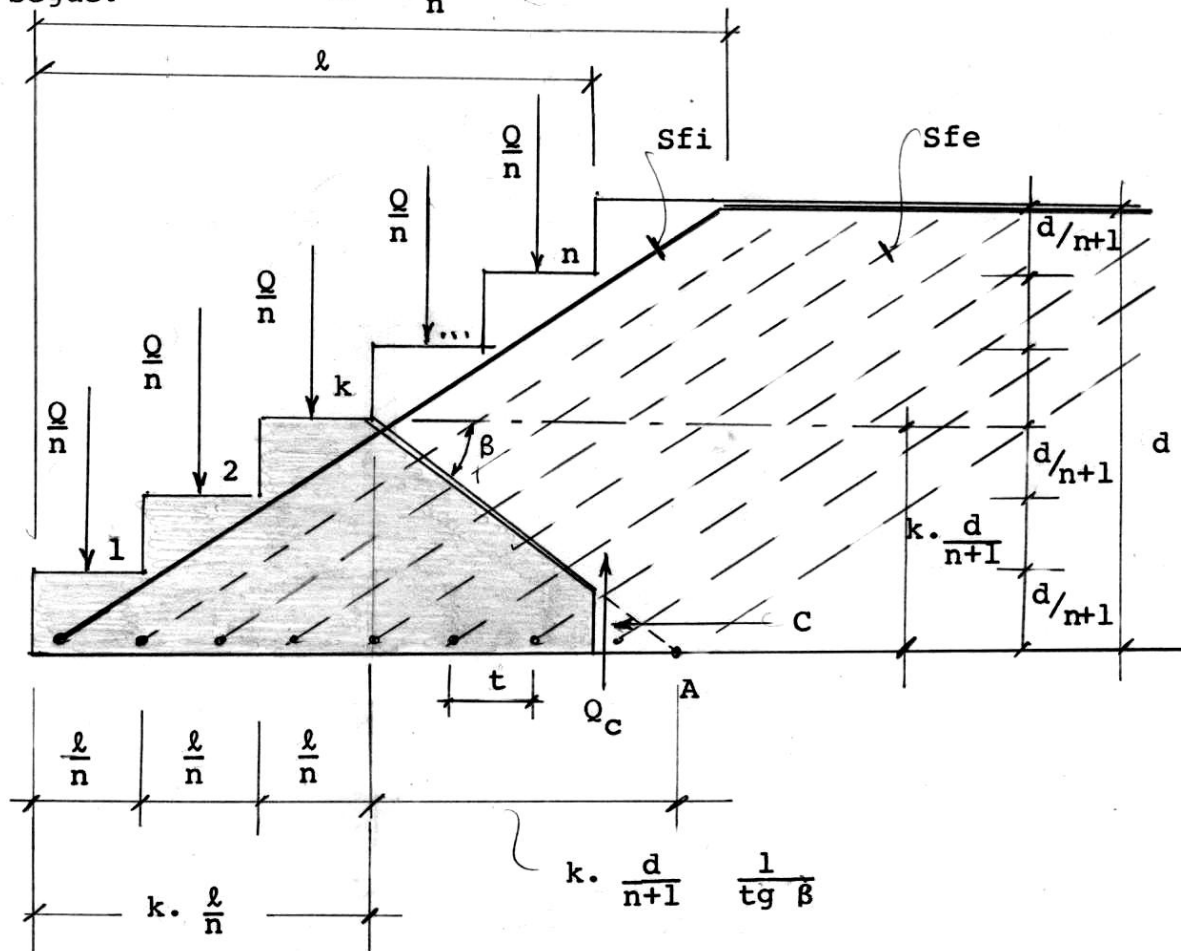
Se tivermos uma viga de concreto protendido, o esquema de cabos mais indicado seria:



### 7. Cálculo das armações

Para a verificação das armações poderíamos usar as verificações de equilíbrio de cada parte do dente como segue:

$$L = \frac{n+1}{n} \cdot \ell$$



$$L = \frac{n+1}{n} \cdot \ell$$

N = nº de dentes (5 na figura)

Q = cortante total

Qc = cortante resistido pelo concreto

$\ell$  = comprimento total dos dentes

$\beta$  = ângulo das fissuras com a horizontal (nos ensaios feitos com dentes Gerber, geralmente se obtém  $\beta \approx 45^\circ$ )

$\alpha$  = ângulo do dente com a horizontal

Sfe = seção de ferro de 1 estribo

t = espaçamento entre os estribos na horizontal

Considerando todas as barras em escoamento, teremos na rutura

### 1. Direção Vertical

$$Q_d = \gamma_s \cdot Q$$

$$\frac{Q_d}{n} \times k = S_{fi} \cdot f_{yd} \cdot \sin \alpha + \frac{S_{fe}}{t} \times \left( \frac{\ell}{n} \cdot k + k \cdot \frac{d}{n+1} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \right) \times$$

$$\times f_{yd} \times \sin \alpha + Q_c$$

### 2. Direção Horizontal

$$S_{fi} \cdot f_{yd} \cdot \cos \alpha + \frac{S_{fe}}{t} \left( \frac{\ell}{n} k + k \cdot \frac{d}{n+1} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \right) f_{yd} \cdot \cos \alpha = C$$

### 3. Momento em relação ao ponto A

$$k \cdot \frac{Q_d}{n} \left( k \frac{d}{n+1} \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} + \frac{k}{2} \frac{\ell}{n} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= S_{fi} \cdot f_{yd} \cdot \sin \alpha \cdot k \left( \frac{d}{n+1} \right) \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} + \\
&+ S_{fi} \cdot f_{yd} \cdot \cos \alpha \cdot k \left( \frac{d}{n+1} \right) + \\
&+ \frac{S_{fe}}{t} \left( k \frac{l}{n} + k \frac{d}{n+1} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \right) \cdot f_{yd} \cdot \sin \alpha \cdot \frac{k}{2} \cdot \frac{d}{n+1} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} + \\
&+ \frac{S_{fe}}{t} \left( k \frac{l}{n} + k \frac{d}{n+1} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \right) f_{yd} \times \cos \alpha \times \frac{k}{2} \cdot \frac{d}{n+1}
\end{aligned}$$

#### 4. Cortante resistido pelo concreto

$$Q_c = f_{cs} \cdot b \cdot \frac{k^2 \cdot \left( \frac{d}{n+1} \right)^2}{k \cdot \left( \frac{d}{n+1} \right) \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}} =$$

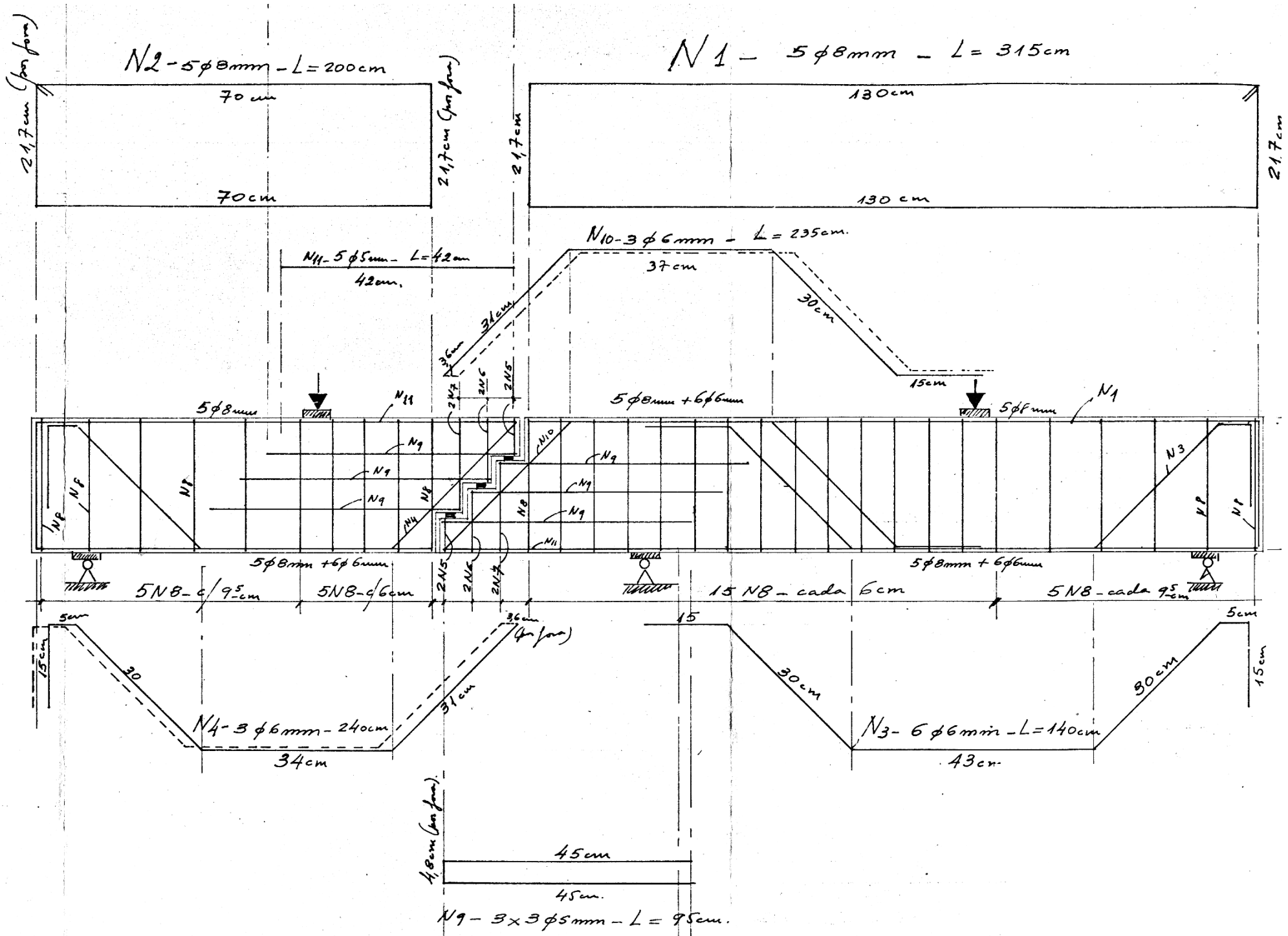
$$Q_c = f_{cs} \cdot b \cdot k \left( \frac{d}{n+1} \right) \times \operatorname{tg} \beta \quad (\text{ver } [14] \text{ pag. } 38).$$

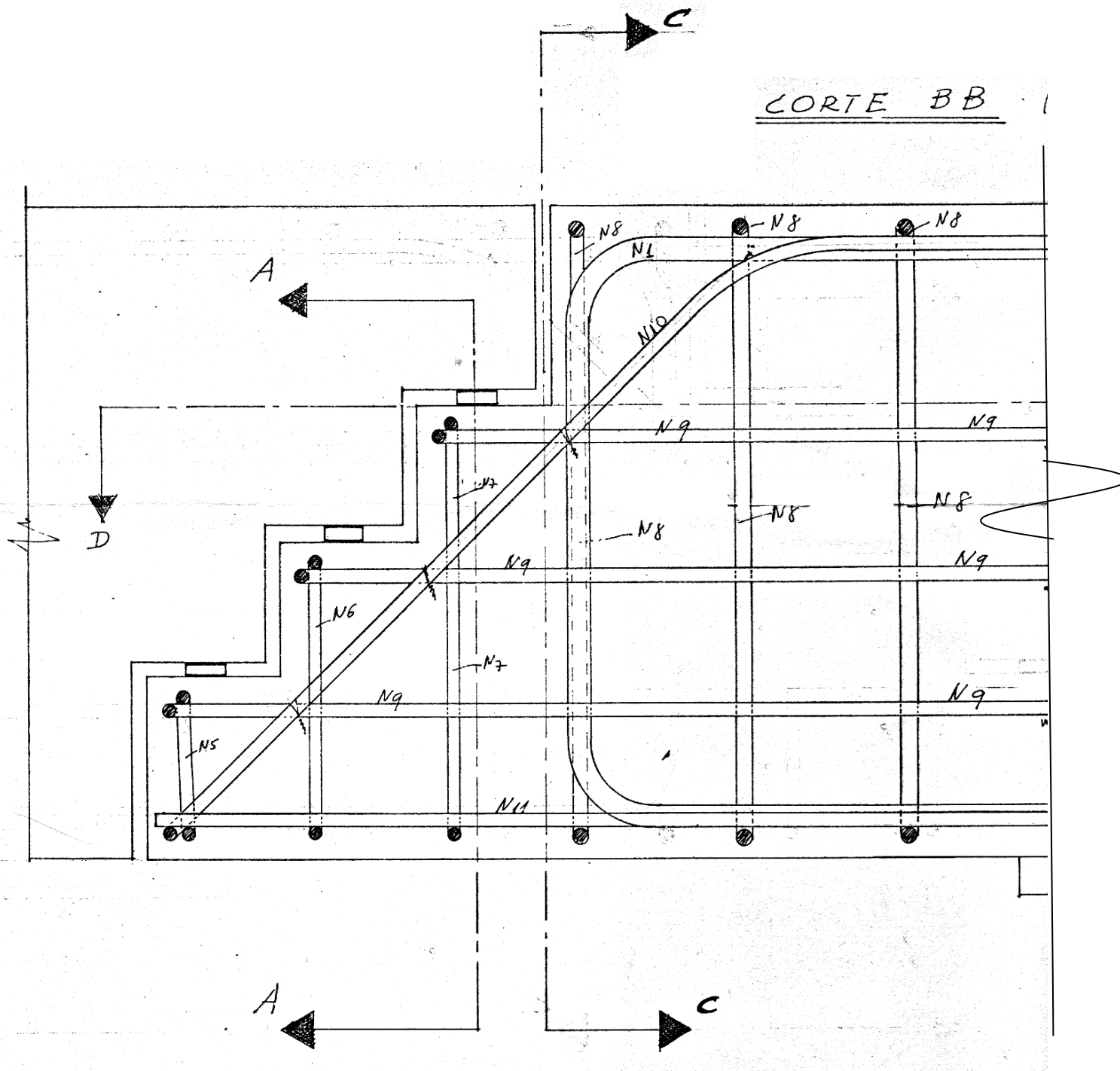
Para fazer a verificação, deveria ser feita a variação do ângulo da fissura procurando a posição mais desfavorável da fissura.

+++

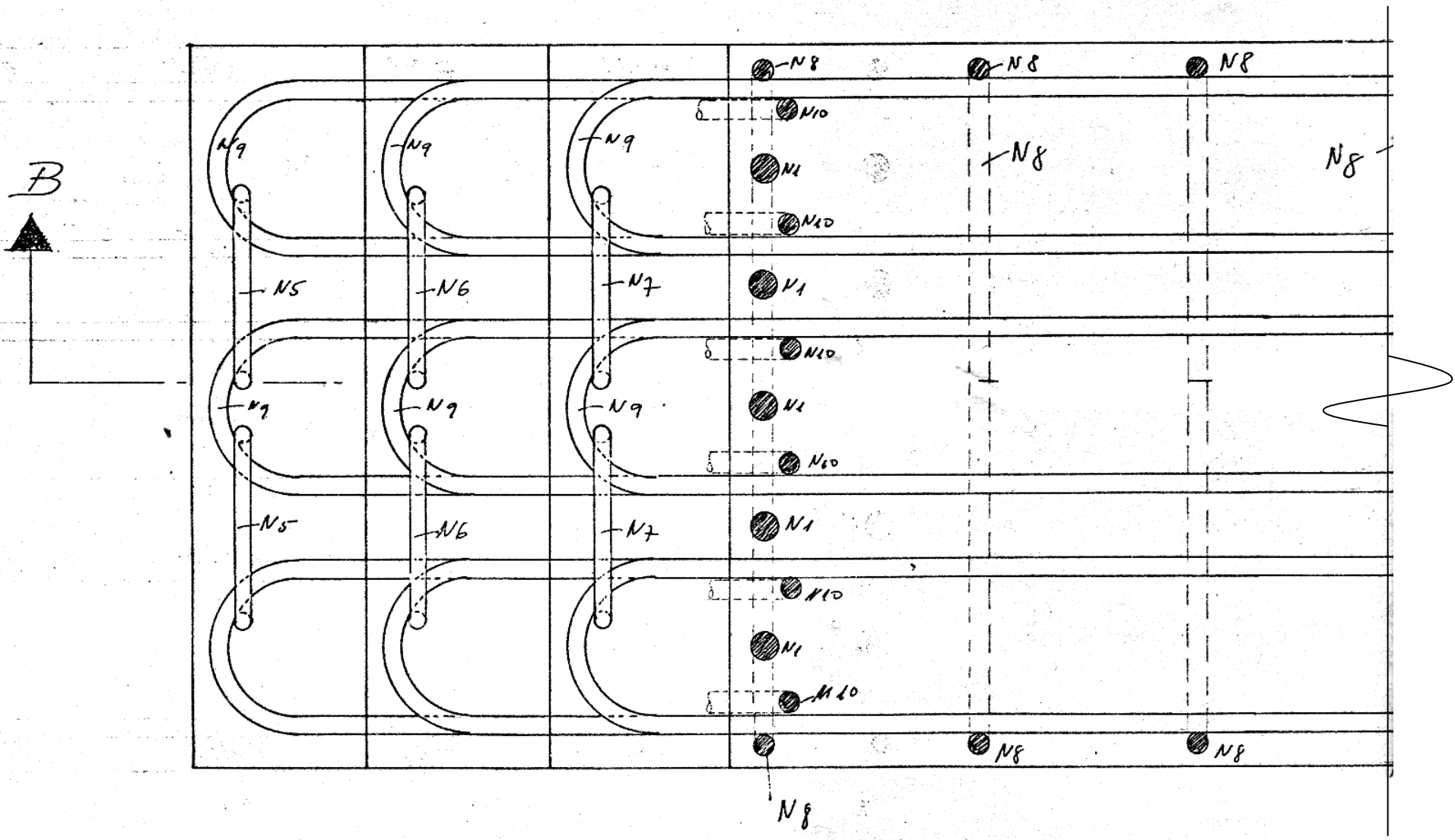
## **ANEXO 01**

### **ARMADURA DA VIGA ENSAIADA COM DENTES MÚLTIPLOS**

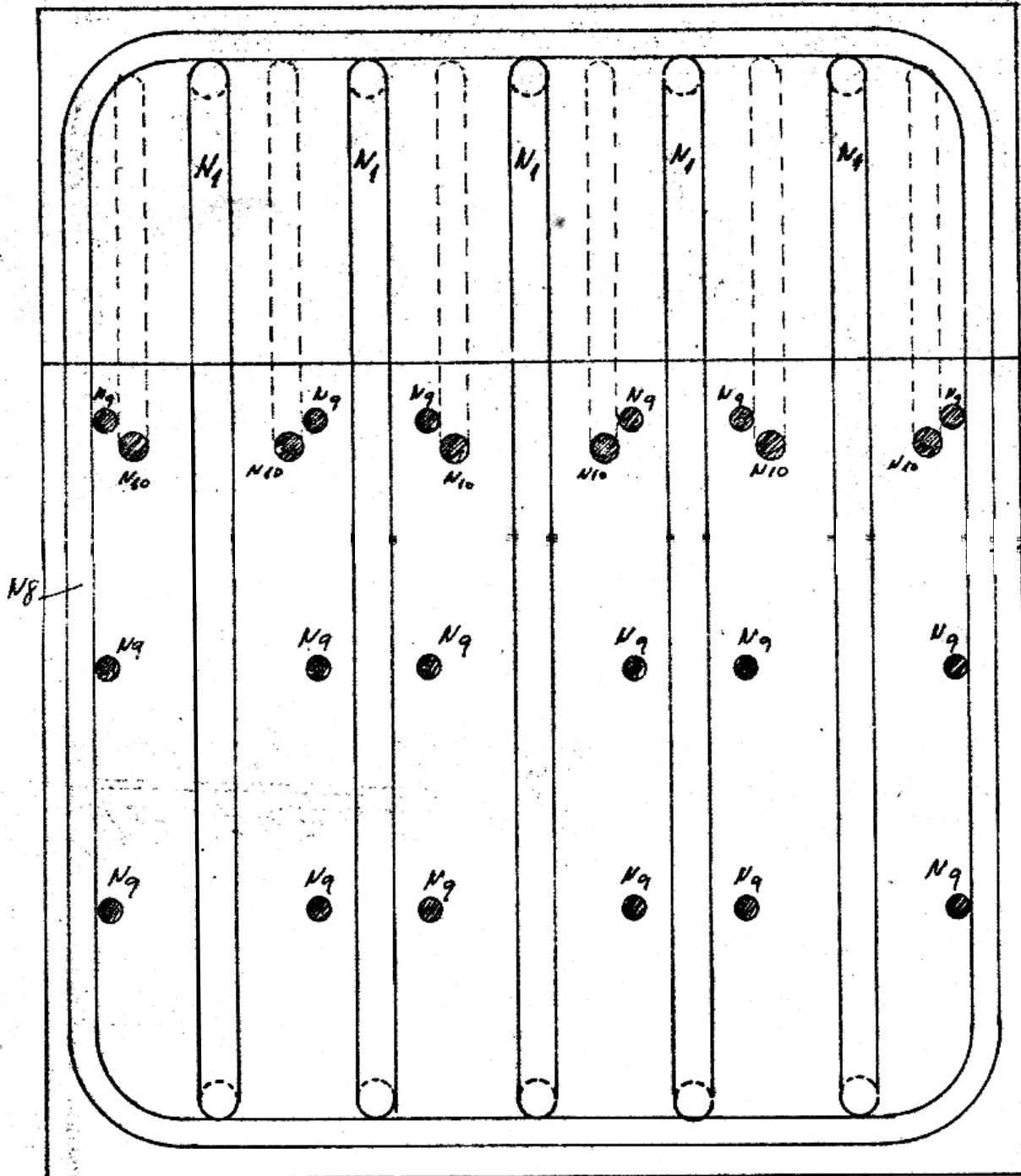




CORTE DD (1:1)

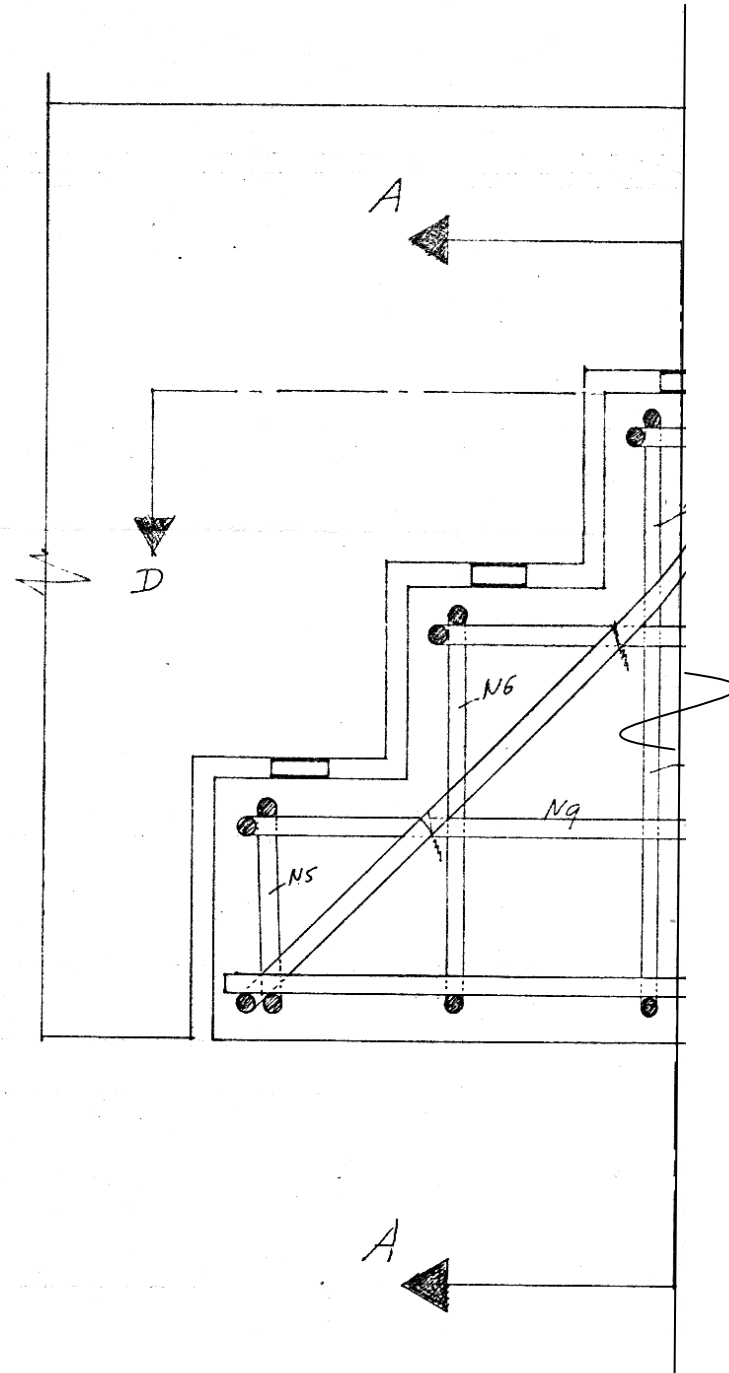
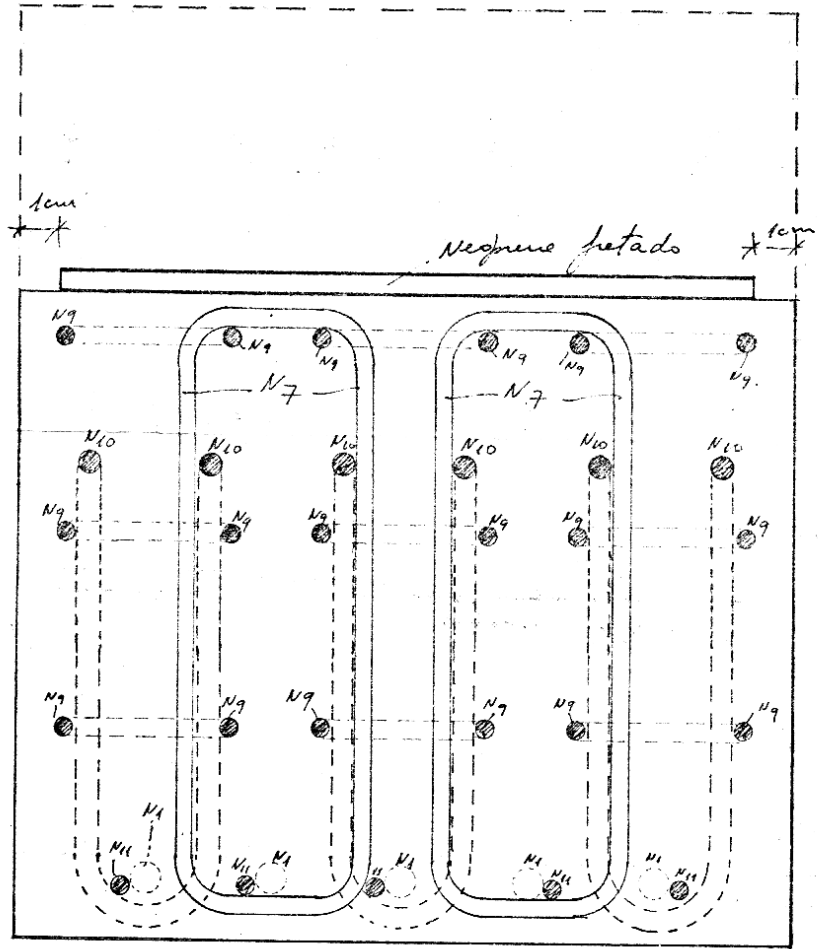


CORTE CC (1:1)





CORTE AA (1:1)



**ANEXO 02**

**NOTAS DE AULA DE AUGUSTIN MESNAGER**

[http://patrimoine.enpc.fr/document/ENPC02\\_COU\\_4\\_26511\\_1921](http://patrimoine.enpc.fr/document/ENPC02_COU_4_26511_1921)

**1921**

# COURS



DE

# BÉTON ARMÉ

**26.511**

PAR

**AUGUSTIN MESNAGER**

MEMBRE DE L'INSTITUT

INSPECTEUR GÉNÉRAL DES PONTS ET CHAUSSÉES

PROFESSEUR A L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

PROFESSEUR AU CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

DIRECTEUR DES LABORATOIRES DE L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES



PARIS

**DUNOD, ÉDITEUR**

47 ET 49, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS (VI<sup>E</sup>)

1921

Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation réservés pour tous pays.  
Copr. by Dunod 1921.

ENPC02-COU-4-26511-1921

© École nationale des ponts et chaussées

voûte rigide devant être déformée pour rester sur des appuis fixes et par conséquent éprouver des flexions, ne peut subir une pression uniforme.

**Raccourcissement des arcs en béton armé.** — Quand il s'agit d'une voûte en béton armé, le problème est encore plus compliqué, car il y a encore d'autres causes de raccourcissement.

Supposons que la pression intérieure moyenne soit de 25 kilogrammes par centimètre carré. Le raccourcissement de l'unité de longueur ou contraction sera, par suite de cette pression.....	$\frac{25}{200\ 000} =$	0,000125
D'autre part, si nous faisons le calcul pour le béton à l'âge de trois mois, nous savons que le retrait par unité de longueur est 0,29 millimètres par mètre, c'est-à-dire comme contraction.....		0,00029
Il peut y avoir en outre des changements de température. L'ouvrage a dû être construit à une température moyenne, 12° environ. Si la température descend à -13°, on aura une différence de 25° et alors la contraction sera représentée par.....	$25 \times 11 \times 10^{-6} =$	0,000275
Si nous faisons la somme de toutes ces contractions, nous arrivons à....		0,000690
qui est le raccourcissement total par unité de longueur à prévoir.		

En outre, sous la poussée de la voûte, les culées s'écartent toujours, ce qui équivaut à un raccourcissement supplémentaire.

Le rapporteur de la Commission du ciment armé (page 371 du volume édité par la maison Dunod), évalue à 0,000 25 seulement le raccourcissement total dû au retrait. Dans ces conditions, le raccourcissement total est de 0,000 65, ou  $6,5 \times 10^{-4}$ , soit 0<sup>mm</sup>,65 par mètre.

On peut tourner la difficulté due au raccourcissement en forçant la pression à passer au sommet et aux naissances à moitié de l'épaisseur de la voûte. Il suffit de l'articuler en ces trois points.

Au décintrement, le sommet descendra légèrement, les résultantes des forces pour une charge uniforme par unité de longueur formeront une parabole passant par ces points et la voûte pourra être uniformément comprimée si elle a reçu une forme convenable. En général, on peut tracer la parabole sans se préoccuper des petits abaisséments de la clef au décintrement.

## ARTICULATIONS

**Angles dont tournent les articulations d'une voûte en béton armé.** — Cherchons quel est l'ordre de grandeur des variations d'angle qui peuvent se produire aux articulations d'une voûte.

Soit SS' le raccourcissement de la demi-voûte. Le point S vient en S' et la voûte tourne autour du point A jusqu'à ce que le point S' vienne en S'' sur l'axe, puisque par raison de symétrie l'autre moitié s'est modifiée de la même façon.

Je vais calculer la valeur de l'angle  $\alpha$  dont tourne la droite AS. Sa partie principale est :

$$\alpha = \frac{S'S''}{AS'} \quad \text{ou} \quad \frac{S'S''}{AS}$$

Comme les angles sont très petits, on peut confondre l'arc de circonférence  $S'S''$  avec la perpendiculaire à la droite AS. Le triangle  $SS'S''$  est semblable au triangle  $ASM$ . On en conclut :

$$S'S'' = SS' \frac{l}{2f}$$

En remplaçant dans l'expression de  $\alpha$ , on obtient :

$$\alpha = \left( \frac{SS'}{AS} \right) \frac{l}{2f}$$

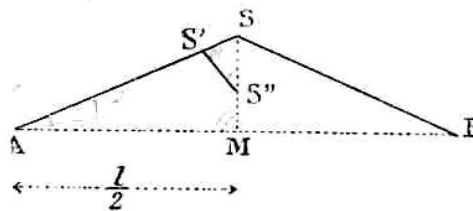


FIG. 100.

L'angle aux naissances est donc égal au quotient de la contraction de la demi-voûte par le surbaissement. Soit  $6,5 \times 10^{-4}$  le raccourcissement qui peut se produire, d'après ce que nous avons vu plus haut. Le changement de longueur  $SS'$  de la pièce AS, compté suivant la ligne droite AS est :

$$S'S = 6,5 \times 10^{-4} \times AS.$$

En remplaçant cette contraction par sa valeur, dans l'équation précédente, il vient :

$$\alpha = 6,5 \times 10^{-4} \frac{l}{2f}$$

Si  $l = 10f$ , surbaissement au dixième, on a :

$$\alpha = 6,5 \times 10^{-3} \frac{1}{2}$$

Au sommet, la déformation angulaire, qui vient de la rotation de la partie droite et celle qui vient de la rotation de la partie gauche s'ajoutent. La variation d'angle est de l'ordre de  $\frac{6,5}{1\ 000} = 6,5 \times 10^{-3}$ , soit 6<sup>mm</sup>,5 par mètre.

L'angle au sommet est le quotient de la contraction totale de la voûte par le surbaissement. ]

**Différents types d'articulations.** — Pour constituer les articulations dans les voûtes en acier, on emploie un cylindre A qui est pris entre deux sortes de chaises en acier. Ces deux

dernières pièces peuvent tourner autour du cylindre A. Si la résultante des efforts qui agissent sur l'un des côtés vient à passer à une distance suffisante de l'axe du cylindre, l'articulation tourne par rapport à l'axe jusqu'à ce que la résultante soit ramenée à la distance où le glisse-

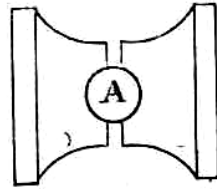


FIG. 101. — Articulation à rotule.

ment se produit. Cette distance est variable avec l'état des surfaces; si elles sont lubrifiées, elle est petite; en général c'est  $rf$ ;  $r$  rayon,  $f$  coefficient de frottement. En cas de rouille, la distance peut dépasser le rayon. Le chemin de fer de l'État admet 2 kilogrammes par millimètre carré de la section diamétrale comme pression acceptable, ce qui donne des pièces de grosse dimension.

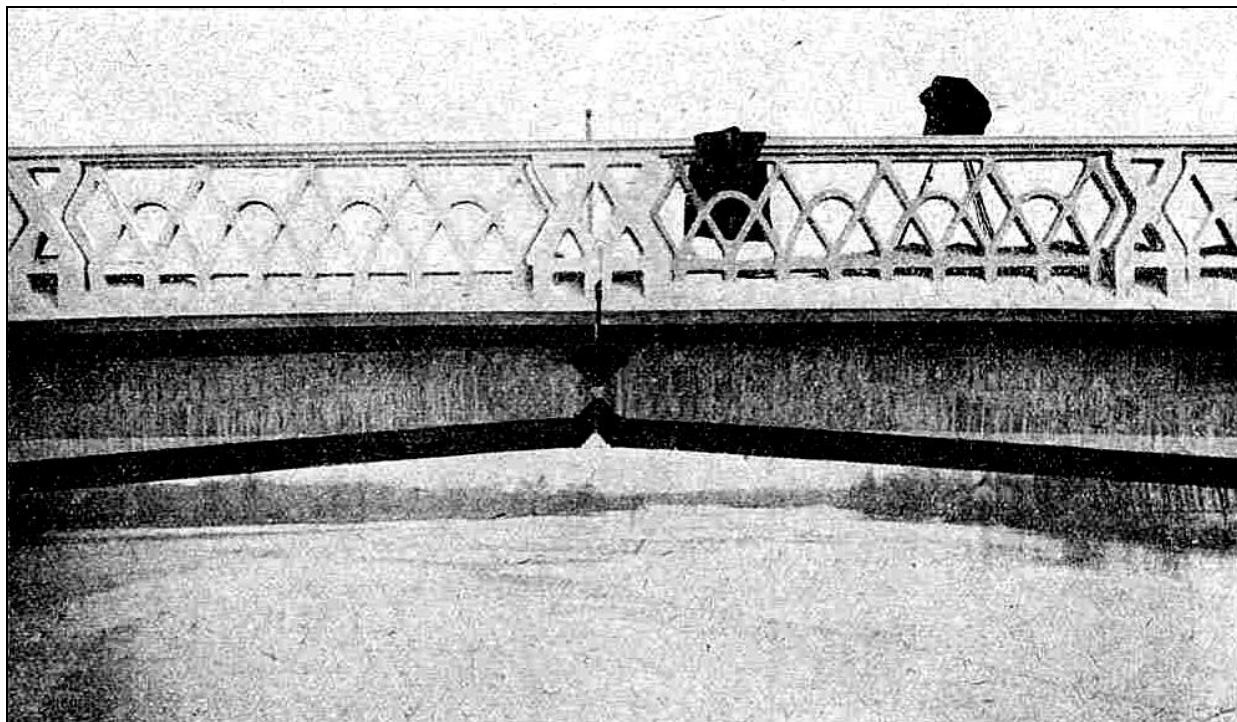


FIG. 101 bis. — Pont du Veudre, près de Vichy. Articulation centrale.

Ces pièces en acier sont très chères par rapport à la construction en béton armé. De plus, il faut aligner les axes très exactement dans toute la largeur de la voûte et par conséquent la construction est assez difficile. On emploie rarement des articulations de ce genre avec le béton armé.

On a utilisé, en Allemagne principalement, des articulations formées de deux

pièces cylindriques roulant l'une sur l'autre. Le déplacement du point de contact a pour valeur :

$$d = \frac{rr'\alpha}{r - r'}$$

En effet :

$$d = \varphi r = \varphi' r';$$

$$\alpha = \varphi' - \varphi.$$

d'où :

$$\frac{\varphi}{r'} = \frac{\varphi'}{r} = \frac{\varphi' - \varphi}{r - r'} = \frac{\alpha}{r - r'}$$

qu'on porte dans  $d = \varphi r$ .

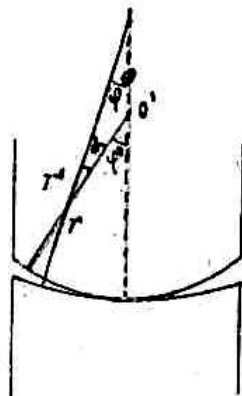


FIG. 102.

On en a fait également en France dans ce genre en béton armé. La maison Considère en a fabriqué avec des moules en acier qu'on avait rabotés très exactement. Le moule en acier est assez cher. M. Freyssinet a raboté suivant des cylindres circulaires des surfaces de béton, ce qui n'est pas du travail courant. En outre, pour avoir une résistance suffisante dans la petite région de contact qui supporte toute la poussée, on est obligé de fretter. Enfin il suffit de peu de matières étrangères introduites dans cette articulation pour modifier notablement son fonctionnement. En Allemagne, on a annoncé des résultats d'essais de résistance très extraordinaires sur des pièces de ce type. Les essais répétés à Paris à plusieurs reprises en cherchant à se placer dans les mêmes conditions ont toujours été très notablement inférieurs.

Il serait imprudent d'employer un plan pour l'une des faces. On a construit, il y a une quinzaine d'années, un pont à Munich, sur l'Isar, avec des articulations en acier sur acier. Elles étaient constituées par une portion de cylindre reposant sur un plan. Les surfaces avaient été graissées soigneusement. Au décentrement, l'un des côtés d'une arche a glissé en descendant et, si l'on n'avait pas arrêté l'opération, l'arche serait tombée dans la rivière.

Puisque les angles dont tournent les articulations sont petits, j'ai cherché si l'on ne pourrait pas trouver un dispositif de semi-articulation formée de barres d'acier, se prêtant à la flexion et résistant à l'effort tranchant en cas d'inégal chargement des demi-voûtes, tout en étant suffisamment économique.

Un des dispositifs qu'on peut utiliser est le suivant. On prend une barre d'acier ABCD et une autre barre A'B'C'D' à laquelle on donne la même forme, mais qu'on place derrière la première, symétriquement par rapport au plan moyen de la voûte. La rotation, puisque

BC et B'C' ne changent pas de longueur, s'effectue autour du point d'intersection de ces droites (centre instantané de rotation de CC' par rapport à BB').

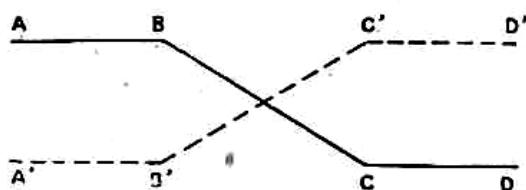


FIG. 103.

On diminue l'épaisseur de la voûte près du point de croisement des barres, de façon à n'avoir plus dans les parties où se croisent ces barres, que les barres et une toute petite quantité de béton qui les préserve de l'oxydation (fig. 104). On peut également ajouter d'autres barres moins inclinées. Souvent on fait des paquets de quatre barres maintenues par des ligatures. Ces paquets sont très maniables et se placent les uns à côté des autres pour constituer l'articulation. Pour aligner exactement les croisements des tiges, on appuie les barres sur l'arête d'une cornière, comme l'indique la figure 105, pendant le montage et le pilonnage des arcs.

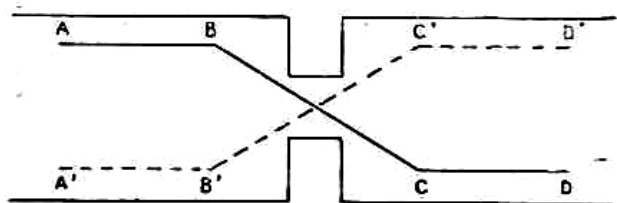


FIG. 104. — Semi-articulation.

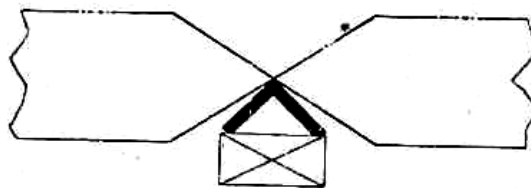


FIG. 105. — Alignement des barres.

**Expériences sur des semi-articulations et conséquences.** — Pour construire ces articulations, il a été nécessaire de déterminer les dimensions des pièces qu'on devait y introduire. Une des conditions était que les barres réunissant les deux parties de l'ouvrage supportassent à elles seules la poussée de l'ouvrage. Leur diamètre étant fixé, il fallait leur donner une longueur suffisante, pour que l'adhérence leur permit de faire corps avec le reste de la construction. Enfin il fallait ou les incliner les unes sur les autres ou leur adjoindre des pièces transversales capables de résister aux composantes verticales dans le cas de charges non uniformes.

Pour m'assurer de l'exactitude de mes prévisions, j'ai eu recours à l'expérience, comme cela est prudent, chaque fois que l'on fait quelque chose de neuf <sup>(1)</sup>.

Voici les dimensions qui ont été employées.

**Première pièce.** — On a construit une pièce en béton armé dans laquelle étaient disposées des barres analogues à celles dont nous avons parlé et qui étaient alternativement dirigées vers le haut et vers le bas.

La pièce avait 1<sup>m</sup>,90 de longueur, 0<sup>m</sup>,40 de hauteur et on avait laissé une largeur de 0<sup>m</sup>,09, libre au milieu sauf sur une hauteur de 9 centimètres dans la région occupée par

<sup>(1)</sup> *Annales des Ponts et Chaussées*, 1907, II, p. 180.



les aciers. Les barres employées avaient un diamètre de 20 millimètres. Ce diamètre était donc  $\frac{1}{4,5}$  du vide central. Pour les mettre dans les conditions d'utilisation, on a fait fléchir l'articulation pendant les essais. L'angle prévu étant de 6,5 millièmes, on a jugé bon de prendre un angle plus de trois fois plus fort, 2 centièmes, soit 2 centimètres par mètre. L'une des extrémités étant appliquée contre le plateau d'une presse hydraulique, on a placé entre l'autre extrémité et le sommier de la presse un coin en acier dont les extrémités formaient l'angle de 2 centièmes. Puis on a soumis la pièce à des pressions croissantes.

La pièce était âgée de quarante-six jours lors de l'essai. On a augmenté progressivement la pression. Quand on est arrivé à 91 tonnes, ce qui correspondait à une pression de  $15^{\text{kg}},2$  par millimètre carré dans le métal, le coin a porté dans toute sa longueur. La pièce était dans des conditions défavorables, car, pour s'appliquer sur le coin unique, il ne fallait pas seulement fléchir la semi-articulation, mais la déformer. On a poussé la charge jusqu'à 147 tonnes, ce qui correspond à  $31^{\text{kg}},1$  par millimètre carré de la section du métal traversant le vide central. Une altération s'était produite sous la charge de 136 tonnes correspondant à  $28^{\text{kg}},8$  par millimètre carré de la section du métal; elle consistait en fentes le long des aciers. Vraisemblablement ceux-ci ont dû à ce moment-là glisser dans l'intérieur du béton. En outre une fente s'était produite à travers la partie tendue de la semi-articulation et quelques éclats avaient sauté du côté comprimé. Puisque le côté comprimé s'écrasait, c'était bien l'adhérence des aciers qui manquait. Ces aciers avaient une limite d'élasticité de 30 kilogrammes par millimètre carré, un peu supérieure à  $28^{\text{kg}},8$  par millimètre carré.

**Deuxième pièce.** — Au lieu de la charger en une fois jusqu'à rupture, on lui a fait subir une série de chargements et de déchargements. De plus on avait mis à chacune de ses extrémités un coin métallique dont l'angle était de 1 centième. Elle était donc dans des conditions de flexion plus normales. Le contact complet des coins s'est produit non plus comme précédemment pour 15 kilogrammes par millimètre carré, mais pour  $4^{\text{kg}},8$  par millimètre carré de la section du métal.

On a monté la charge jusqu'à 70 tonnes, ce qui correspondait à  $14^{\text{kg}},9$  par millimètres carré de la section du métal, puis on a déchargé et on a changé le sens des coins. On a de nouveau chargé et déchargé de façon à se rendre compte des déformations.

Après un certain nombre d'essais, on a pensé que pour avoir le minimum de résistance des aciers engagés dans la pièce le mieux serait de dégarnir de béton la partie centrale.

On a alors essayé de nouveau de déformer les extrémités en mettant des coins ou en les retirant et on a reconnu que la pièce fléchissait sous des efforts extrêmement faibles. Après avoir recommencé l'essai, on l'a poussé à rupture. Il s'est encore produit une fente le long des aciers sous une charge de 107 tonnes qui correspondait à  $22^{\text{kg}},7$  par millimètre carré; en maintenant la charge, on a détaché une partie des blocs et déformé les aciers. Par conséquent, dans ce cas, on a trouvé comme limite de résistance  $22^{\text{kg}},7$  par millimètre carré et, dans le cas précédent,  $28^{\text{kg}},8$  par millimètre carré. On aurait eu évidemment un meilleur résultat si l'on avait armé transversalement le béton pour éviter les fentes. C'est une bonne précaution à prendre dans les applications.

**Conclusions tirées de ces expériences.** — 1° Une pièce ainsi construite peut résister jusqu'à un peu plus de 28<sup>kg</sup>,5 par millimètre carré. En appliquant le coefficient de sécurité 0,28, on arrive à 8 kilogrammes par millimètre carré comme chiffre pratique. C'est pour 8 kilogrammes par millimètre carré qu'on a calculé l'assemblage des ponts exécutés;

2° Cette pression admise, on peut se demander quelle est la pénétration à donner aux aciers dans le béton. Pour satisfaire à l'adhérence avec du béton dosé à 300 kilogrammes de ciment, il faut :

$$800 \times \frac{\pi d^2}{4} = \pi dl \times 4,48.$$

On en tire :

$$l = d \frac{200}{4,48} = 44,6d.$$

La longueur en dessous de laquelle on ne peut pas avoir une résistance suffisante est égale à 44,6 diamètres, soit 45 diamètres;

3° L'excentricité de la résultante pour une pression de 8 kilogrammes par millimètre carré, d'après la seconde expérience, n'atteint pas 4 centimètres.

En effet, pour un angle de 0,01 et 4<sup>kg</sup>,8 par millimètre carré, elle était moins de 200 millimètres.

La distance, du point de passage de la résultante pour une même flexion, est en raison inverse de la charge et pour une même charge en raison directe de l'angle, donc a pour expression de cette distance à la clef d'un ouvrage courant :

$$200 \times \frac{4,8}{8} \times \frac{0,65}{2} \leq 39 \text{ millimètres.}$$

Dans les ponts on a porté la largeur du vide de 4,5 fois le diamètre des barres à cinq fois, ce qui a réduit l'excentricité à 35 millimètres,

**Application des semi-articulations.** — On a construit avec ce type d'articulation des ouvrages qui ont donné une économie assez considérable sur les ouvrages similaires.

Pour la couverture du bassin du Temple, on avait à couvrir une longueur de 243 mètres. Le premier projet, qui avait été fait quelques années plus tôt, avec une voûte en maçonnerie, s'élevait à plus d'un million et la portée de la voûte n'était que 18 mètres. En faisant la couverture en béton armé, avec 27<sup>m</sup>,64 de portée, je suis arrivé à dépenser seulement 811 000 francs et dans cette somme je comprends non seulement l'exécution de la voûte, mais aussi les aménagements des voies publiques à la surface, ce que ne prévoyait pas le premier projet (1). Par conséquent, en employant du béton armé au lieu de maçonnerie, on réalise des économies très considérables. La réduction est ici de plus de 20 0/0 malgré les améliorations apportées au projet primitif.

Pour le bassin du Temple, l'articulation avait absorbé 10/0 du total des aciers de la cons-

(1) *Génie Civil*, 30 juillet et 6 août 1910.

## 1910 - Cobertura do Canal de Saint Martin Projeto de Augustin Mesnager

truction. Ce n'est donc pas une dépense relativement importante. Les différents ouvrages, qu'on a construits avec ce système, ont généralement procuré une économie de 20 à 25 0/0 sur les ouvrages sans articulation présentés aux mêmes concours.

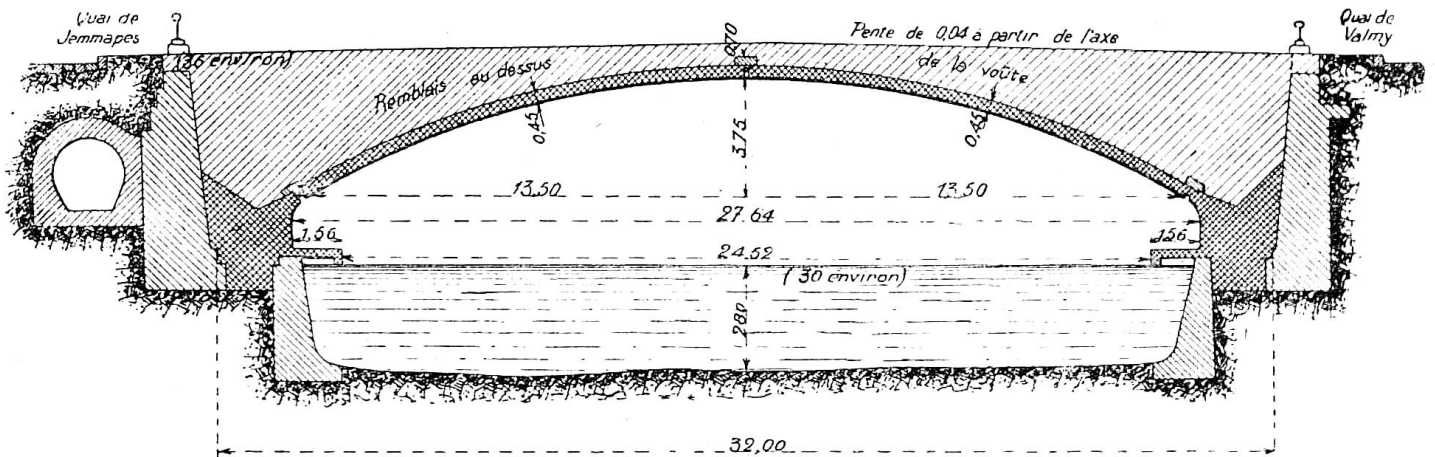


Fig. 106. — Couverture du canal Saint-Martin.

L'épaisseur de la voûte était 0,016 de la portée, elle était munie de raidisseurs tous les 13 mètres. Ces arêtes raidissantes ne paraissent pas indispensables. On n'en met pas dans les ponts.

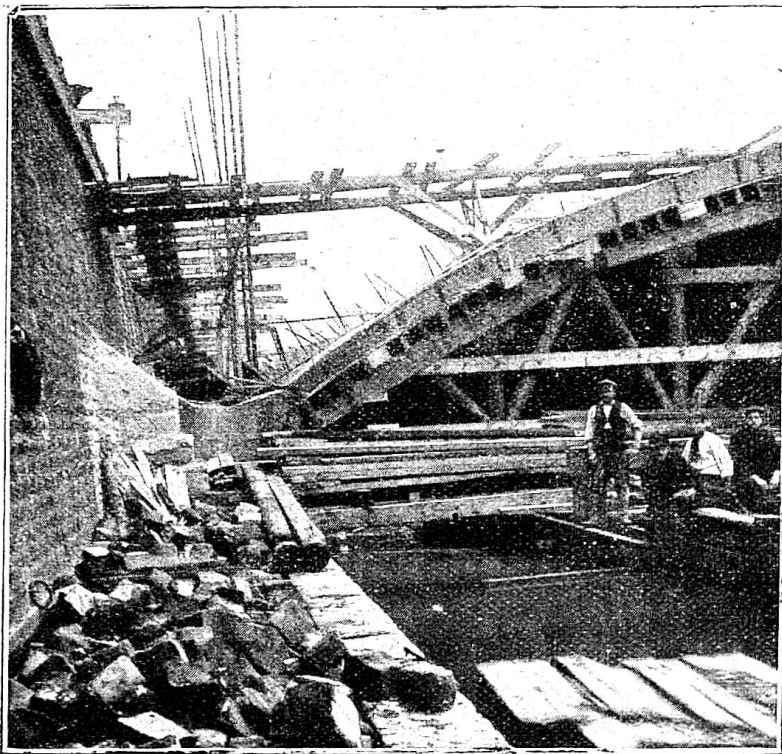


Fig. 107. — Vue montrant la jonction d'une culée de la voûte avec l'ancien mur de quai et l'ancien chemin de halage.

Comme ouvrages exécutés dans ce même système on peut citer encore :

1° Le pont d'Amélie-les-Bains, arche de 44 mètres de portée, livré à la circulation en

## DETALHE

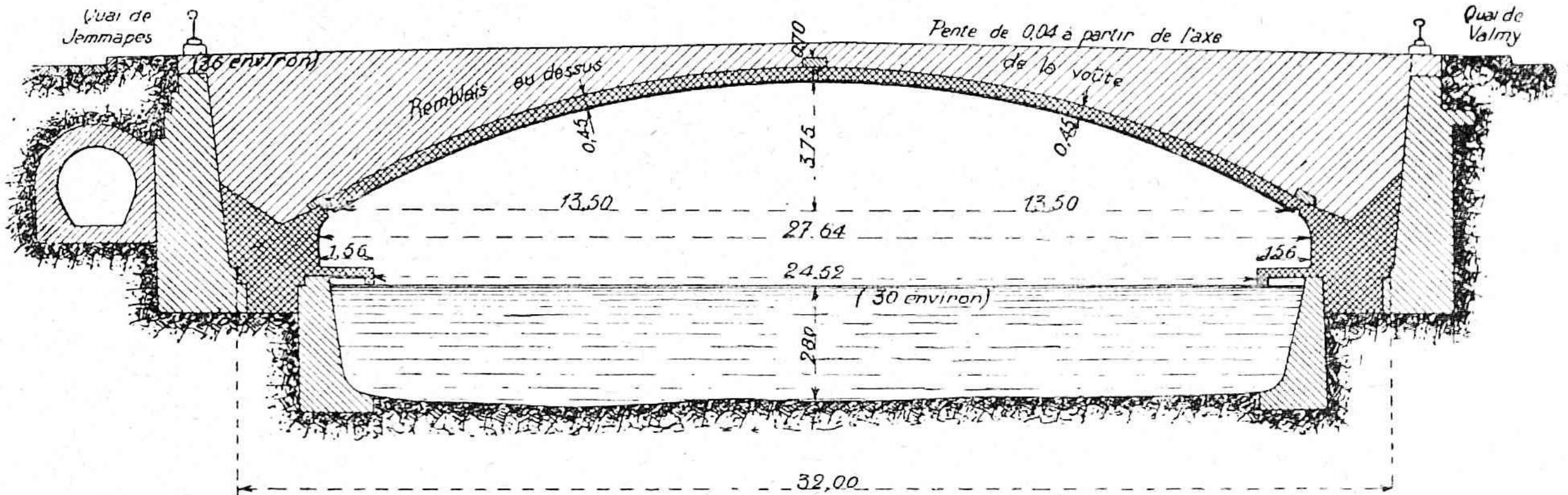
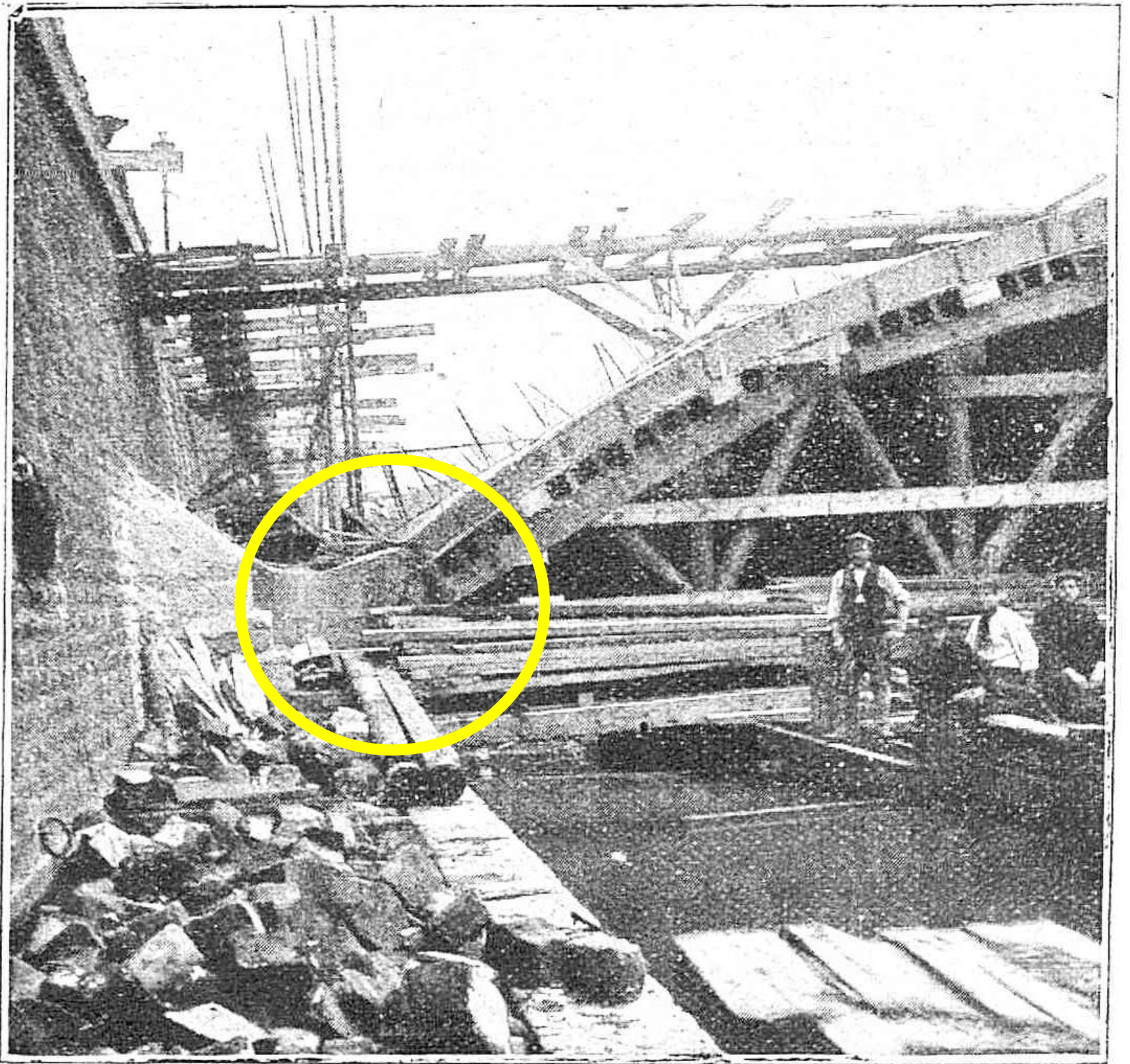


FIG. 106. — Couverture du canal Saint-Martin.

# DETALHE



**2018 - Canal de Saint Martin - PARIS - Trecho coberto em 1910**



## 2018 - Cobertura do Canal de Saint Martin - PARIS Trecho foi coberto em 1910



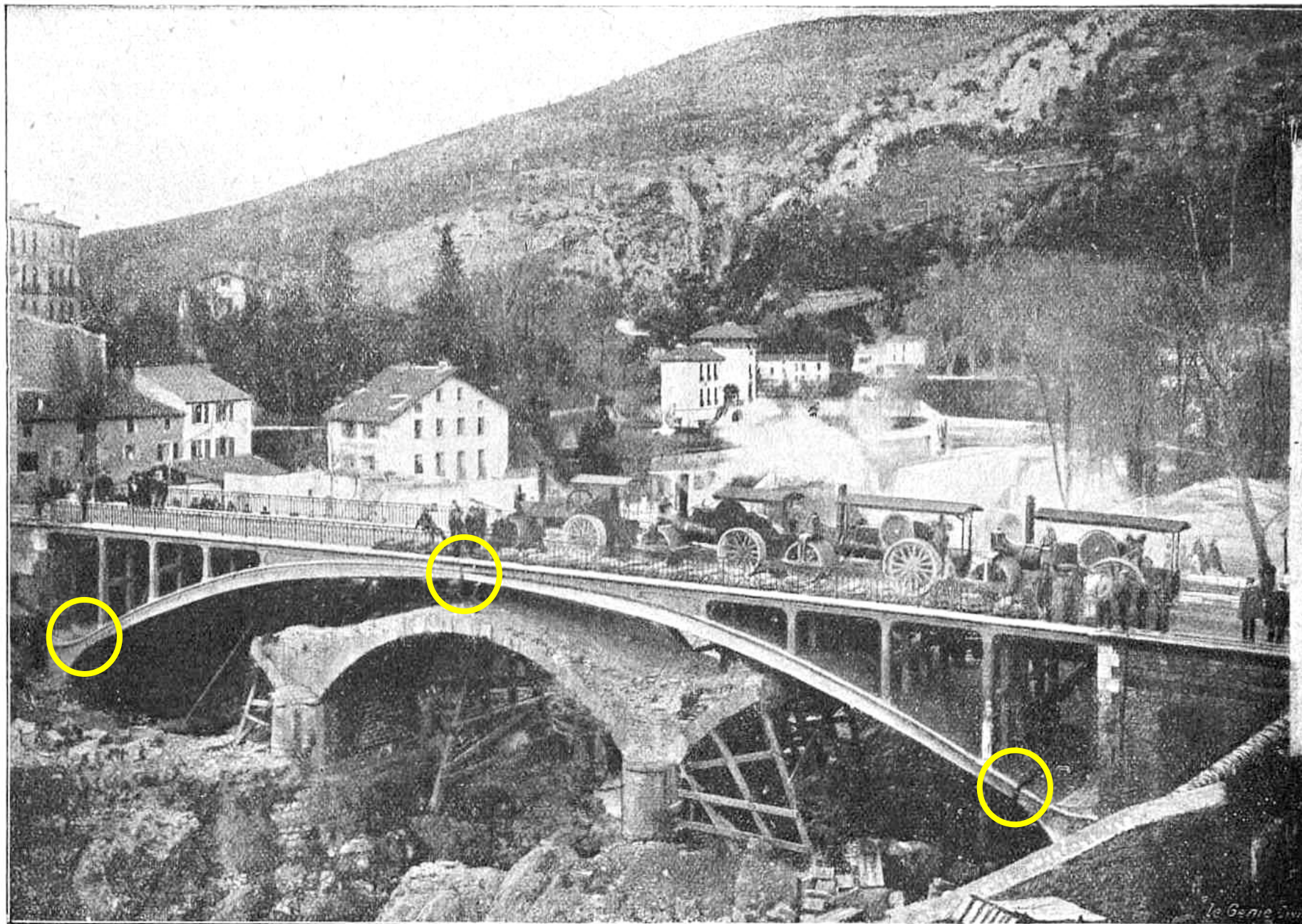
Turista percorrendo o canal no trecho coberto : " *Esse trecho, por baixo do boulevard é bastante longo, iluminado por orifícios protegidos por telas e jardineiras. A luz que penetra dá um certo ar fantástico à travessia do túnel. Nós e as crianças nos sentimos grandes aventureiros !!!* "

[https://www.conexaoparis.com.br/categoria/passear/em-paris/passeios-de-barco/page/2/?option\\_view=most-commented](https://www.conexaoparis.com.br/categoria/passear/em-paris/passeios-de-barco/page/2/?option_view=most-commented)



# 1909 - Pont d'Amélie-les-Bains

© École nationale des ponts et chaussées



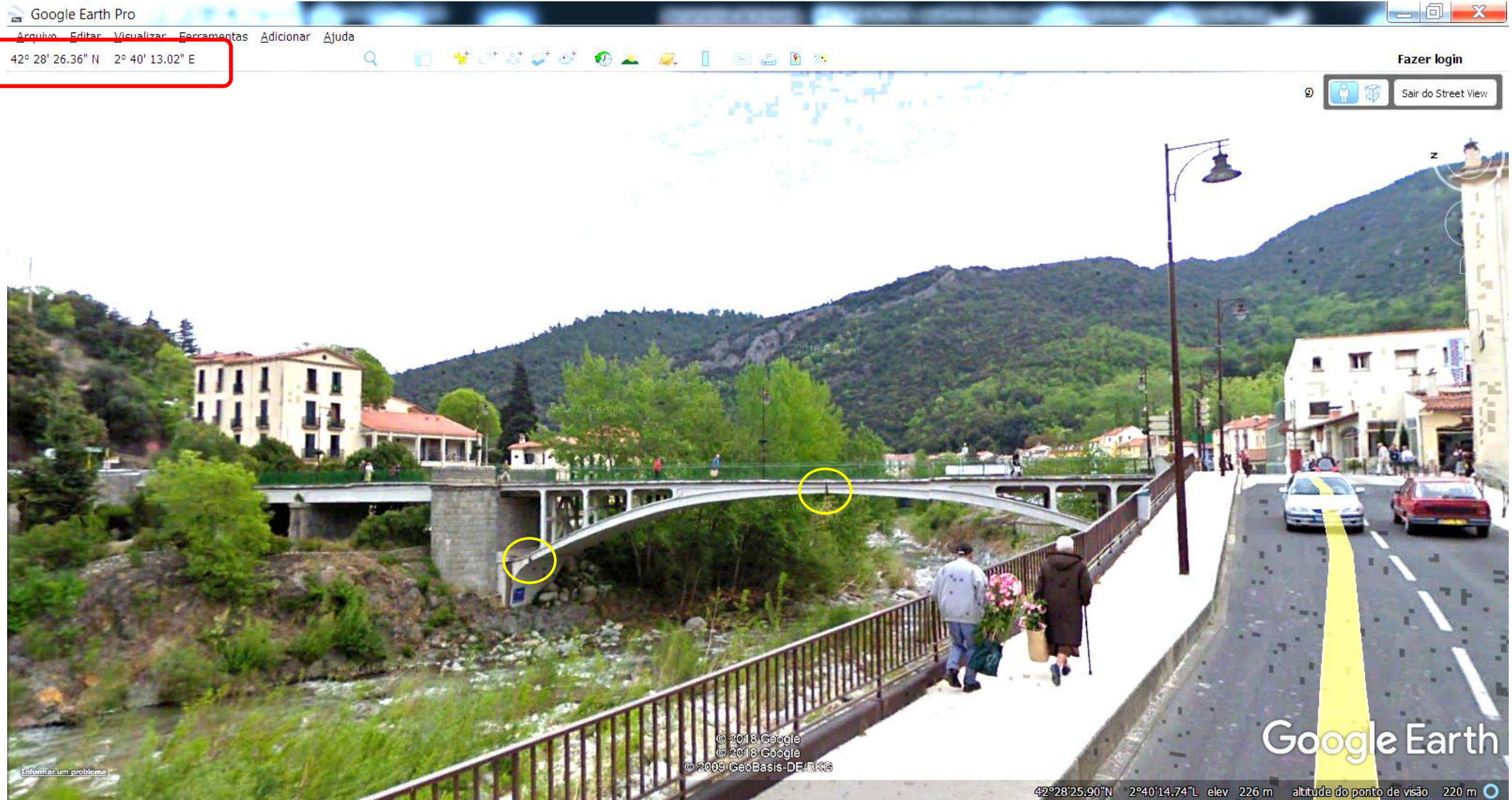
180

COURS DE RÉTON ARMÉ

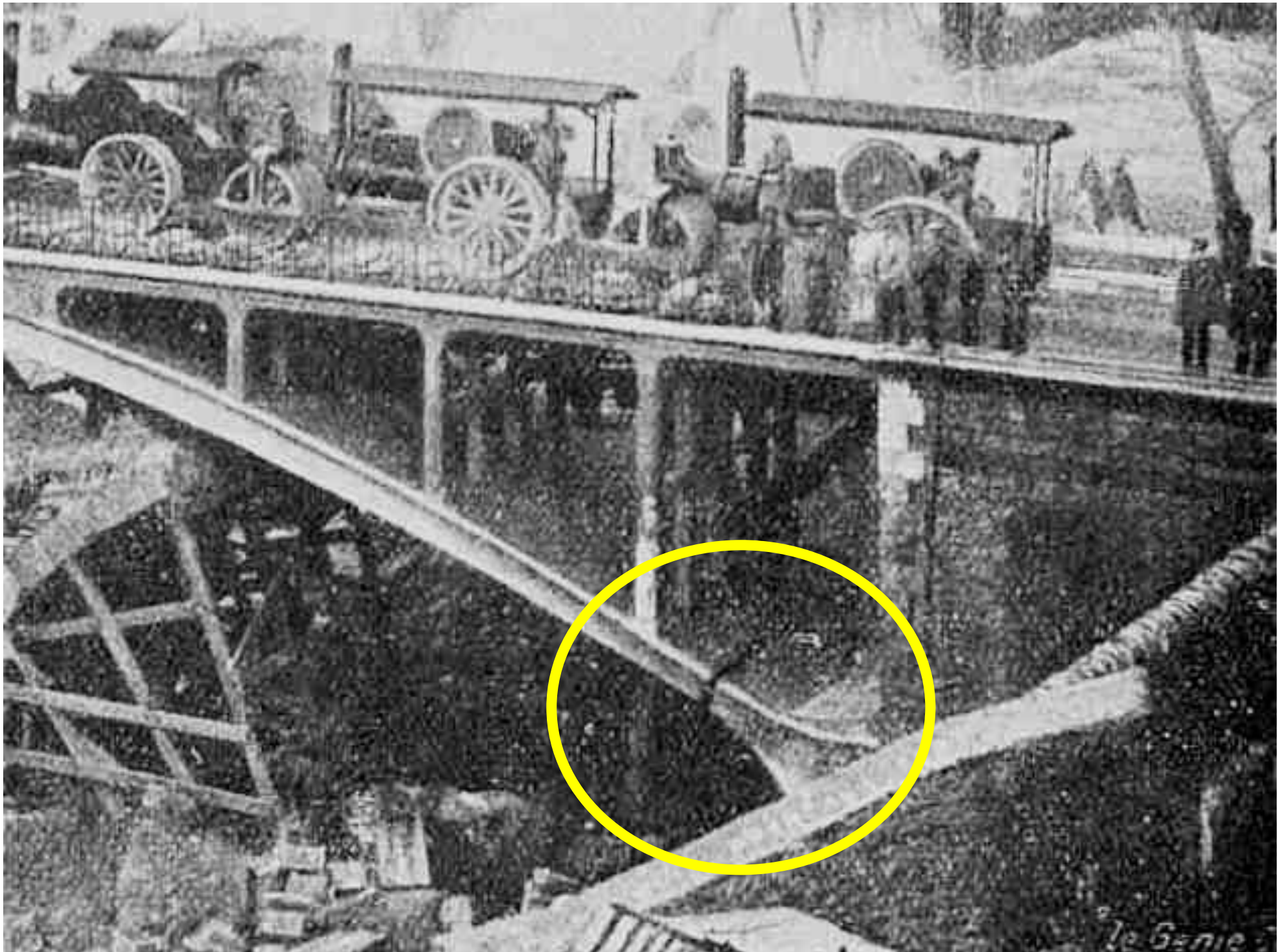
FIG. 108. — Pont d'Amélie-les-Bains.



# 2018 - Pont d'Amelie-les-Bains



# 1909 - Pont d'Amelie-les-Bains



## 1909 - Pont d'Amélie-les-Bains

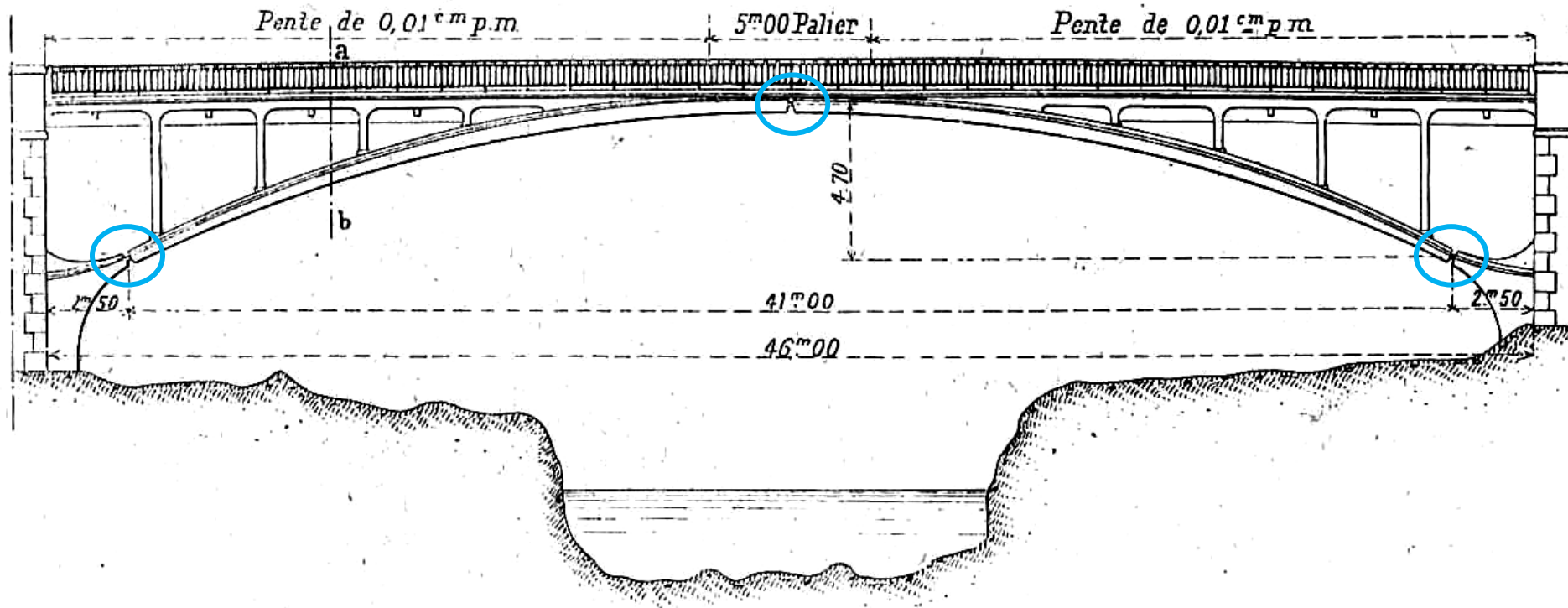


FIG. 109. — Pont d'Amélie-les-Bains.

janvier 1910, après une série d'épreuves concluantes faites au moyen de quatre rouleaux compresseurs à vapeur de 18 tonnes (1) ;

# 2018 - Pont d'Amelie-les-Bains

42° 28' 26.36" N 2° 40' 13.02" E



Fazer login

D115

Sair do Street View

W



Informar um problema

© 2018 Google  
© 2018 Google  
© 2009 GeoBasis-DE/BKG

Google Earth

42°28'25.23"N 2°40'12.79"E elev 219 m altitude do ponto de visão 221 m

1921 - COURS DE BÉTON ARMÉ  
**Pont du Montauban - Ver também página 100**



182

COURS DE BÉTON ARMÉ

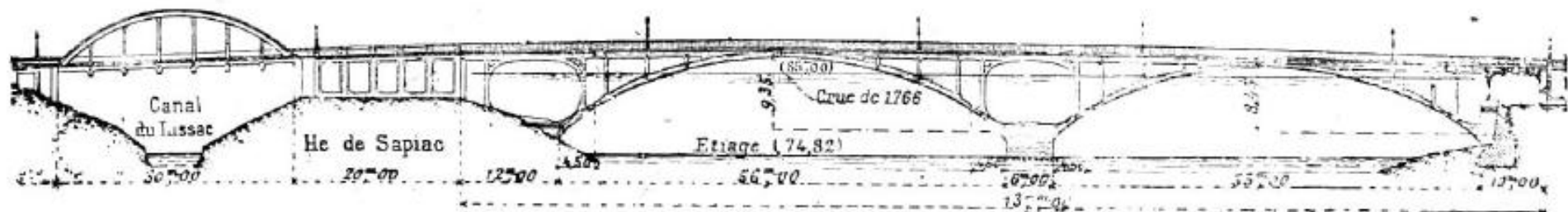


FIG. 110. — Pont de Sapiac, à Montauban.

## COURS DE BÉTON ARMÉ

## FLEXION COMPOSÉE ET VOUTES

183

2° Le pont, donnant passage à la conduite de 1<sup>m</sup>,25 de diamètre pour l'eau de Marne, sur le canal Saint-Denis, à côté du boulevard Mac-Donald à Paris. Une arche de 42<sup>m</sup>.50 de portée.

3° Le pont de Sapiac à Montauban. C'est un pont de deux arches, l'une de 53 mètres, l'autre de 56 mètres de portée. Il donne passage à une ligne de tramways à vapeur et à un chemin vicinal. Il a été livré à la circulation après des épreuves faites du 3 au 14 juin 1913, d'abord avec une surcharge de sable, puis avec un train et des rouleaux à vapeur de 16 tonnes (1).

Un cinquième ouvrage analogue de 31 mètres d'ouverture avait été exécuté au commencement de 1910 à Carnon, sur le canal du Midi, dans l'Hérault, par le service vicinal. Les culées reposaient sur un très mauvais terrain, vase jusqu'à une profondeur inconnue, et avaient été mal proportionnées. Elles se sont écartées sous la poussée du pont qui s'est affaissé de 8 centimètres lors du décintrement, le 31 mai 1910 ; cela devait correspondre à un écartement de 13 centimètres des culées. Néanmoins on exécuta la chaussée. Le sol se fendit alors près de l'une des culées. On remit sur cintre et on consolida la culée Nord par un massif en maçonnerie de 66 mètres cubes. Le 28 juin, on décintra de nouveau. La flèche atteignit 14 centimètres. On procéda cependant aux essais sous la surcharge de 400 kilogrammes par mètre carré, ces essais portèrent la flèche à 17 centimètres. On jugea bon de remettre sur cintre et depuis de remplacer ce pont par un pont métallique droit. Une voûte non articulée aurait donné lieu aux mêmes inconvénients. Nous verrons en effet que la poussée est sensiblement la même.

Ce pont, auquel je n'avais collaboré en aucune façon, et dont je n'ai connu l'histoire que plus tard, comportait d'ailleurs d'autres défauts. La surface d'adhérence des aciers de semi-articulation était insuffisante. Ceux-ci avaient une section rectangulaire et étaient tournés dans le sens offrant le plus de résistance à la flexion. Néanmoins l'insuccès ne provient pas de ces défauts, mais uniquement du fait des culées. On a en effet constaté qu'il était possible de suivre une ligne d'une culée à l'autre le long du béton sans rencontrer de fente ou d'éclat et par conséquent sans qu'il y ait eu de changement important de longueur malgré la flèche de 17 centimètres.

Un sixième ouvrage à semi-articulations a été exécuté en Italie, sur la Noce, pour le chemin communal de Rivello à Truchino (province de Potenza). C'est un arc de 30 mètres de portée et 6 mètres de flèche (2).

Une septième application de ces semi-articulations a été faite en trois points de la voûte du hangar à dirigeable de Montebourg (Manche) construit par M. Lossier, ouverture libre 25 mètres, longueur 150 mètres (3).

Enfin une huitième application vient d'en être faite dans un grand hall en béton armé à Lausanne, la foire romande d'échantillons (arc à deux articulations, portée 35 mètres, longueur 56 mètres) (4).

(1) *Génie Civil*, 1914.

(2) Voir *Annales des Ponts et Chaussées*, 1917, III, p. 351 et *Annali d'Ingegneria e d'Architettura*, 1<sup>er</sup> avril 1917. Le pont sur la rivière Noce et les articulations système Mesnager.

(3) *Génie Civil*, 6 septembre 1919, p. 213. Lieutenant-colonel ESPITALIER.

(4) *Technique moderne*, janvier 1921, p. 12. Jacques MORET.

**Charges réalisables.** — Des semi-articulations portent facilement 100 tonnes par mètre courant. C'est ce qui a été obtenu au canal Saint-Martin avec 40 barres de 20 millimètres de diamètre au mètre courant :

$$40 \times 8 \times 314 > 100\,000 \text{ kilogrammes.}$$

La charge possible est sensiblement proportionnelle au diamètre des barres; on a en effet, en ne tenant pas compte des intervalles nécessaires, la largeur occupée par  $n$  barres :

$$nd = 1\,000 \text{ millimètres.}$$

La charge portée est :

$$n \frac{\pi d^2}{4} 8 = P.$$

Donc en remplaçant  $nd$  par sa valeur, dans l'expression de la largeur occupée :

$$62\,000d = P,$$

En fait, à cause des vides nécessaires pour les écoulements d'eau, ligatures, etc., on ne peut obtenir que :

$$50\,000d = P.$$

Avec des barres de 30 millimètres de diamètre :

$$P = 150 \text{ tonnes. } \textit{par mètre courant}$$

D'ailleurs le prix croît comme le carré du diamètre. La section est en effet proportionnelle au diamètre et la longueur à utiliser pour réaliser une adhérence suffisante est aussi proportionnelle à ce diamètre.

On ne peut donc guère dépasser 150 tonnes par mètre de semi-articulation.

**Expériences pour l'emploi de barres libres sur une plus grande longueur.** — On s'est demandé si dans des types d'articulations de ce genre, il n'y aurait pas intérêt à augmenter la longueur libre des barres entre les pièces en béton : 1° pour diminuer l'excentricité de la résultante ; 2° pour diminuer les pressions dans les barres. Car plus elles seront longues, plus, pour un même angle, les pressions pourront rester voisines de l'uniformité.

Pour me rendre compte de la résistance des barres longues, j'ai fait faire quelques essais consistant à comprimer des barres engagées dans deux blocs de béton et à pousser la pression jusqu'à la déformation par flambement des barres. Les blocs étaient réunis par trois barres libres placées les unes à côté des autres. Les barres avaient 10 millimètres de diamètre et on leur avait donné une longueur libre de 200 millimètres, c'est-à-dire vingt fois leur diamètre. L'acier de ces barres avait une limite d'élasticité de 29 kilogrammes par millimètre carré. La déformation par flambement des barres s'est produite à 25 kilogrammes par millimètre carré pour la première pièce dont les bases étaient appuyées directement sur deux plateaux

se déplaçant seulement dans la direction de l'axe des barres. La seconde pièce avait été placée sur des coins, de façon à forcer les barres à fléchir d'un angle de 0,01. Celle-ci s'est déformée à 19<sup>kg</sup>,5 par millimètre carré. Enfin, une troisième pièce qui reposait sur l'un des plateaux par l'intermédiaire de rouleaux permettant des déplacements transversaux, s'est déformée à 11 kilogrammes par millimètre carré.



FIG. 111.

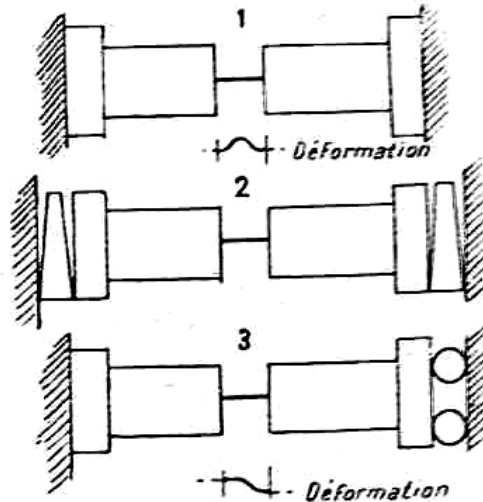


FIG. 112.

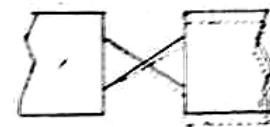


FIG. 113.

Dans les semi-articulations du type que j'ai utilisé (*fig. 113*), on est dans le dernier cas, les deux barres pouvant se déformer à la fois en S dans le même sens.

Par conséquent, dans le cas de barres qui ont vingt fois leur diamètre en longueur libre, on arrive à 11 kilogrammes par millimètre carré, ce qui nous amènerait à une résistance pratique inférieure à celle de 8 kilogrammes par millimètre carré que nous avons envisagée précédemment :

$$11 \times 0,28 = 3^{\text{kg}},18 \text{ par millimètre carré.}$$

On est conduit à employer des longueurs ne dépassant pas 12,5 de diamètre pour conserver 8 kilogrammes par millimètre carré.

En effet, la résistance variant en raison inverse du carré de la longueur, on a :

$$3,18 \frac{20^2}{12,5^2} = 8,15.$$

On peut donc très bien adopter une pression de 8 kilogrammes par millimètre carré et prendre dix fois le diamètre de la barre avec sécurité, à condition d'avoir une limite d'élasticité supérieure à 25 kilogrammes par millimètre carré.

L'excentricité de la résultante serait inférieure à 18 millimètres, car la largeur du vide passant de 4,5 fois le diamètre des barres à dix fois ce diamètre, on aurait :

$$39 \times \frac{4,5}{10} = 17^{\text{mm}},6.$$



**Autres types d'articulations.** — M. Freyssinet, autrefois ingénieur des Ponts et Chaussées à Moulins, qui a construit un très grand nombre de ponts en béton armé, a utilisé à titre provisoire le type précédent (en vue de maintenir la coïncidence de la courbe de pression avec l'axe de la voûte au cours du décintrement) au pont du Moulin-Neuf puis il l'a bloqué ensuite.

Pour immobiliser définitivement la semi-articulation avec un dispositif résistant à la traction aussi bien qu'à la compression, il avait terminé les barres d'armature de la voûte par une partie recourbée dans le vide. En remplissant de béton ce vide, on assurait la résistance à la traction par application de ce qui a été dit au chapitre IV, jonction des pièces (*fig. 114*).

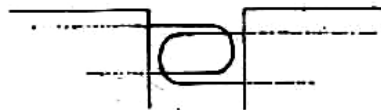


FIG. 114.

Depuis il a imaginé la disposition décrite ci-après. Il a mis deux barres inclinées dans une partie amincie de voûte. Ces deux barres sont non pas destinées à supporter la charge totale, mais seulement à résister à l'effort tranchant. M. Freyssinet compte pour résister à la compression sur le béton qui est autour de ces barres. Voici la manière dont il raisonne :

Le béton qui est placé dans un vide très étroit (*fig. 114'*), se trouve maintenu par le béton voisin. Si ce dernier est lui-même solidement armé dans le sens transversal, le béton central peut être considéré comme fretté. On peut donc lui faire supporter une charge élevée. M. Freyssinet a admis qu'il pouvait lui imposer sans danger 180 kilogrammes par centimètre carré. Les aciers intérieurs n'ont qu'à résister à l'effort tranchant.

Le béton d'articulation, ayant une longueur très courte, doit se fendre pour de très petits angles de déformation. M. Freyssinet n'attache pas d'importance à cette fente qui, selon lui, constituera une surface de roulement économique. Il a employé cette semi-articulation au pont de Boutiron, près de Vichy, qui a été terminé en 1913.

Chacune des parties flexibles, ayant une hauteur de 18 centimètres de béton, est capable de supporter par mètre courant :

$$180 \times 18 \times 100 = 324\,000 \text{ kilogrammes,}$$

soit plus de 300 tonnes par mètre courant.

Il avait construit auparavant des ponts munis d'articulations en métal, formés d'une tige ronde engagée dans deux supports en acier et d'articulations par roulement de surface de béton. Ainsi le pont du Veudre, sur l'Allier, présente une articulation métallique à la clef et des articulations par roulement aux naissances.

**Procédés de décintrement particuliers.** — Il a imaginé en outre un mode de décintrement très intéressant et économique qui permet de faire des cintres fixes d'une seule pièce. En général, les cintres sont formés d'une première partie fixe, sur laquelle repose par

l'intermédiaire d'appareils de décintrement une seconde partie mobile qui constitue le cintre

proprement dit. Les appareils de décintrement sont le plus souvent des boîtes à sable.

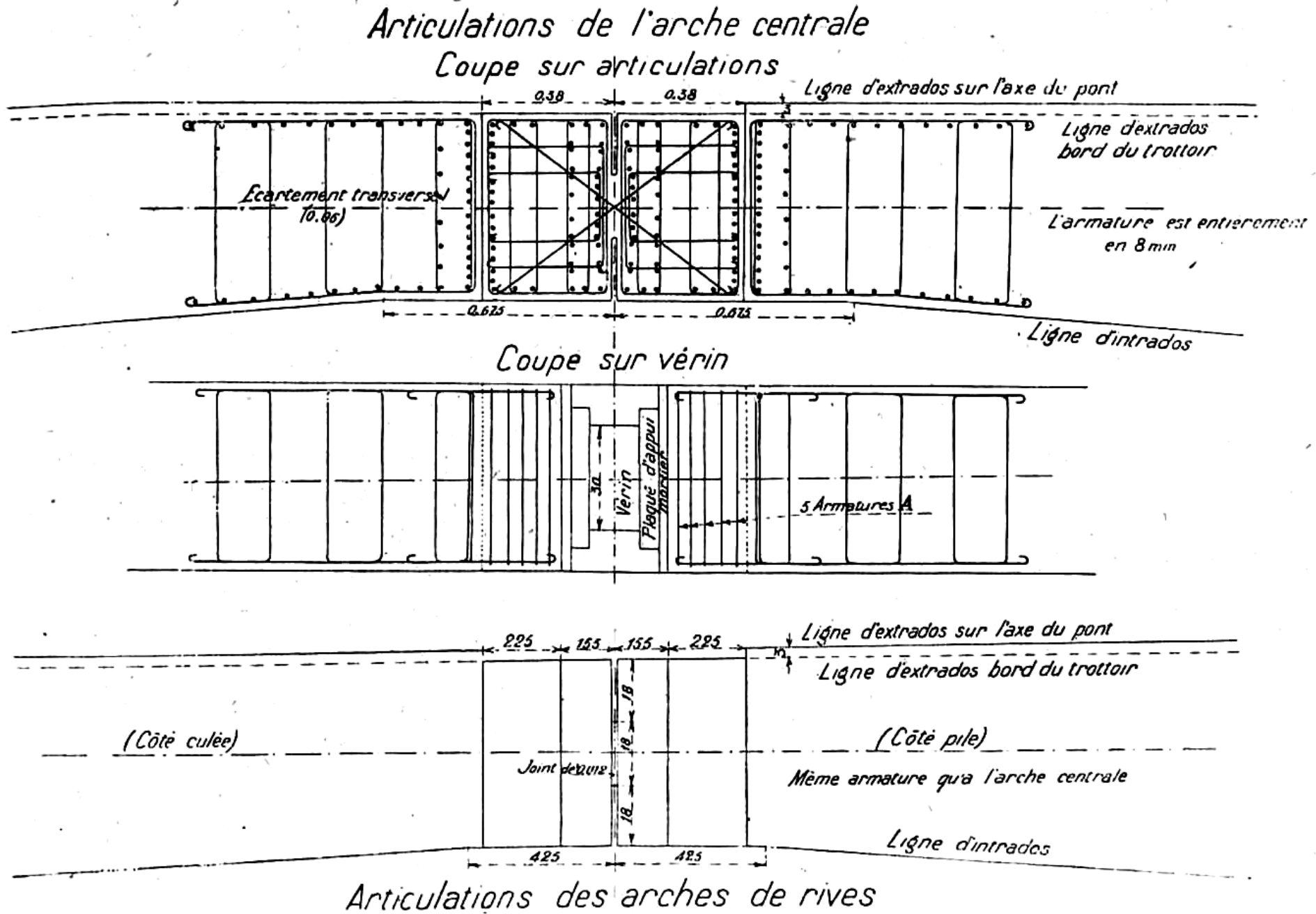


FIG. 114'. — Pont de Boutiron, près de Vichy.

COURS DE BÉTON ARMÉ

Ayant construit une arche sur un cintre fixe, supposons que nous l'ayons muni d'une articulation à chaque naissance A et B. Avec des vérins hydrauliques, placés dans une coupure CD à la clef, produisons, entre les deux demi-arcs AC et DB, un effort supérieur à la

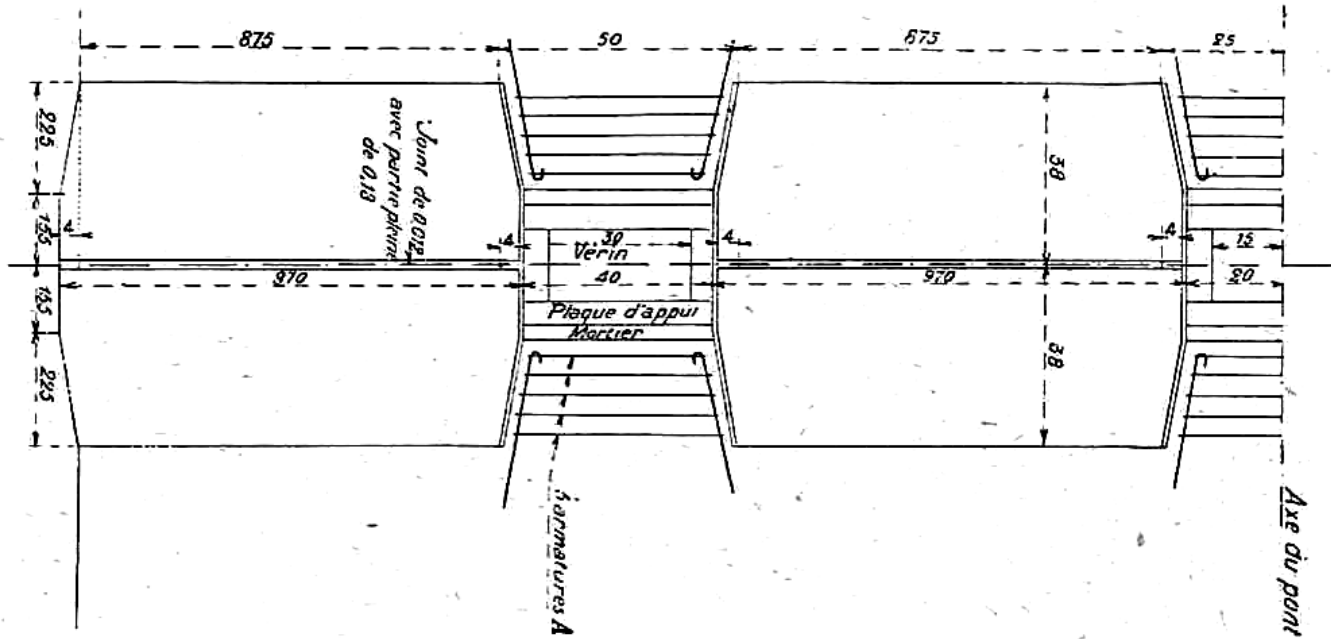


FIG. 114<sup>a</sup>. — Pont du Veudre, plan de l'articulation de clef.

poussée du pont. Les points C et D s'écartent l'un de l'autre, les demi-arcs tournent autour des points A et B et le pont monte de quelques centimètres à la clef. L'arc se détache du cintre et vient prendre sa position définitive.

Armature A composée de 2 spires enroulées comme le montre la fig 2

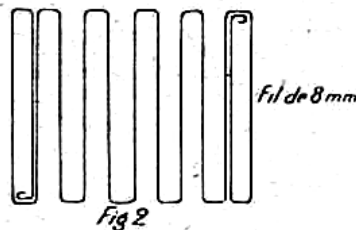
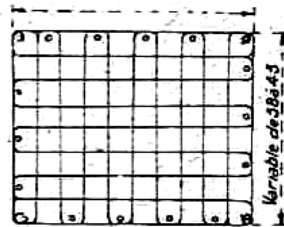


FIG. 114<sup>a</sup>. — Pont du Veudre, frettage des appuis de vérins.

Si les vérins placés à la clef ne se touchent pas, mais laissent des vides entre eux, on peut, dans ces vides, une fois le pont soulevé par les vérins, disposer des articulations qu'on ne serre contre la masse de l'arc, en garnissant le joint, que lorsque la position définitive est

atteinte. Quand les articulations de la clef sont installées, on laisse tomber la pression des vérins. Le pont porte alors sur ses articulations.

Pour éviter des accidents provenant de fuite des vérins, on a soin de disposer pendant le soulèvement dans les espaces libres, entre les vérins et les articulations, des cales en métal pour porter au besoin l'ouvrage.

Ce procédé a été employé au pont du Veurdre, terminé en 1912. Ce pont comporte une arche centrale de 72<sup>m</sup>,50, surbaissé à 1/14 et deux arches de rive de 66 surbaissées à 1/15, avec articulations par roulement de ciment sur ciment aux naissances, articulation métallique à la clef ainsi que je l'ai déjà dit. A celui de Boutiron, terminé en juillet 1913, qui comporte des arches de même dimension et se trouve à l'entrée de Vichy, sur l'Allier, les articulations, sont en béton du type que j'ai indiqué plus haut. Celles de la clef étaient comprises entre deux blocs de béton qu'on a réunis à l'ensemble de la voûte par des cales après le décintrement (Voir figure 114<sup>2</sup>, blocs de 875 millimètres).

Les voûtes de ces ponts étaient formées de béton fretté par des armatures continues joignant deux quadrillages, un quadrillage à l'intrados et un autre à l'extrados qui sont réunis par une tige mince recourbée à la rencontre de chacun (disposition décrite au chapitre III, « Béton fretté »). On a coupé le tablier et le garde-corps pour permettre le jeu des articulations.

**Semi-articulations de Considère.** — Considère employait aussi, pour diminuer les effets du retrait des semi-articulations en béton fretté, qui servaient à centrer la courbe des efforts de compression au décintrement et à éviter en grande partie les effets du retrait. Mais elles n'étaient pas constituées pour résister efficacement aux efforts tranchants. Aussi aurait-il en béton le vide qui existait au-dessus et au-dessous avant la mise en service de l'ouvrage. On peut citer comme exemple le pont sur la Marne à Noisiel (usine Menier).

En laissant dans le vide des crochets qui seront pris dans le remplissage en béton, on donne à ce remplissage de la résistance à l'extension.

M. Rabut, dans une note à l'Académie des Sciences, intitulée *Synthèse statique des constructions*, a préconisé l'emploi de matières à **coefficients d'élasticité différents** pour constituer une articulation. Des barres d'acier au centre, par exemple, et du caoutchouc sur une certaine épaisseur de part et d'autre, conviendraient. Mais il paraît difficile, dans les matières usuelles à bon marché, de trouver des coefficients d'élasticité assez différents pour que la matière qui remplit le vide ne donne pas de moment gênant. On avait proposé également un remplissage en matière visqueuse du joint d'articulation, bitume par exemple..

## CALCUL DES VOUTES A TROIS ARTICULATIONS

**Action d'une charge uniforme.** — Nous avons vu que lorsqu'elle possède une fibre moyenne parabolique passant par trois articulations, la voûte supporte une pression uniforme dans chaque section. La composante horizontale de la force qui agit au centre de la section

### **ANEXO 03**

## **2015 - " *Concrete hinges in bridge engineering* "**

Gregor Schacht Dr-Ing , Institut für Massivbau, Leibniz Universität Hannover, Germany

Steffen Marx Dr-Ing , Institut für Massivbau, Leibniz Universität Hannover, Germany

[https://www.researchgate.net/publication/276089627\\_Concrete\\_hinges\\_in\\_bridge\\_engineering](https://www.researchgate.net/publication/276089627_Concrete_hinges_in_bridge_engineering)

**2015 - Pont Neuf du Montauban - Ver também página 91**



## 2015 - Pont Neuf du Montauban - Ver também página 91



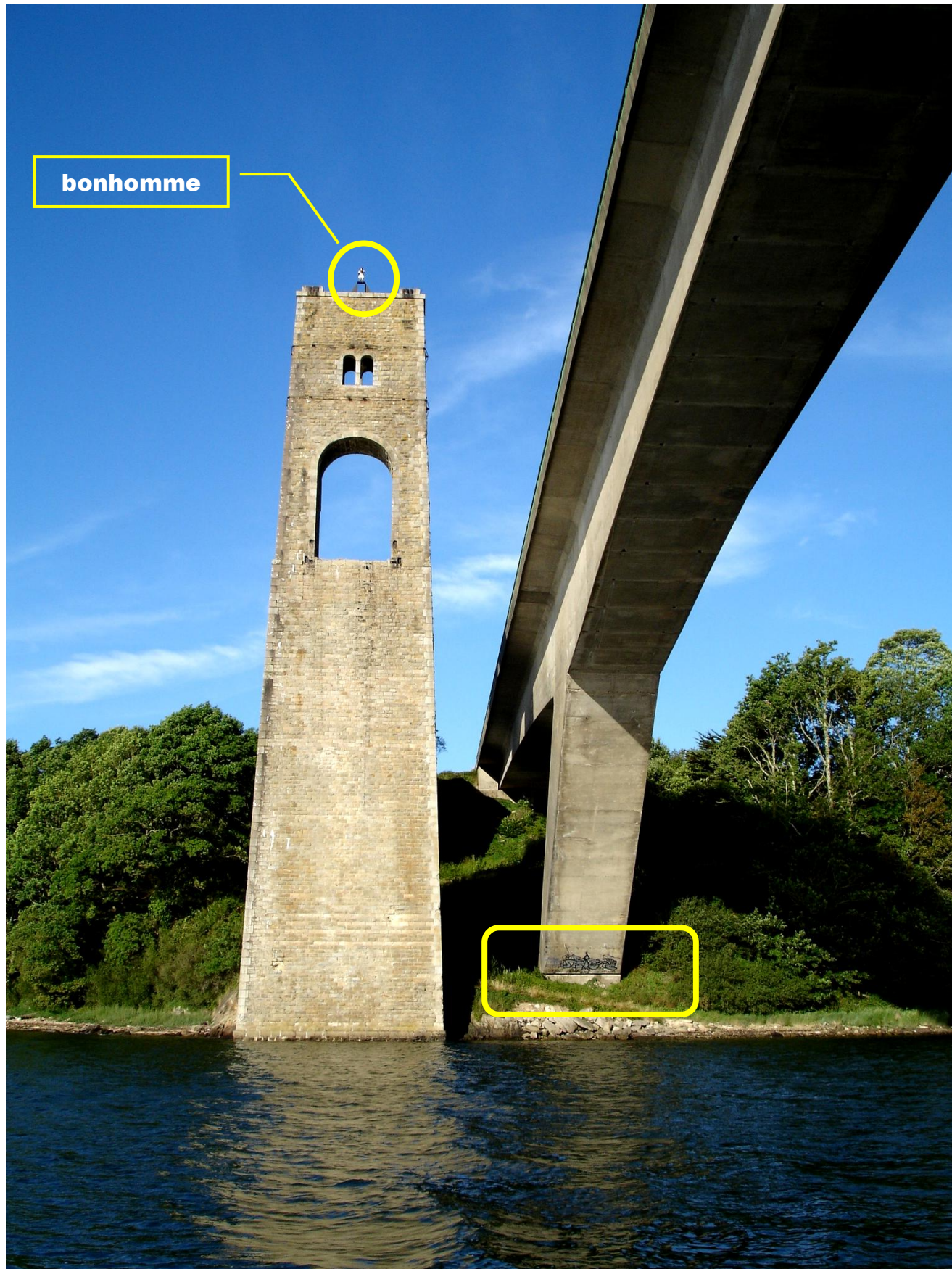
**Concrete hinges in bridge engineering**  
**Pont Neuf du Montauban**





# Pont du Bonhomme

Eng. Jacques Mathivat



Pont du Bonhomme actuel et pile de l'ancien pont, surmontée par un bonhomme.

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/59/Pont\\_du\\_Bonhomme.JPG](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/59/Pont_du_Bonhomme.JPG)

## Pont du Bonhomme



## Pont du Bonhomme



**Detail of the hinge**

**ANEXO 04**

**Gelenke aus Stahlbeton**

**RÓTULAS DE CONCRETO ARMADO**

**Alfred Rösli - E.M.P.A.**

[https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=8&ved=2ahUKewieuN\\_d6oXfAhUDkZAKHf86CxEQFjAHegQIBxAC&url=https%3A%2F%2Fwww.e-periodica.ch%2Fcntmng%3Fpid%3Dsbz-002%3A1967%3A85%3A%3A538&usg=AOvVaw2\\_HL1han1xMY54cmNTL-wP](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=8&ved=2ahUKewieuN_d6oXfAhUDkZAKHf86CxEQFjAHegQIBxAC&url=https%3A%2F%2Fwww.e-periodica.ch%2Fcntmng%3Fpid%3Dsbz-002%3A1967%3A85%3A%3A538&usg=AOvVaw2_HL1han1xMY54cmNTL-wP)

<https://www.e-periodica.ch/digbib/view?pid=bse-cr-001:1964:7::2130>

**página 479**

# Gelenke aus Stahlbeton

## RÓTULAS DE CONCRETO ARMADO

Autor(en): **Rösli, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht**

Band (Jahr): **7 (1964)**

PDF erstellt am: **05.03.2015**

Persistenter Link: <http://dx.doi.org/10.5169/seals-7990>

### Nutzungsbedingungen

Mit dem Zugriff auf den vorliegenden Inhalt gelten die Nutzungsbedingungen als akzeptiert. Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die angebotenen Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungshinweisen und unter deren Einhaltung weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://retro.seals.ch>

## VIADUTO FERROVIÁRIO HARDTURM - ZURIQUE

### RÓTULA MESNAGER NO TOPO DE PILARES

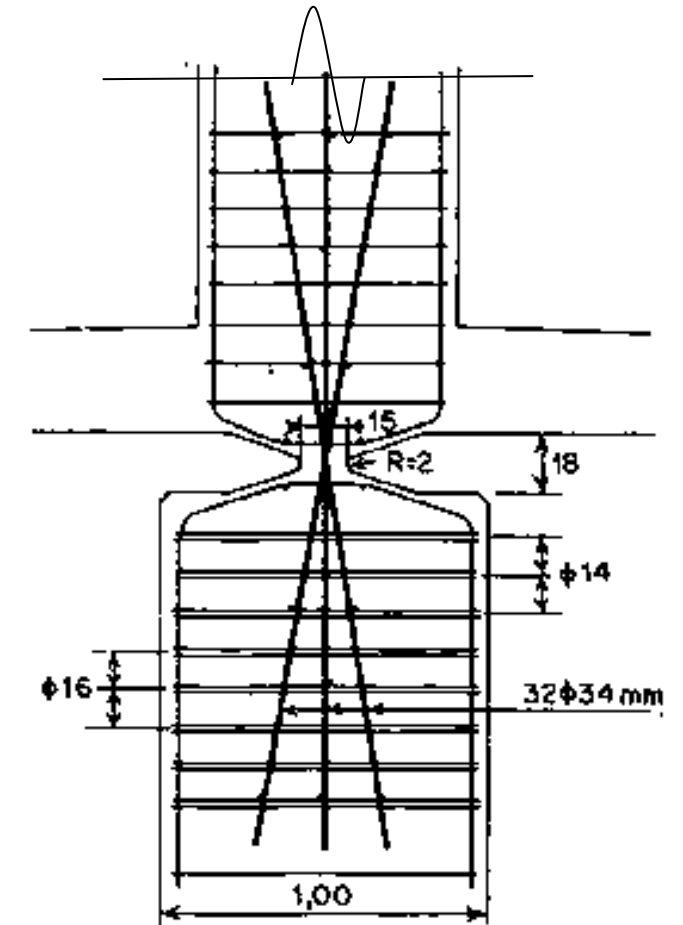
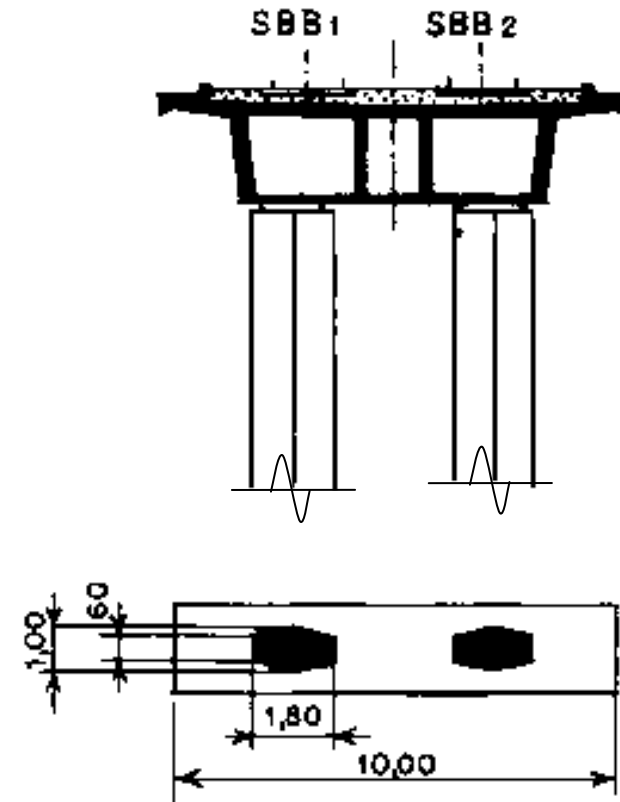
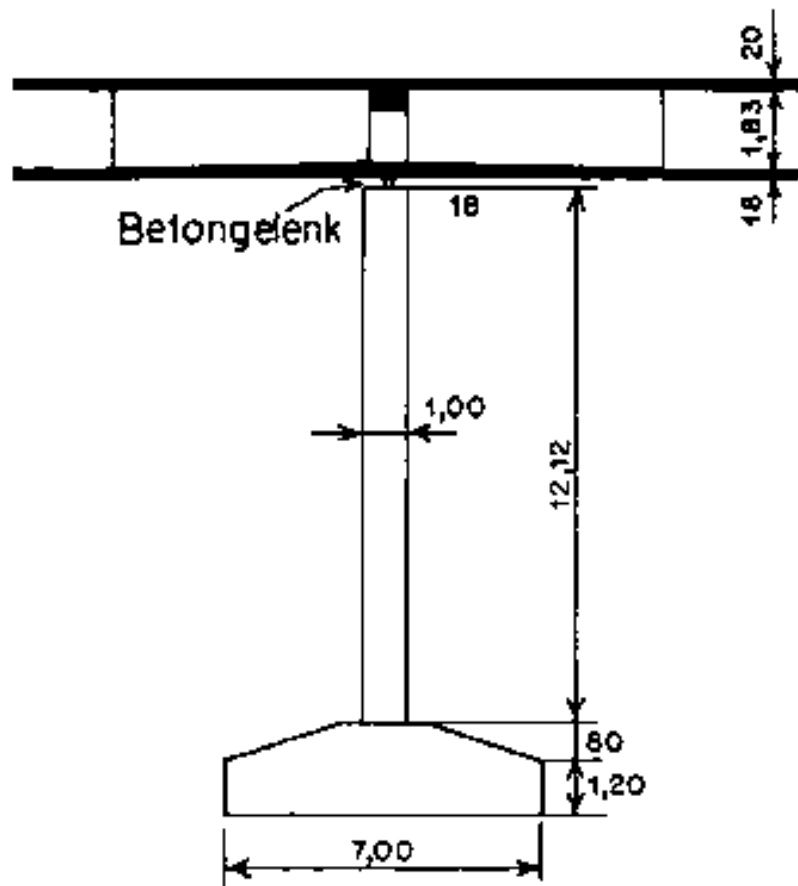


Bild 2. Brückenpfeiler des Hardturm-Viaduktes mit armiertem Betongelenk zwischen Brückenaufbau und Stützenkopf

Bild 3. Armiertes Betongelenk, Masstab 1:50

## VIADUTO FERROVIÁRIO HARDTURM - RÓTULA MESNAGER NO TOPO DE PILARES



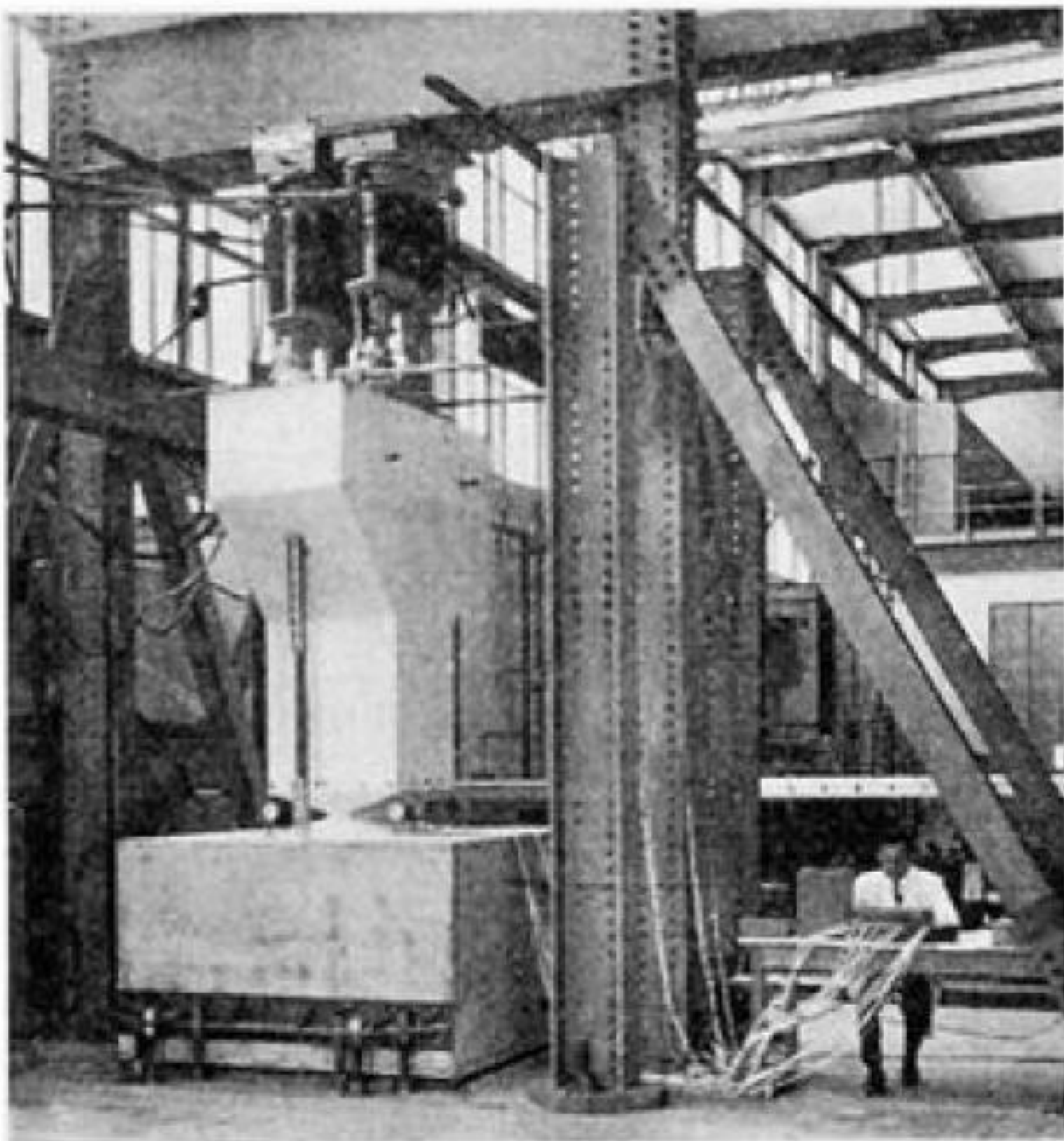
# VIADUTO FERROVIÁRIO HARDTURM - RÓTULA MESNAGER NO TOPO DE PILARES





# RÓTULA MESNAGER

ENSAIO NA ESCALA 1/1 , FEITO NO E.M.P.A.



## FORMA E ARMADURA DA RÓTULA MESNAGER ENSAIADA ( ESCALA 1:1 )

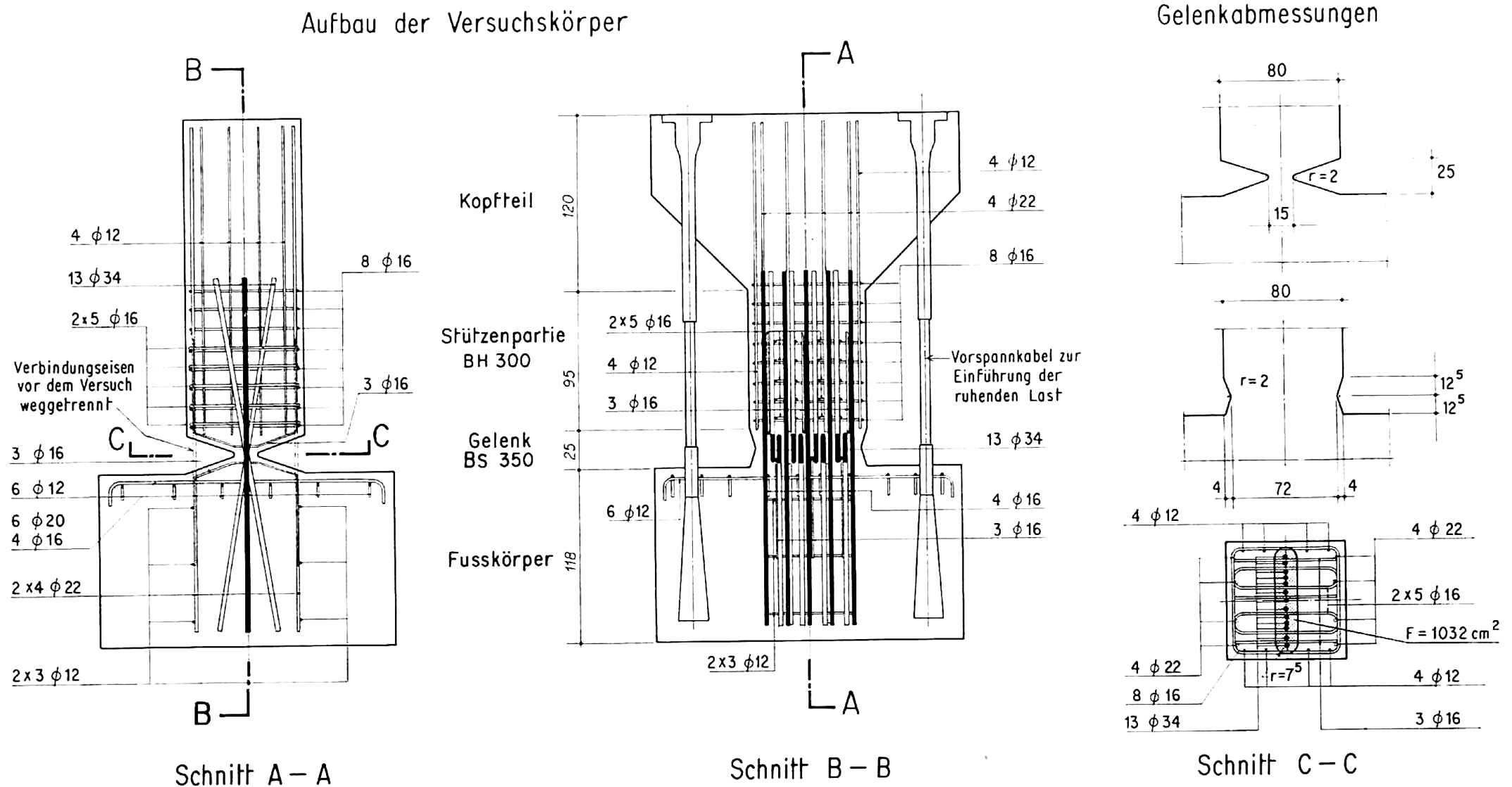


Bild 4. Aufbau, Armierung und Abmessungen der Betongelenk-Versuchskörper

- OS DOIS CABOS DE PROTENSÃO APLICAM UMA FORÇA TOTAL DE 250 ton , IGUAL À CARGA PERMANENTE NO PILAR DA PONTE.
- PARA SIMULAR A CARGA MÓVEL DA PONTE, É APLICADA UMA CARGA PULSANTE ENTRE 20 ton e 200 ton, POR MEIO DE 4 MACACOS DE 50 ton. O PULSADOR AMSLER APLICA ESSA CARGA COM UMA VELOCIDADE DE 250 CICLOS POR MINUTO,

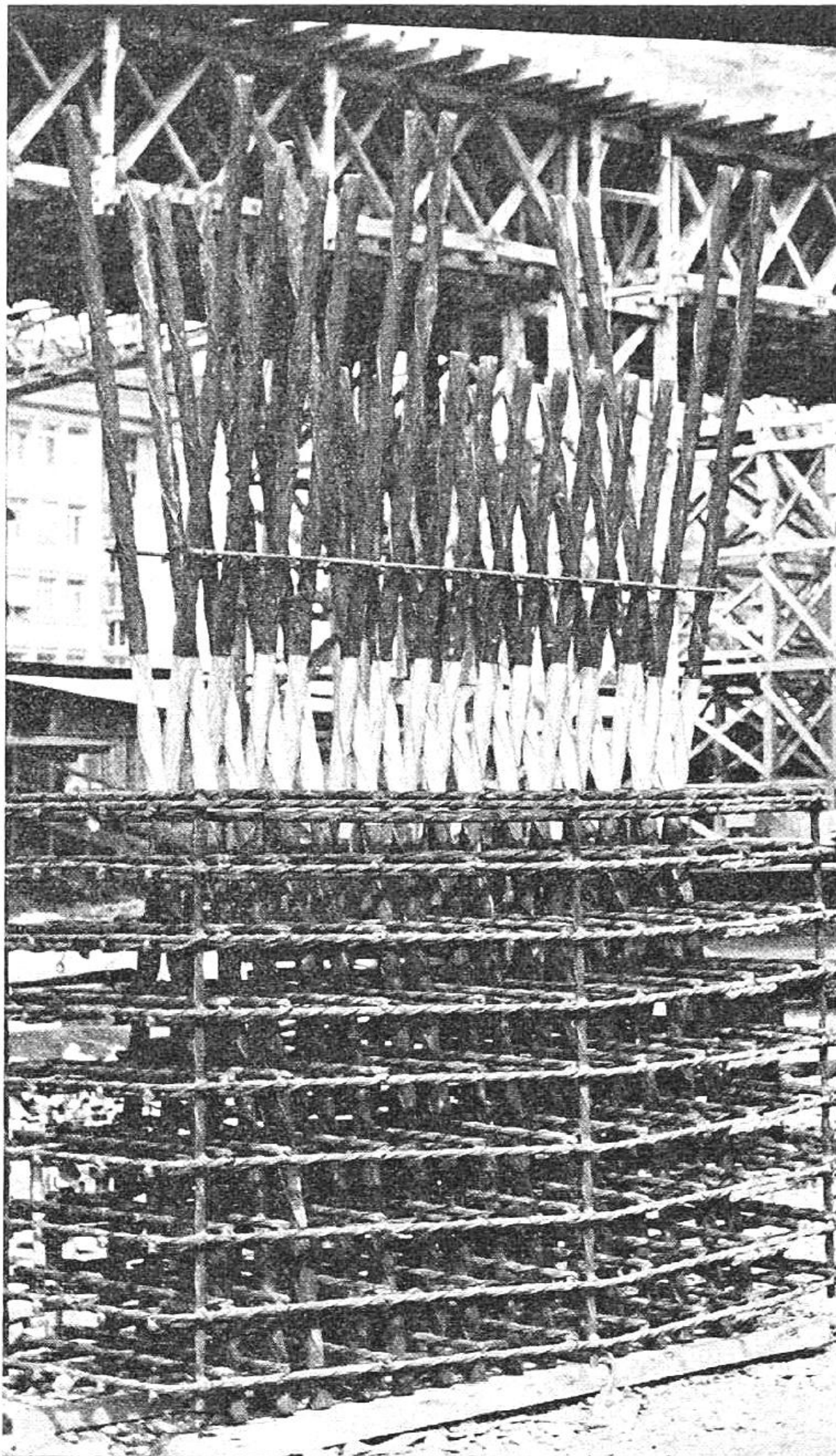
**ARMADURA**

Bild 14. Gelenkarmierung und untere Spaltarmierung vor dem Einbau beim Hardturm-Viadukt

**Armadura em X da rótula e armadura da fretagem do topo do pilar, antes de serem colocadas no pilar, na obra.**

## **CARREGAMENTO**

Die Belastung wird aufgebracht:

250 t als *ruhende Belastung* insbesondere infolge Eigengewicht der Brücke mit den zwei seitlich angebrachten Vorspannkabeln.

*Pulsierende Belastung* zwischen 20 t und 200 t, und zwar 250mal in der Minute mit vier hydraulischen 50-t-Preßtöpfen und zwei gekuppelten Amsler-Pulsatoren.

- OS DOIS CABOS DE PROTENSÃO APLICAM UMA FORÇA TOTAL DE 250 ton , IGUAL À CARGA PERMANENTE NO PILAR DA PONTE.
- PARA SIMULAR A CARGA MÓVEL DA PONTE, É APLICADA UMA CARGA PULSANTE ENTRE 20 ton e 200 ton, POR MEIO DE 4 MACACOS DE 50 ton.
- O PULSADOR AMSLER APLICA ESSA CARGA COM UMA VELOCIDADE DE 250 CICLOS POR MINUTO.

Die wichtigsten Versuchsergebnisse sind nun folgende:

### 1. Rißbildung:

Auftreten der ersten Haarrisse bei der erstmaligen Auslenkung auf 0,2%. Bis zu 0,4% Auslenkung: Beschränkte Rißbildung mit Rißbreiten von 0,2 bis 0,4 mm. Bei 0,6% Auslenkung Rißbreiten von 0,6 bis 0,8 mm, die eindeutig größer sind als allgemein zulässig; mit zunehmender Auslenkung nehmen auch die Rißbreiten weiter zu.

OS PRINCIPAIS RESULTADOS DO ENSAIO FORAM :

- FORMAÇÃO DA PRIMEIRA FISSURA CAPILAR QUANDO DA PRIMEIRA DEFLEXÃO LATERAL DE 0,2%
- COM A DEFLEXÃO LATERAL ATÉ 0,4% : FISSURAÇÃO LIMITADA COM ABERTURA DE 0,2mm a 0,4mm
- COM A DEFLEXÃO LATERAL ATÉ 0,6% : FISSURAÇÃO COM ABERTURA DE 0,6mm a 0,8mm, QUE SÃO MAIORES QUE OS LIMITES ADMISSÍVEIS.
- COM DEFLEXÕES LATERAIS CRESCENTES, AS ABERTURAS DAS FISSURAS AUMENTAM.

## FISSURA NA RÓTULA

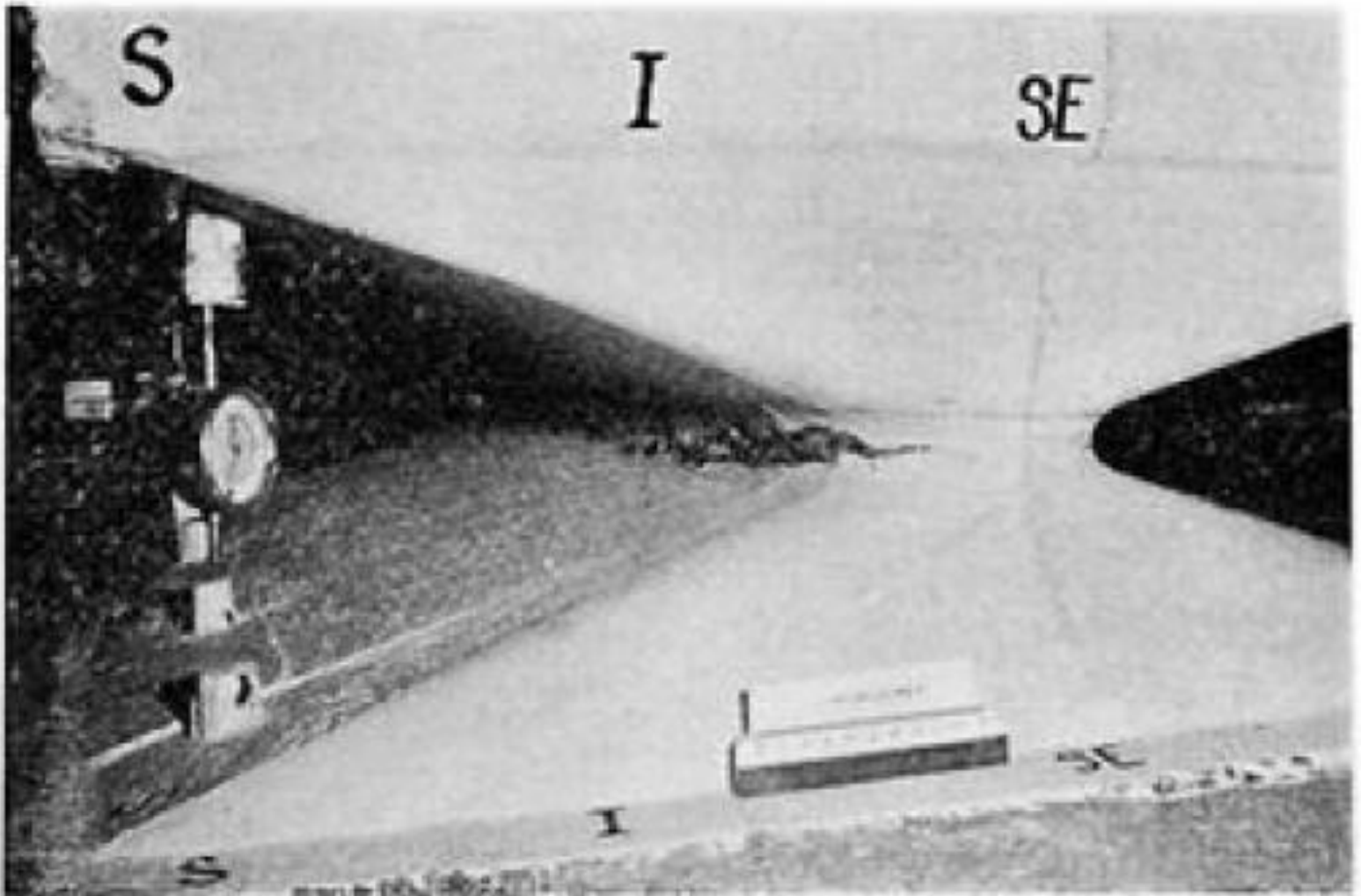


Fig. 4. Betongelenk nach Auslenkung von 1% in beiden Richtungen und insgesamt 20 Millionen Lastwechseln. Zustand des Gelenkes auf der momentanen Zugseite.

- Rótula após deflexão de 1% para cada lado e após 20 milhões de ciclos da carga axial .
- Situação da rótula no lado tracionado no momento da foto.

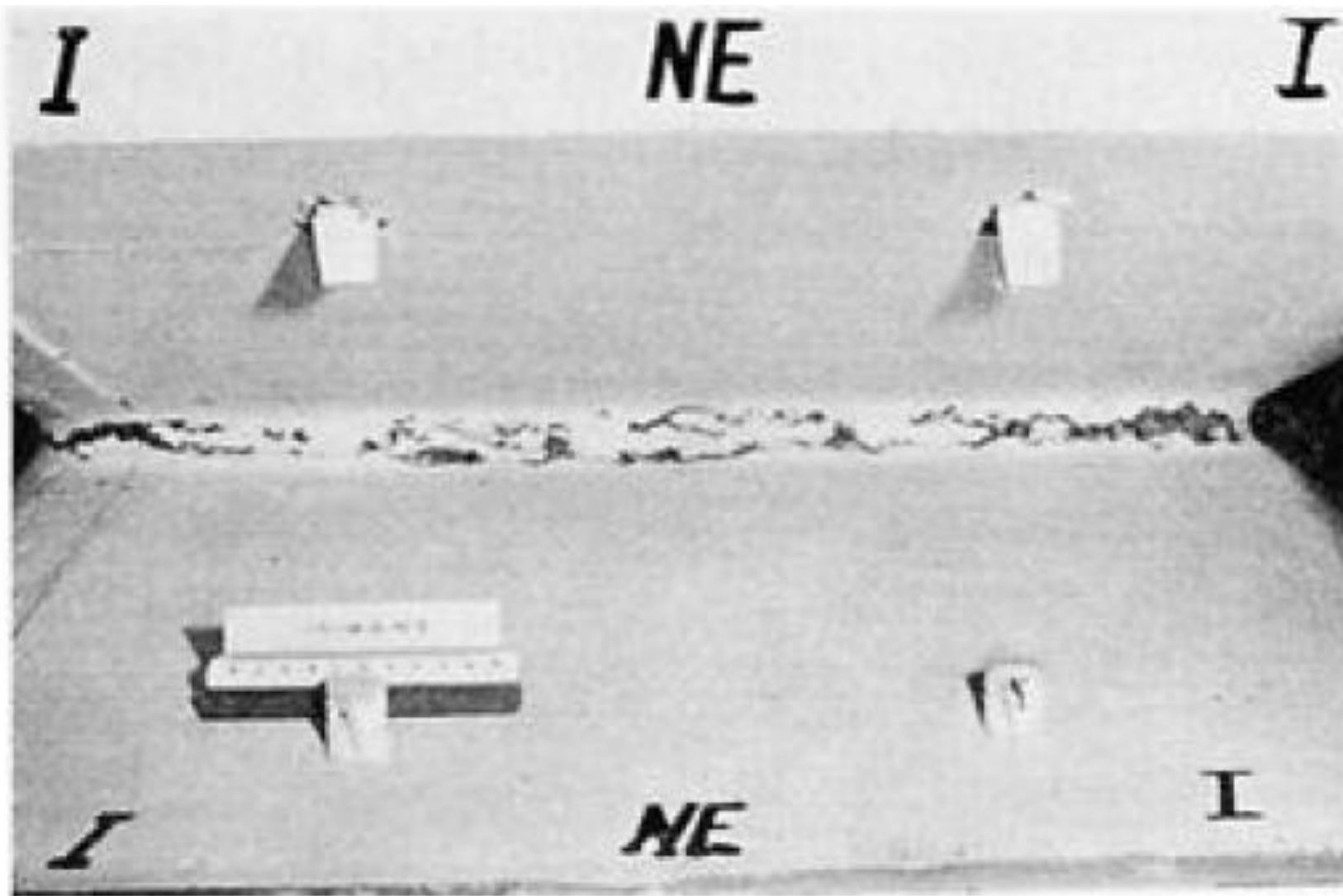


Fig. 5. Zustand auf der momentanen Druckseite.

- Situação da rótula no lado comprimido no momento da foto.

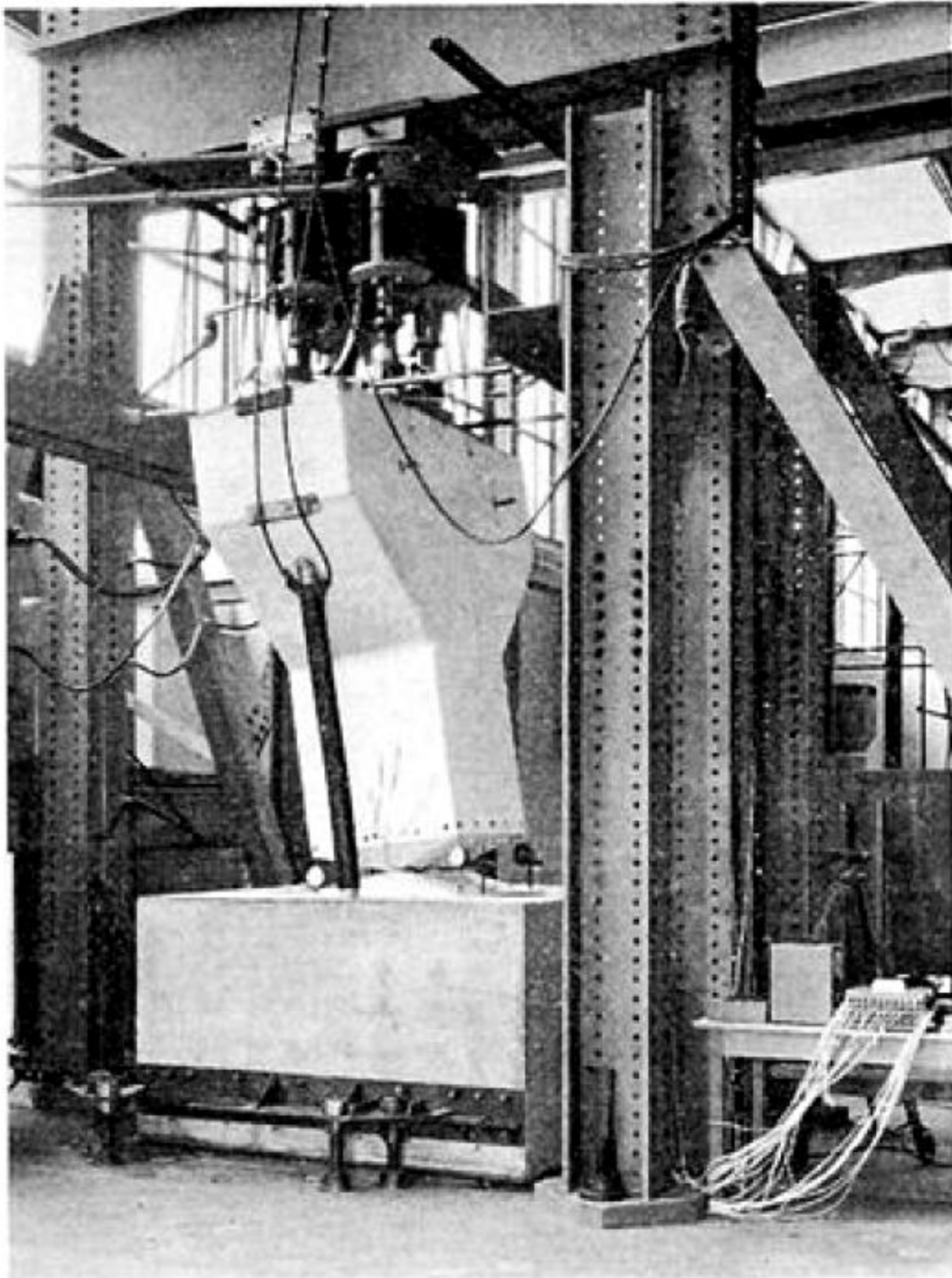


Fig. 6. Erprobung eines Betonfederglenkes für eine Eisenbahnbrücke. Unter statischer Belastung entsprechend dem Eigengewicht der Brücke Auslenkung bis 14 %.

- **TESTE DE UMA RÓTULA PARA UMA PONTE FERROVIÁRIA/ PARA UMA CARGA ESTÁTICA CORRESPONDENTE À CARGA PERMANENTE DA PONTE, A RÓTULA ALCANÇOU UMA DEFLEXÃO LATERAL DE 14%**

## Abertura da fissura (mm) x Rotação (°/∞)

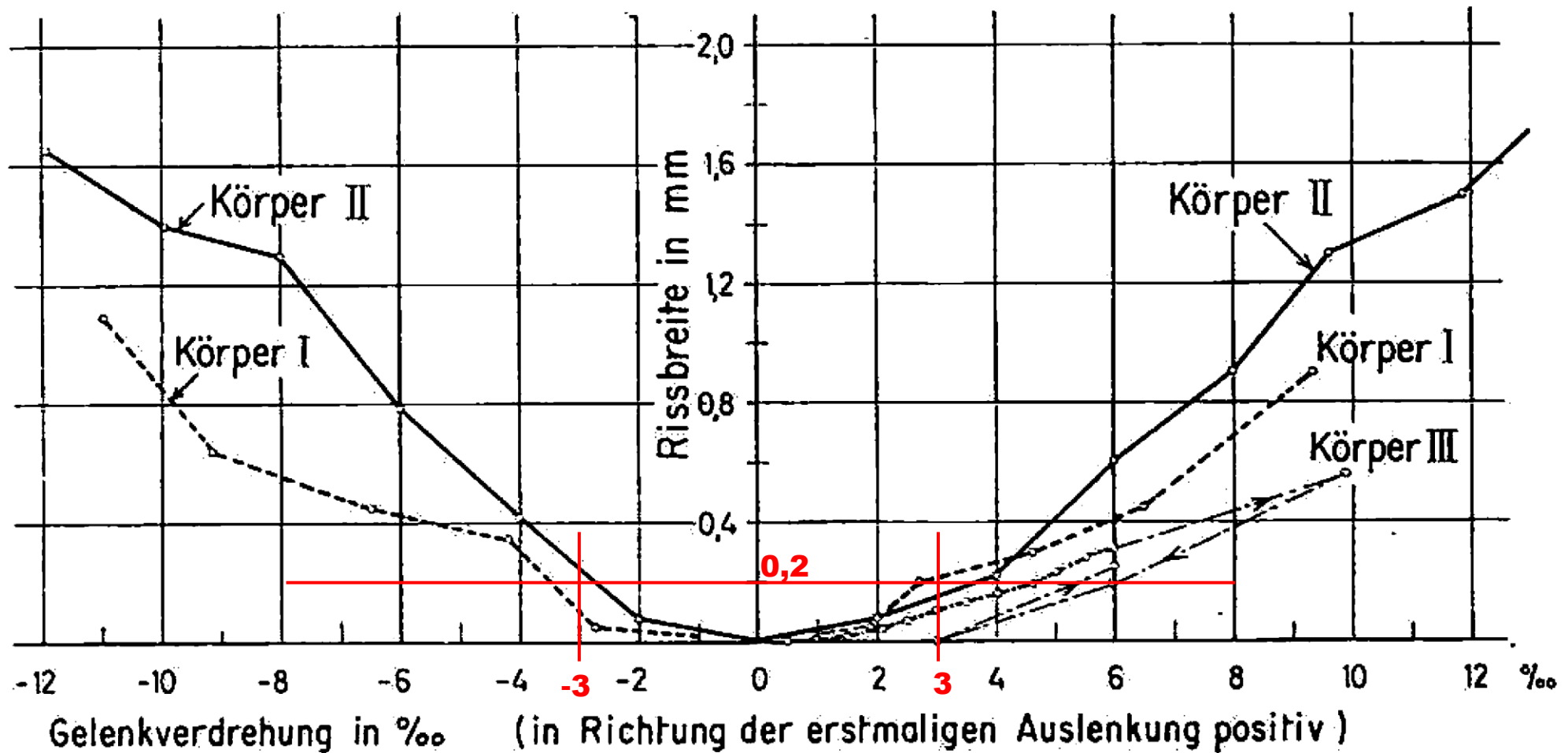


Bild 10. Rissbreite in der Gelenkkehle in Abhängigkeit der Gelenkverdrehung. Die Messungen wurden periodisch unter ruhender Belastung entsprechend dem Eigengewicht des Brückenaufbaues durchgeführt

As medidas foram feitas periodicamente com um carregamento estático correspondente ao peso próprio da superestrutura da ponte.

Obs: Para limitar a abertura da fissura a 0,2mm, a rotação não deve ser maior que 3°/∞



## RUPTURA

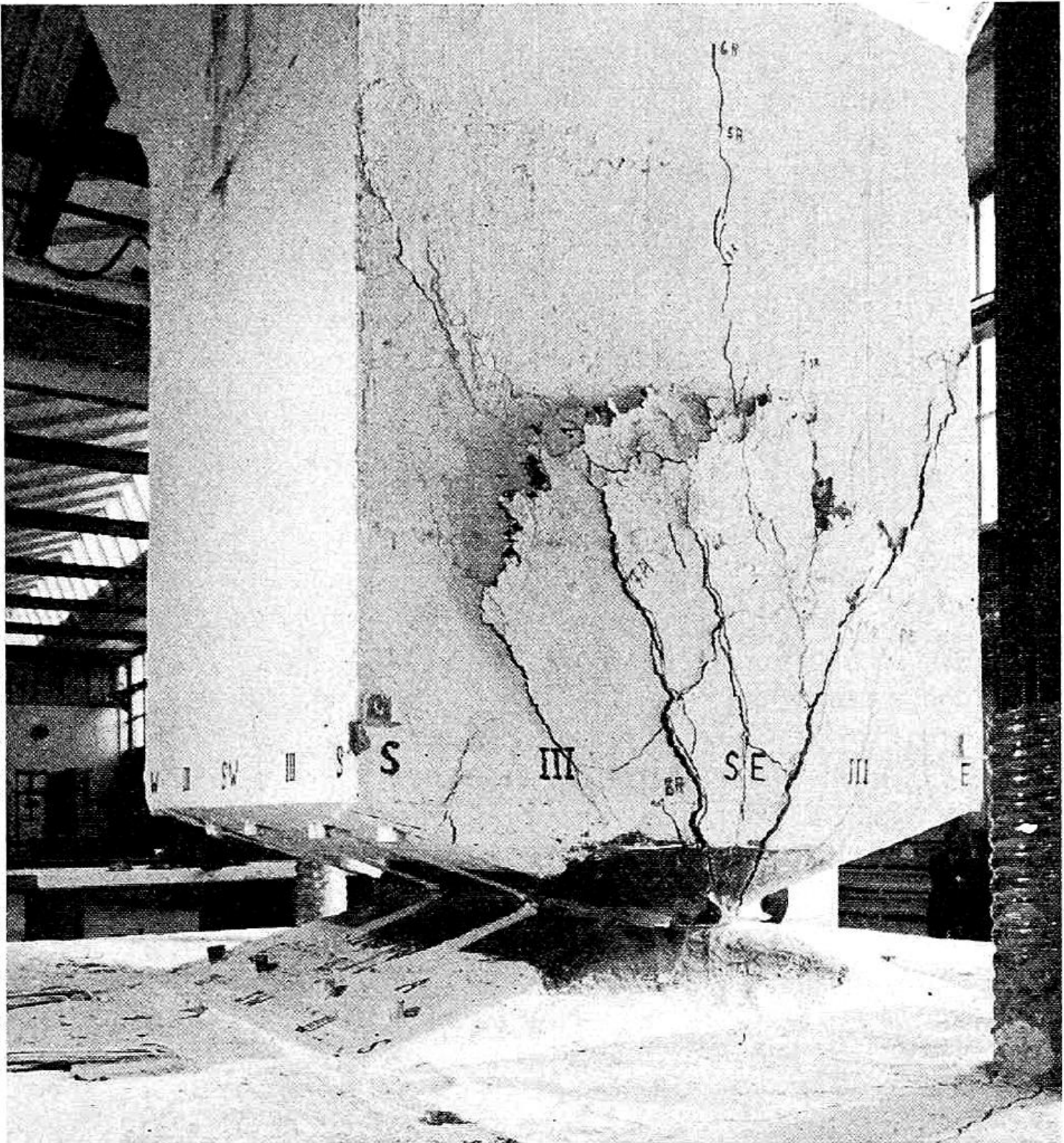


Bild 17. Betongelenk nach Erreichen der Bruchlast von 1610 t, mit klaffenden Quersugrissen und Aufbauchen des Betons infolge Ausknicken der Gelenkstähle im Stützenkopf

**Ruptura com carga de 1610 ton. Fissuras de fendilhamento. Estufamento do concreto na face lateral, devido à flambagem dos ferros longitudinais comprimidos.**

## RÓTULA HAURI

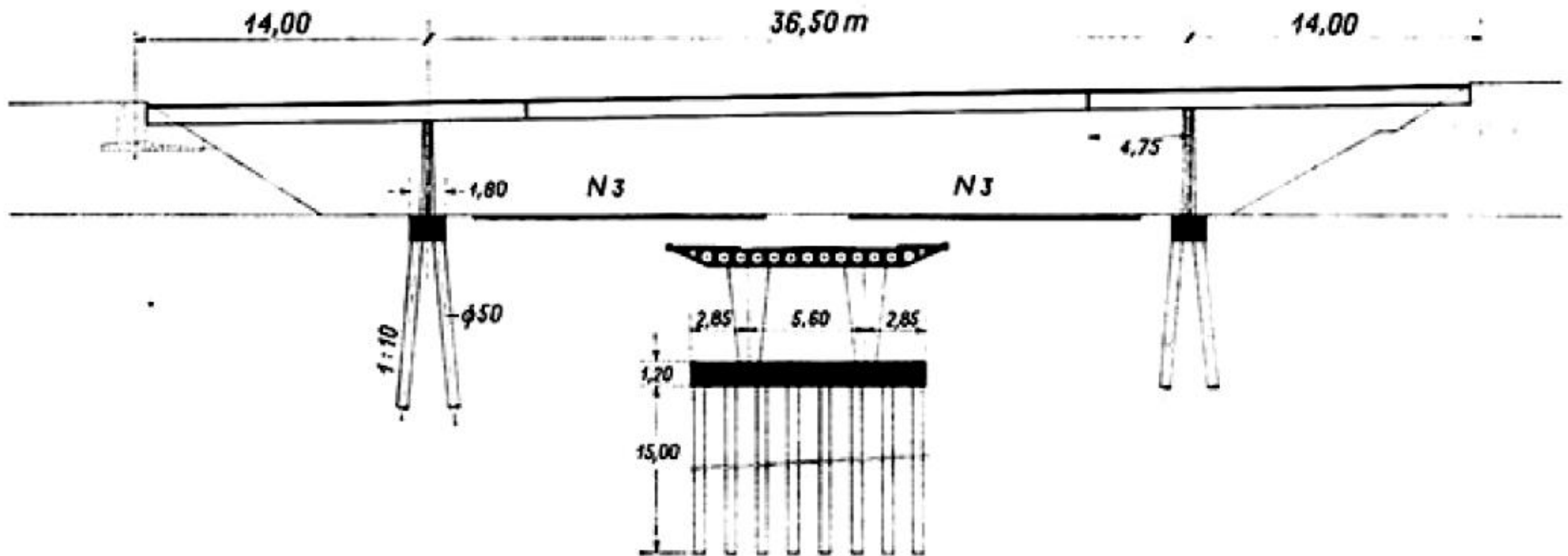


Fig. 7. Als Gerberträger ausgebildete Brücke über die Nationalstraße. Projektverfasser: Ingenieurbüro Fietz und Hauri, Zürich.

- **ESQUEMA GERAL DE UMA PONTE RODOVIÁRIA - PROJETO DE FIETZ E HAURI - ZURIQUE**

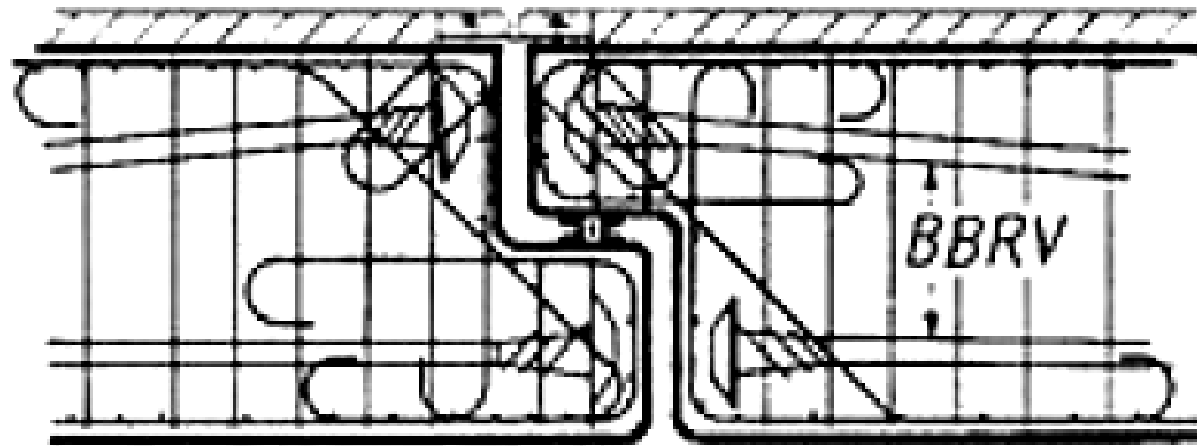
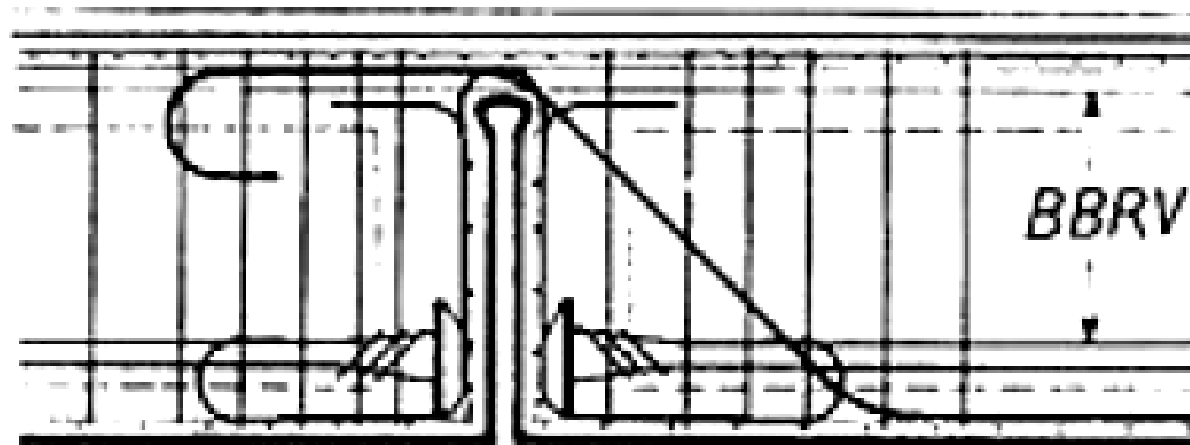
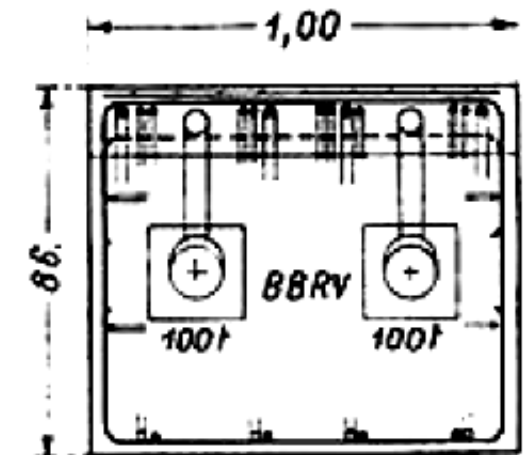
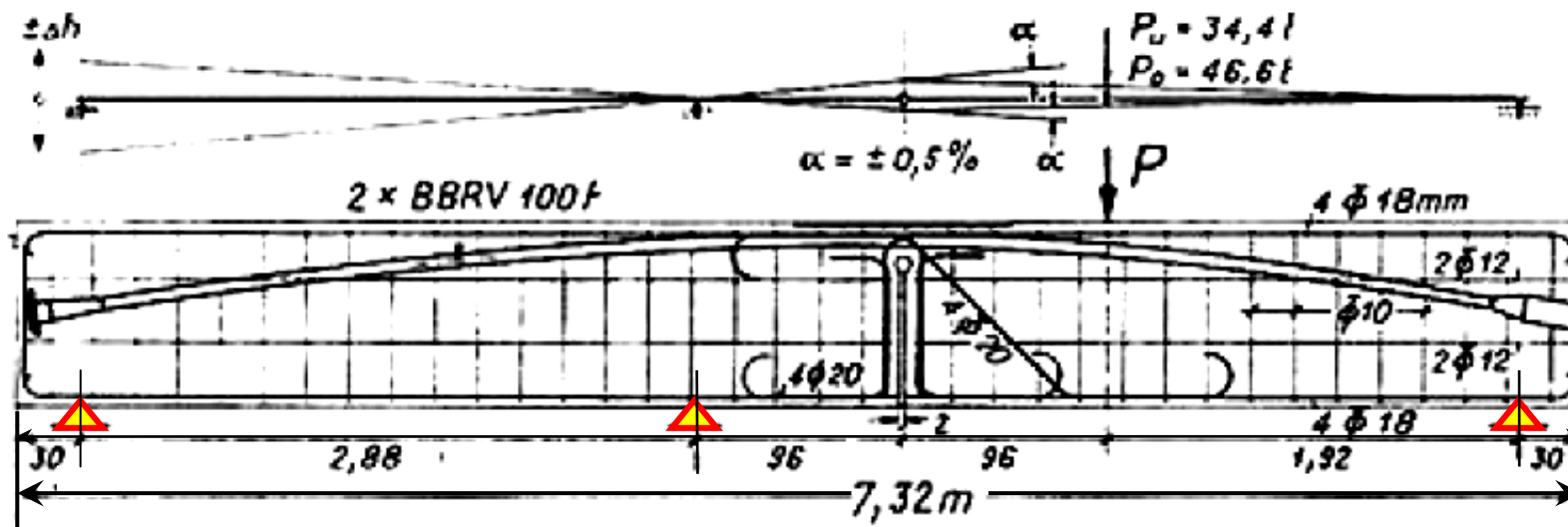
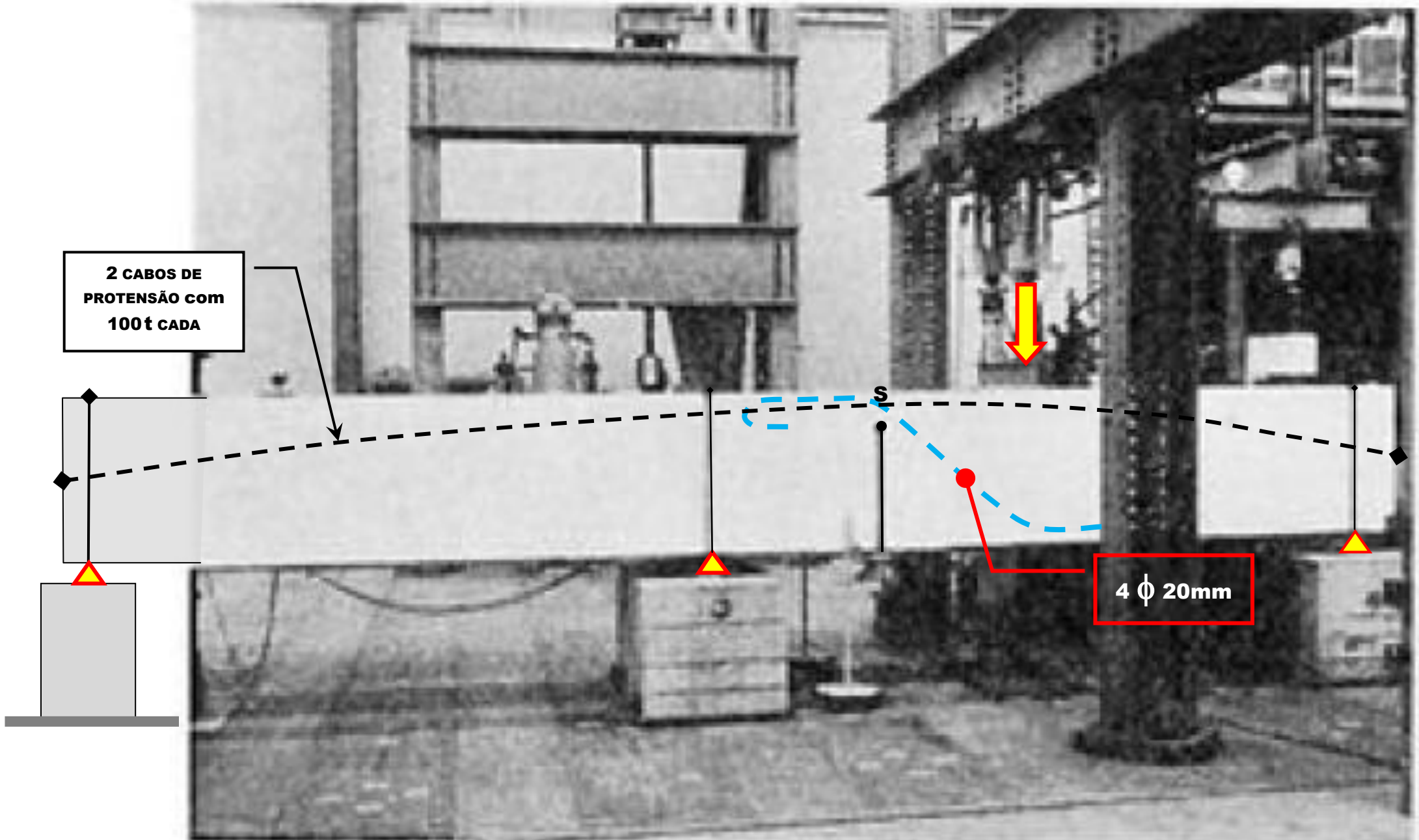
**RÓTULA GERBER****RÓTULA HAURI**

Fig. 8. Gelenk für Gerberträger. Links nach der üblichen Ausbildung, rechts nach Vorschlag von Prof. H. Hauri, ETH.

## RÓTULA HAURI



## ARMADURA DA VIGA ENSAIADA



**FACE "S" SUL DA VIGA COM RÓTULA HAURI**

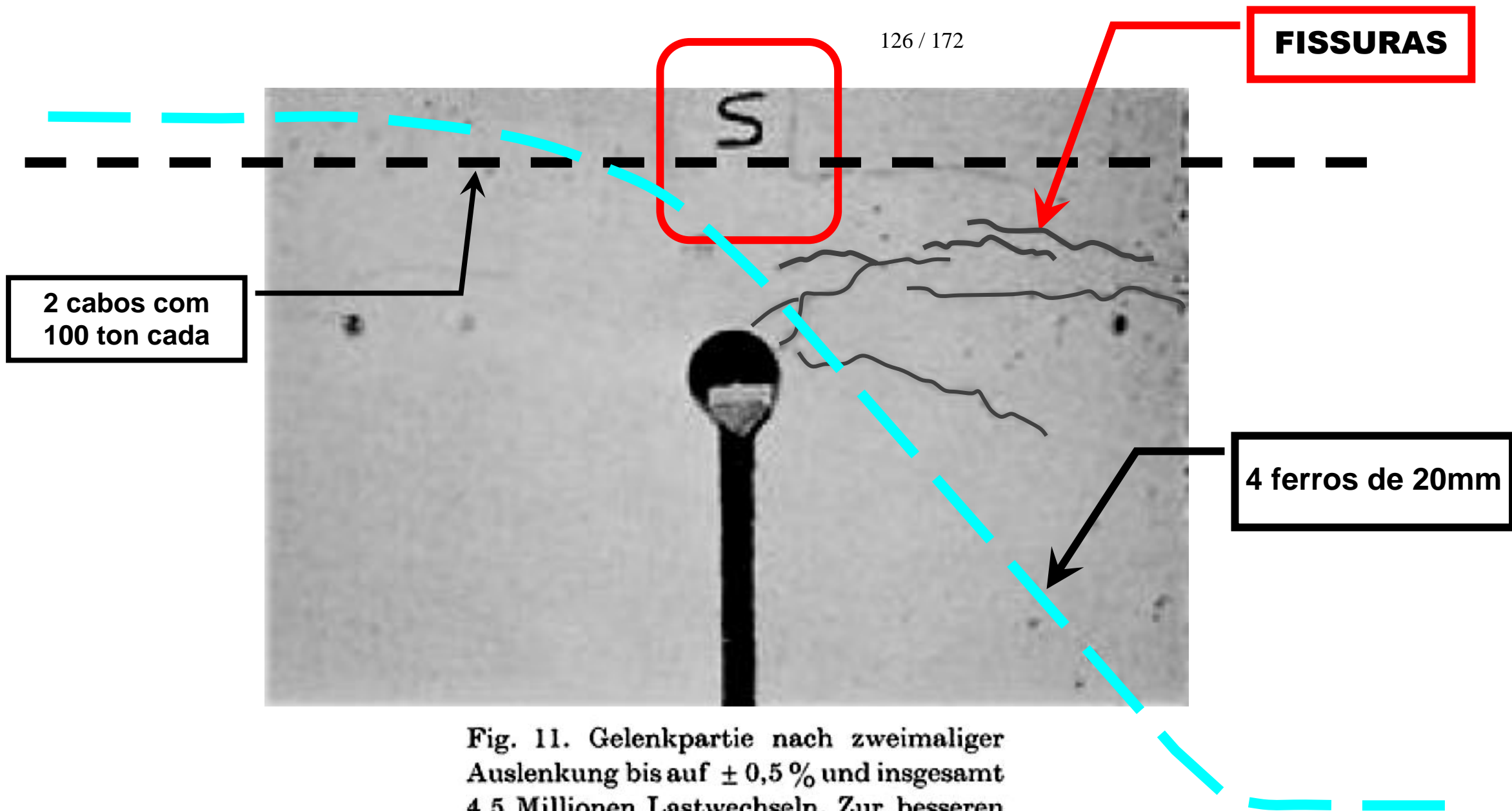
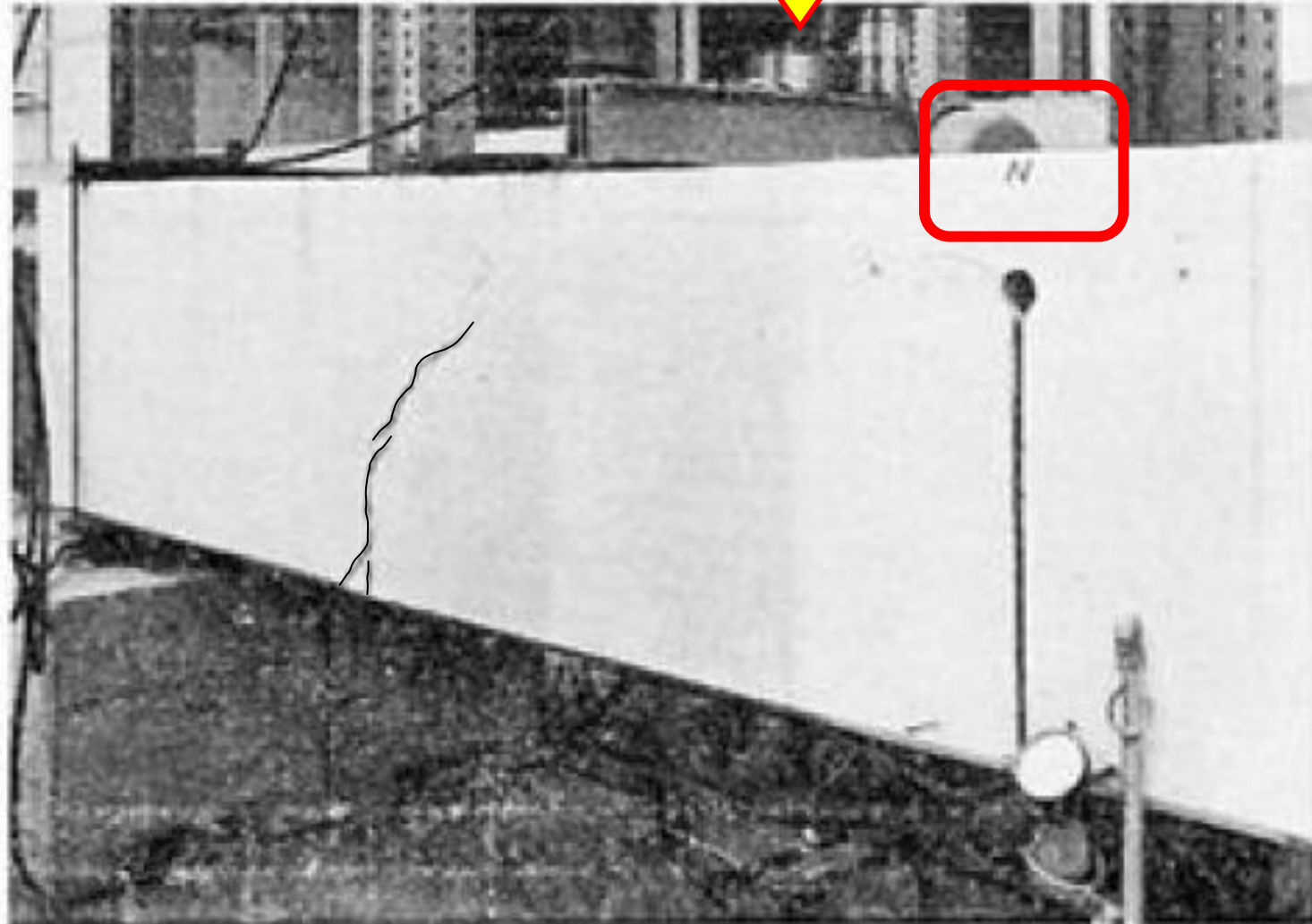


Fig. 11. Gelenkpartie nach zweimaliger Auslenkung bis auf  $\pm 0,5\%$  und insgesamt 4,5 Millionen Lastwechseln. Zur besseren Erkennung sind die Risse nachgezeichnet.

### FACE "S" SUL DA VIGA

- RÓTULA APÓS DUAS DEFLEXÕES LATERAIS ATÉ ( +/- ) 0,5% E APÓS 4,5 MILHÕES DE CICLOS DE CARGA.
- PARA MELHORAR A VISÃO DA FISSURAÇÃO, AS FISSURAS FORAM ASSINALADAS.



**Fig. 12. Bruch des zweiten Versuchskörpers bei 154,8 t.**

**FACE "N" NORTE DA VIGA**

- **RUPTURA DA SEGUNDA VIGA ENSAIADA COM UMA CARGA DE 154,8 ton., FORA DA RÓTULA HAURI**

**ANEXO 05**

**ARSENAL DE MARINHA**

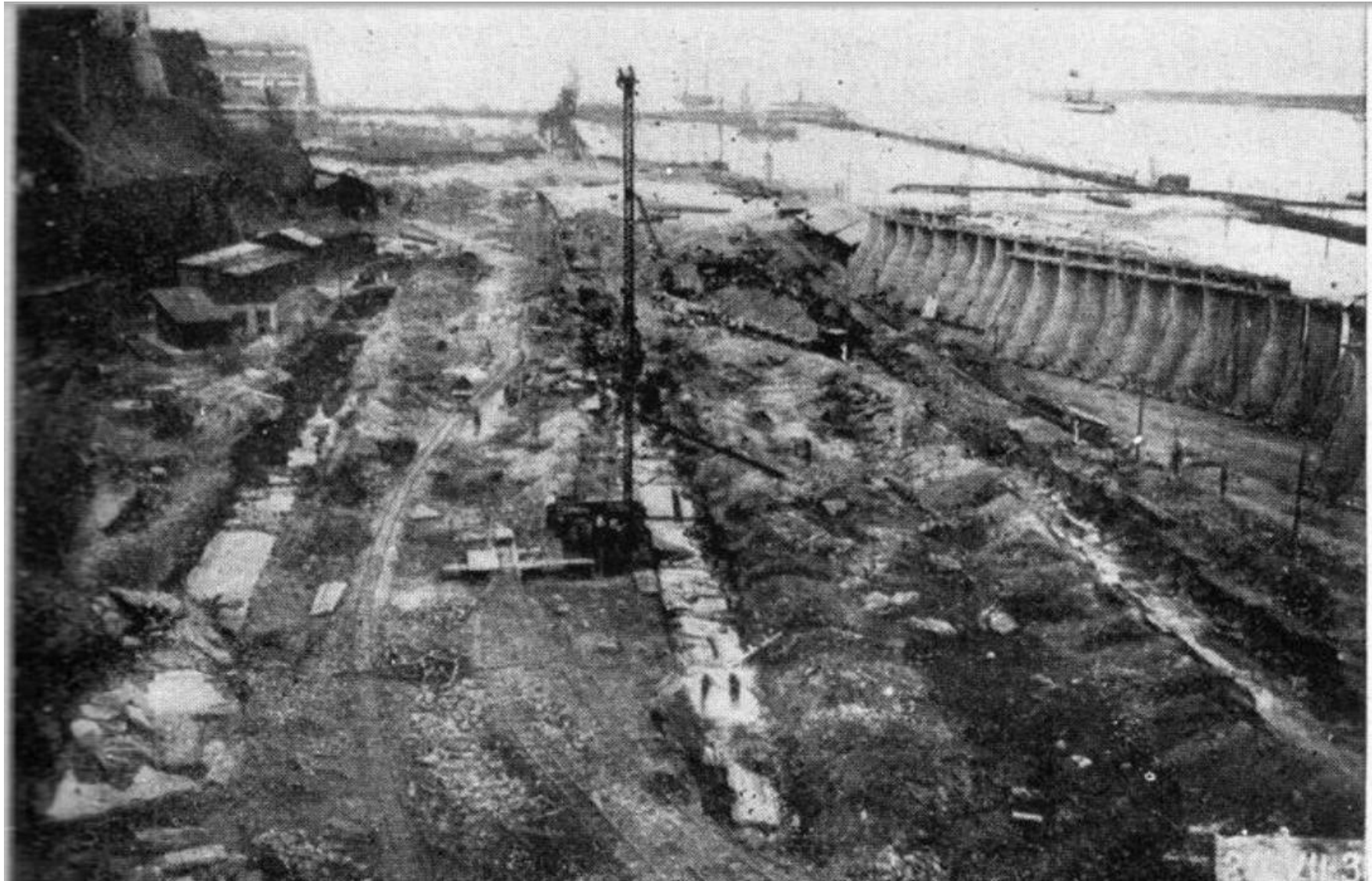
**PROJETO PROF. ANTONIO ALVES DE NORONHA**

**1930**

**Revista Municipal de Engenharia RJ**  
**Ano 1935 - Janeiro**

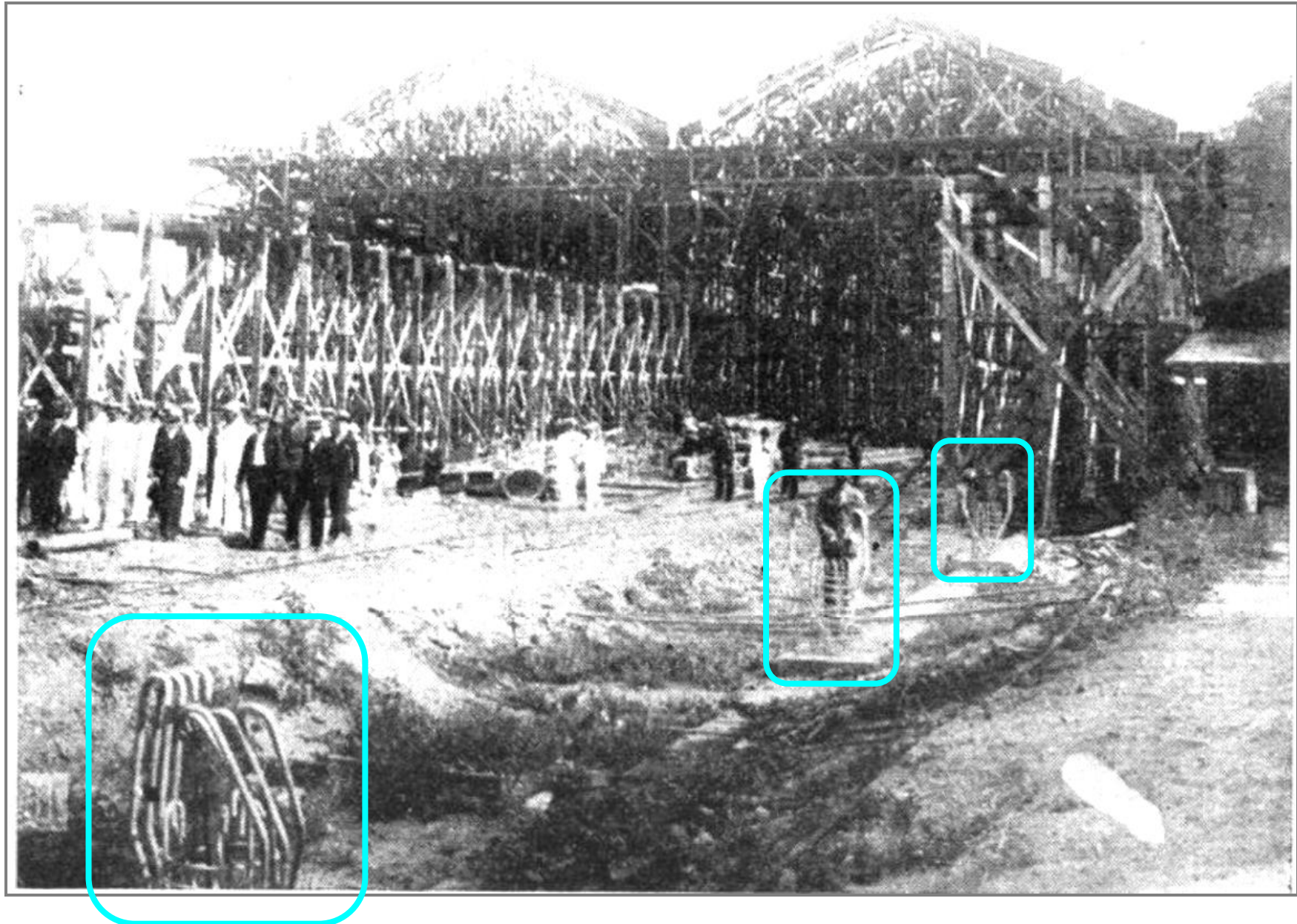


**1930 - Obra do Arsenal de Marinha na Ilha das Cobras - RJ**

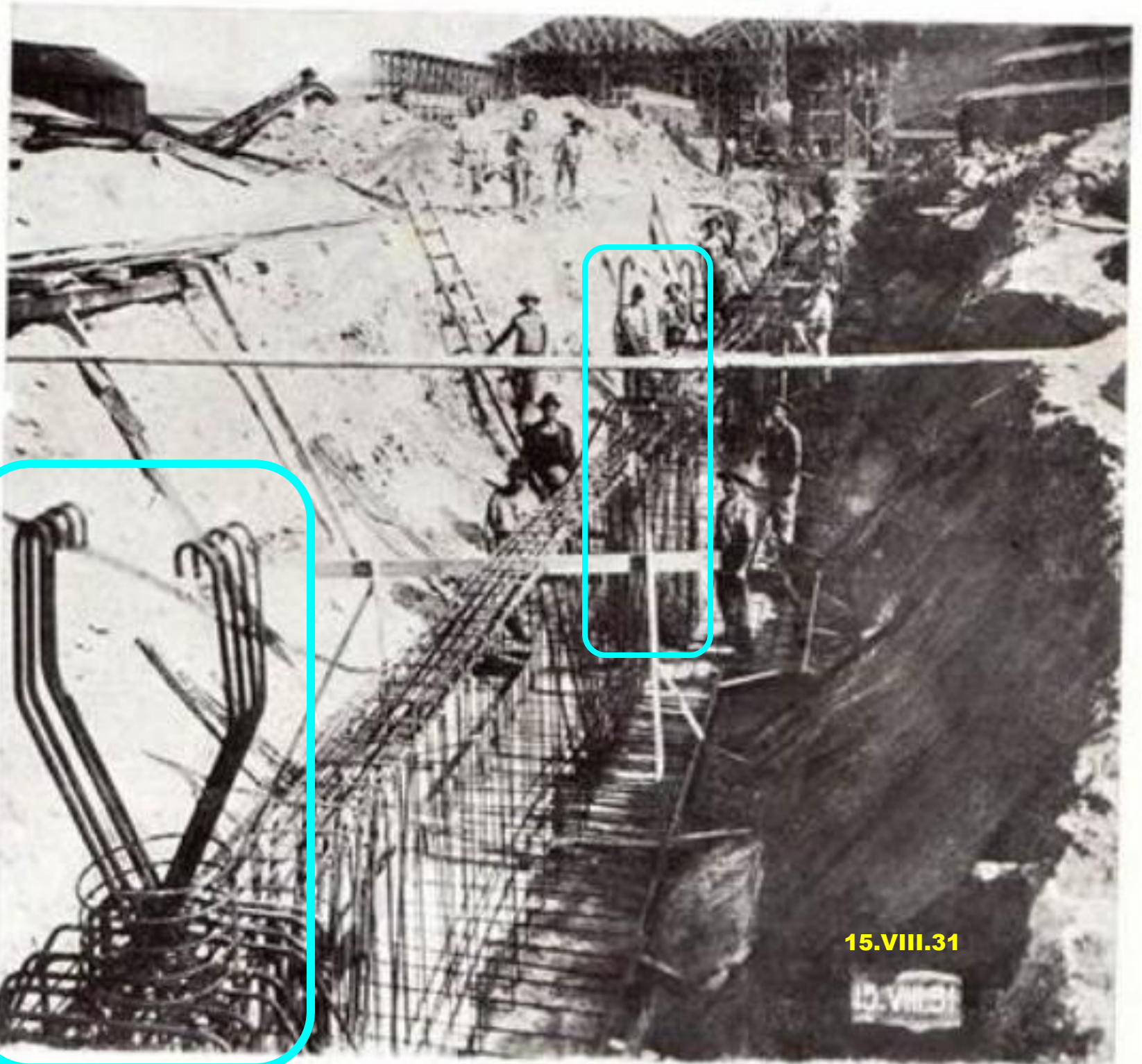


**3 Sapatas corridas - Muros com contrafortes - Solo com água salina**

## Rótulas Mesnager nas bases dos pilares



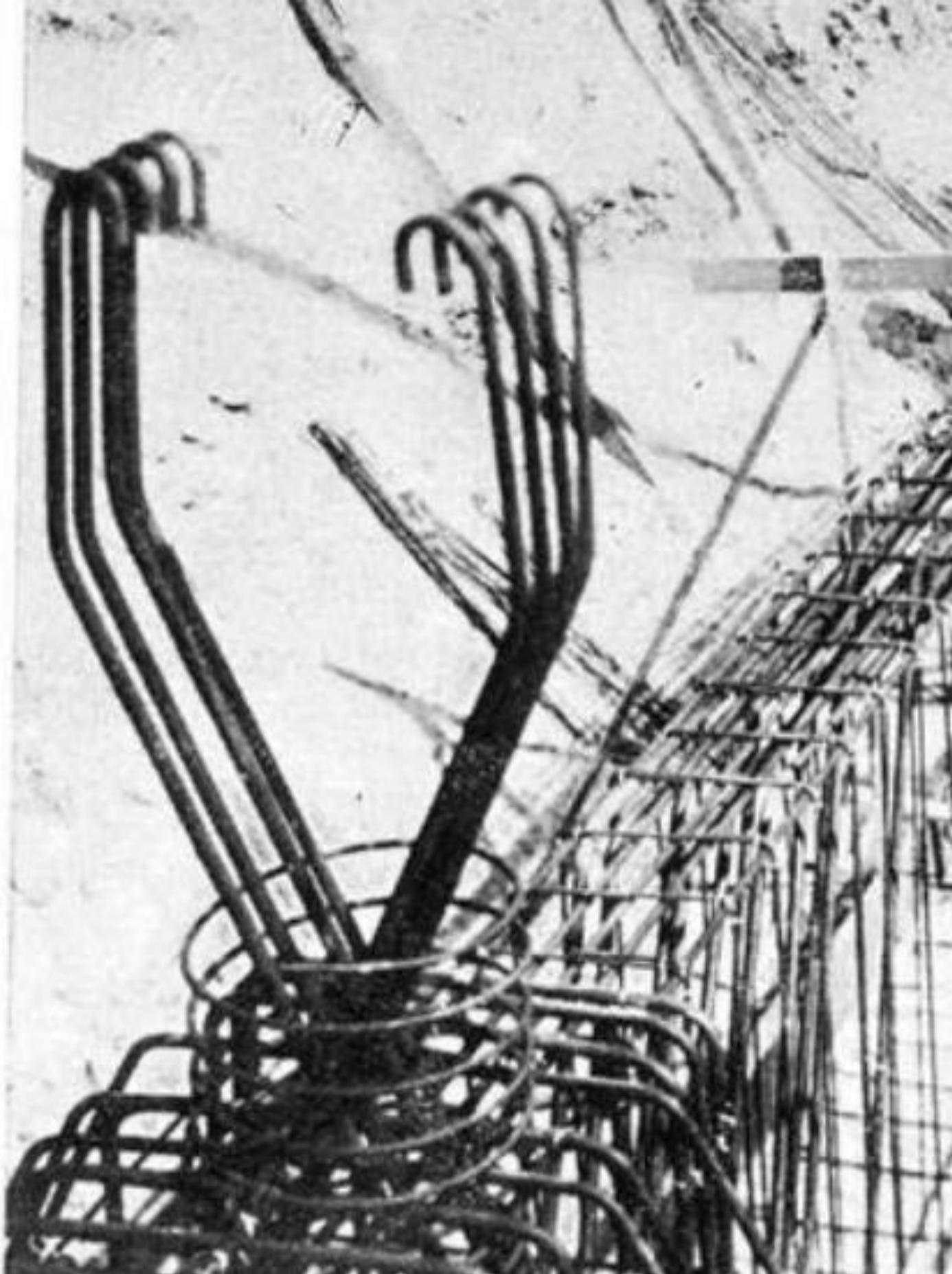
## 1931 - Escavação para execução da sapata corrida

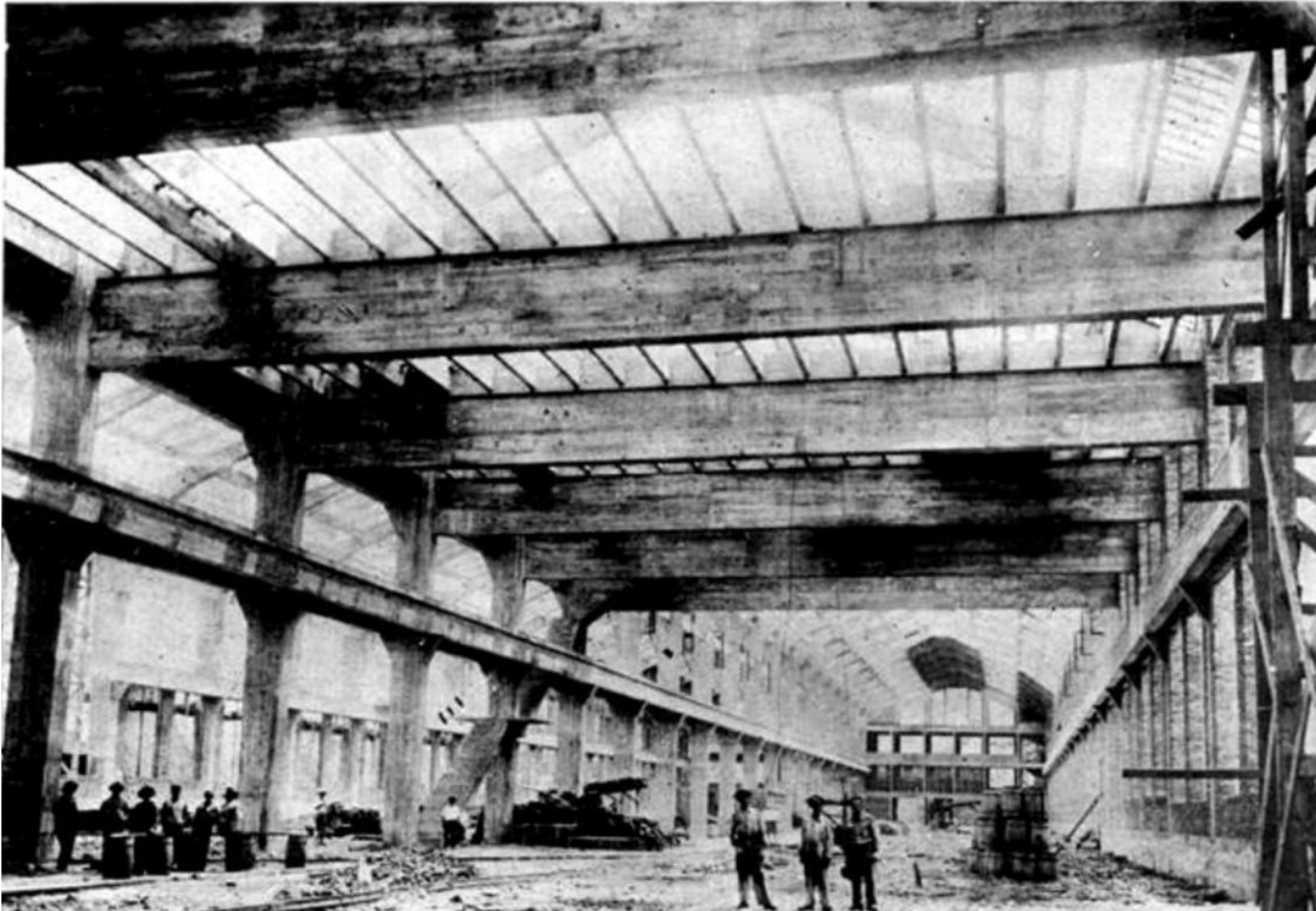


Em cada pilar uma rótula Mesnager com armadura em X

## ZOOM

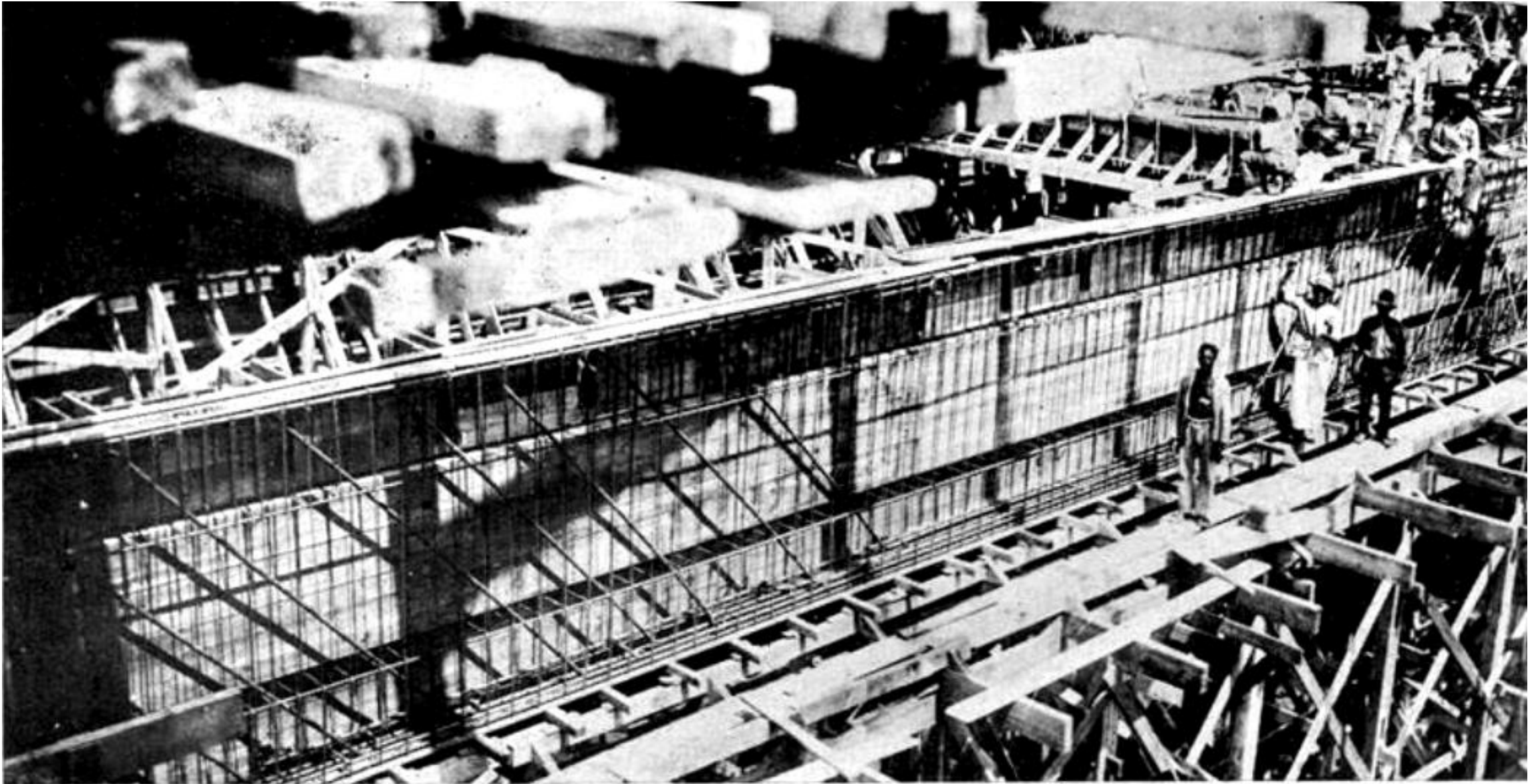
Ferros de 1 1/4" = 32mm



**1930 / 1931 - Obra do Arsenal de Marinha na Ilha das Cobras - RJ**

**Vão da viga dos pórticos = 22,5metros - Distância entre os pórticos = 9metros**  
**Largura total = Dois pórticos com 22,5m = 45 metros**  
**Comprimento Total = 6 blocos com 5 vãos de 9metros = 270 metros**

## 1931 - Armação de uma viga de 22,50 metros



As armaduras de flexão ( $1 \frac{1}{4}''$ ) eram dobradas a 45 graus para resistir à força cortante .  
Os estribos ( $1/2''$ ) resistiam, no máximo, a 40% da força cortante, como mandavam as normas.

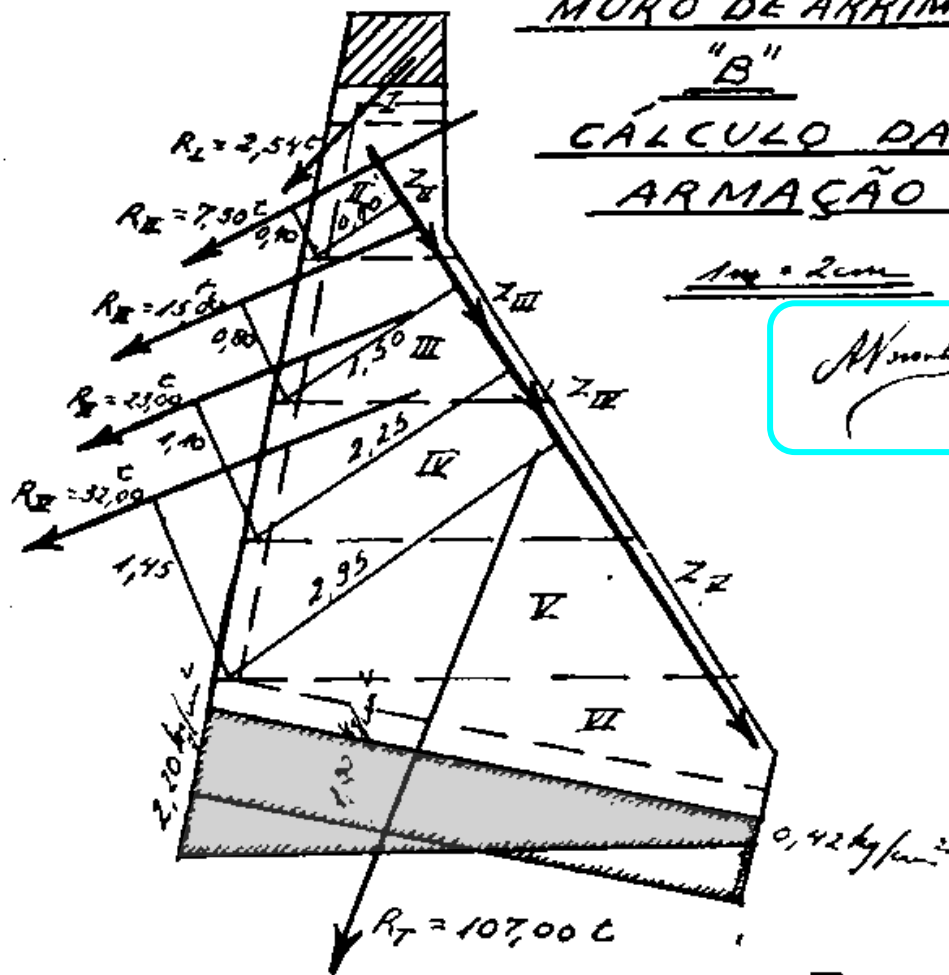
# Fachada



21-XI-33

# Muros de Arrimo das Carreiras

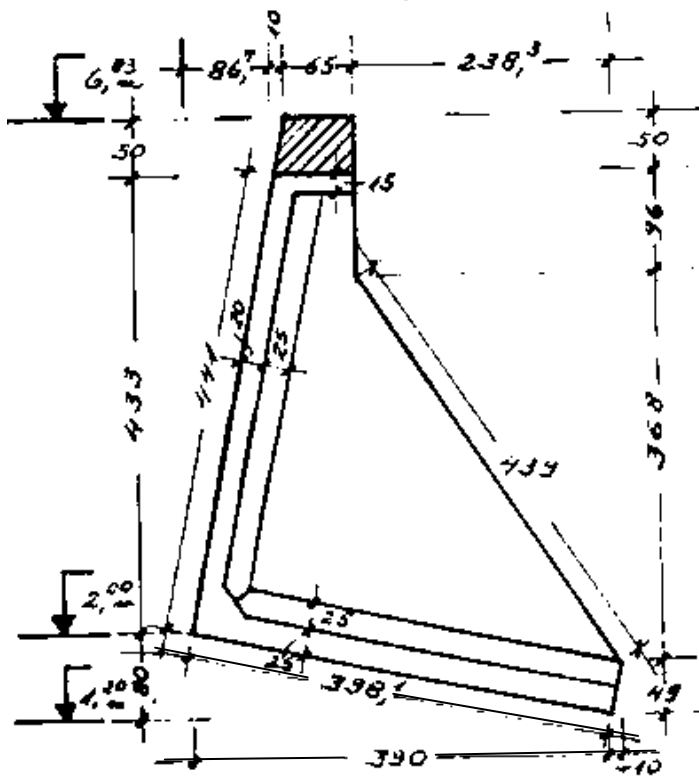
CARREIRAS  
MURO DE ARRIMO  
"B"  
CÁLCULO DA  
ARMAÇÃO



*Alfonso*

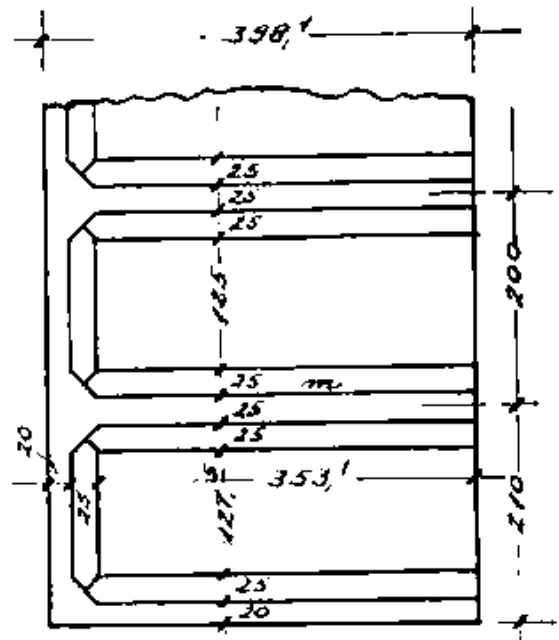
FIG. 5

Seção Transversal



CARREIRAS  
MURO DE ARRIMO "B"  
FÔRMAS  
ESC. 1:80

Planta



*Alfonso*

FIG. 3



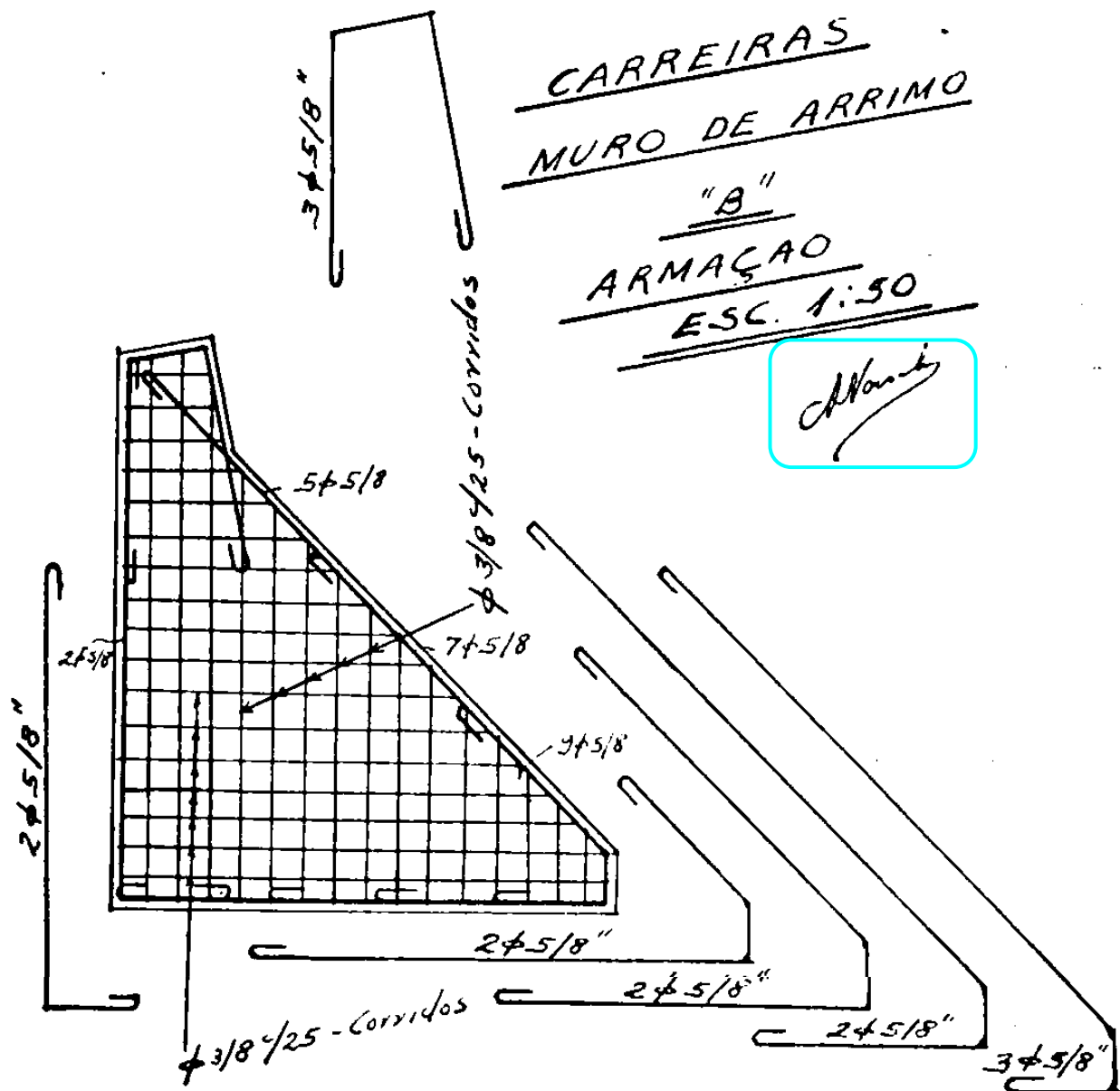
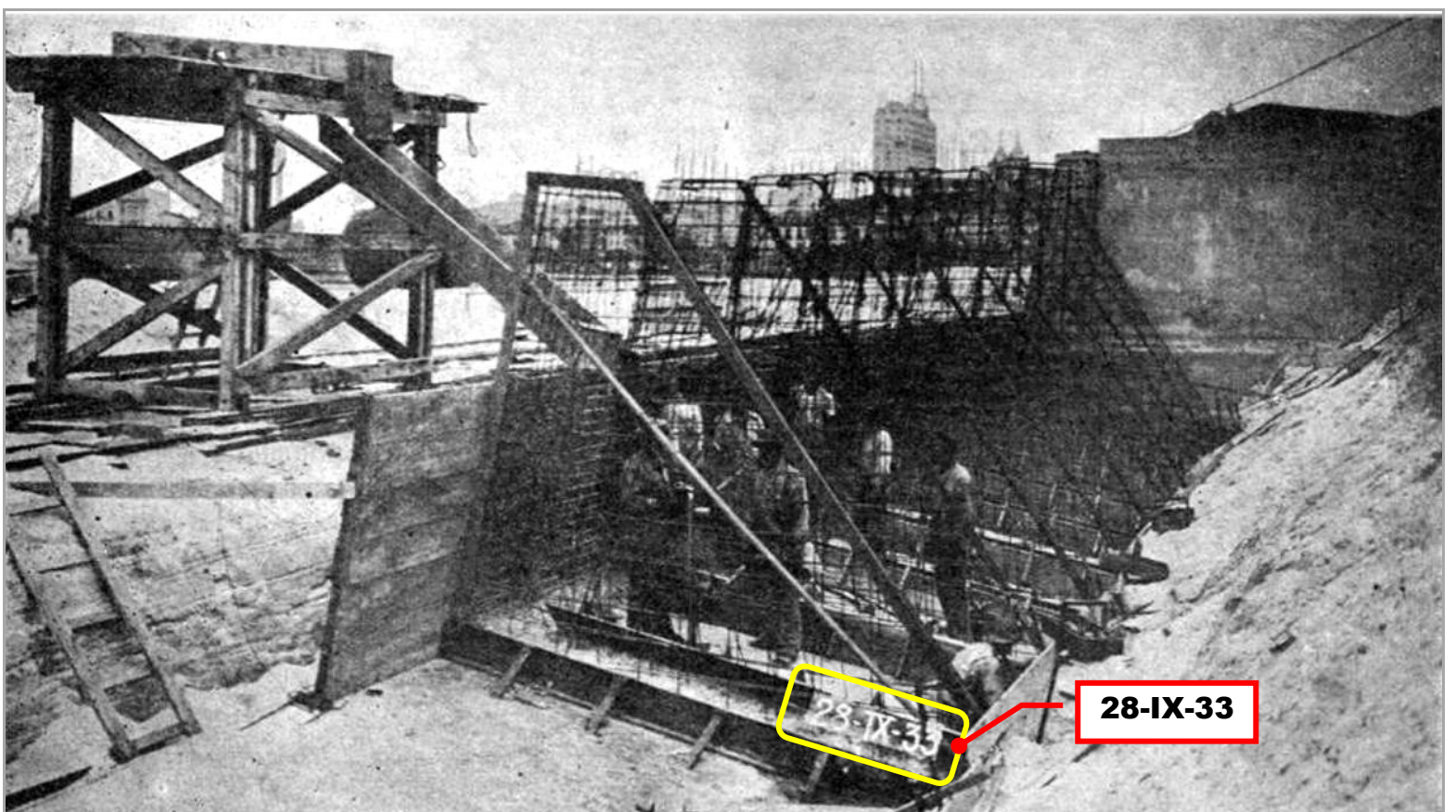
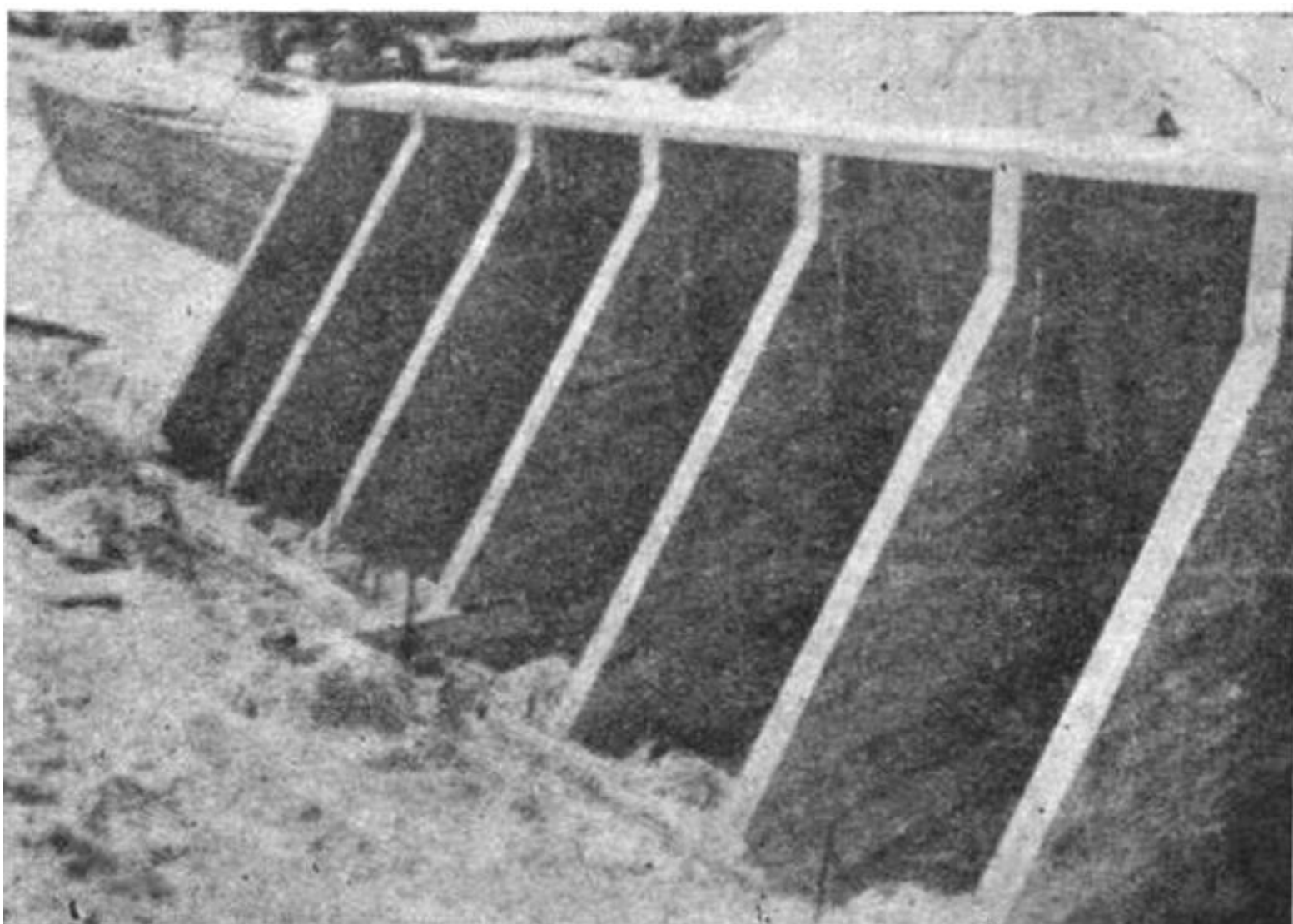
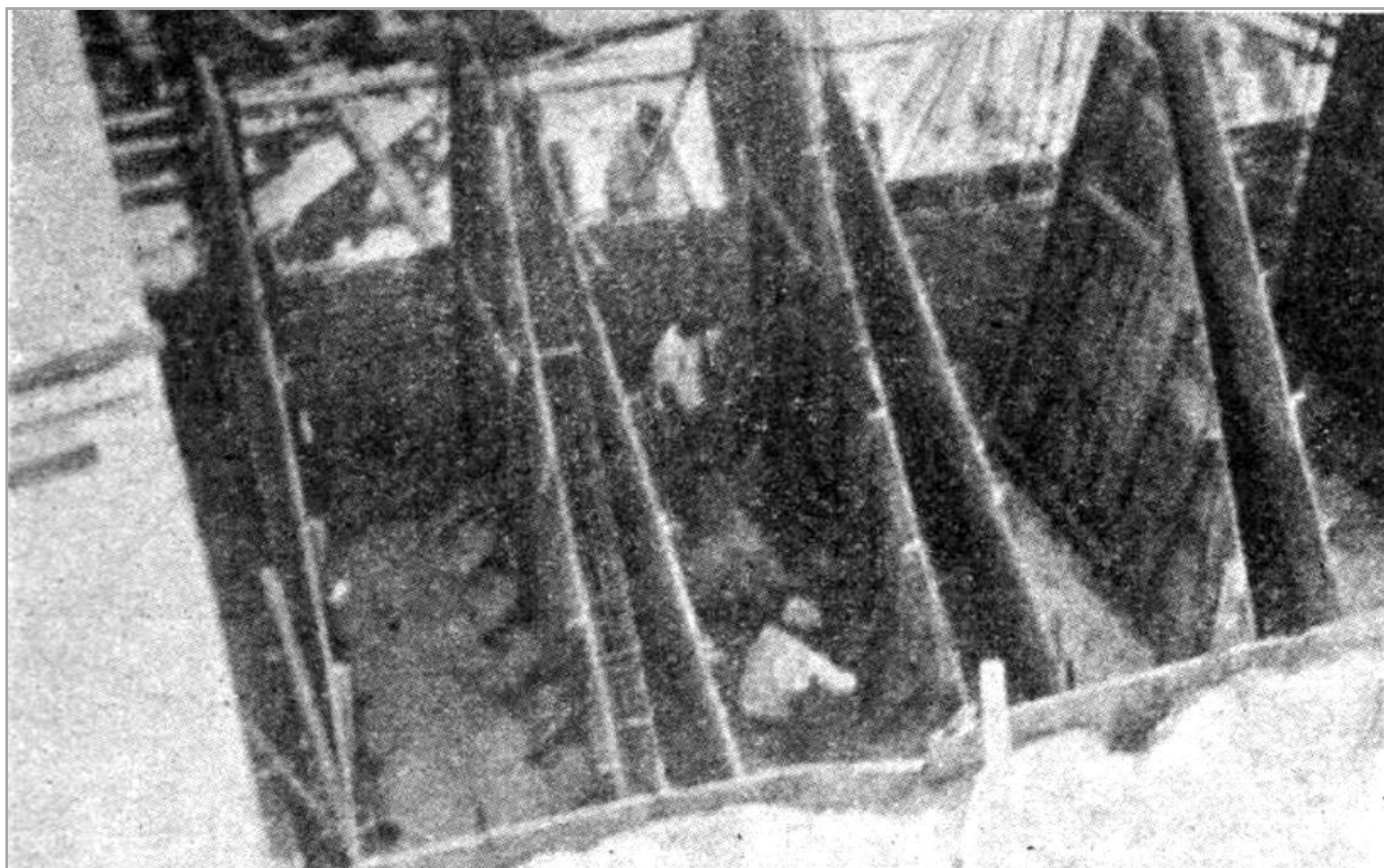


Fig. 6





A tensão admissível no concreto era  $60 \text{ kgf/cm}^2$  e no aço  $1200 \text{ kgf/cm}^2$ .  
O traço do concreto usado foi 1:2:3,2 - A resistência média aos 28 dias era  $180 \text{ kgf/cm}^2 = 18 \text{ MPa}$  e o Slump foi de 15cm a 20 cm. A relação Água/Cimento = 0,482 .  
O cimento era o cimento nórdico "Urso Branco", importado da Dinamarca, da cidade de Aalborg. A fábrica de Aalborg continua produzindo em 2018.  
<https://br.depositphotos.com/174676430/stock-photo-aalborg-portland-cement-factory.html>

## 2018 - ARSENAL DE MARINHA - Ilha das Cobras - RJ



## 1941 - Lançamento do navio Greenhalg

PRÉDIO  
DO  
ARSENAL



**ANEXO 06 - 1934 - HOSPITAL VETERINÁRIO MUNICIPAL / RJ**

**REVISTA MUNICIPAL DE ENGENHARIA**

Ano 1934\ANNO 3 - NUMERO 11 - JULHO (11)



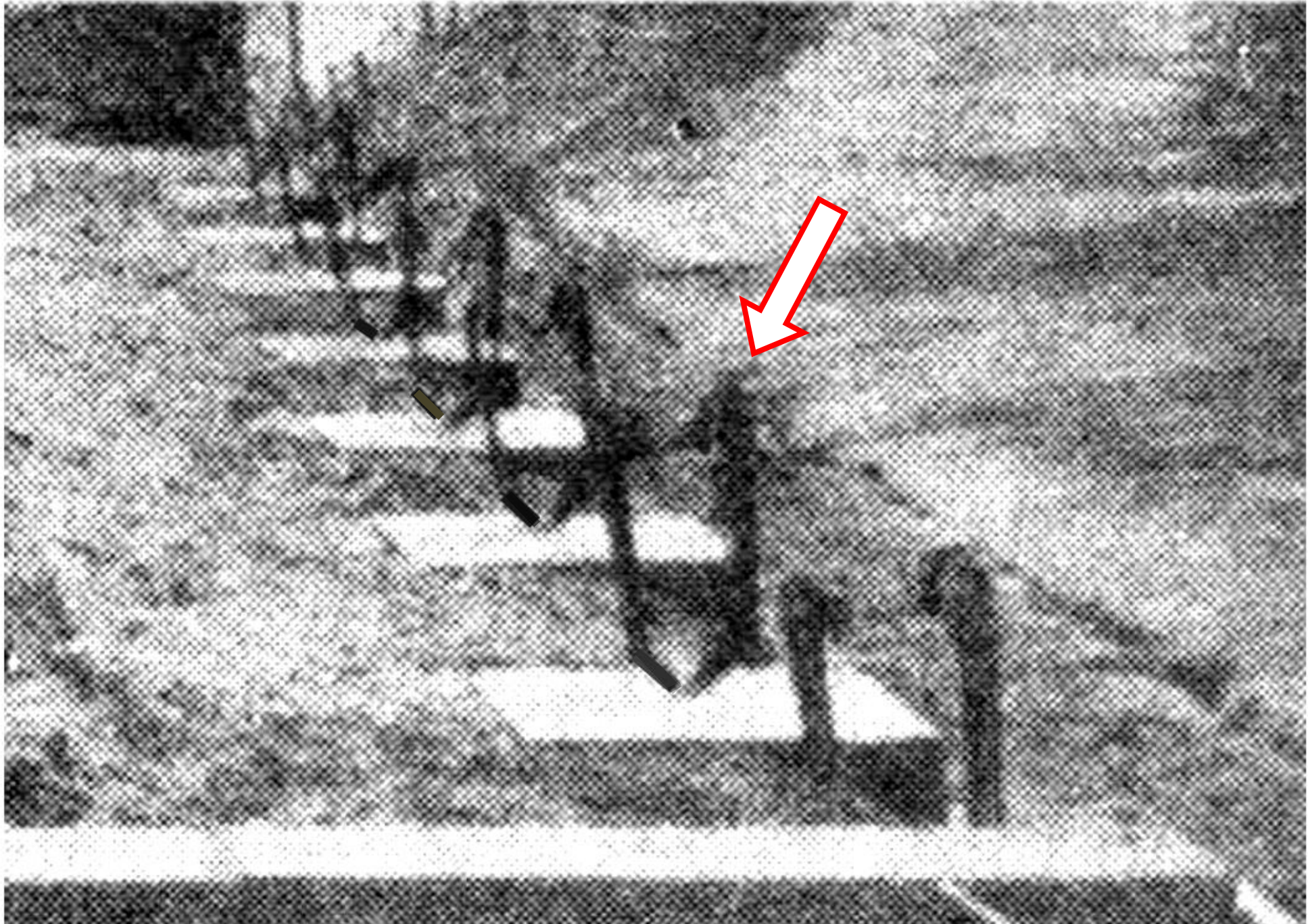
**Fotos de Augusto Malta**

## **ARMADURA DAS RÓTULAS MESNAGER EM TODAS AS SAPATAS**



**Vista de conjunto. No primeiro plano, vê-se a área onde está sendo construída a garagem, com as sapatas já prontas para receberem as colunas.**

**ARMADURA DAS RÓTULAS MESNAGER EM TODAS AS SAPATAS  
ZOOM**



**ANEXO 06**

**O JORNAL**

RIO DE JANEIRO — SEXTA-FEIRA, 13 DE AGOSTO DE 1930

*O Campo dos Affonsos, um dos melhores aerodromos da America*

O PROJECTO DELINEADO PELO GOVERNO E O QUE JA' ESTA' CONSTRUIDO

**Uma obra de arrojo que honra a Engenharia Militar .**

A magnifica installação que terá a E. de Aviação Militar



**1930 - 2018 - CAMPO DOS AFONSOS**  
**HANGAR DUPLO COM 5 RÓTULAS MESNAGER ✕ , ✕ .**

**CAMPO DOS AFONSOS**

Escreva uma descrição para seu mapa.

Legenda

**GOOGLE 2018**



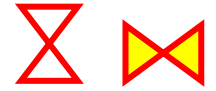
Google Earth

©2018 Google  
Data SIO, NOAA, U.S. Navy, NGA, GEBCO

100 m

# O JORNAL - RJ - 15 / AGOSTO / 1930

## CAMPO DOS AFONSOS - HANGAR DUPLO COM 5 RÓTULAS MESNAGER



O Jornal (RJ) - 1930 a 1939

mesnager



Pesquisar



Ocorrências  
1/1

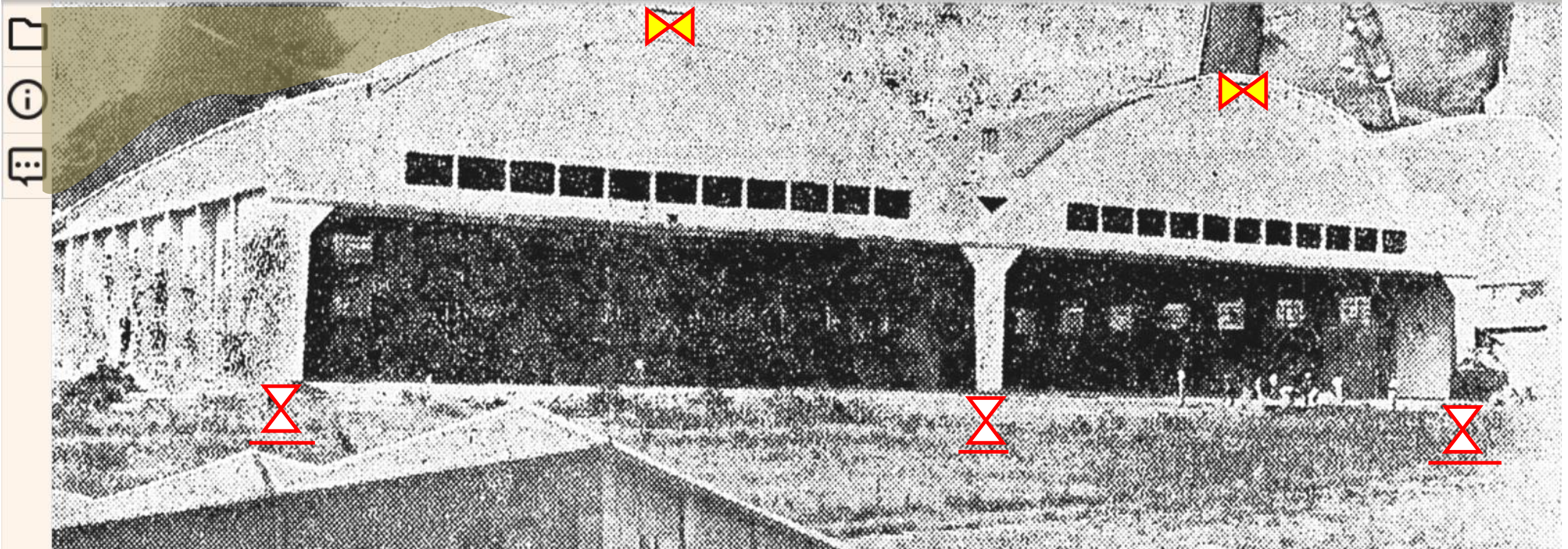


1/16



TECNOLOGIA  
docp

Ano 1930\Edição 03606 (1)



## O JORNAL - RJ - 15 / AGOSTO / 1930

### UMA OBRA DE ARROJO

Mas a obra principal, de maior arrojo e que constitue um attestado honroso da capacidade dos nossos engenheiros militares nos é offerecida pelo colosal hangar duplo construido para a Esquadriha Mixta.

E' uma construcção tão arrojada que se chegou mesmo a dizer não ser de autoria do nosso Serviço de Engenharia, attribuindo-se a firmas especialistas em construcções de tão grande vulto.

Essa adjudicação da obra a outros, é a prova frizante do seu real valor.

Dadas as características do material de aviação moderno, foi pedido para o hangar o vão de 40 metros e a altura livre de sete metros.

a altura livre de sete metros.

Foram estudados varios typos de arco duplo, dentro dessas exigencias de vão e altura livre. Allando então varios motivos — de ordem technica — só no que diz respeito ao calculo do systema, como tambem nas vantagens de ordem constructiva — e, lembrando os conselhos de M. Freyssinet — para facilitar o confortamento da estrutura em relação á variação de temperatura e retracção do concreto durante a construcção, foi adoptado o typo construido com cinco articulações.

As cinco articulações empregadas, nos fechos dos arcos e nos pés direitos, são do typo Mesnager — calculadas para oito kilogrammas por milimetro quadrado.

O hangar tem de fundos 50 metros e 81m,40 de frente, divididos em dois vãos de 40 metros cada um, com a altura de sete metros e flexa maxima de 16m,90.

As fundações foram estudadas para transmittirem ao terreno uma sobrecarga maxima de dois kilogrammas por centimetro quadrado, alcançando a profundidade maxima de 3m,60 nos extremos e 2m,60 nos centraes.

A estrutura geral do hangar é formada por um conjunto de nove arcos duplos, ligados entre si pela lago continua que fórma a cobertura.

O espaçamento dos arcos é de 6m,25 de eixo a eixo.

AS DIFFICULDADES DA CONS-

AUTORES CITADOS : FREYSSINET ( CONCRETO PROTENDIDO ) ; MESNAGER ( ARTICULAÇÕES DE CONCRETO )

TENSÃO ADMISSIVEL NA ARMADURA DA RÓTULA MESNAGER = 800 kgf/cm<sup>2</sup>

## O JORNAL - RJ - 15 / AGOSTO / 1930

### AS DIFFICULDADES DA CONSTRUÇÃO

Para a fundação da obra foram feitos estudos rudimentares sobre as condições do terreno. A configuração geral e o conhecimento de escavações próximas, relativamente profundas, facultaram — de modo — a dispensa de sondagem, porém, não dispensaram a experiência de compressão sobre o terreno, em varios pontos, nem também o exame da natureza das terras e, principalmente, o das aguas abundantes no local.

Estas pesquisas orientadas pelos ensinamentos de Terzaghi — sem porém terem a minucia tecnica especializada da sua Mecanica dos Solos — positivaram, com os dados

los — positivaram, com os dados praticos colhidos, a capacidade de resistencia do sólo, onde ia ser fundada a estrutura do hangar na base acima especificada.

O serviço de escavação e construção das fundações foi bastante difficil, até á profundidade de 2 metros, em virtude da natureza do terreno e a abundancia das aguas de infiltração.

Os cimbres foram estudados em madeira, nas dimensões encontradas no commercio. O seu arranjo e disposição foi tal, que permittiu o seu emprego 3 vezes.

O descimbramento foi executado por meio de descimbradores em dentes de osso, cujos movimentos foram fixados de tal modo que permittiu proceder á operação do descimbrar

proceder á operação do descimbrar por lances progressivos e successivos de 3 millimetros de abaixamento, consoante o methodo de Morsch.

O concreto empregado mereceu attenção especial e acurado estudo, tendo em conta as aguas que banhavam as fundações. Foi empregado o cimento de alta resistencia, ao qual foi exigida a fadiga maxima de compressão de 76 kgm. por cm. quadrado.

A porta de fechamento do colossal hangar, dessa obra que honra a qualquer engenheiro, é do typo de

AUTORES CITADOS : TERZAGHI ( MECANICA DOS SOLOS ) ; MÖRSCH ( CONCRETO ARMADO )

TENSÃO ADMISSÍVEL NO CONCRETO = 76kgf/cm<sup>2</sup> = fcm cúbico 28 dias / 3  
logo fcm.cubo.28dias = 22,8 MPa ; logo fcm.cilindro.28dias= 19,4 MPa

# 1930 O JORNAL - RJ X 2018 GOOGLE

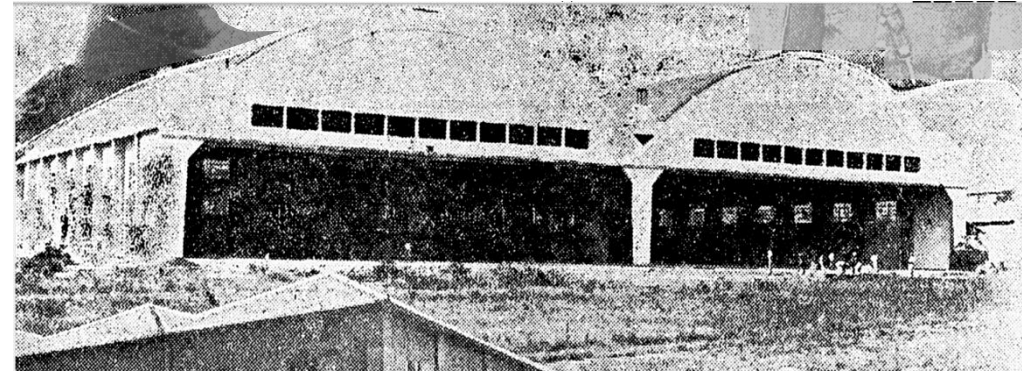
A porta de fechamento do colossal hangar, dessa obra que honra a qualquer engenheiro, é do tipo de sanfona, em chapas de ferro e vigas em H formada de painéis de 4 ms. x 7 ms. os quaes correm sobre trilhos guiados na parte superior por um dispositivo especial que facilita o seu fechamento mecânico.

Só em cimento foram empregadas 5.649 barricas, em concreto armado 1 875ms.3, em pregos 7 toneladas, em vergalhões 212 toneladas e em arame 2.316 kilos! O movimento de terra ascendeu a 5.254 ms.3.

Foram necessários 8 mezes para a construção de toda a super-estrutura, tendo sido gastos mais de 10 mezes no preparo do terreno e construção da infra-estrutura.

## A ULTIMAÇÃO DO PROJECTO

### 1930



### 2018



# ANEXO 07 - BETON- UND STAHLBETONBAU - 1974/9

Dipl. Ing. Moshe Adin

## Durch Längsdruckkräfte vereinfachte Gelenke in Gerber-Systemen

DK 624.672.234 Gelenke

Von Dipl.-Ing. Moshe Adin, Haifa

### Rótulas em Sistemas Gerber simplificadas por Forças Longitudinais de Compressão

Bekanntlich ist einer der Nachteile des Gerbersystems die Verjüngung des Querschnittes beiderseits jeden freien Gelenkes; denn sie bedeutet sowohl eine Vergrößerung der Schubspannungen, wie auch eine wesentliche Erschwerung und Anhäufung der Bewehrung an der einspringenden Ecke wegen der dort vorhandenen Spannungskonzentration. Auch ist es üblich, jedes eingehängte Feld mit einem vollverschieblichen Lager oder mit zwei Elastomere-Lagern zu versehen, mit den dazugehörigen Fugenab schlüssen in der Fahrbahnoberfläche.

Hingegen werden bei anderen statisch bestimmten Gelenksystemen, wie z. B. bei Dreigelenkrahmen oder -bogen keine Querschnittsverjüngungen und längsverschieblichen Lager verwendet, obwohl auch bei diesen Systemen die Gelenke — im Falle unsymmetrischer Lasten — beträchtliche Schubkräfte übertragen. Überdies sind bei diesen Konstruktionen sowohl die Schwierigkeiten der Bewehrungsformen, als auch die Fragen der Fugenbehandlung erheblich vermindert oder auch ganz beseitigt.

Die Ursache für den Unterschied in der Ausbildung der Gelenke beider Systemgruppen liegt im Einfluß der Längskräfte und im Verhältnis zwischen Längs- und Querkraft im Gelenk.

Häufig ist die Verwendung von Gerberkonstruktionen zweckmäßig, vor allem wenn die Gründungsbedingungen — als Ursache ungleichmäßiger Setzungen — die Anwendung statisch bestimmter Systeme nötig machen. Solange man in solchen Fällen nicht vorgespannte Stahlbeton-Träger verwendet, ist es sehr schwierig, ausreichend große Längskräfte zu erzeugen, wie sie für die Ausbildung vereinfachter Gerber-Gelenke nötig sind. Wenn man aber vorgespannte Betonträger verwendet, ist die Erzeugung von großen Längskräften eigentlich der Grundvorgang, fast entlang des ganzen Bauwerkes, mit Ausnahme allein der Gelenke.

Im Laufe des Entwurfes der Lod-Brücke über die Schnellstraße und Eisenbahn Tel Aviv—Jerusalem (zwischen Tel Aviv und dem

Flugplatz Lod), wurde die Idee, Gerber-Gelenke durch Eintragung von Längsdruckkräften vereinfacht ausbilden zu können, erstmals entwickelt und praktisch durchgeführt. Wegen zu befürchtender ungleichmäßiger Setzungen der Fundamente war für die Vierfeld-Brücke ein statisch bestimmtes Gerbersystem gewählt worden. Um nun die entsprechenden konstruktiven Vereinfachungen zu erzielen, mußten ausreichend große Längskräfte mit Sicherheit erzeugt und durch die Gelenke geführt werden.

Die Bilder 1 und 2 zeigen die Längs- und Querschnitte der Brücke mit ihren Hauptabmessungen. Die 13,70 m breite und 106,20 m lange Brücke besteht aus einer 15 cm dicken vorgespannten Fahrbahnplatte, die auf vier Gerberartigen Trägern über 4 Spannweiten aufruft. Die Träger sind mit dem mittleren Pfeiler fest verbunden und stützen sich beiderseits der mittleren Felder auf 2 geneigte Pendel-Stützen; die etwas kürzeren Endfelder ruhen auf Endwiderlagern, die in den aufgeschütteten Straßendämmen gegründet sind. Jeder Träger enthält 3 Gelenke in den zwei mittleren Spannweiten. Sie machen das Tragsystem statisch bestimmt und damit unempfindlich gegen ungleichmäßige Setzungen der Fundamente.

Jeder der 4 Träger ist mit 5 bis 8 Spannmitgliedern,  $12 \times 1/2$ " System Freyssinet, vorgespannt; ihre Anzahl entspricht jeweils den Feld-Spannweiten. Durch jedes der Gelenke werden 3 Spannmitglieder durchgeführt, die zusammen mit der horizontalen Komponente der geneigten Pendelstützen eine Längskraft von etwa 400 Mp (etwa 500 Mp vor den Vorspann-Verlusten) in jedem Gelenk sichern. Dazu sind noch die Gelenke etwas geneigt (um etwa  $4^\circ$  bis  $9^\circ$ ), so daß der Winkel zwischen den äußersten Lagen der Resultierenden von Längs- und Schubkraft etwa halbiert wird durch die Normale zur Gelenk-Kontaktfläche. Die Gelenke selbst sind nach Freyssinet ausgebildet, 18 cm hoch und 100 cm breit (volle Trägerbreite), und ähnlich behandelt wie übliche Spannmitglied-Verankerungszonen. Ein typisches Detail eines solchen Gelenkes ist in Bild 3 dargestellt.

### TEL AVIV - VIADUTO DO AEROPORTO

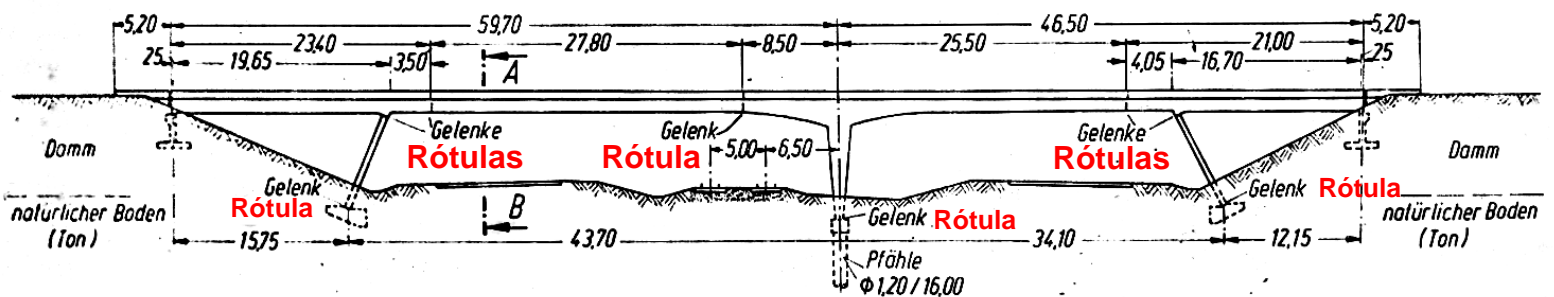


Bild 1. Schematischer Längsschnitt der Lod-Brücke (Stahlgeländer ausgelassen)

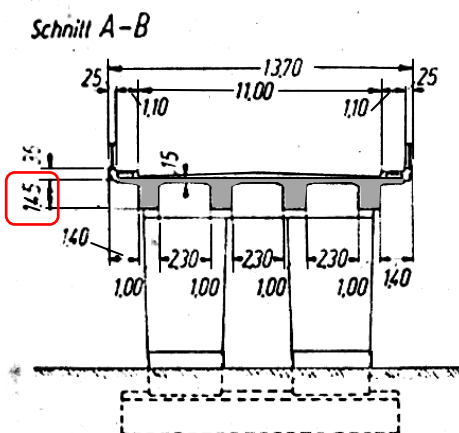


Bild 2. Querschnitt A-A

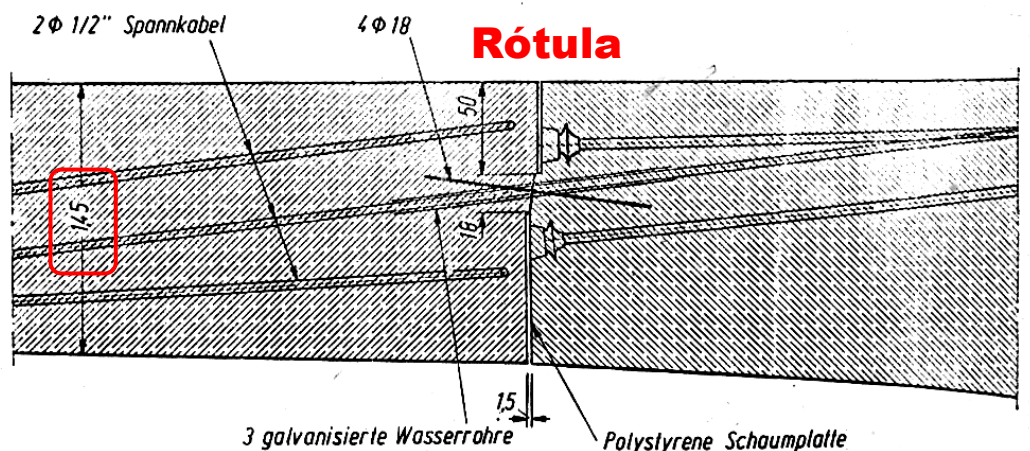


Bild 3. Typisches Gelenkdetail

Werner Braune

## Auf Biegung beanspruchter Colcrete-Unterwasserbeton für eine Schleusensohle

Nachfolgend -- als Warnung -- einige wichtige Bemerkungen:

1. Die Gelenke sollen möglichst nahe den Momenten-Nullpunkten des entsprechenden Durchlaufträgers angeordnet werden, um die Drehwinkel der Gelenke -- für jede Lage der Nutzlasten -- nahe bei Null zu halten. Fehler in diesem Punkt können leicht zu Ermüdungserscheinungen in den Spanndrähten führen.
2. Die Spannglieder müssen beiderseits des Gelenkes auf einer Strecke von mindestens 0,5 bis 1,0 m (auf jeder Seite) von dem umhüllenden Beton vollkommen gelöst sein, damit die Spannkraft nicht örtlich infolge vergrößerten Kriechens der Gelenkzonen erheblich abnimmt. Dabei aber muß das Spannglied vollkommen ausgepreßt sein, besonders in diesem Bereich. Dies wurde im Falle der genannten Brücke dadurch erreicht, daß die Spannkäule durch entsprechende, einbetonierte Abschnitte von galvanisierten Wasserrohren geführt

wurden, die gleichzeitig auch -- während der Betonierungs- und Vorspannarbeiten -- als Schutz und zur Sicherung der Richtung der Kabelführung dienen. Ferner sollten diese Rohre auch dazu helfen, den Einfluß der kleinen Winkeländerungen der Gelenke auf die Spannglieder über längere Strecken zu verteilen.

3. Da nur einige der Spannglieder durch die Gelenke geführt wurden, bedeutet dieses Verfahren etwas längere Pausen zwischen den Betonierungs-Abschnitten, damit die Spannglieder stufenweise gespannt werden können -- nach Erhärtung jedes Abschnittes.

Die kurz beschriebene Lod-Brücke wurde im Auftrage des Arbeitsministeriums des Staates Israel erstellt und 1971 dem Verkehr übergeben. Die Planung (unter leitender Mitarbeit des Verfassers) wurde durch das Ing.-Bureau Dipl.-Ing. Ernst Grünwald, Haifa, durchgeführt. Ausführung: Ramet GmbH, Tel Aviv.

DK 626.4 Schleusen  
DK 666.97.033.14 Colcretebeton

## 2018 - GOOGLE - TEL AVIV - VIADUTO DO AEROPORTO

### VISTAS DO LADO AMPLIADO DO VIADUTO - VER VISTA INFERIOR NA PÁG. 153



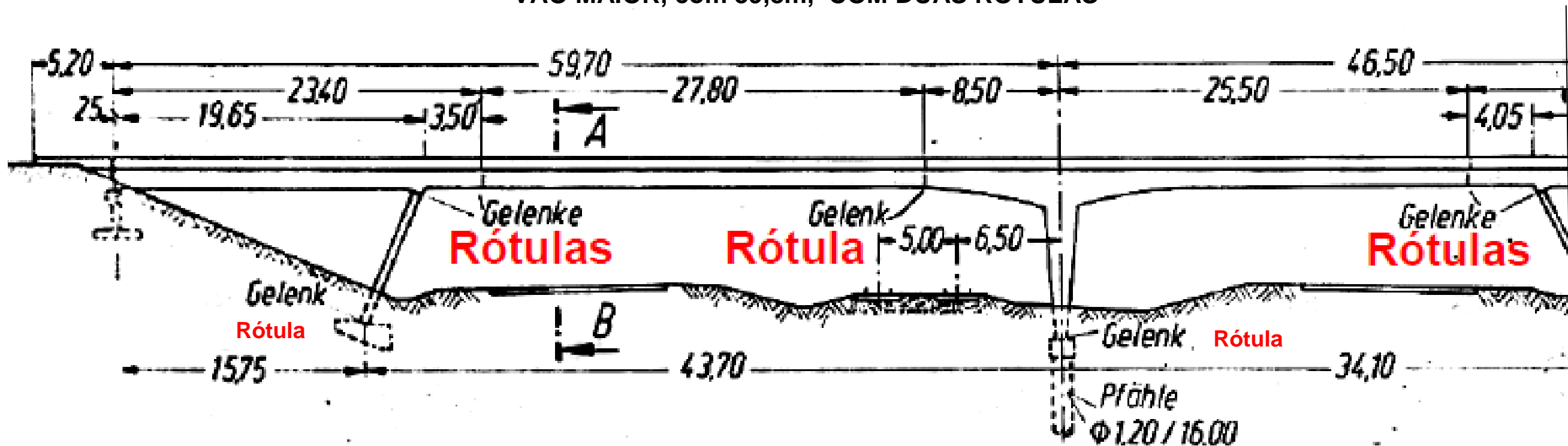
COORDENADAS = 32 00 25.49 N 34 50 11.72 E

**As pistas mais laterais foram abertas cortando os taludes existentes no projeto inicial.**

## 1974 X 2018 - TEL AVIV - VIADUTO DO AEROPORTO

## 1974 - PROJETO

VÃO MAIOR, com 39,8m, COM DUAS RÓTULAS



VER FOTO DE 2018 NA PRÓXIMA PÁGINA



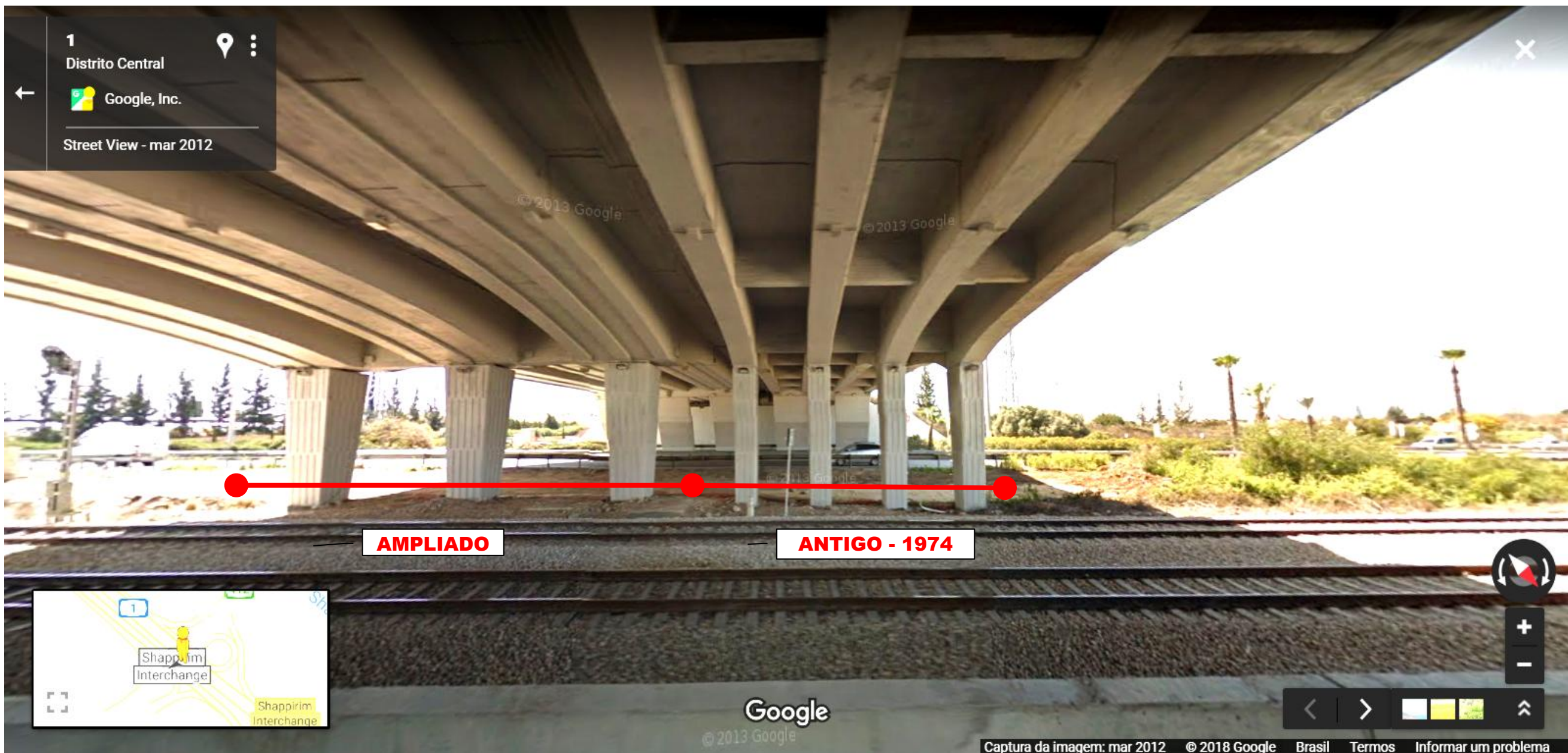
**2018 - GOOGLE**  
**VISTA DO LADO DO VIADUTO CONSTRUÍDO EM 1974**

COORDENADAS = 32 00 25.49 N 34 50 11.72 E



**As pistas mais laterais foram abertas cortando os taludes existentes no projeto inicial.**

## O TABULEIRO ANTIGO, DE 1974, FOI AMPLIADO



**AMPLIADO**

**ANTIGO - 1974**

Google

## Anexo - 08

### 2008 - ELBA BRIDGE - Mühlberg - Alemanha

Ing. Nguyen Viet Tue , Holger Jankowiak

Bautechnik 86 (2009), Heft 10

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/bate.200910064>

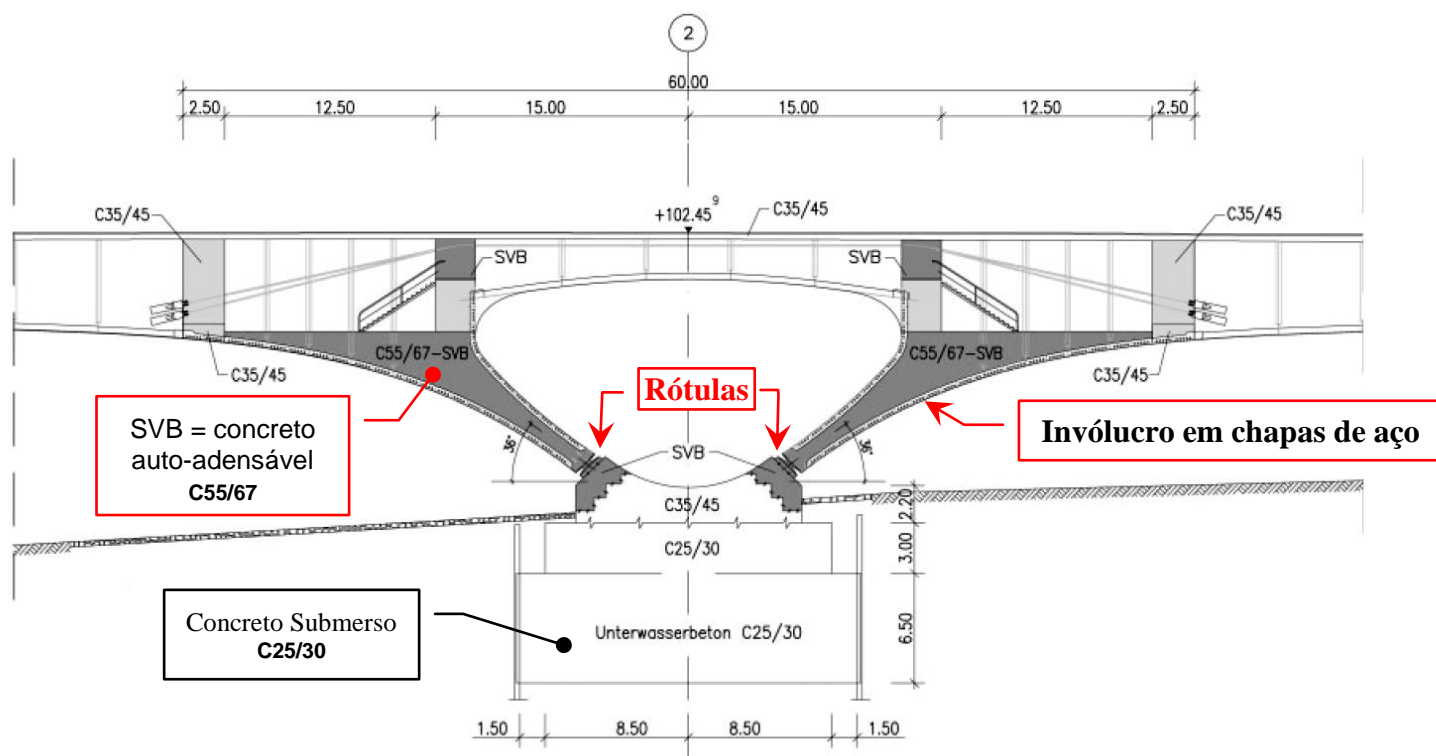


**Vista geral**



**Detalhe do apoio central - Duas rótulas Mesnager**

## Detalhe do apoio central



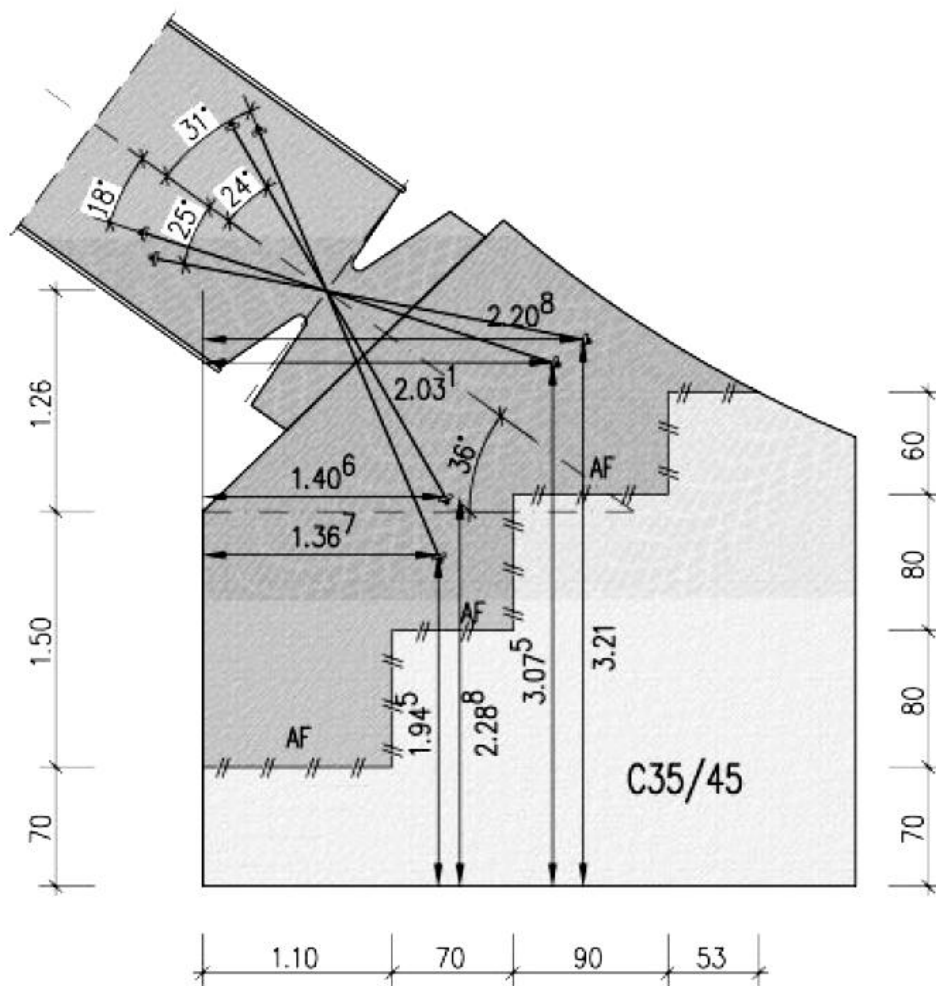
Resistência do concreto auto-adensável SVB na figura =  
 C55/67 =  $f_{c,cubo,28\text{dias}}$ , medido = 72 MPa

## Em final de construção



## Rótula Mesnager

Armadura da rótula = 2  $\varnothing$  32mm , s = 20cm



## Bloco de fundação com a armadura da rótula



## Formato inédito do apoio central



Obs. A barra com holofote projeta um risco sombra sobre a ponte, parecendo uma junta.

## Ciclovia



## Vista geral



Vista geral





# Construção



## O carneiro e as ovelhas servem de Escala para avaliar o tamanho da estrutura

Google Earth

<https://plus.google.com/photos/photo/100688674209015079068/6629098873151076290> - Foto - Google+      Abrir n

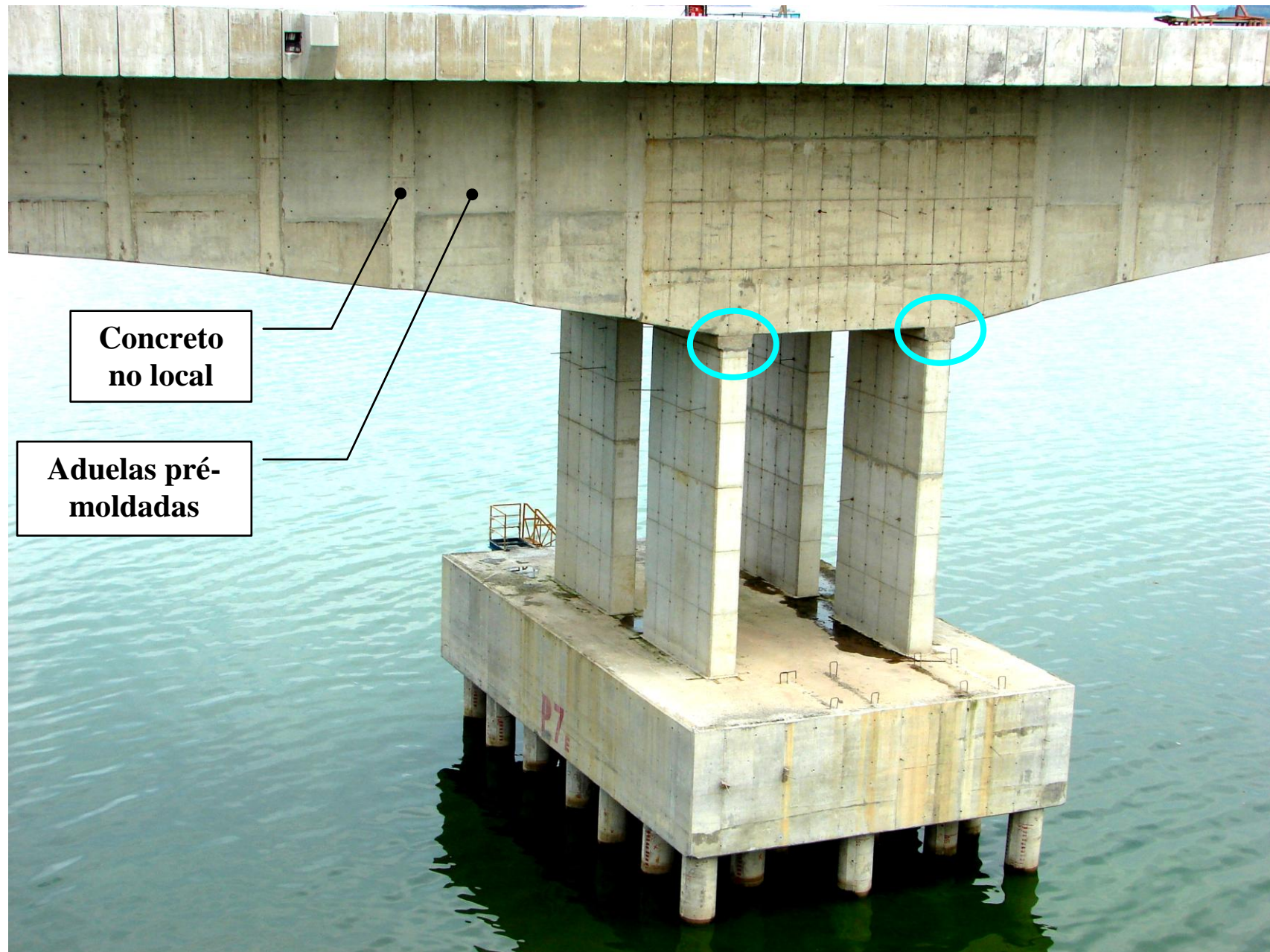


**ANEXO 09** - Rótulas Freyssinet no topo dos pilares da Ponte Billings 2, sobre a represa Billings em SP. São duas pontes paralelas com 1.755 m cada, inauguradas em 2010.  
Informação do Eng. Daniel Miranda - Egt Engenharia Ltda



**São 16 apoios por ponte, todos com articulação de concreto ( Freyssinet ) no topo.**

Todos os 4 pilares "lâminas" com articulação de concreto no topo.



## 2010 - Ponte Billings 2 - Represa de Billings - SP

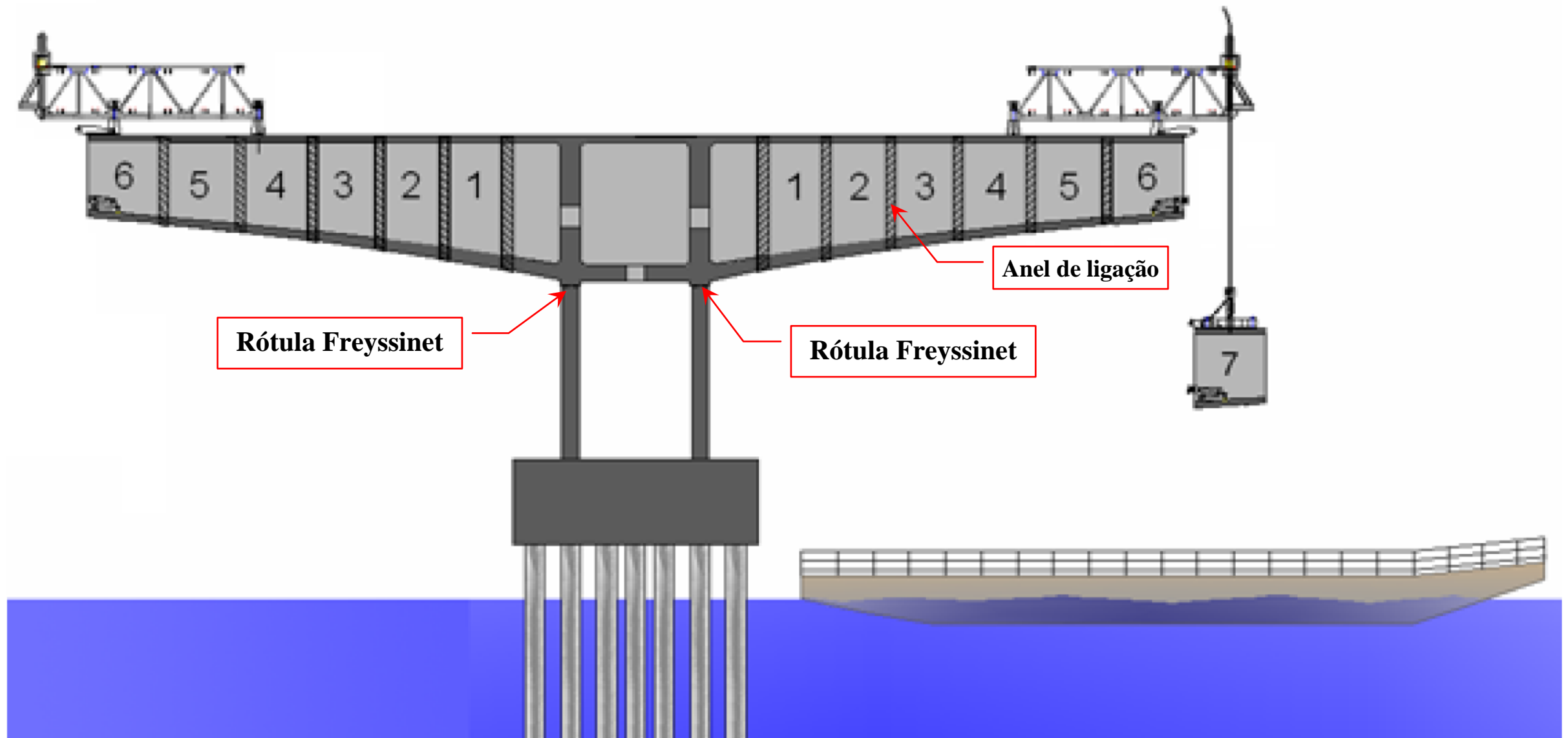
Anna Rosenblum - Dissertação de Mestrado 2009 - Universidade do Estado do Rio de Janeiro



Cada ponte terá 15 vãos centrais de 107m e outros dois na extremidade, com 75 m.  
Cada tabuleiro terá 1.755 m de comprimento, 16 m de largura e 3 faixas de rolamento.

**Anna Rosenblum - Dissertação de Mestrado - 2009**

Universidade do Estado do Rio de Janeiro





**Espaço para concretagem no local**

**Espaço para concretagem no local**

**RÓTULA**

**RÓTULA**

**RÓTULA**

**Forma para concretar o anel entre as aduelas**



**Anna Rosenblum - Dissertação de Mestrado 2009**  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro





## Rótula no topo dos 4 pilares





## **COMENTÁRIO FINAL**

Em alguns casos, só em raros casos, uma rótula ajuda no esquema estrutural.

Há cerca de 80 anos se usavam rótulas, com o simples objetivo de tornar as estruturas isostáticas, eliminando grande parte do trabalho de cálculo feito manualmente.

Hoje não há mais esse motivo e as estruturas hiperestáticas não apresentam qualquer dificuldade no seu cálculo.

Com os atuais programas de análise estrutural, tudo é muito simples.

Só em poucos casos, como nos pré-moldados, as estruturas isostáticas têm preferência, pela facilidade de execução.

Mas, quanto mais hiperestática uma estrutura tanto maior sua reserva de segurança, devido à possível redistribuição dos esforços internos.

Em estruturas isostáticas, se falhar uma seção, cai !

Mas, as estruturas antigas feitas com rótulas, se bem feitas, eram tão duráveis como as outras.

### **Obras antigas :**

1 - O Arsenal de Marinha na ilha das Cobras / RJ construído em 1930/1931, com fundação direta abaixo do lençol d'água, na beira do mar. Tem rótulas de concreto na base dos pilares. Hoje continua em perfeito estado e em utilização plena.

2 - Cobertura em concreto armado do Canal de Saint Martin em Paris, construída em 1910. Contém 3 rótulas, arco tri-articulado, e hoje continua íntegra, servindo inclusive como atração turística.

### **Obras recentes :**

1 - A ponte sobre o rio Elba da Alemanha, Anexo 08, concluída em 2008, tem 2 rótulas Mesnager, como consequência do projeto arquitetônico que definia dimensões muito pequenas nas bases dos pilares inclinados.

2- A ponte sobre a represa Billing / SP, Anexo 09, concluída em 2010, tem articulações Freyssinet no topo de todos os pilares.