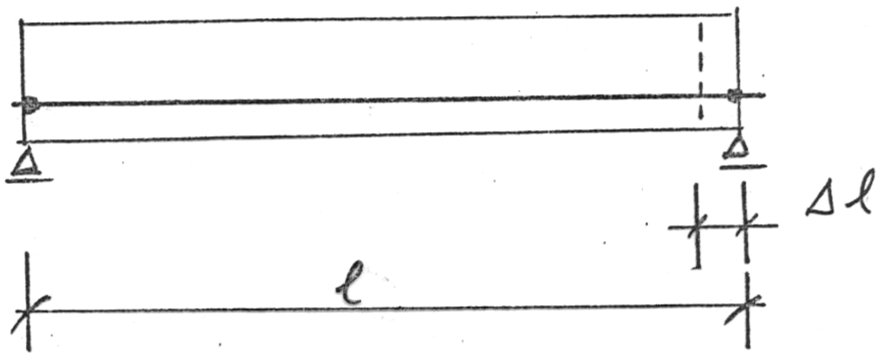
Perdas lentas de Protensão

Retração do concreto



$$\varepsilon_{cs} = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

$$\varepsilon_{aço} = \varepsilon_{concreto} = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \varepsilon_{cs}.$$

$$\boxed{\Delta \sigma_{aço}} = \varepsilon_{aço} \times E_{aço} = \boxed{\varepsilon_{cs} \times E_{aço}}$$

Exemplo
RN 150

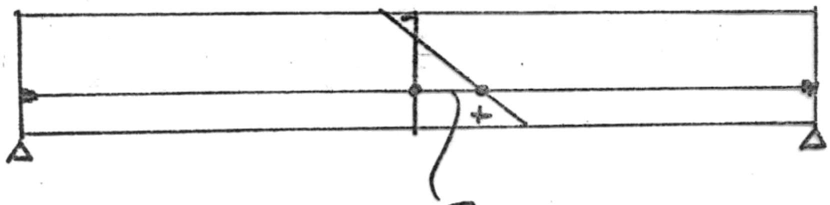
$$\begin{cases} \varepsilon_{cs} = 24 \times 10^{-5} \\ E_{aço} = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\boxed{\Delta \sigma_{aço}} = 24 \times 10^{-5} \times 2,1 \times 10^{6} = \boxed{504 \text{ kg/cm}^2}$$

(Fluência)

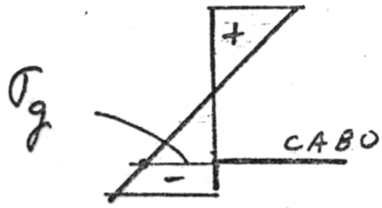
Deformação lenta do concreto.

PROTENSÃO:



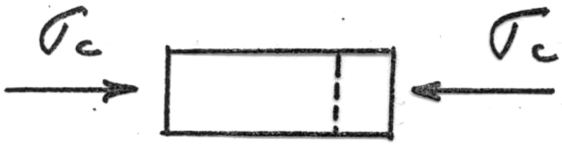
σ_p = Tensão no concreto devido à protensão

CARGA PERMANENTE

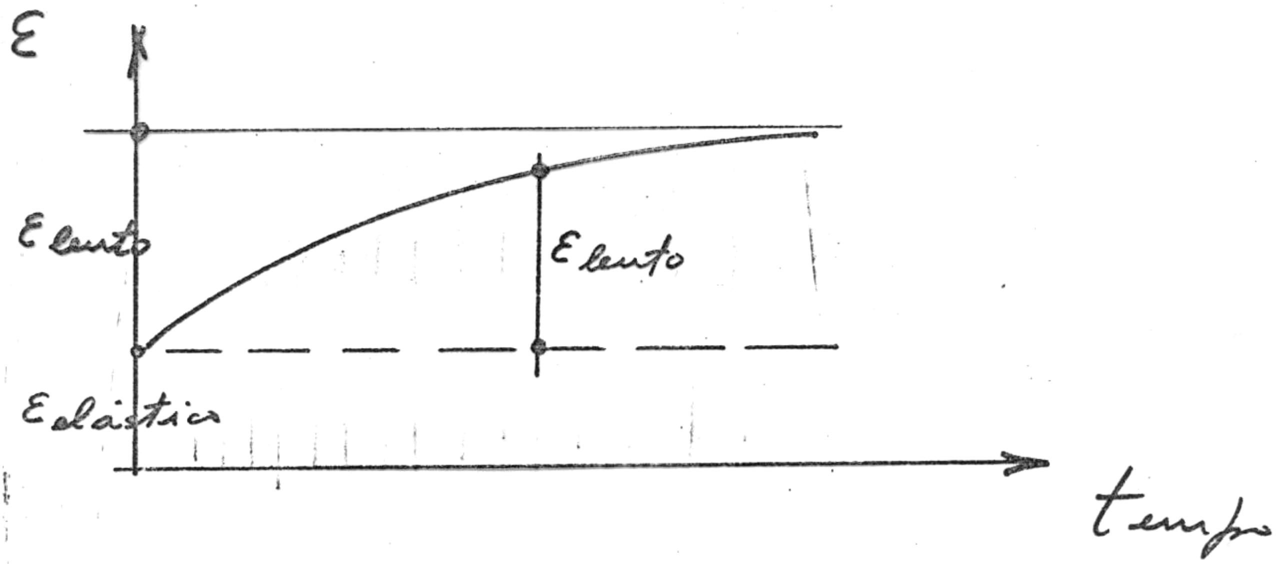


TOTAL

$$\sigma_c = \underbrace{\sigma_p}_{\text{variável com o tempo}} + \underbrace{\sigma_g}_{\text{constante}}$$



$$\boxed{\underset{\text{(lenta)}}{\varepsilon_{c.e}} = \frac{\sigma_c}{E_{c.28}} \cdot \varphi}$$



$$\boxed{\Delta\sigma_{aço} = \varepsilon_{lento} \times E_{aço} = \varepsilon_{ce} \cdot E_{aço}}$$

Se considerarmos que a protensão é constante temos:

$$\varepsilon_{aço\ lento} = \varepsilon_{concreto\ lento} = \varphi \cdot \frac{\sigma_g + \sigma_p}{E_c}$$

$$\boxed{\Delta\sigma_{aço\ lento} = \varphi \times \left(\frac{E_{aço}}{E_{conc}}\right) \times \left(\sigma_g + \sigma_p\right)}$$

Na realidade a protensão varia com o tempo e portanto não se pode considerar σ_p constante.

Como exemplo:

$$\begin{cases} \sigma_p = +180 \text{ kg/cm}^2 & \text{(protensão inicial)} \\ \sigma_g = -105 \text{ kg/cm}^2 & \text{(carga permanente)} \end{cases}$$

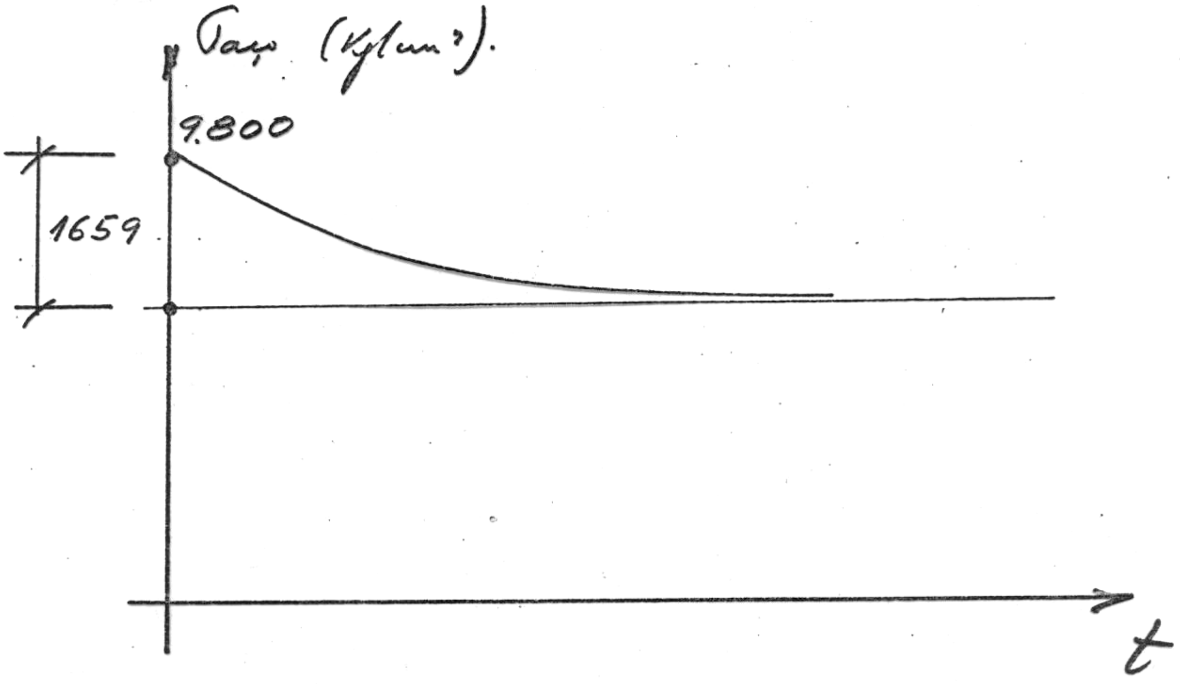
$$\Delta\sigma_{aço} = 2{,}2 \times \left(\frac{2.100.000}{300.000}\right)(-105 + 180)$$

$$\Delta\sigma_{aço} = \underline{\underline{1155 \text{ kg/cm}^2}}$$

Retração + Def. lenta:

$$\Delta\sigma_{aço} = 504 + 1155 = \underline{\underline{1659}} \text{ kg/cm}^2$$

A Protensão varia com o tempo:



Uma fórmula que considera esse efeito é a de **H. Rüsch**

$$\frac{\Delta\sigma_{prot.}}{\sigma_{prot.}(t=0)} = \frac{\varepsilon_{c.s} \cdot E_{aço} + n \cdot \varphi\left(\sigma_g^c + \sigma_{prot\,t=0}^c\right)}{n \cdot \sigma c_{prot\,t=0}\left(1+\frac{\varphi}{2}\right) + \sigma_{aço\,t=0}}$$

Já descontadas as perdas de atrito

No nosso exemplo:

Tração (-)

$$\frac{\Delta\sigma_{prot}}{\sigma_{prot}(t=0)} = \frac{24\times10^{-5}\times 2{,}1\times10^{+6} + 7\times 2{,}2\times(-105+180)}{7\times180\left(1+\frac{2{,}2}{2}\right) + 9800} =$$

Compressão (+)

$$\frac{\Delta\sigma_{protensão}}{9800\,kgf/cm2} = \frac{504 + 1155}{2.646 + 9800} = \frac{1.659}{12.446} = 0{,}13$$

$$= 13\%$$

$$\Delta\sigma_{prot} = 0{,}13 \times 9800 = 1274\ kg/cm^2$$

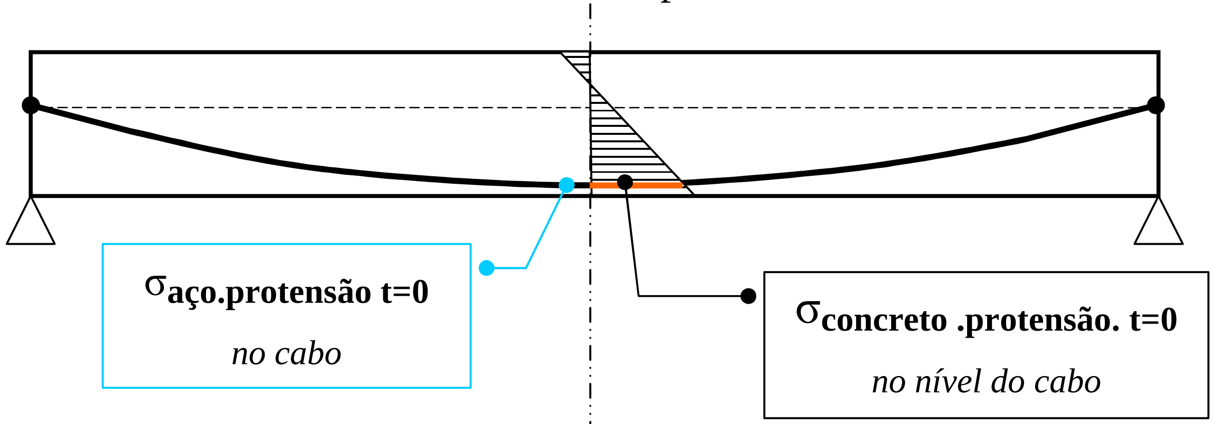
Fórmula do Prof. Hubert Rüsch para Perdas Lentas

Livro : Stahlbeton Spannbeton – Parte 2 – 1976

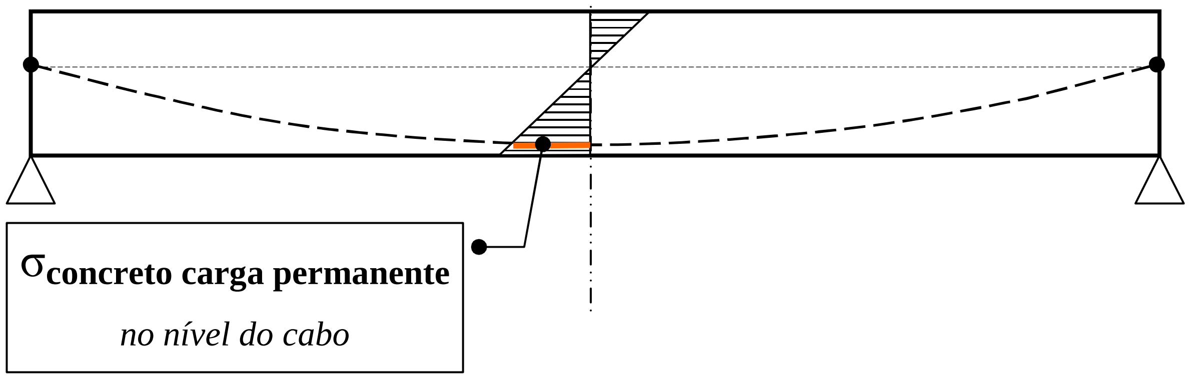
Essa fórmula foi indicada por Ruesch em 1956 - Ver o Beton Kalender 1956

Adotada pela NBR 6118/2003 –item 9.6.3.4

Protensão tempo t = 0



Carga permanente



$$\frac{\Delta\sigma_{aço.prot}}{\sigma_{aço.prot.t=0}} = \frac{\left(\varepsilon_{conc.retração} \times E_{aço}\right) + n \times \varphi \times \left(\sigma_{conc.permanente} + \sigma_{conc.protensão.t=0}\right)}{\left[n \times \sigma_{conc.protensão.t=0} \times \left(1 + \frac{\varphi}{2}\right)\right] + \sigma_{aço.prot.t=0}}$$

$$n = \frac{E_{aço}}{E_{concreto}} = \frac{195\,000 \text{ MPa}}{25\,000 \text{ MPa}} = 7{,}8$$

$\varepsilon_{\text{conc. retração}}$ = *encurtamento do concreto por retração.*

φ = *coeficiente de fluência (deformação lenta)*

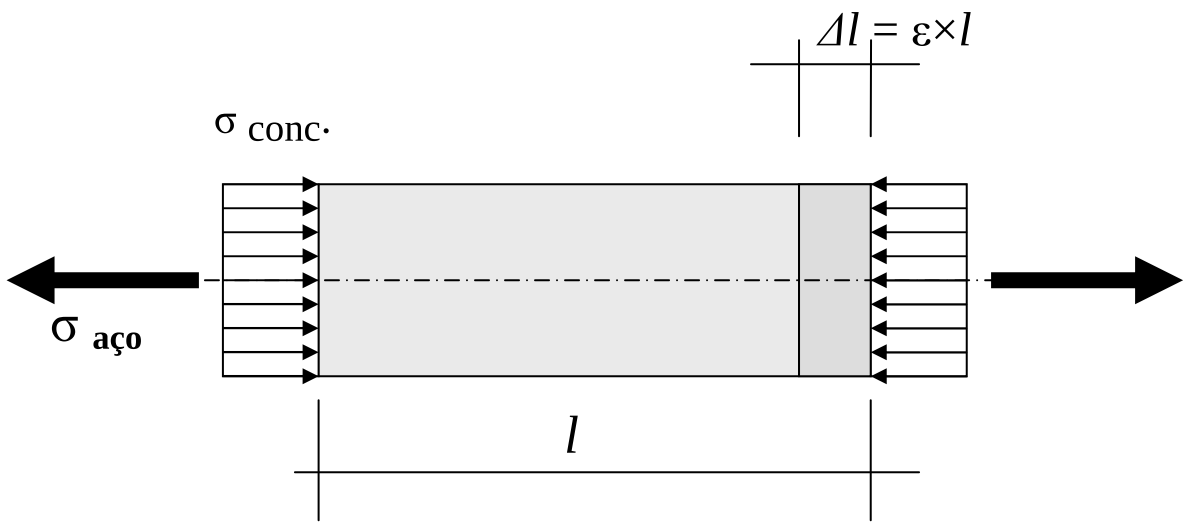
Segundo a NBR6118 / 2003– item 8.2.11 tabela 8.1

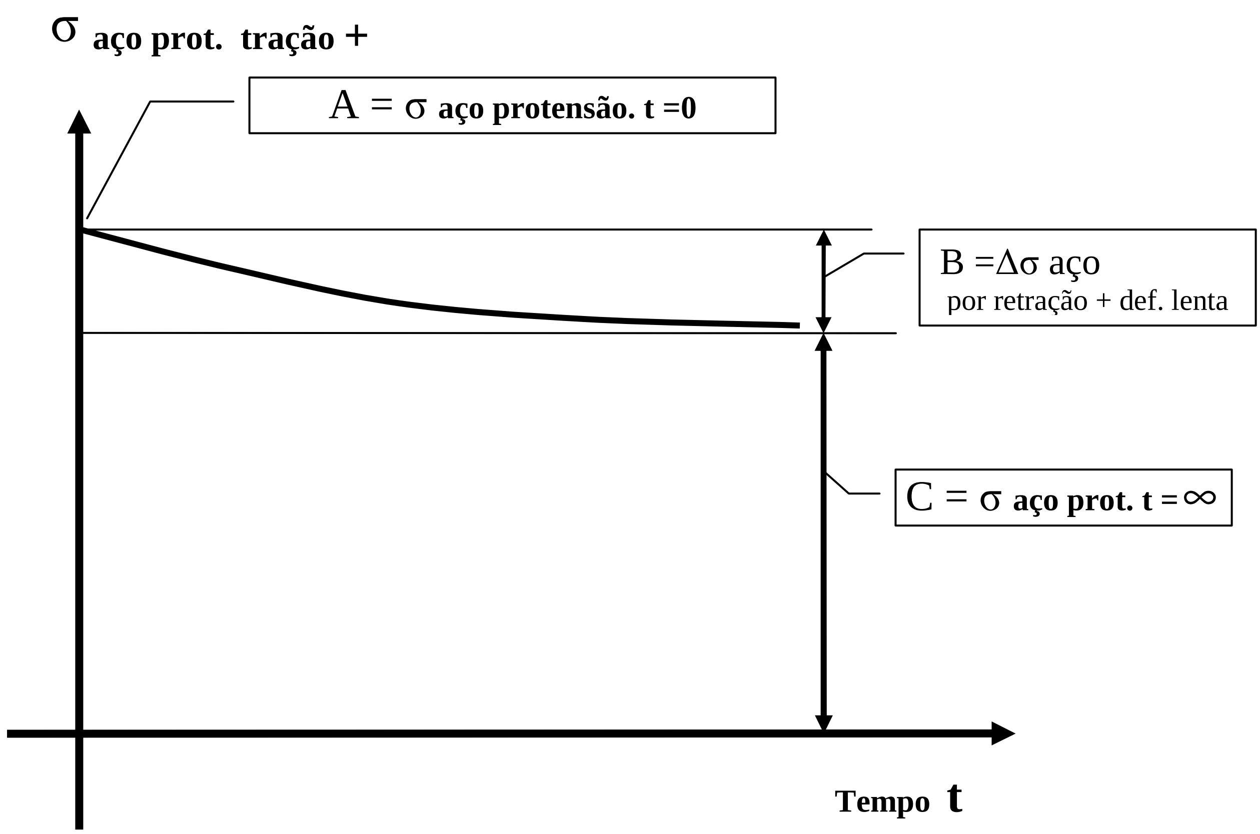
Para umidade relativa do ar = 40% espessura 20cm t=30 dias → $\varepsilon = 37 \times 10^{-5}$ φ = 3,0

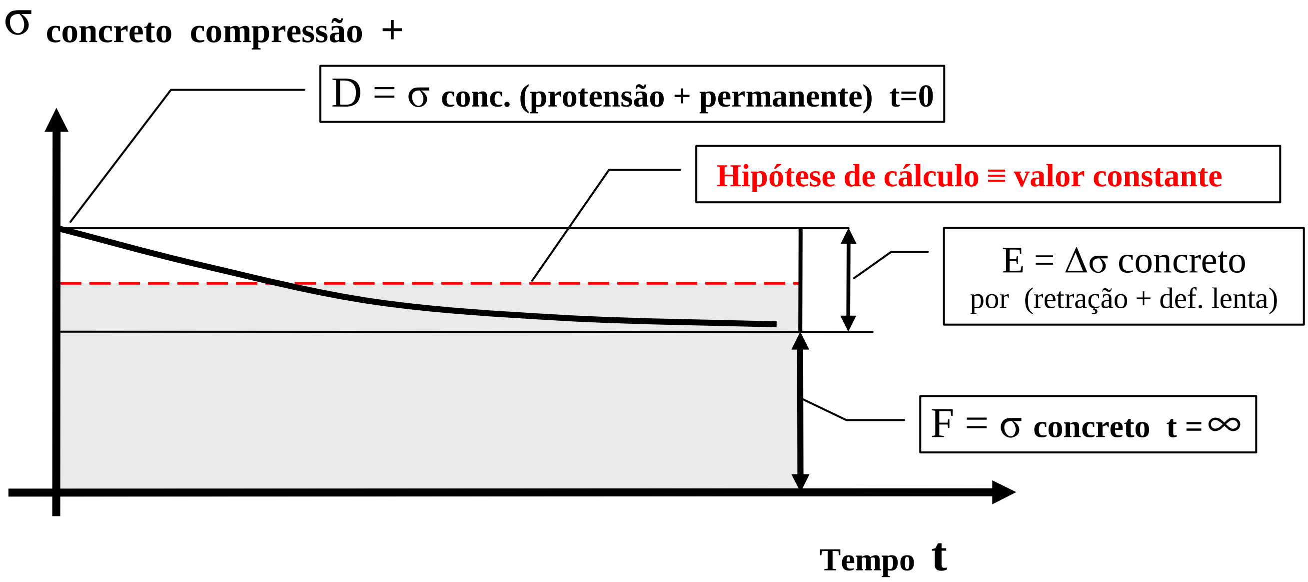
Para umidade relativa do ar = 55% espessura 20cm t=30 dias → $\varepsilon = 31 \times 10^{-5}$ φ = 2,6 Brasília

Para umidade relativa do ar = 75 % espessura 20cm t=30 dias → ε = 20×10-5 φ = 2,0 Rio de Janeiro

Dedução da Fórmula de Rüsch.







Igualando as deformações ε do aço e do concreto:

<u>Concreto</u> : compressão positivo

Alongamento: $\dfrac{E}{E_{concreto}}$

Encurtamento: $\dfrac{\left(D - \dfrac{E}{2}\right)}{E_{concreto}} \times \varphi$ ≡ considerando a tensão no concreto comprimido como sendo constante ao longo do tempo, e tendo o valor médio .

Encurtamento : $\varepsilon_{retração}$

<u>Aço</u> : Tração positivo

Encurtamento: $\dfrac{B}{E_{aço}}$

Compatibilizando as deformações do concreto e do aço do cabo

ε concreto = ε aço

Tudo em módulo

$$\underbrace{-\frac{\left(D-\frac{E}{2}\right)}{E_{concreto}}\times\varphi}_{\text{encurtamento}} \;+\; \underbrace{\frac{E}{E_{\ concreto}}}_{\text{alongamento}} \;\underbrace{-\,\varepsilon_{retração}}_{\text{encurtamento}} \;=\; \underbrace{-\,\frac{B}{E_{aço}}}_{\text{encurtamento}}$$

Supondo : $\boxed{\dfrac{E}{G=\sigma conc.prot.t=0}=\dfrac{B}{F=\sigma aço.prot.t=0}}$ resulta :

Com $G=\sigma\, concreto.protensão.t=0$; $F=\sigma\, aço.protensão.t=0$

$$\boxed{E=\frac{B}{\sigma.aço.prot.t=0}\times\sigma._{conc.prot.t=0}=\frac{B}{F}\times G}$$

Substituindo :

$$-\frac{\left(D-\frac{B\times G}{2F}\right)}{E_{concreto}}\times\varphi+\frac{\frac{B}{F}\times G}{E_{\ concreto}}-\varepsilon_{retração}=-\frac{B}{E_{aço}}$$

Multiplicando pelo módulo de elasticidade do Aço ***E* aço**:

$$\left\{-D\times n\times\varphi+\left(\frac{B\times G}{2F}\right)\times n\times\varphi\right\}+n\times\frac{B}{F}\times G-E\ aço\times\varepsilon_{retração}=-\mathbf{B}$$

Com n=E aço/E concreto.

$$B\times\left(n\times\frac{G}{F}+n\times\frac{\varphi}{2}\times\frac{G}{F}+1\right)=D\times n\times\varphi+Eaço\times\varepsilon\ retração$$

$$\boxed{B=\frac{n\times\varphi\times D+Eaço\times\varepsilon\ retração}{n\times\frac{G}{F}\times\left(1+\frac{\varphi}{2}\right)+1}}$$

Dividindo por F

$$\frac{B}{F} = \frac{n \times \varphi \times D \ + \ E\,aço \times \varepsilon \ retração}{n \times \left(1 + \frac{\varphi}{2}\right) \times G \ + F}$$

B = Perda lenta de Protensão no cabo devido à retração e à deformação lenta (fluência) do concreto

F = tensão no aço devido à protensão no tempo t = 0, já descontadas as perdas imediatas (atrito, escorregamento, cabos mútiplos)

G = tensão no concreto devido à força de protensão no cabo, no tempo t = 0.

D = tensão no concreto devido à (protensão + carga permanente) no tempo t=0.

No nosso exemplo :

n=E aço/E concreto = 7

φ=2,2

G = + 180 kgf/cm2 *compressão da protensão*

D = + 180 compressão da protensão–105 tração da carga permanente =+ 75 kgf/cm^2 *compressão*

F = + 9800 kgf/cm2

E aço = +2 100 000 kgf/cm2

ε retração = +24×10^{-5}

$$\frac{B}{F} = \frac{7 \times 2{,}2 \times 75 \left({}^{kgf}\!/_{cm2}\right) + \left(2{,}1 \times 10^{6} \left({}^{kgf}\!/_{cm2}\right) \right) \times \left(24 \times 10^{-5} \right)}{7 \times \left(1 + \frac{2{,}2}{2}\right) \times 180 \left({}^{kgf}\!/_{cm2}\right) + 9800 \left({}^{kgf}\!/_{cm2}\right)} =$$

$$= \frac{\Delta\sigma \text{ no aço por (def. lenta + retração)}}{\sigma \text{ aço protenção em } t = 0} = \frac{(1155 + 504) \left({}^{kgf}\!/_{cm2}\right)}{(2646 + 9800) \left({}^{kgf}\!/_{cm2}\right)} = 0{,}13 = 13\,\%$$

B = perda de protensão = 0,13×9800 =1274 kgf/cm^2

Relaxação do aço.

pela NB 116 $\qquad \Delta\sigma_{aço} = 600 \text{ kgf/cm}^2$

pelo CEB-72

perdas retração + def. lenta

$$\Delta\sigma_p = \Delta\sigma_{p,\infty}\left(1 - 3\,\frac{\Delta\sigma_{p,s+c}}{\sigma_{p,0}}\right)$$

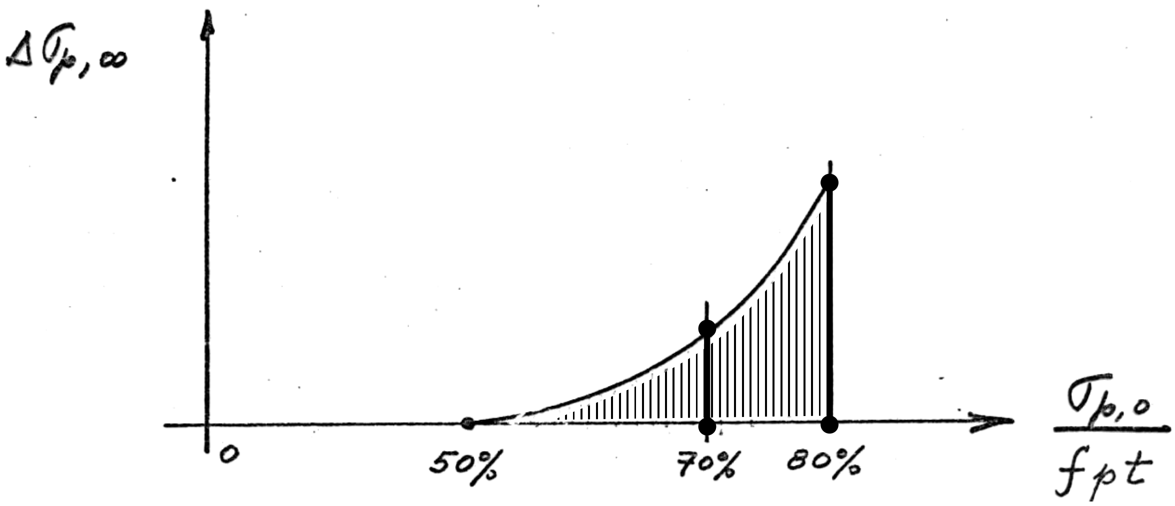
relaxação pura

tensão inicial no aço

pelo CEB-77

$$\Delta\sigma_p = \Delta\sigma_{p,\infty}\left(1 - 2\,\frac{\Delta\sigma_{p,s+c}}{\sigma_{p,0}}\right)$$

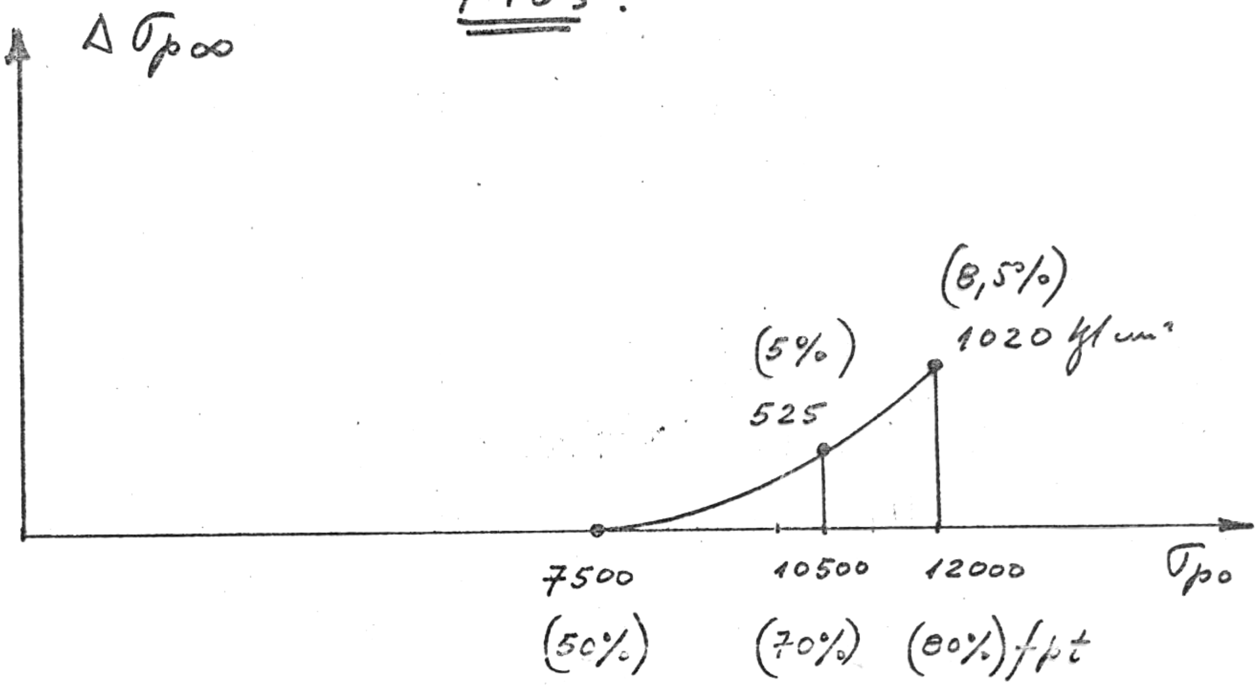
$\Delta\sigma_{p,\infty}$ = relaxação pura média em laboratório em barras isoladas do aço.



AÇO – BEMA RN 150

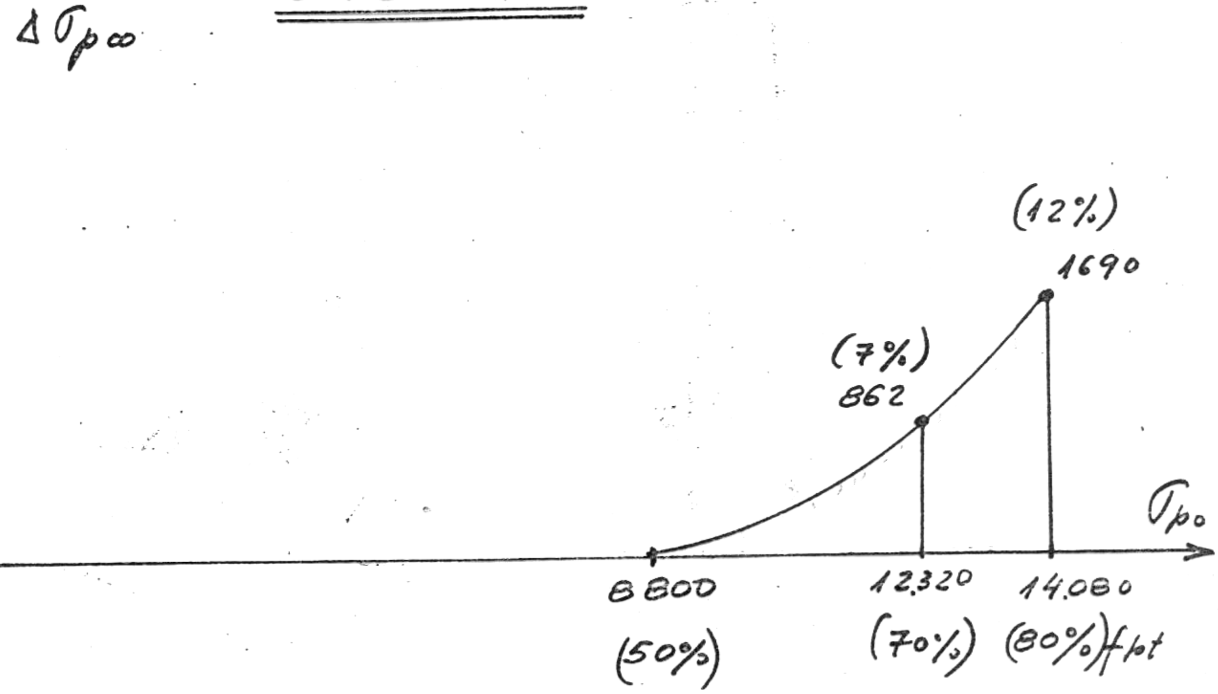
$f_{pt} = 15.000 \, kg/cm^2$

FIOS.



AÇO – BEMA – RN 176

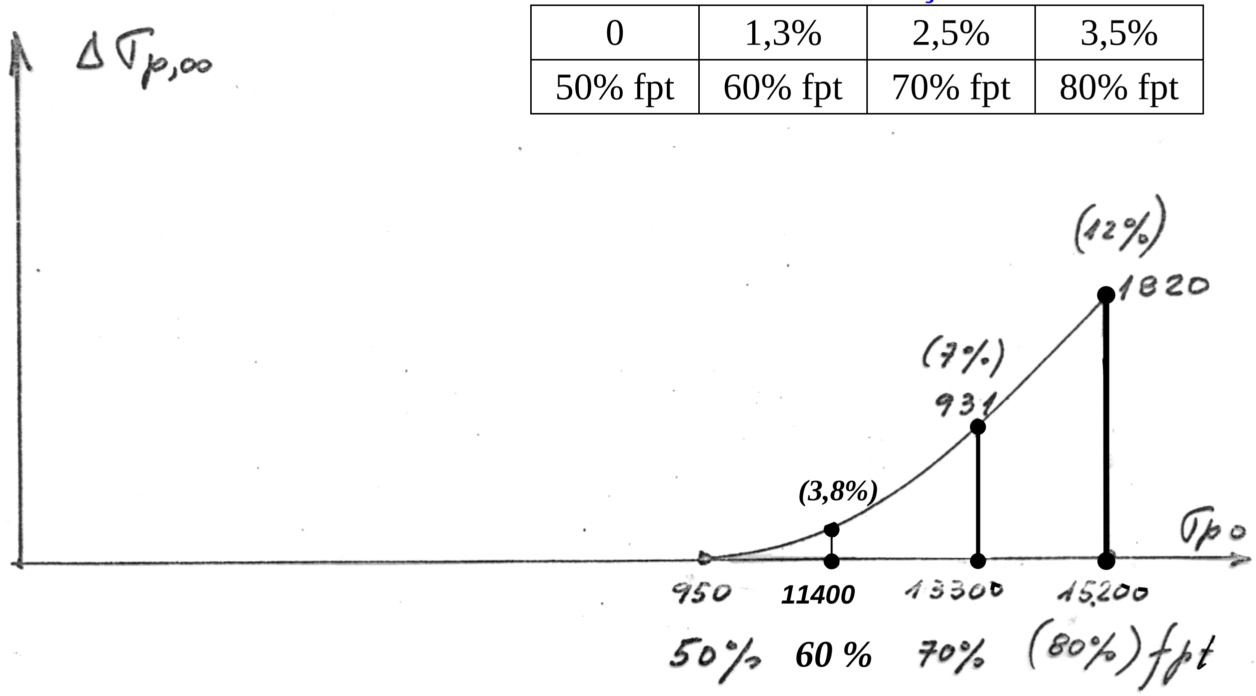
CORDOALHA



Aço - BEMA - RN 190

Para cordoalhas de aço **CP190 RB**

0	1,3%	2,5%	3,5%
50% fpt	60% fpt	70% fpt	80% fpt



Exemplo: BEMA RN 150.

$$\sigma_{p.0} = 9800 \text{ kgf/cm}^2 \Longrightarrow \Delta\sigma_{p\infty} = 320 \text{ kgf/cm}^2.$$

$$\Delta\sigma_p = 320\left(1 - 2\,\frac{1.274}{9800}\right) = \underline{\underline{240}} \text{ kgf/cm}^2$$

$$\Delta\sigma_{p\,total} = \underbrace{\text{retração} + \text{def. lenta}}_{1274} + \underbrace{\text{relaxação}}_{240} = 1514 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\% = \frac{1514}{9800} = 0{,}154 = \underline{\underline{15\%}}$$

Adotar para estimativa inicial Δσ lenta = 15 %

Cálculo simplificado segundo a NBR6118 / 2003

Para os aços com relaxação baixa :

$$\frac{\Delta\sigma p}{\sigma po} \text{ em } (\%) = 7{,}4 + \frac{\left(\frac{E_{aço}}{E_{concreto}}\right)}{18{,}7} \times (\varphi)^{1{,}07} \times (3 + \sigma c{,}p.o.g)$$

σc,p.o.g = tensão no concreto para protensão t=0 + carga permanente, sendo compressão (+)

σpo = tensão inicial no cabo de protensão

No nosso exemplo :

E aço/ E concreto = 7

φ=2,2

σc,p.o.g = + 180 compressão da protensão–105 tração da carga permanente =+ 75 kgf/cm^2 = = 7,5MPa *compressão*

σpo= + 9800 kgf/cm^2 *tração*

$$\frac{\Delta\sigma p}{\sigma po}(\%) = 7{,}4 + \frac{(7)}{18{,}7} \times [2{,}2]^{1{,}07} \times (3 + 7{,}5\text{MPa}) = 7{,}4 + 9{,}1 = \mathbf{16{,}5\%}$$

No cálculo anterior (páginas 10 e 13) usando a fórmula de Rüsch chegou-se a 15,4%.

Adotar, para estimativa inicial de projeto, uma perda lenta de protensão Δσ lenta = 15 %

Artigo sobre as Medições e avaliações da retração e da deformação lenta (fluência) do concreto em obras alemães. 1970

Autores : Hebert Ruesch & Dieter Jungwirth

Tema: Erfassung de Grösse und der zeitlichen Verlaufes der Kriech- und Schwindverformungen von Beton - Auswertung der Messungen an Bauwerken unter Einbezug von Laborergebnissen – IVBH – Symposium Madrid 1970

Levantamento do valor e da variação no tempo das deformações devidas à retração e à deformação lenta (fluência) do concreto - Avaliação das medidas feitas em obras, considerando também os resultados de ensaios de laboratório.

Revista : Beton – und Stahlbetonbau – 1973 /pág. 82

Resultados:

Com :

- Valor médio do perímetro equivalente : $\frac{2A}{p} = \frac{2 \times Área}{perímetro} = dm = 43cm$
- Idade do carregamento : 28 dias
- Umidade média : 80% -
  No Brasil a umidade média =60%
  No Rio de Janeiro =70% e em Brasília = 50%
- E concreto (médio) = 300 000 kgf/cm^2 (no Rio de Janeiro =250000kgf/cm^2)
- Tensão média do concreto na altura do cabo (protensão + carga permanente) = = 45kgf/cm2 de compressão.

Mediu-se :

φ = 1,6 (extrapolado para t= ∞)

ε de retração = 11 $\times 10^{-5}$ No Brasil é bem maior pois a umidade do ar é menor, ver NBR6118.

ε de deformação lenta = $\frac{\sigma}{Ec} \times \varphi = \frac{45kgf/cm2}{300000\ kgf/cm2} \times 1{,}6 = 24 \times 10^{-5}$

ε lento total = (11 + 24) $\times 10^{-5}$ = 35 $\times 10^{-5}$ = 0,35 mm / m

Perda lenta = 35 $\times 10^{-5}$ $\times$E aço = 35 $\times 10^{-5}$ $\times$2100000kg/cm2 = 735 kgf/cm^2

Comentários do Prof. Hebert Ruesch :

- Em obras com pequenos vãos, como a carga móvel é grande em relação à carga permanente, a protensão é grande em relação à carga permanente e a tensão de compressão permanente no concreto é grande. A perda de protensão no aço pode atingir 3000 kgf/cm^2.
- Em obras grandes, ao contrário, a perda de protensão pode ser pequena 500 kgf/cm2.

Adotar, para estimativa inicial de projeto, uma perda lenta de protensão $\Delta\sigma$ lenta = 15 % da Protensão inicial.