Perdas de Protensão.

1) Perdas imediatas

1.1)- Atrito dos cabos nas bainhas.

1.2)- Escorregamento do cabo na ancoragem no instante da fixação do cabo.

1.3)- Encurtamento dos cabos por protensão sucessiva.

1.4)- Atrito no interior dos macacos de protensão.

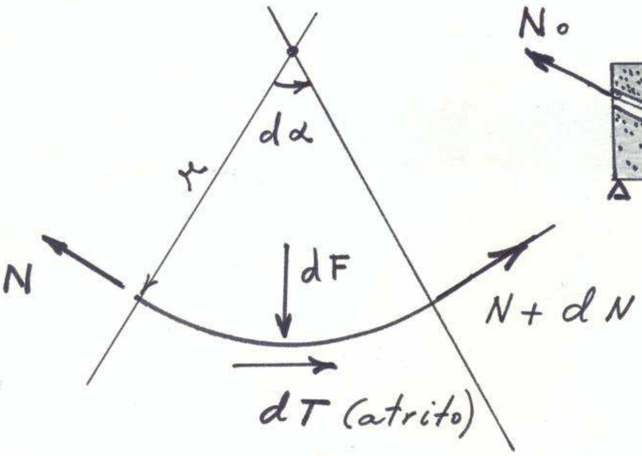
2) Perdas lentas

2.1)- Retração do concreto.

2.2) - Deformação lenta do concreto.

2.3) - Relaxação do aço.

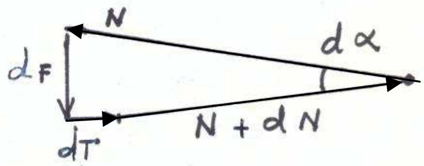
Atrito do cabo na bainha



$$dT + dN = 0$$

$$dT = \mu \cdot dF$$

$\Sigma V = 0 \quad \uparrow +$



$$dF = N \cdot d\alpha$$

$\therefore$

$$dT = \mu \cdot N \cdot d\alpha .$$

$$dN + \mu \cdot N \cdot d\alpha = 0$$

$$\boxed{\frac{dN}{d\alpha} + \mu N = 0} \Longrightarrow N = C \cdot e^{-\mu \cdot \alpha}$$

para $\alpha = 0 \Rightarrow N = N_0$

$$N_0 = C .$$

$$\boxed{N = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot \alpha}}$$

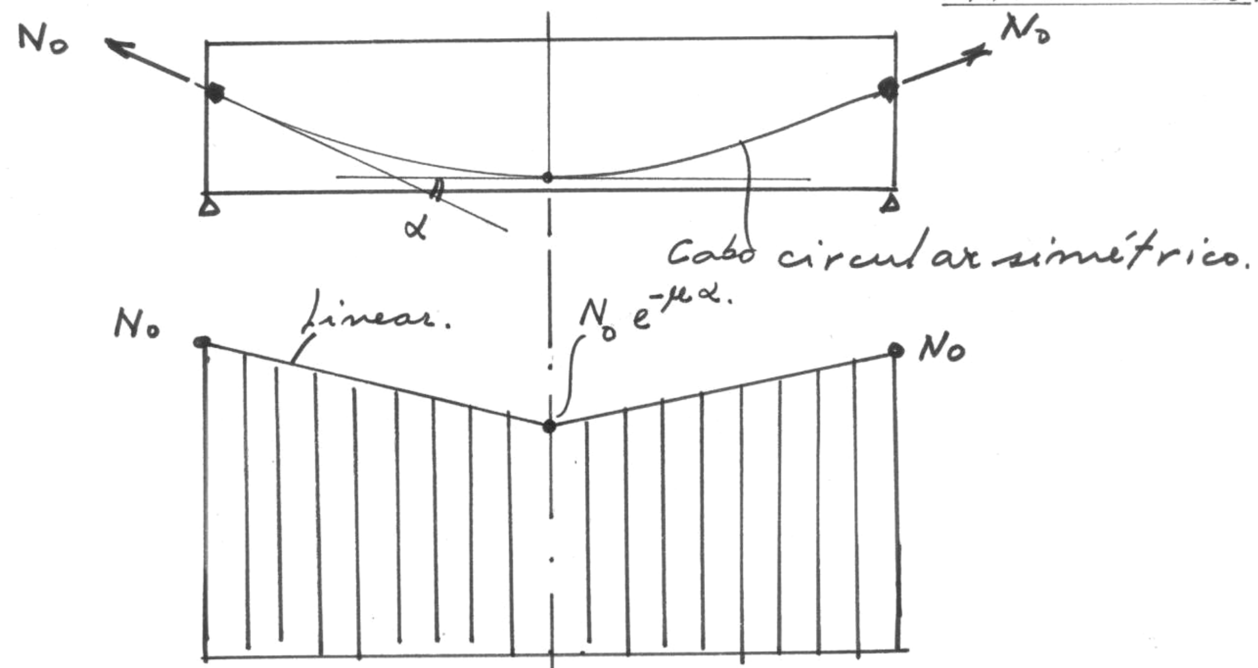
(α em radianos).

$$\Delta N = N - N_0 = N_0 e^{-\mu\alpha} - N_0 = -N_0 \left(1 - e^{-\mu\alpha}\right)$$

para $\mu\alpha < 0{,}3 \qquad (1 - e^{-\mu\alpha}) \approx \mu \cdot \alpha .$

Para μ constante e curvatura constante (cabo circular), a perda de protensão é linear.

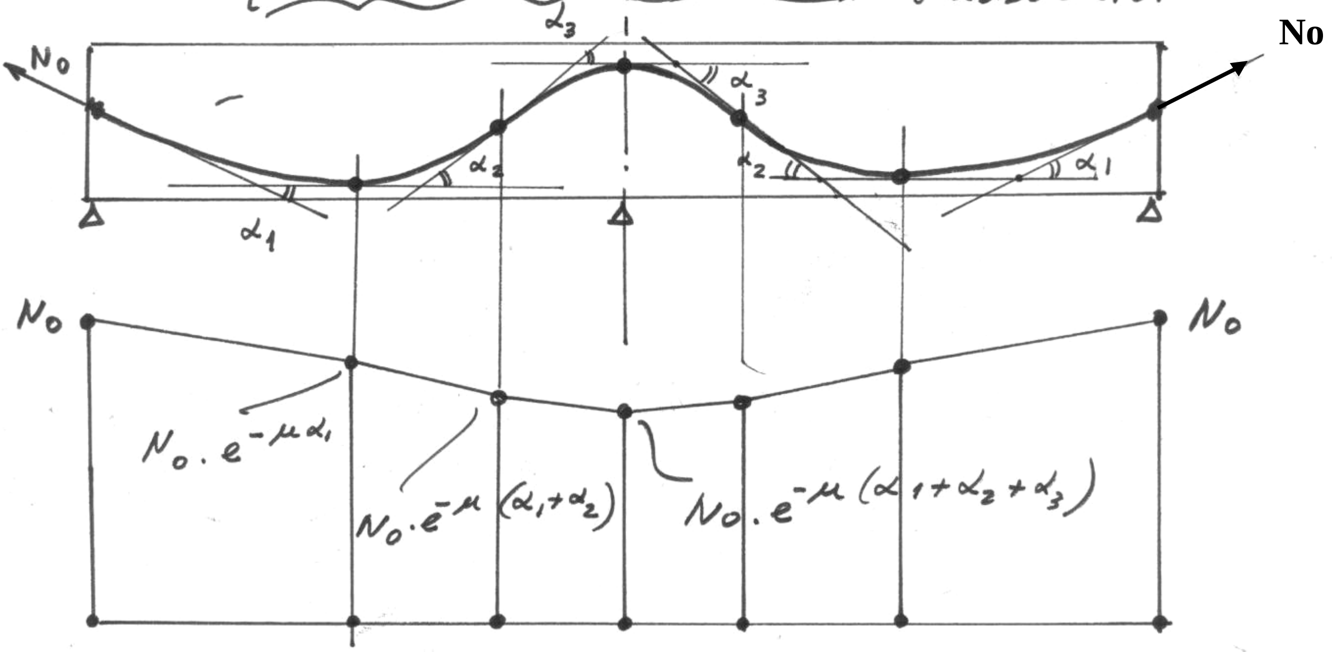
Ex.1: Cabo simétrico com protensão das duas extremidades.



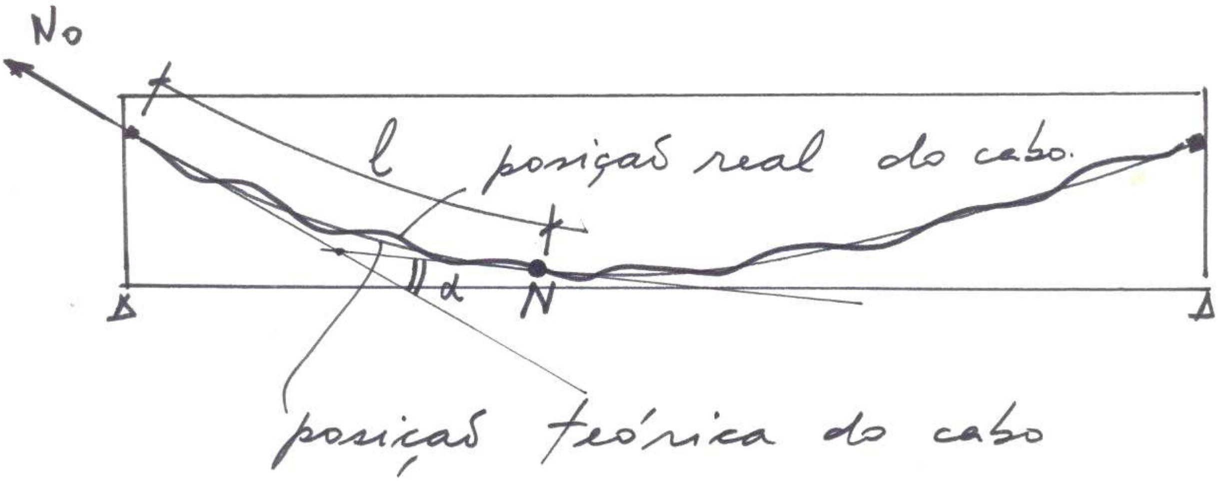
Ex: 2:

$$\boxed{N = N_0\, e^{-\mu\,(\Sigma|\alpha|)}}$$

Soma dos ângulos em valor absoluto.



Ondulações parasitas no cabo



$$N = N_0 \, e^{-\mu(\alpha + \Delta\alpha)}.$$

$$\Delta\alpha = \beta \cdot \ell$$

β = radiano/metro
ℓ = comprimento (m).

$$N = N_0 \, e^{-\mu(\alpha + \beta \cdot \ell)}.$$

$$N = N_0 \, e^{-\mu\alpha - \mu\beta\ell}$$

chamando $\mu \cdot \beta = K$

$$\boxed{N = N_0 \, e^{-(\mu\alpha + K \cdot \ell)}}$$

Valores de μ

Grande influencia nas perdas.

1) forma da superficie do aço:
cordoalha, fios lisos.

2) Grau de oxidaçaõ das superficies.

Maior oxidaçaõ = maior Atrito.

(15 a 20%).

3) Dureza das superficies em contato. (cabo e bainha).

Maior dureza = menor atrito.

4) Pressaõ normal.

5) Lubrificante, Parafina, óleo soluvel, Grafite, Agua.

Coeficientes de atrito e de ondulação parasita

C.E.B / 1972

$\mu = 0{,}21$

Atrito

Ondulação parasita

bainha	β (rad/m)	$K = \mu \cdot \beta$ (rad/m)
$\phi \leq 3$cm	16×10^{-3}	$3{,}36 \times 10^{-3}$
$3 < \phi \leq 4$cm	12×10^{-3}	$2{,}52 \times 10^{-3}$
$4 < \phi < 5$cm	9×10^{-3}	$1{,}89 \times 10^{-3}$
$5 < \phi < 6$cm	7×10^{-3}	$1{,}47 \times 10^{-3}$
$6 < \phi$	6×10^{-3}	$1{,}26 \times 10^{-3}$

Atrito

Ondulação parasita

V.S.L

	μ	β	K
Bainha flexível sem lubrificante	0,28	$6{,}4 \times 10^{-3}$	$1{,}8 \times 10^{-3}$
Bainha flexível galvanizada ou lubrificada	0,20	$5{,}0 \times 10^{-3}$	$1{,}0 \times 10^{-3}$
Bainha semi-galvanizada	0,16 – 0,12	$5{,}0 \times 10^{-3}$ a $6{,}7 \times 10^{-3}$	$0{,}8 \times 10^{3}$

V.S.L recomenda a cada metro usar um estribo $\phi \geq 5/8''$ para fixar o cabo na posição correta diminuindo os erros.

S. T. U. P.

	μ	β (rad/m)	K (rad/m)
Fios	0,25 a 0,35 (0,21 a 0,30)*	6×10^{-3} a 24×10^{-3}	$1,5\times10^{-3}$ a $8,4\times10^{-3}$
Cordoalha	0,20 a 0,30 (0,17 a 0,26)*	4×10^{-3} a 18×10^{-3}	$0,8\times10^{-3}$ a $5,4\times10^{-3}$

* = com lubrificação.

P.N.B - 116

μ	β	K
0,30	$1,33\times10^{-3}$	4×10^{-3}

$$N = N_o \, e^{-(0,30\,\alpha + 4\times10^{-3}\,l)}$$

(radianos) (metro)

NBR-6118 / 2003 - item 9.6.3.3.2.2

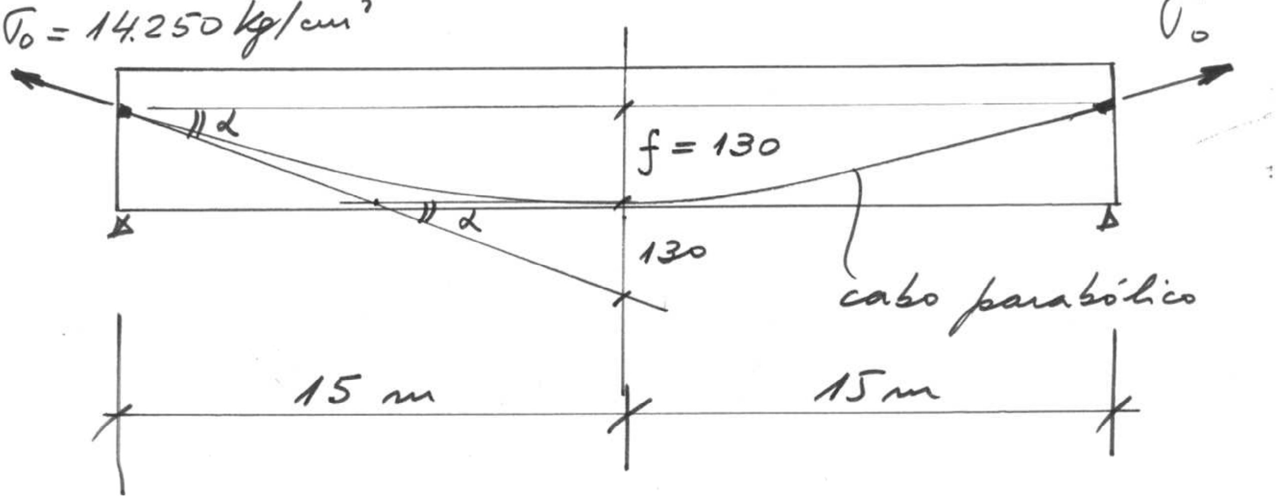
$$N = N_o \, e^{-(\mu\alpha + k.l)}$$

$\mu = 0,20$ para cordoalhas em bainhas metálicas.

k=0.01× μ /metro = 0,01×0,20 /metro= 0,002 /metro = 2×10^{-3}/metro

$N = No \times e^{-(0,20\times\alpha + 2\times10^{-3}\times l)}$ com α em radianos ; *l* em metros

Exemplo: 1 cabo 12 φ 1/2"



$$tg\,\alpha = \frac{2{,}60}{15{,}0} = 0{,}173 \Rightarrow \alpha = 9{,}83°$$

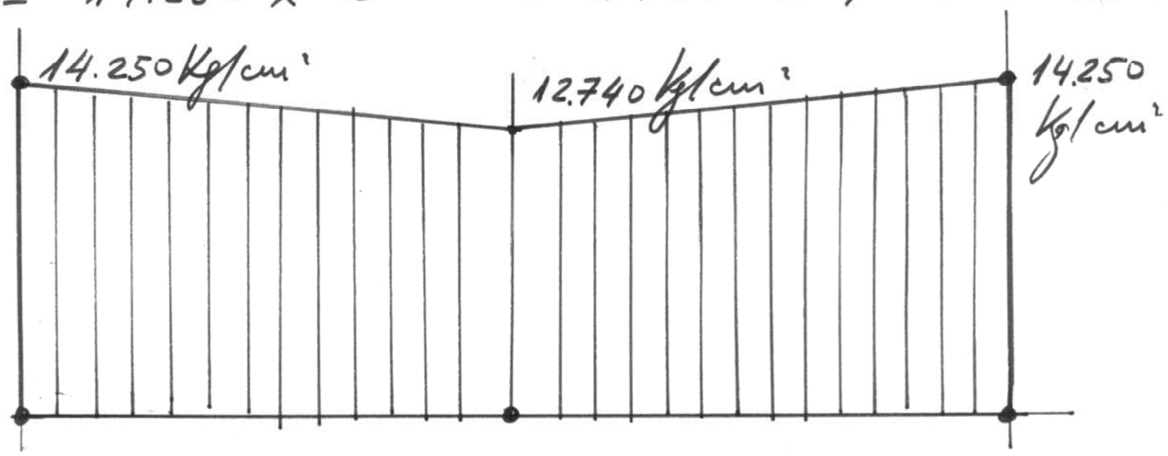
$$9°\,50'$$

$$\alpha_{rad} = 0{,}17$$

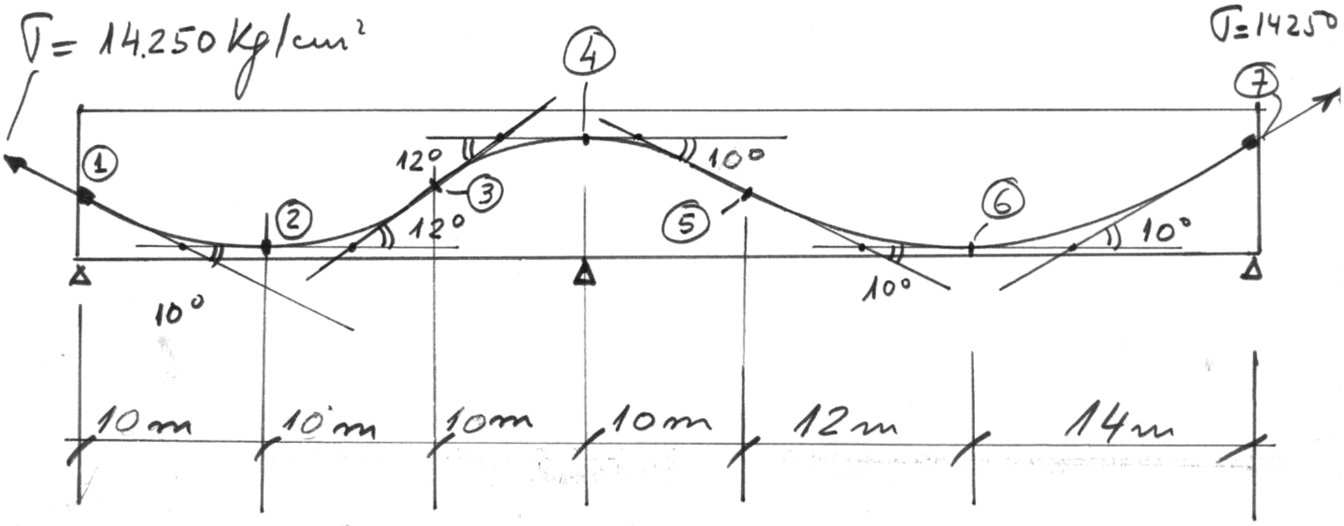
$$\mu\alpha + K.l = \underbrace{0{,}30 \times 0{,}173}_{0{,}052} + \underbrace{4 \times 10^{-3} \times 15}_{0{,}060} = 0{,}112$$

$$\sigma = \sigma_0 \times e^{-(\mu\alpha + Kl)}$$

$$\sigma = 14.250 \times e^{-0{,}112} = 14250 \times 0{,}894 = 12740$$



Cabos não simétricos. Aço BEMA RN 190



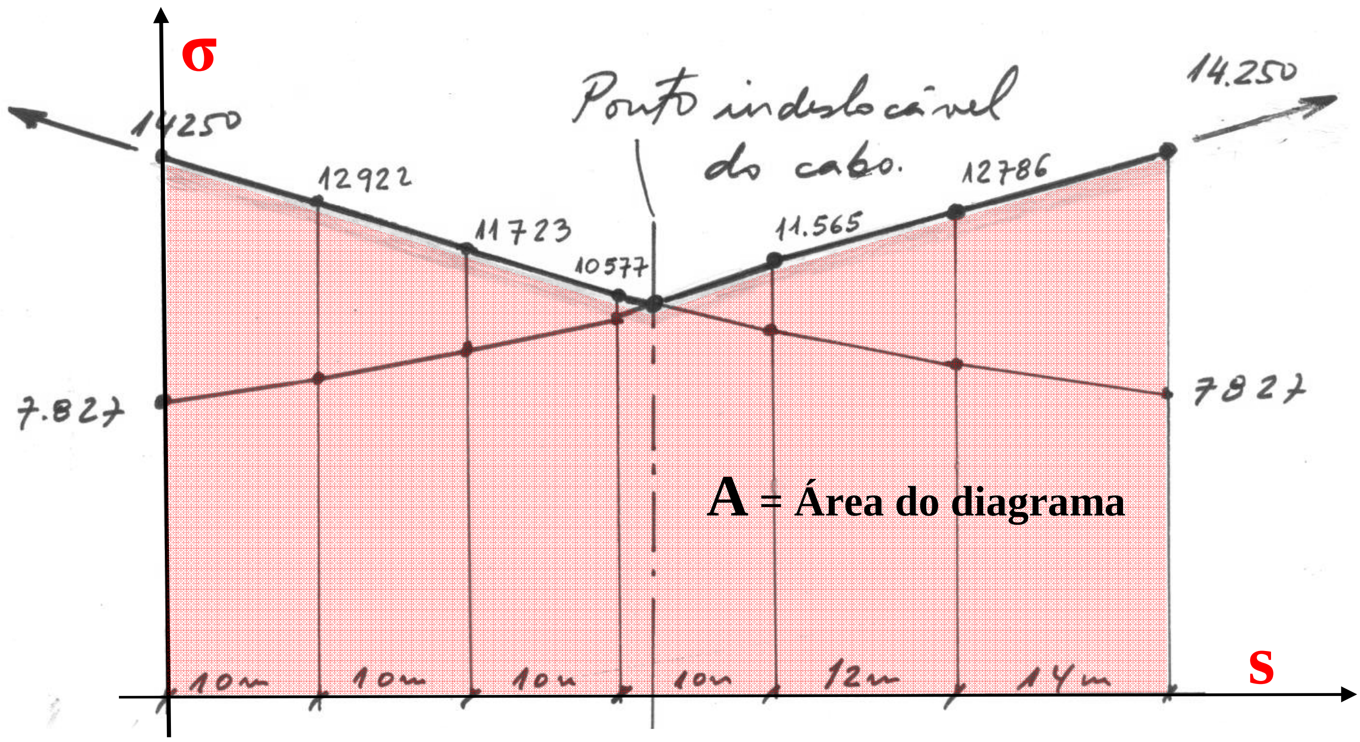
Ponto 1 $\sigma_1 = 14250\ kg/cm^2$.

$\mu = 0,3$, $K = 4 \times 10^{-3}$ Protendendo em 1:

Ponto	$\alpha°$	ℓ (m)	$\mu\alpha + K.\ell$	σ kg/cm²
1	0	0	0	14.250
2	10	10	0,09	12.922
3	22	20	0,20	11.723
4	34	30	0,30	10.577
5	44	40	0,39	9.644
6	54	52	0,49	8.723
7	64	66	0,60	7.827

Protendendo em 7

Ponto	$\alpha°$	$\ell_{(m)}$	$\mu\alpha + k\ell$	σ (kgf/cm²)
7	0	0	0	14.250.
6	10	14	0,11	12.786.
5	20	26	0,21	11.565
4	30	36	0,30	10.545
3	42	46	0,40	9.515
2	54	56	0,51	8.584
1	64	66	0,60	7.827.



$$\text{Alongamento total} = \sum \left(\frac{\sigma_{medio}}{E_{aço}} \right) \times \Delta s = \frac{\textit{Área do diagrama } (\sigma \times s)}{E \text{ aço}}$$

Alongamento dos cabos:

Maneira fácil de controlar na obra a qualidade da protensão.

$$\Delta \ell = \varepsilon \frac{\sigma}{E} \cdot \ell$$

1) Se protendermos em 1 com 7 fixo:

$E = 1.950.000$ kgf/cm²

$$\Delta \ell = 36 \text{ cm.}$$

2) Se protendermos em 7 com 1 fixo:

$$\Delta \ell = 37 \text{ cm.}$$

3) Se protendermos em 1 e 7 simultaneamente.

$$\boxed{\Delta \ell = 42 \text{ cm.}}$$

$$\varepsilon_m = \frac{420 \text{ mm}}{66 \text{ m}} = 6{,}4 \text{ mm/m.}$$

Aço Bema RN - 190

- 1 cabo com 12 ϕ 1/2":

$$A_s = 11,15 \text{ cm}^2$$

$$N = 11,15 \times 14,250 = 159 \text{ t.}$$

- Seção do pistão do macaco:

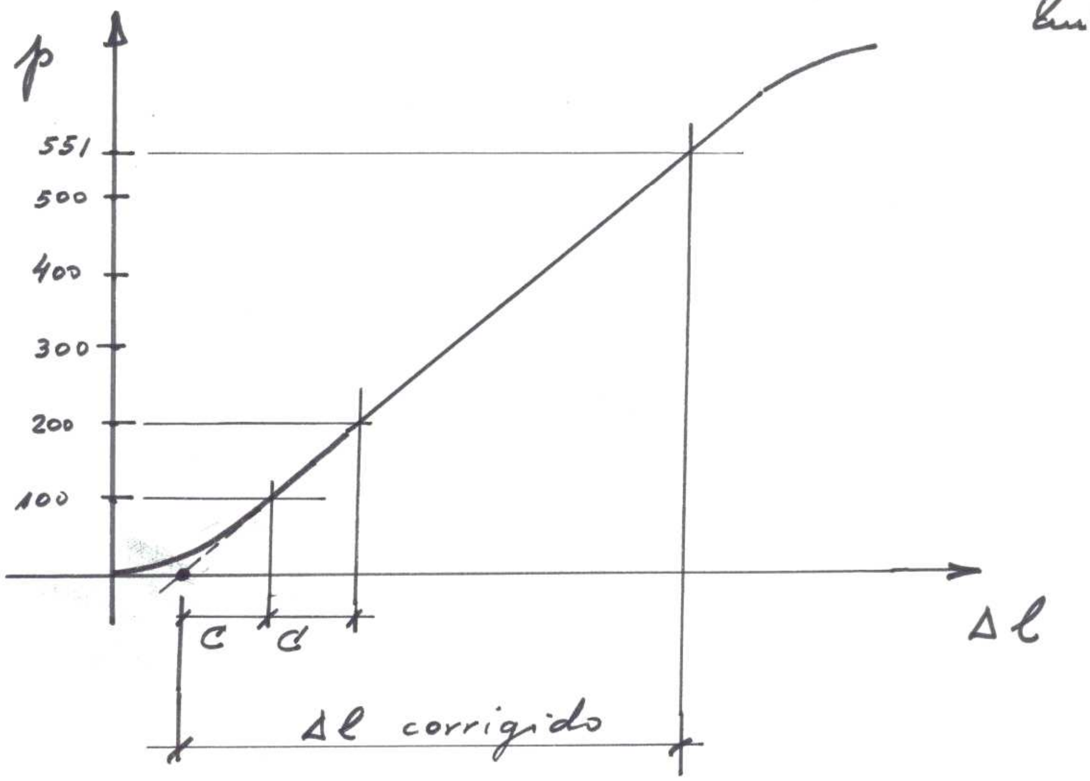
$$S = 300 \text{ cm}^2$$

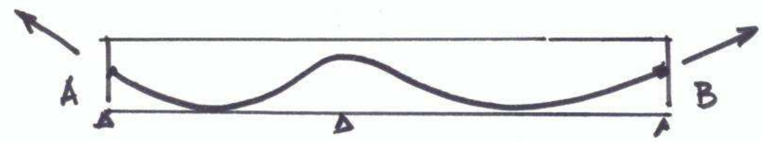
- pressão no óleo.

$$p = \frac{159.000}{300} = 530 \text{ kg/cm}^2$$

PERDA INTERNA ≈ 4%.
(no macaco).

$$p = 1,04 \times 530 = 551 \text{ kg/cm}^2 \leq 650 \text{ kg/cm}^2.$$





marcações e início de leitura

p kgf/cm²	A	B	A + B	corrigido
0	0	0	—	0
100	0	0	—	76
200	34	42	76	152
300	70	80	150	226
400	104	124	228	304
500	138	165	303	379
550	157	185	342	418

Δl medido = 418 mm

Δl teórico = 420 mm ✓

Em 1 cabo diferença de ± 15%
Na média de todos os cabos dif. de ± 5%

Tensão máxima no cabo, no instante da protensão.

Norma NBR-6118/2003

Item 9.6.1.2.1
Aço com Relaxação Normal CP190RN
0,74 fptk
0,87fpyk rn

Aço com Relaxação Baixa CP190RB.
0,74 fptk
0,82 fpyk RB

Aço CP190RB ≡ Aço usado atualmente.
Ruptura : fpt = 1900 MPa ; Escoamento : fy=1700MPa

0,74 fpt (ruptura) = 0,74×1900 MPa =1406 MPa
0,82 fy 2 **°/oo** (escoamento) = 0,82×1700=1394 MPa
Usar 1394 MPa (+/-) 10 % em 50% dos cabos

Um cabo com 12 cordoalhas de 12,5mm (área=1cm2) será protendido com a força de
F=12cordoalhas × 1cm2/cordoalha × 13940 kgf/cm2 = 167,28 ton
Podendo aumentar em 10 % se houver problemas durante a protensão.
F=167,28 x 1,10 = 184 ton

FIB – CEB+FIP - Model Code 2010

Item 8.4.4.2 Operações de protensão.
Desvios aceitáveis nos alongamentos dos **cabos curvos** em relação ao valor previsto no projeto.

- Cabos com 15 metros ou menos, 15% para um cabo em particular, mas não mais que 7% na soma dos cabos de uma mesma seção transversal.
- Cabos com mais de 15 metros, 10% para um cabo em particular, mas não mais que 5% na soma dos cabos de uma mesma seção transversal.

Desvios aceitáveis nos alongamentos dos **cabos retos** em relação ao valor previsto no projeto.

- Cabos retos, 10% para um cabo em particular, mas não mais que 5% na soma dos cabos de uma mesma seção transversal.

- Nunca ultrapassar 0,95 fy.0,1% . k !

Escorregamento do cabo na ancoragem no instante da fixação.

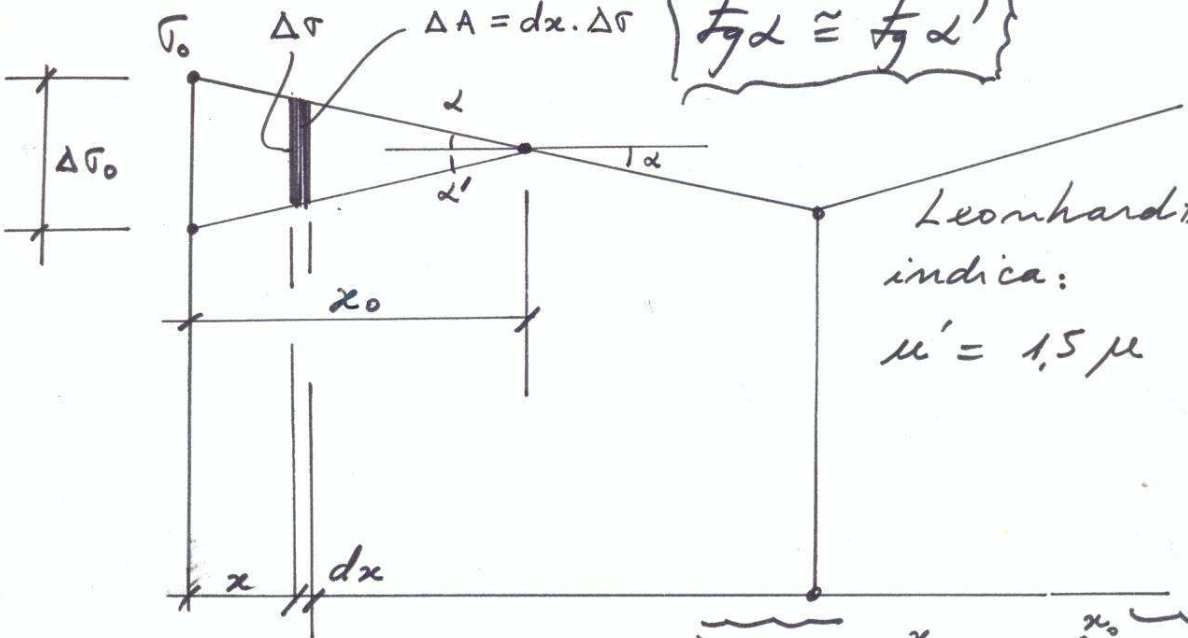
S.T.U.P.

- FIOS
  - 12 ϕ 5mm — $\Delta = 3mm$
  - 12 ϕ 7mm — $\Delta = 4 \text{ a } 5mm$
  - 12 ϕ 8mm — $\Delta = 5 \text{ a } 6mm$
- CORDOALHAS
  - 6 ϕ 1/2" — $\Delta = 10 \text{ a } 12mm$
  - 12 ϕ 1/2 — $\Delta = 8 \text{ a } 12mm$
  - 12 ϕ 5/8" — $\Delta = 8mm$

V.S.L

- CORDOALHAS ϕ 1/2" — $\Delta = 6mm.$

$$\boxed{tg\,\alpha \cong tg\,\alpha'}$$



Leonhardt indica:

$\mu' = 1{,}5\,\mu$

$$\frac{\Delta\,dx}{dx} = \Delta\,\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E_{aço}}$$

$$\boxed{\Delta_0 = \int_0^{x_0} \Delta(dx) = \int_0^{x_0} \frac{\Delta\sigma}{E_{aço}} \cdot dx}$$

$$\Delta_0 = \frac{1}{E_{aço}} \int_0^{x_0} \Delta\sigma \, . \, dx \, . = \frac{1}{E_{aço}} \int_0^{x_0} \Delta A$$

$$\boxed{\Delta_0 = \frac{A}{E_{aço}}}$$

$$A = \Delta\sigma_0 \, . \times \frac{x_0}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta_0 = \frac{\Delta\sigma_0 \, . \, x_0}{2 \, . \, E_{aço}}}$$

Usando $tg\,\alpha = \dfrac{\Delta\sigma}{metro} = \dfrac{Kg/cm^2}{m}$

$$\frac{\Delta\sigma_0}{2} = (tg\,\alpha) \times x_0 \Rightarrow \boxed{\Delta_0 = \frac{tg\,\alpha \, . \, x_0^2}{E_{aço}}}$$

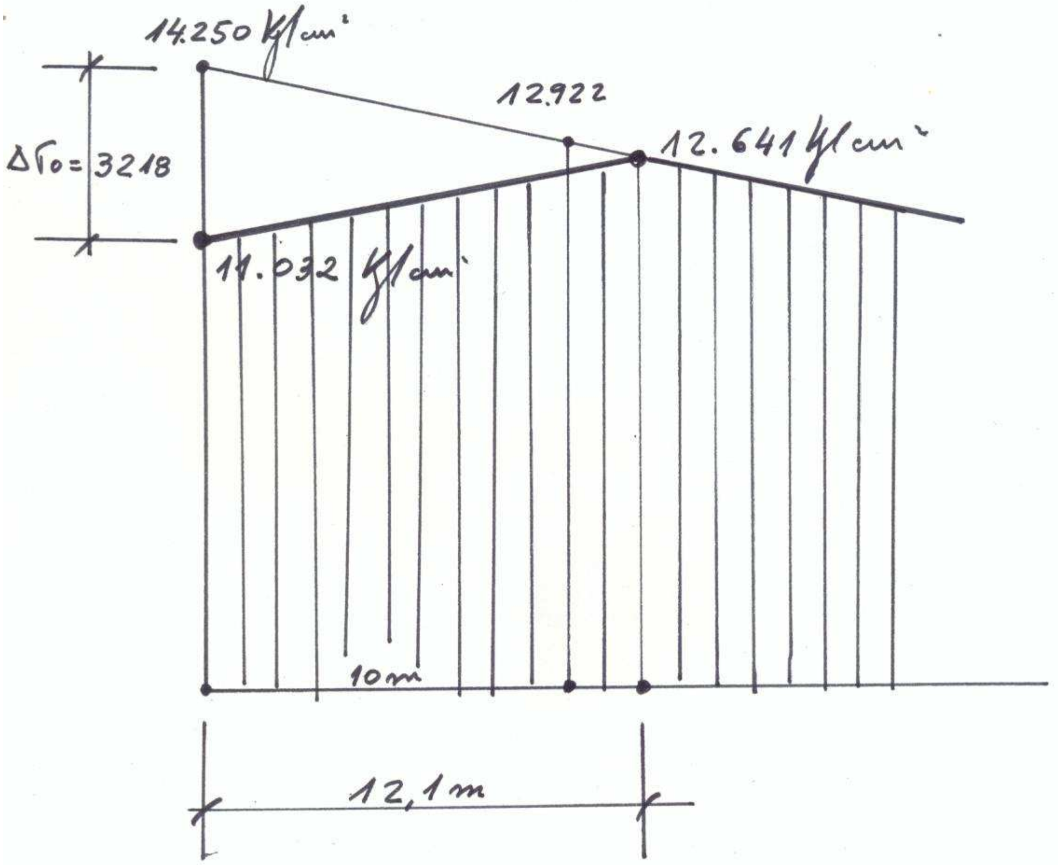
$$x_0 = \sqrt{\frac{\underbrace{\Delta_0}_{[m]} \, . \, \underbrace{E_{aço}}_{[Kg/cm^2]}}{\underbrace{tg\,\alpha}_{\left[\frac{Kg/cm^2}{m}\right]}}}$$

<u>No nosso exemplo:</u>

$\Delta_0 = 10mm. = 0{,}010\,m.$

$$tg\,\alpha = \frac{14.250 - 12.922}{10} = 133 \, \frac{Kg/cm^2}{m}$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{0{,}010 \times 1.950.000}{133}} = 12{,}1\ m.$$



$$\Delta\sigma_0 = 2 \times 133 \times 12{,}1 = 3218\ kg/cm^2.$$

$$\sigma_1 - \Delta\sigma_0 = 14250 - 3218 = 11.032\ kg/cm^2$$

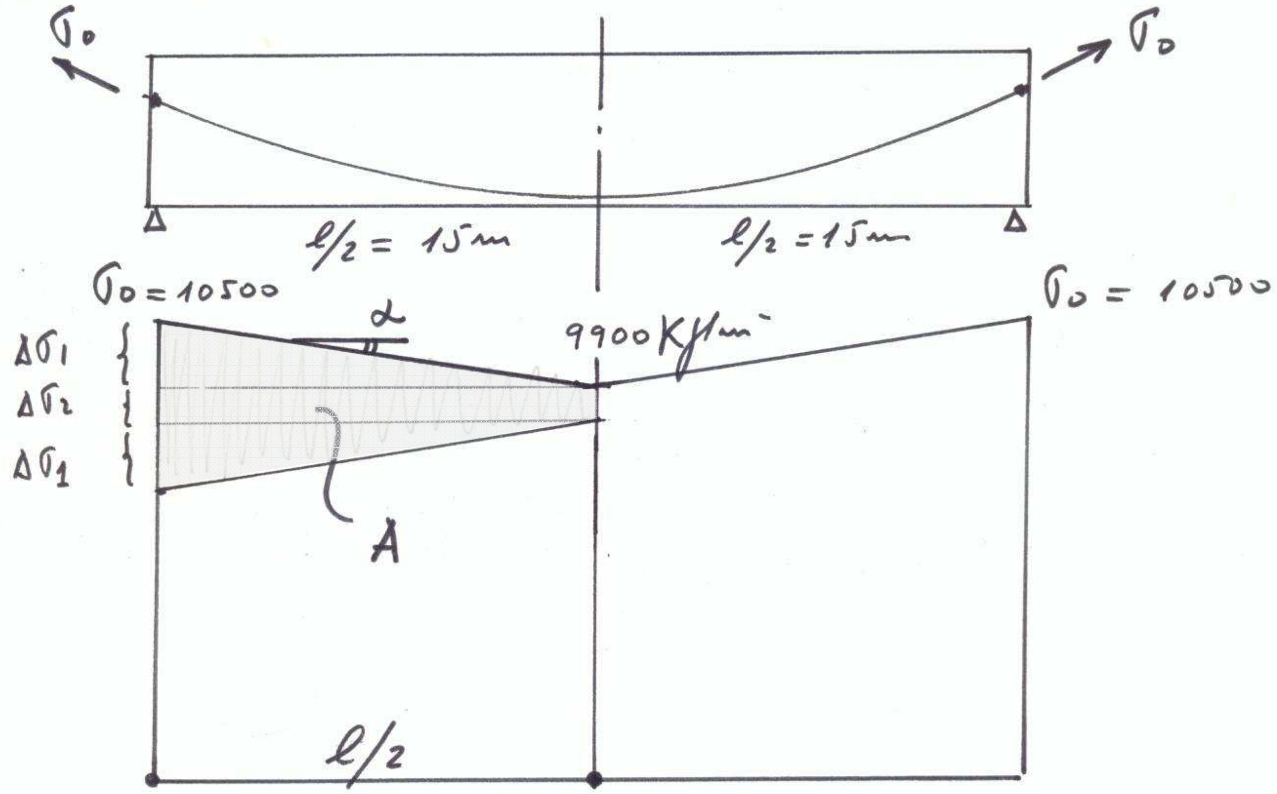
$$\frac{\Delta\sigma_0}{2} = 1609\ kg/cm^2$$

$$\sigma_{(x_0)} = 14250 - 1609 = 12.641\ kg/cm^2.$$

<u>Verificação</u>: $\Delta_0 = \dfrac{\Delta\sigma_0}{2} \times \dfrac{x_0}{E_{aço}} = \dfrac{3218}{2} \times \dfrac{1210}{1950000} = 1\,cm$

Caso em que $x_0 > \frac{\ell}{2}$.

Exemplo. BEMA RN 150.



$\Delta_0 = 6$ mm

$tg\,\alpha = \frac{10500 - 9900}{15} = 40$ kgf/cm²/m.

$x_0 = \sqrt{\frac{0,006 \times 2100.000}{40}} = 18$ m > 15 m.

$$\boxed{\Delta_0 = \frac{A}{E_{aço}}}$$

$$\Delta\sigma_1 = \frac{\ell}{2} \cdot tg\,\alpha$$

$$A_1 = \frac{\Delta\sigma_1 \times \frac{\ell}{2}}{2} = \frac{tg\,\alpha \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}{2}$$

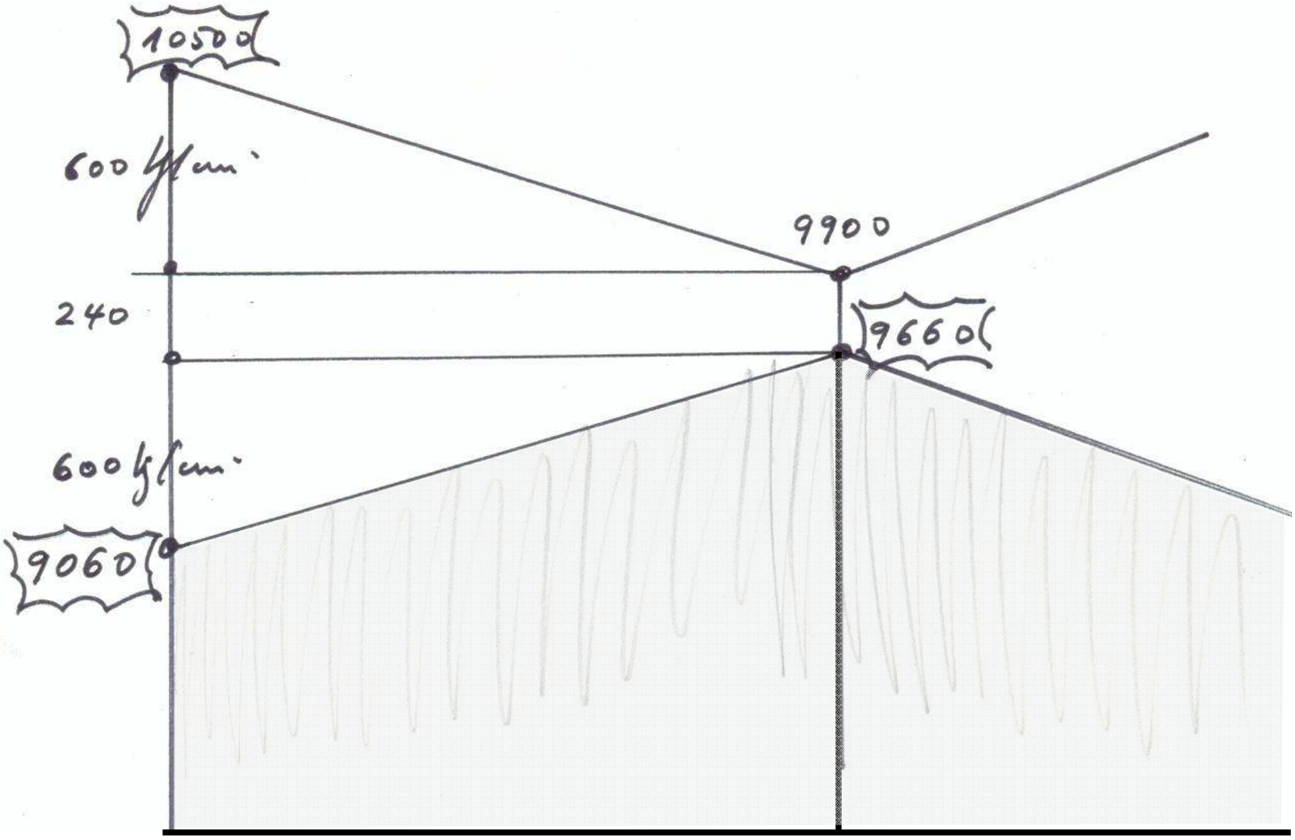
$$A_2 = \Delta\sigma_2 \times \frac{\ell}{2} = A - 2A_1$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{A - 2A_1}{\frac{\ell}{2}} = \frac{\Delta_0 E_{aço} - 2 \times \frac{tg\alpha \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}{2}}{\frac{\ell}{2}}$$

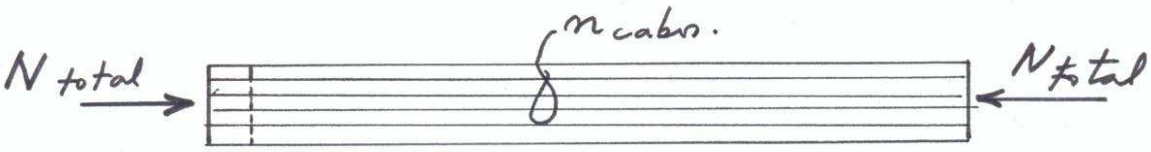
$$\Delta\sigma_2 = \frac{\overset{m}{\Delta_0} \cdot \overset{kg/cm^2}{E_{aço}} - \overset{\frac{kg/cm^2}{m}}{tg\alpha} \times \overset{m^2}{\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}}{\underset{m}{\left(\frac{\ell}{2}\right)}}$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{0{,}006 \times 2.100.000 - 40 \times (15)^2}{15} =$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{12.600 - 9000}{15} = 240 \ kg/cm^2$$



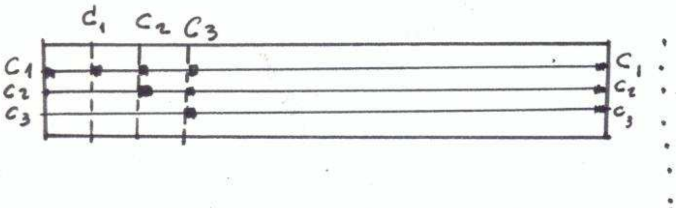
Encurtamento dos cabos por protensão sucessiva de diversos cabos



$$\frac{\Delta \ell}{\ell} = \left\{ \varepsilon_c^{total} = \frac{\sigma_c}{E} = \frac{\frac{N_{total}}{A_c}}{E} \right\}$$

Ao protender o 1º cabo $\left\{ \begin{array}{l} N = \dfrac{N_{total}}{n} \\ \varepsilon_{c1} = \dfrac{\varepsilon_c}{n} \end{array} \right.$

Ao protender o 2º cabo $\left\{ \begin{array}{l} \Delta N = \dfrac{N_{total}}{n} \\ \varepsilon_{c2} = \dfrac{\varepsilon_c}{n} \end{array} \right.$



EXIST. / PROT.	1	2	3	.....	n − 1	n
1	—			....		
2	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	—		....		
3	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	—	....		
.....	...	...	...	—		
n − 1	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	...	—	
n	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	...	$\frac{\varepsilon_c}{n}$	—
Σ	$(n-1)\frac{\varepsilon_c}{n}$	$(n-2)\frac{\varepsilon_c}{n}$	$(n-3)\frac{\varepsilon_c}{n}$		$\frac{\varepsilon_c}{n}$	0

1º cabo $\Delta \varepsilon = (n-1)\dfrac{\varepsilon_c}{n}$

2º cabo $\;'' = (n-2)\dfrac{\varepsilon_c}{n}$

3º cabo $\;'' = (n-3)\dfrac{\varepsilon_c}{n}$

(n−1) cabo $\;'' = (1)\dfrac{\varepsilon_c}{n}$

$$\Delta \varepsilon_{\text{médio}} = \frac{\sum \Delta \varepsilon}{n} = \left[\frac{(n-1)+1}{2} \times (n-1)\frac{\varepsilon_c}{n}\right]\frac{1}{n}$$

$$\boxed{\Delta \varepsilon_{\text{médio}} = \underbrace{\varepsilon_c}_{\text{total}} \cdot \left(\frac{n-1}{2n}\right)} \qquad \boxed{\Delta \sigma_{\text{médio}} = \Delta \varepsilon_{\text{médio}} \cdot E_{\text{aço}}}$$

n = nº de etapas de protensão.

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{\text{concreto}}}$$

<u>Exemplo:</u>

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c} = 60 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_c = 300.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_c = \frac{60}{300.000} = 0{,}2 \times 10^{-3}$$

$$n = 12 \text{ cabos} \Rightarrow \Delta \varepsilon_{\text{médio}} = 0{,}2 \times 10^{-3} \cdot \left(\frac{12-1}{2 \times 12}\right) = 0{,}092 \times 10^{-3}$$

$$\Delta \sigma_{\text{aço}} = (0{,}092 \times 10^{-3}) \times 1.950.000 = 179 \text{ kg/cm}^2$$

RESUMO

Perdas imediatas:

- Atrito
- Escorregamento
- Protensão sucessiva