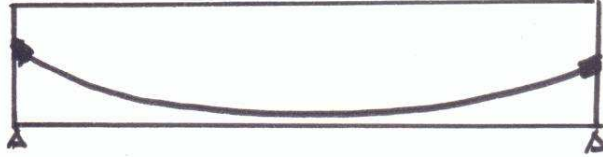




FLEXÃO:

ESTÁDIO I



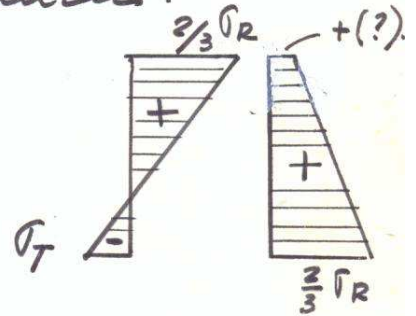
PNB - 116:

art. 5.3.1. - Imediatamente após a aplicação da protensão, com parte das cargas permanentes, antes da atuação das cargas acidentárias.

Máxima - $\bar{\sigma}_c \leq \frac{2}{3} \sigma_{RP}$ ou $\frac{2}{3} \sigma_R$

Mínima $\bar{\sigma}_c \leq \sigma_T$

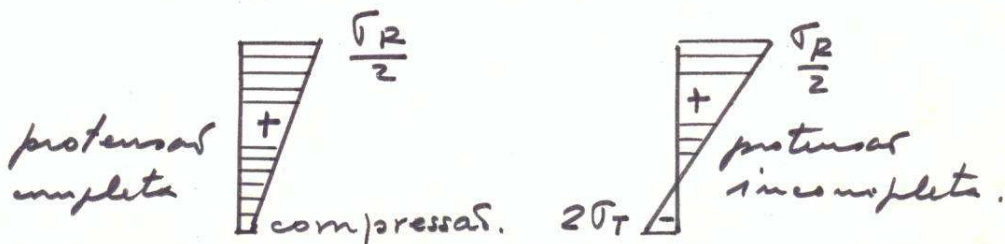
$(\sigma_R = f_{ck})$.



art. 5.3.2 - Combinação mais desfavorável de todas as cargas antes e após a retração e def. lenta.

Máxima: $\bar{\sigma}_c \leq \frac{\sigma_R}{2}$

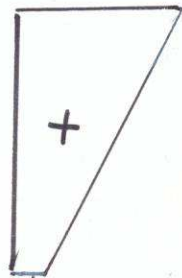
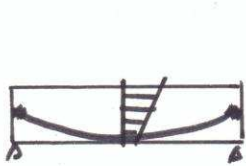
Mínima: $\left\{ \begin{array}{l} \text{protensão completa} \quad \bar{\sigma} \leq 0 \\ \text{protensão limitada} \quad \bar{\sigma}_c \leq 2\sigma_T \end{array} \right.$





CEB - 72. Fissuração.

Estado limite de desconformação.

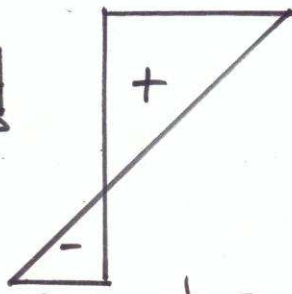
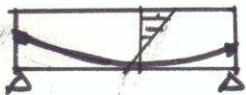


compressas

classe I : combinações mais desfavoráveis de todas as cargas

classe II : combinações das cargas permanentes mais cargas móveis de longa duração.

Estado limite de formação de fissura



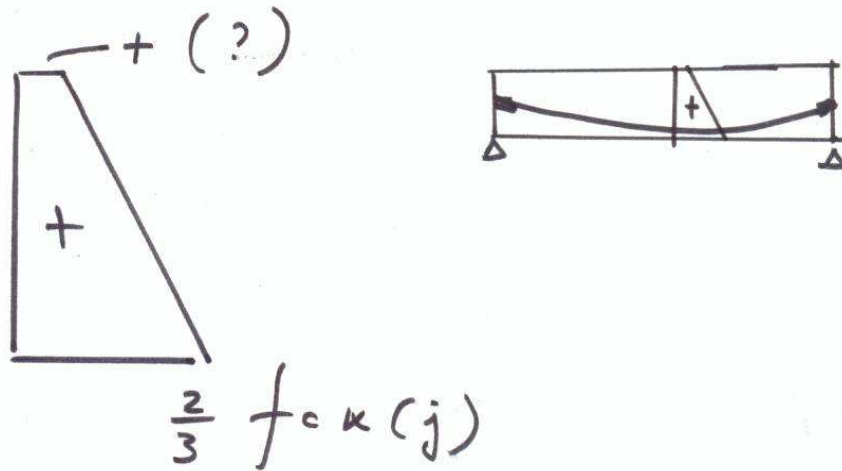
$\frac{2}{3}$

$f_{ck}(j)$

no dia da carga.

30 kg/cm^2 - cargas nas repetidas ou com pequeno n.º repetidas

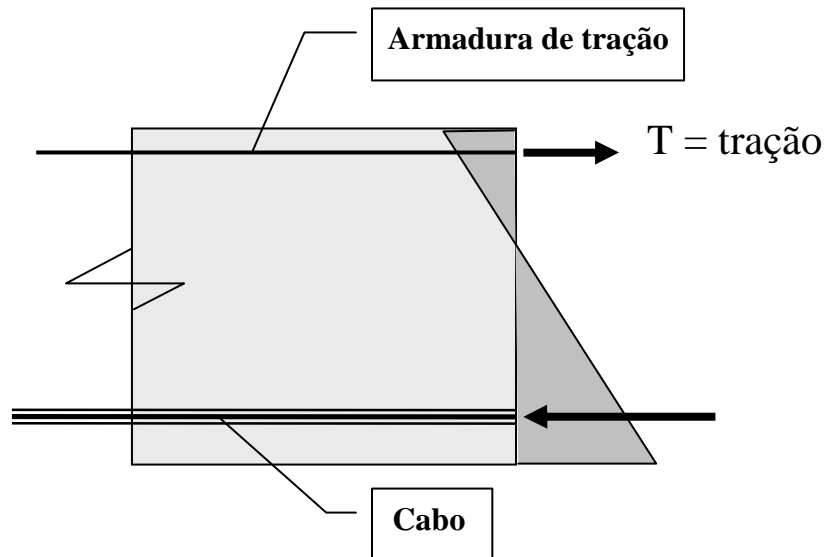
15 kg/cm^2 - cargas repetidas mais de 100 vezes com o valor máximo



— + —

No bordo oposto ao cabo não deve haver tensão de tração.

Caso ocorram tensões de tração, deve ser colocada armadura de tração para resistir à resultante de tração no banzo superior.

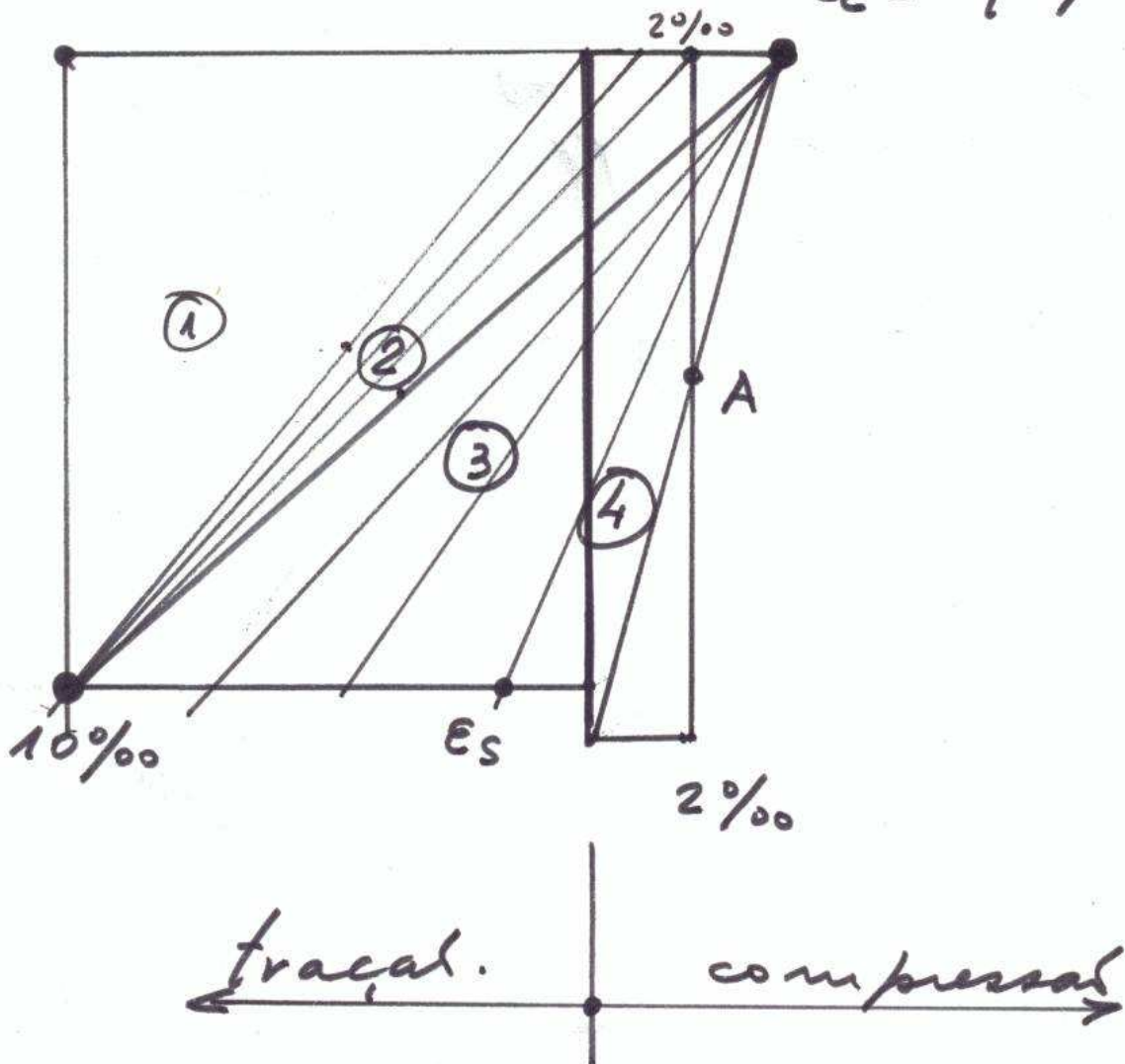


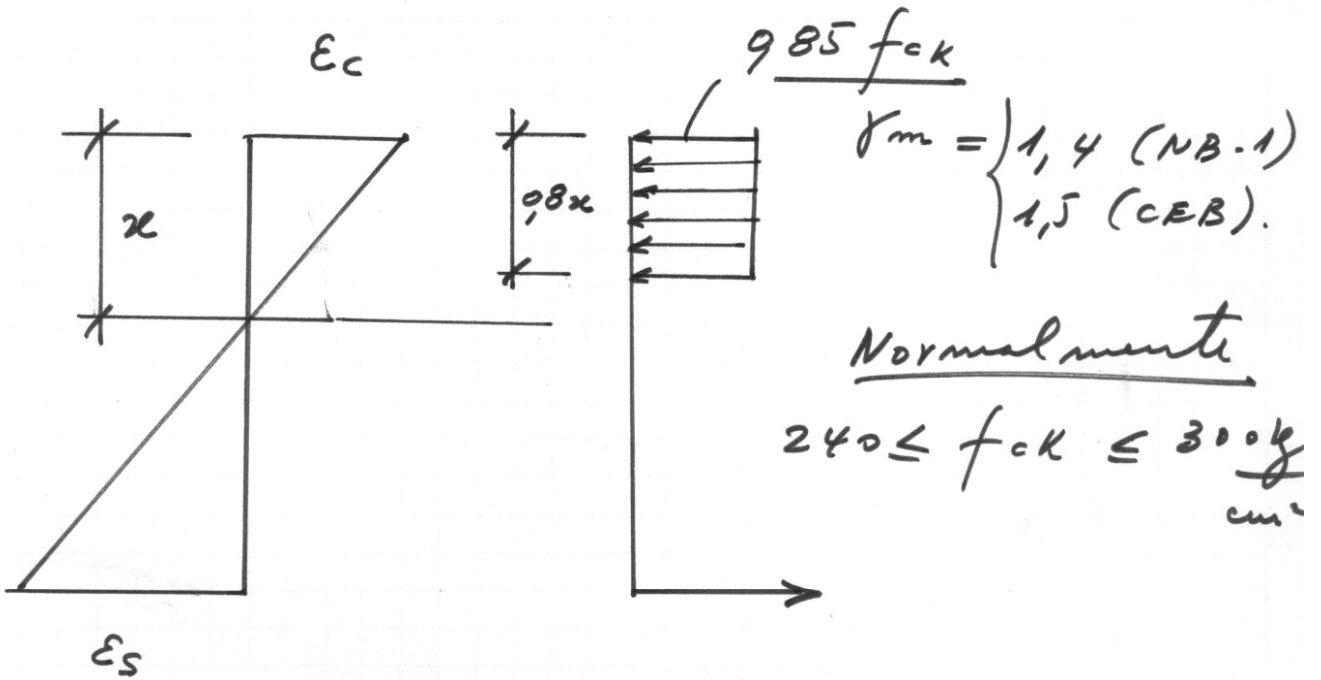


ESTADIO ÚLTIMO

Momentos resistentes. $\frac{M_u}{M_c}$

$$\epsilon_c = 3,5\%$$





Momentos atuantes.

CEB-72

$$M_d = 1,5 M_g + 1,5 M_q + \begin{cases} 0,9 \\ \text{ou} \\ 1,0 \end{cases} M_p + 1,2 M_{EK}$$

Hiperestáticos de protensão.

- retrabal
- def. lenta
- temperat.
- recalque

Hiperestática de protensão

(?)

NB-1/77

$$M_d = 1,4 M_g + 1,4 M_p + \begin{cases} 0,9 \\ 1,0 \end{cases} M_p + 1,2 M_{EK}$$

$$\text{ou } M_d = 0,9 M_g + 1,4 M_p + \text{'' } M_p + 1,2 M_{EK}$$

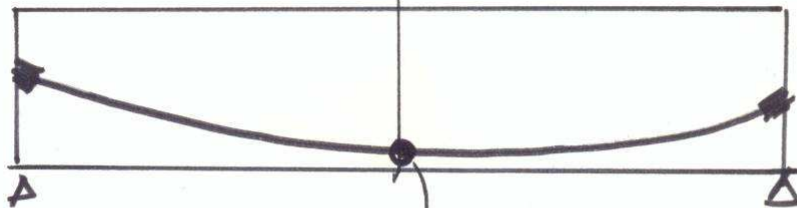
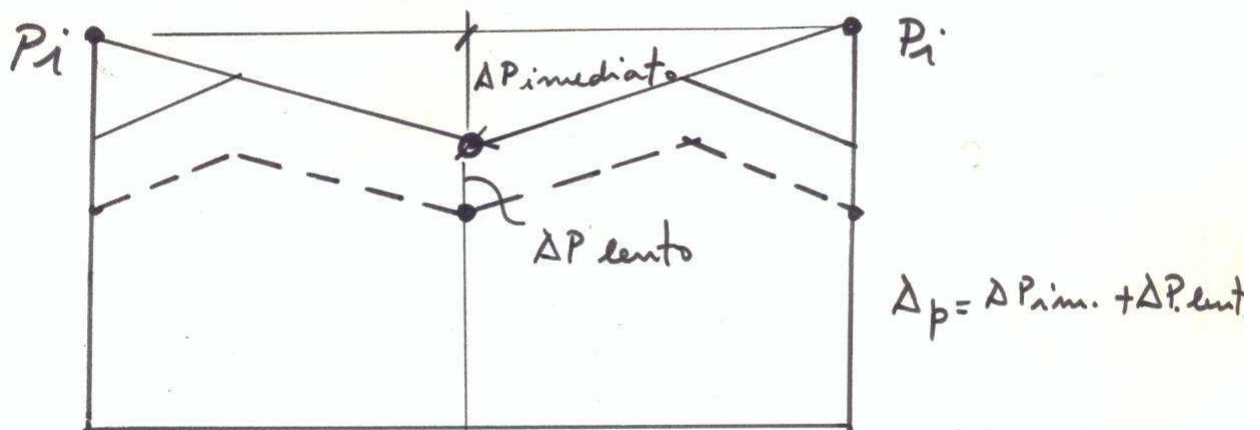


Na realidade o CEB existe.

$$\text{Protensas : } P_d = \gamma_p \cdot P_K \left\{ \begin{array}{l} 0,9 P_K \text{ inf.} \\ 1,00 P_K \text{ sup.} \end{array} \right.$$

$$P_K = \left\{ \begin{array}{l} P_{K \text{ sup}} = 1,02 P_i - 0,8 \Delta P \\ P_{K \text{ inf}} = 0,98 P_i - 1,20 \Delta P \end{array} \right.$$

P_i = Protensão inicial antes das perdas. (no Maracá).



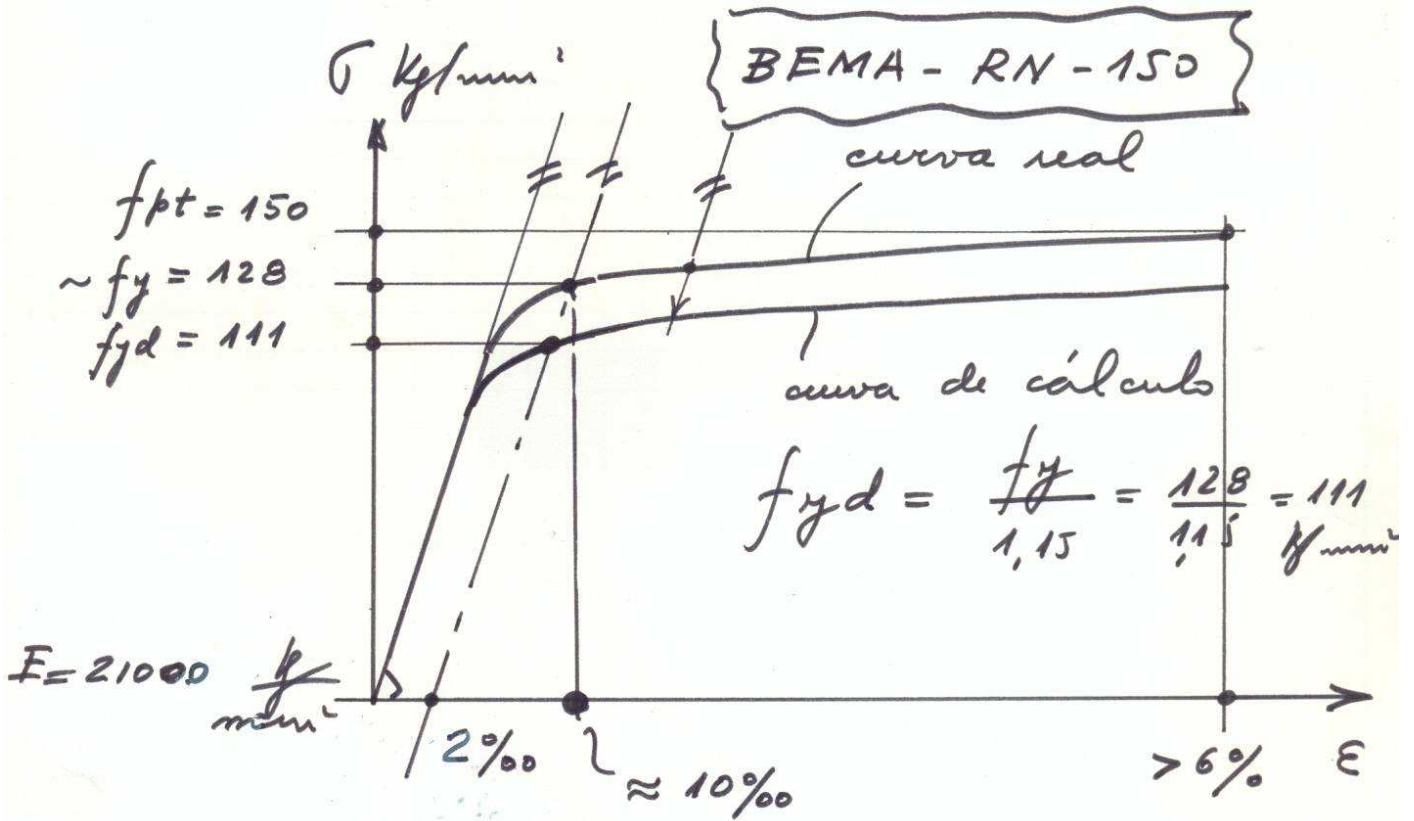
Normalmente usado = $P_K = P_i - \Delta P$



Aços: BELGO-MINEIRA

FIOS: $\phi \leq 12 \text{ mm}$

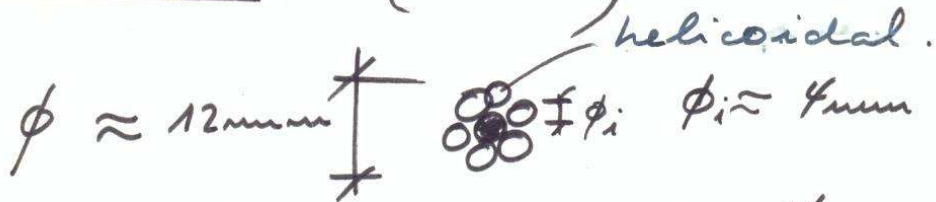
Normalmente		Cabos
	$\phi 5 \text{ mm}$	12 $\phi 5 \text{ mm}$
	$\phi 7 \text{ mm}$	12 $\phi 7 \text{ mm}$
	$\phi 8 \text{ mm}$	12 $\phi 8 \text{ mm}$



O deslocamento curva real \rightarrow curva de cálculo é feita paralelo à f_y no origem.

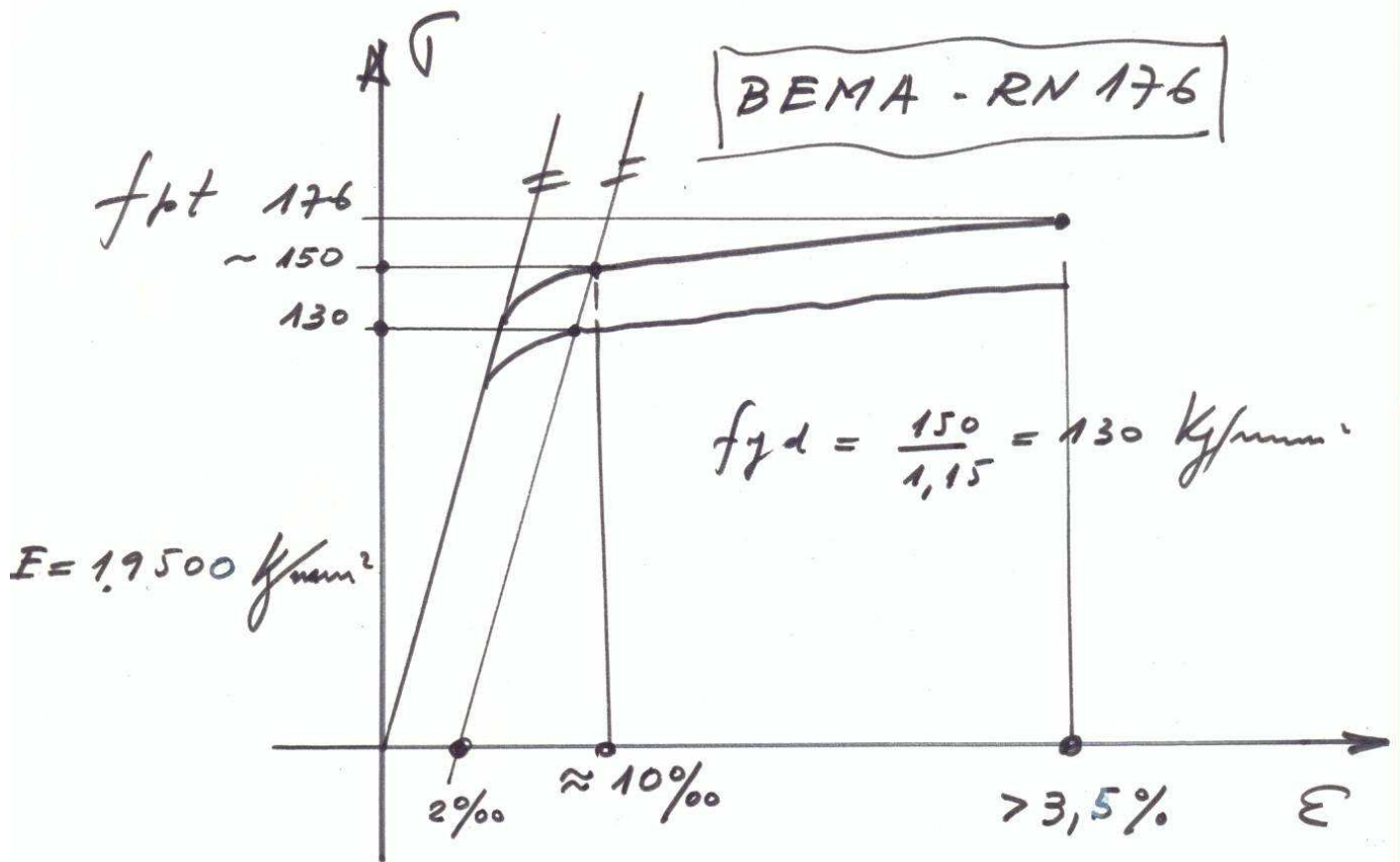


CORDOALHAS (7 Fios)



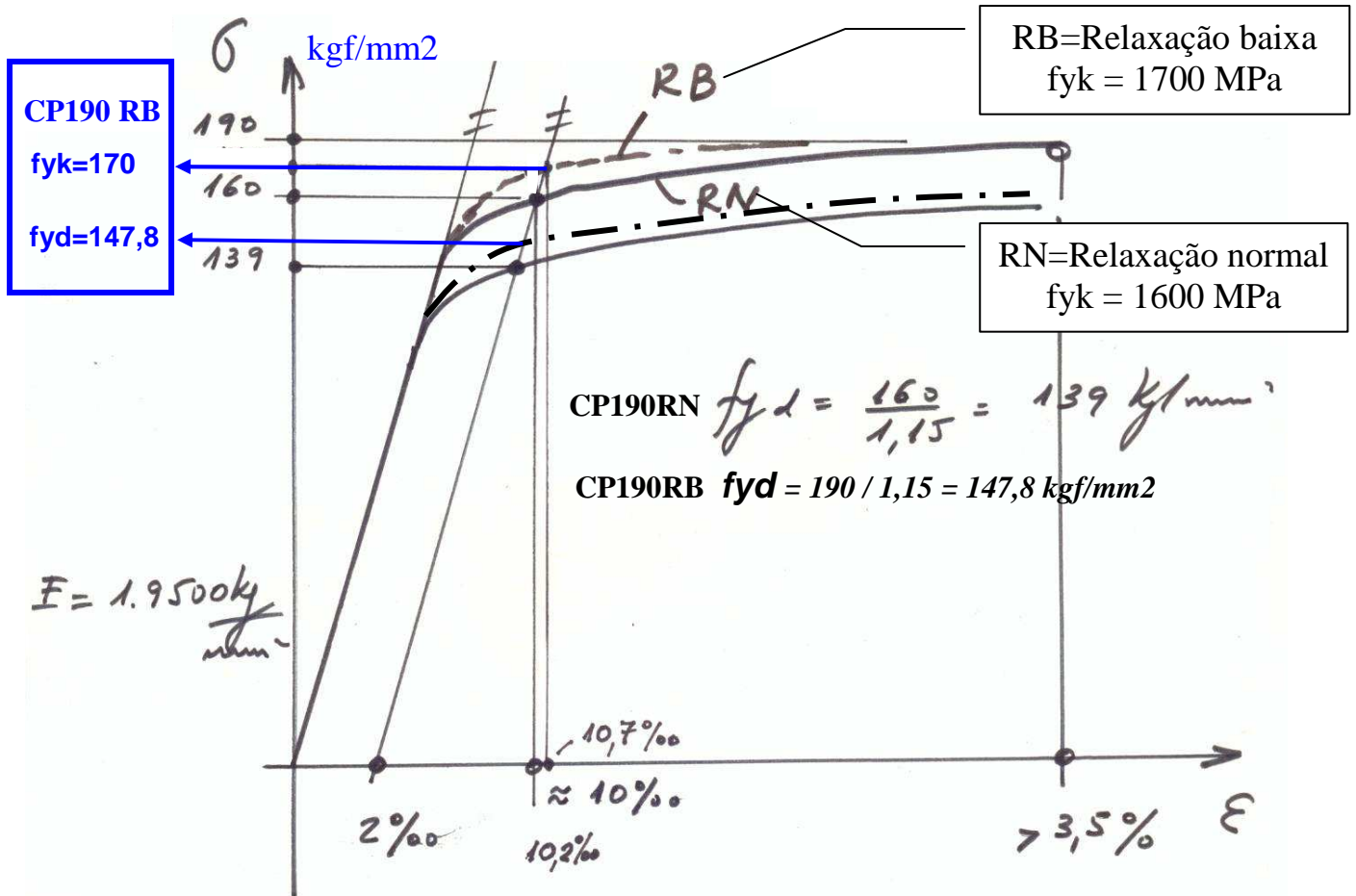
Dai se chamar cordoalha de 1/2"

- o fio central é reto
- Os 6 fios laterais são helicoidais





BEMA - RN 190 e RB 190



Hooke: $\sigma = \epsilon \times E$

com: $E = 195 \text{ GPa}$

Aço CP190-RB $f_{y k} = 1700 \text{ MPa}$

$$1700 \text{ MPa} = 195 \text{ GPa} \times (\epsilon_y \text{ } ^\circ/\text{oo} - 2^\circ/\text{oo}) =$$

$$\epsilon_y = (8,7^\circ/\text{oo} + 2,00^\circ/\text{oo}) = 10,7^\circ/\text{oo}$$

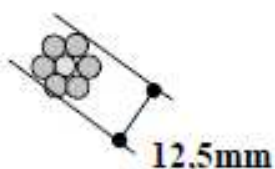
Aço CP190-RN $f_{y k} = 1600 \text{ MPa}$

$$1600 \text{ MPa} = 195 \text{ GPa} \times (\epsilon_y \text{ } ^\circ/\text{oo} - 2^\circ/\text{oo}) =$$

$$\epsilon_y = (8,2^\circ/\text{oo} + 2,00^\circ/\text{oo}) = 10,2^\circ/\text{oo}$$

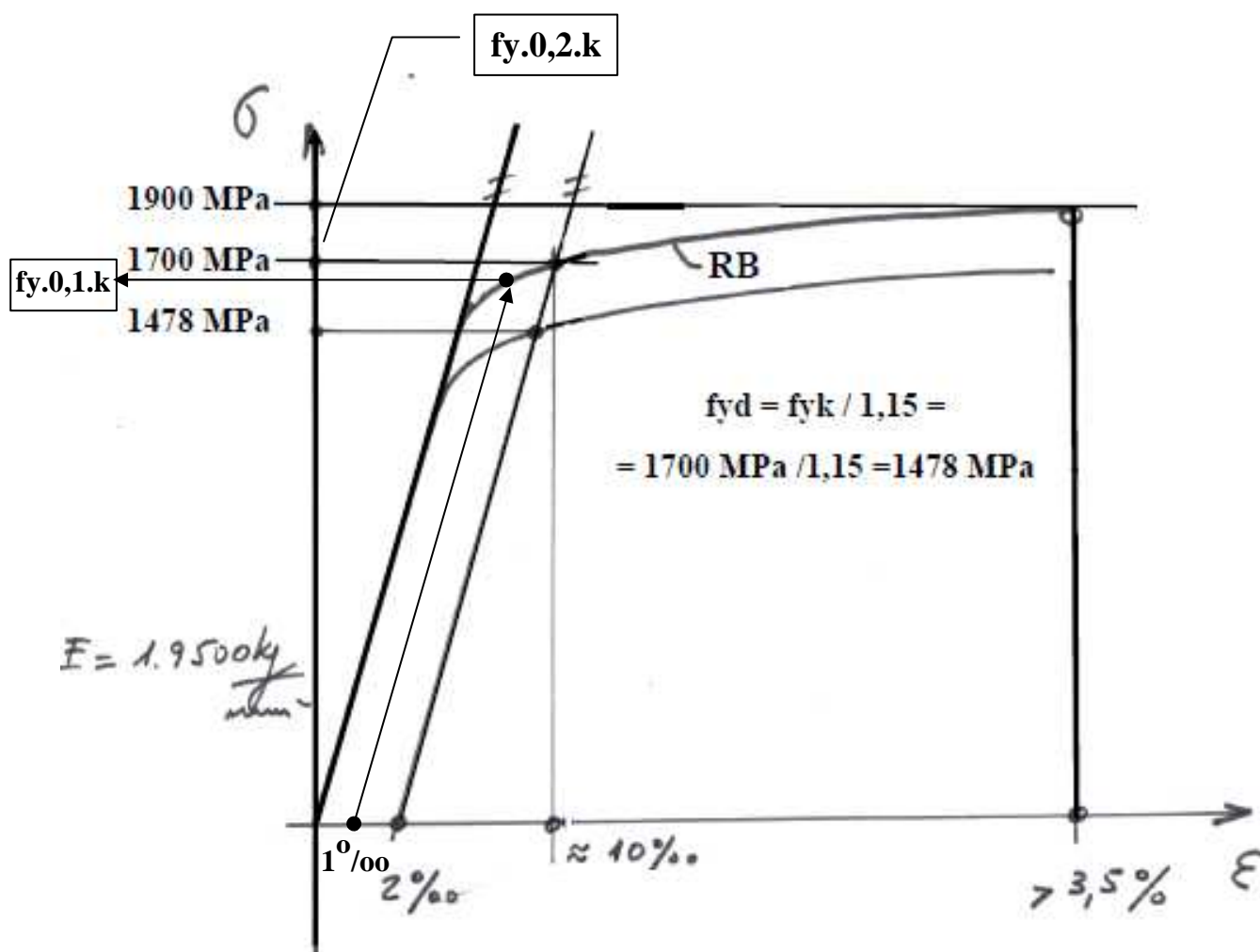


Aço para Protensão CP190-RB - Cordoalhas



Seção transversal = 1 fio reto central e 6 fios helicoidais

Tensão de ruptura = 1900 MPa
Tensão de escoamento = 1700 MPa
RB \equiv Relaxação Baixa





Tensões máximas na hora de protensão

NB 116

$$\sigma_p \leq \begin{cases} 0,75 f_{pt} \\ 0,90 f_{y0,2} \end{cases}$$

NBR6118/2003 - Aço CP190RB

$f_{pt} = 1900 \text{ MPa}$; $f_y = 1700 \text{ MPa}$

$0,74 f_{pt} \text{ (ruptura)} = 1406 \text{ MPa}$

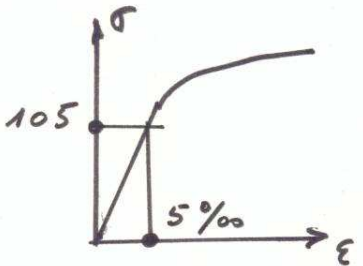
$0,82 f_y \cdot 2^{\circ}/_{oo} \text{ (escoamento)} = 1394 \text{ MPa}$

(+/-) 10 % em 50% dos cabos

CEB

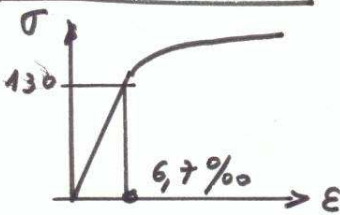
$$\sigma_p \leq \begin{cases} 0,85 f_{pt} \text{ (0,75 nos comentários do CEB)} \\ 0,95 f_{y0,1} \end{cases}$$

Fios : Bema RN-150



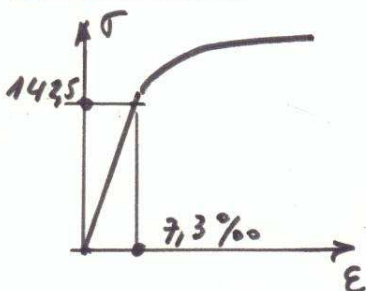
$$\left. \begin{aligned} 0,75 \times 150 &= 112,50 \text{ kg/mm}^2 \\ 0,90 \times 128 &= 115,2 \text{ "} \\ 0,95 \times 112 &= 106,4 \text{ "} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{USADO} \\ &105 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} \\ &\epsilon \approx 5\% \end{aligned}$$

Corda alfa : Bema RN 176



$$\left. \begin{aligned} 0,75 \times 176 &= 132 \text{ kg/mm}^2 \\ 0,90 \times 150 &= 135 \text{ "} \\ 0,95 \times 137 &= 130 \text{ "} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{USADO} \\ &130 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} \\ &\epsilon \approx 6,7\% \end{aligned}$$

Corda alfa : Bema RN 190



$$\left. \begin{aligned} 0,75 \times 190 &= 142,5 \\ 0,90 \times 160 &= 144,0 \\ 0,95 \times 153 &= 145 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{USADO} \\ &\sigma = 142,5 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} \\ &\epsilon \approx 7,3\% \end{aligned}$$

**Pré-alongamento
no macaco**



Tensão máxima no cabo, no instante da protensão.

Norma NBR-6118/2003

Item 9.6.1.2.1

Aço com Relaxação Normal CP190RN

0,74 fptk

0,87fpyk rn

Aço com Relaxação Baixa CP190RB.

σ protensão = 0,74 fptk

σ protensão = 0,82 fpyk

Aço CP190RB \equiv Aço usado atualmente.

Ruptura : fpt = 1900 MPa ; Escoamento : fy=1700MPa

0,74 fpt (ruptura) = 0,74 \times 1900 MPa =1406 MPa

0,82 fy 2 % (escoamento) = 0,82 \times 1700=1394 MPa

Usar 1394 MPa (+/-) 10 % em 50% dos cabos

Um cabo com 12 cordoalhas de 12,5mm (área=1cm²) será protendido com a força de
 $F=12\text{cordoalhas} \times 1\text{cm}^2/\text{cordoalha} \times 13940 \text{ kgf/cm}^2 = 167,28 \text{ ton}$

Podendo aumentar em 10 % se houver problemas durante a protensão.

$F=167,28 \times 1,10 = 184 \text{ ton}$

FIB – CEB+FIP - Model Code 2010

Item 8.4.4.2 Operações de protensão.

Desvios aceitáveis nos alongamentos dos **cabos curvos** em relação ao valor previsto no projeto.

- Cabos com 15 metros ou menos, 15% para um cabo em particular, mas não mais que 7% na soma dos cabos de uma mesma seção transversal.
- Cabos com mais de 15 metros, 10% para um cabo em particular, mas não mais que 5% na soma dos cabos de uma mesma seção transversal.

Desvios aceitáveis nos alongamentos dos **cabos retos** em relação ao valor previsto no projeto.

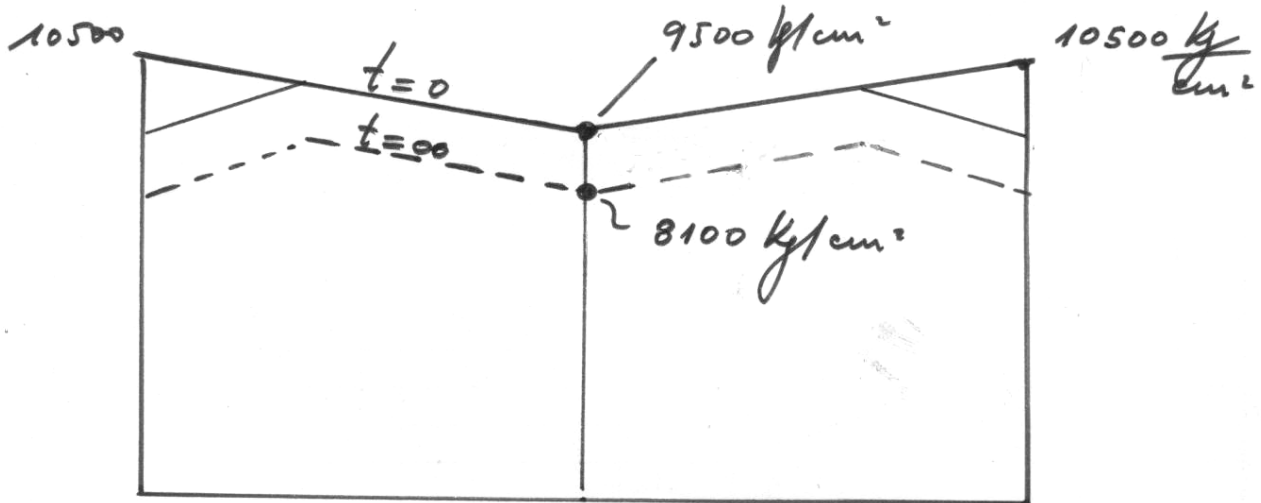
- Cabos retos, 10% para um cabo em particular, mas não mais que 5% na soma dos cabos de uma mesma seção transversal.

- **Nunca ultrapassar 0,95 fy.0,1% . k !**



Tensões no cabo.

Aço CP 150 RN



Força atuante nos cabos.

$$t=0 \quad N_0 = A_s \times \sigma_{s0} = 4,62 \times 9500 =$$
$$N_0 = 43890 \text{ kg (1 cabo)}$$
$$5 \text{ cabos} \quad N_0 = 5 \times 43,9 = \underline{219,4 \text{ t.}}$$

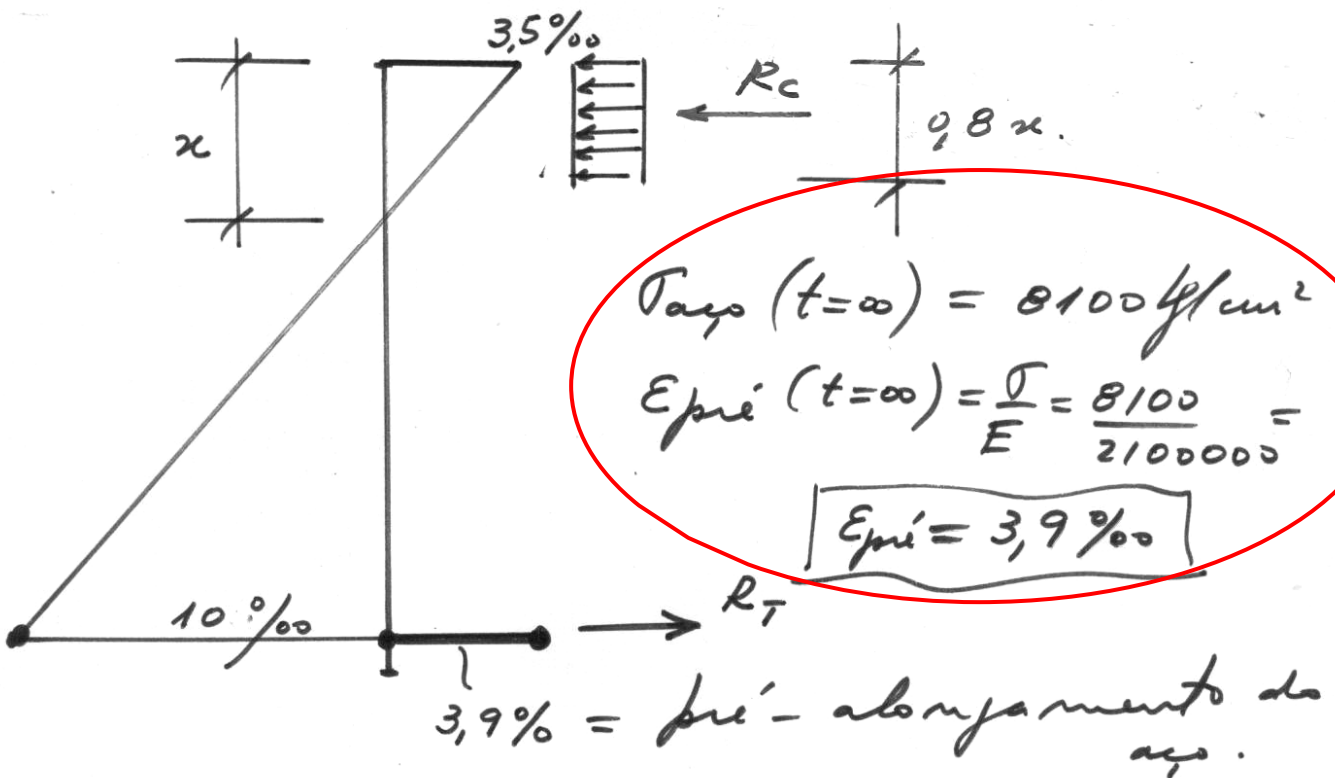
$$t=\infty \quad N_{\infty} = 5 \times 4,62 \times 8,1 = \underline{187,1 \text{ t}}$$



Estado limite de ruptura.

1ª Tentativa.

$$t = \infty$$



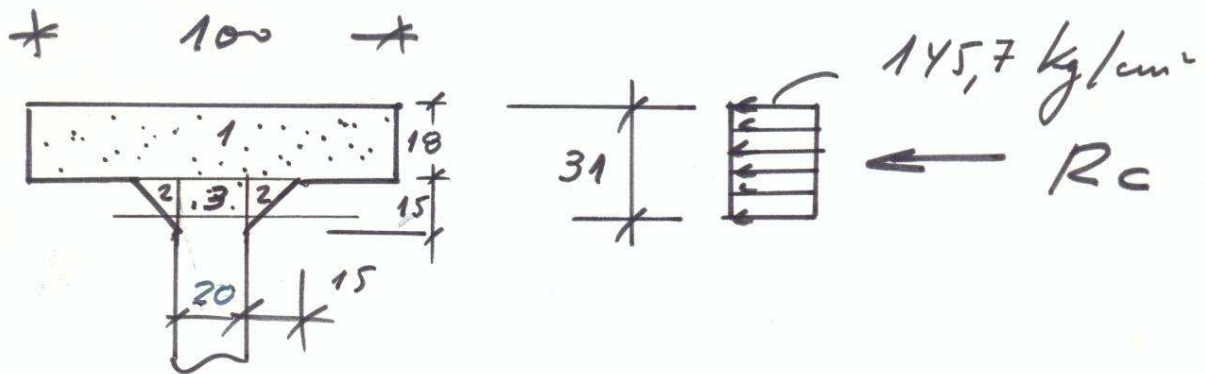
$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_s} = \frac{x}{d-x}$$

$$\epsilon_c \cdot d - \epsilon_c \cdot x = \epsilon_s \cdot x$$

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s} \cdot d$$

$$x = \frac{3,5}{10 + 3,5} \cdot (160 - 11) = 38,6 \text{ cm.}$$

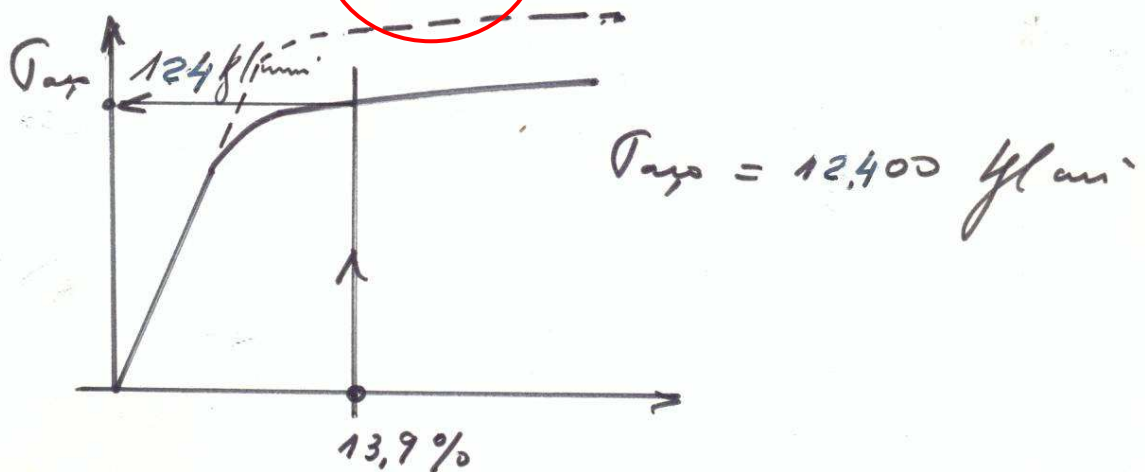
$$0,8x = 0,8 \times 38,6 = 30,9 \text{ cm.}$$



$$0,85 f_{cd} = \frac{0,85 \times 240}{1,4} = 145,7 \text{ kg/cm}^2$$

$$\left\{ \begin{aligned} R_{c1} &= 1457 \times 1,0 \times 0,18 = 262,3 \text{ t.} \\ R_{c2} &\approx 2 \times \frac{0,15 \times 0,15}{2} \times 1457 = 32,8 \text{ t.} \\ R_{c3} &= (0,31 - 0,18) \times 0,20 \times 1457 = 37,8 \text{ t.} \\ R_c &= \underline{\underline{332,9 \text{ t.}}} \end{aligned} \right.$$

$$E_{exp} = 10\% + 3,9\% = 13,9\%$$





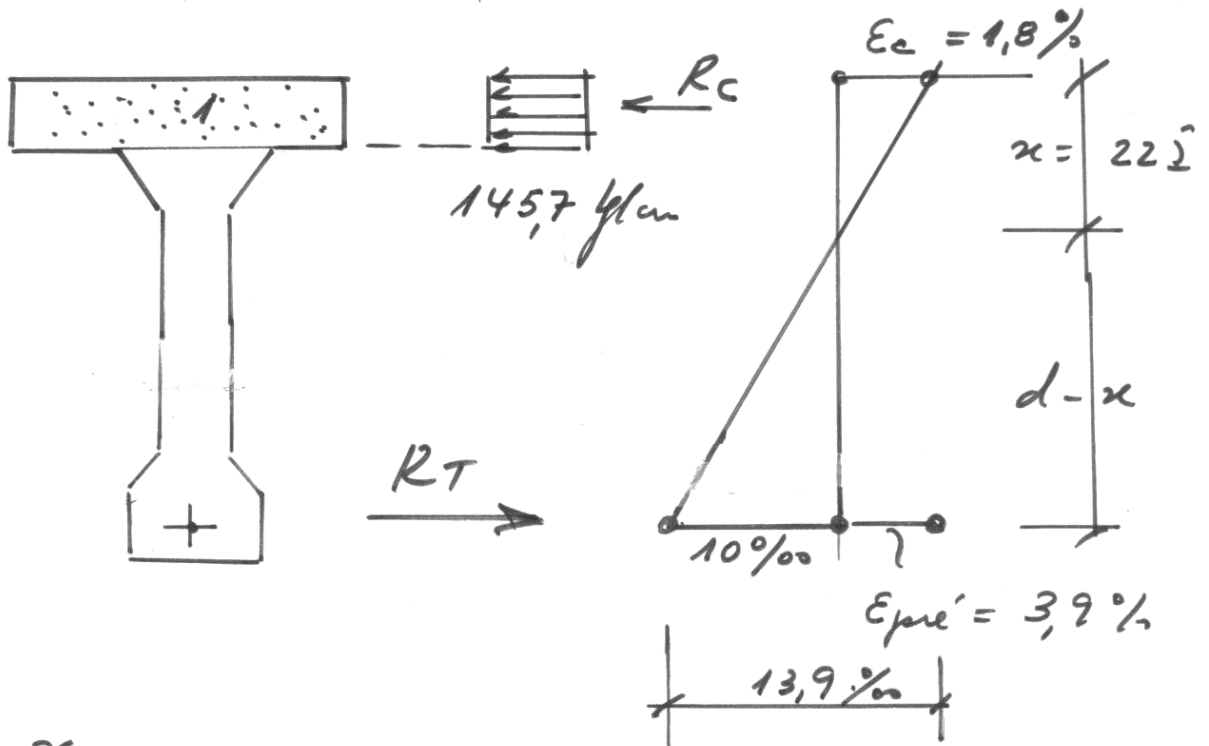
$$R_t = \underbrace{5 \times 4,62}_{A_s} \times 12,4 = 286 \text{ t} < R_c$$

Diminuir R_c . pois R_t não pode
aumentar.

logo diminuir o $\frac{x}{d}$.

2ª tentativa.

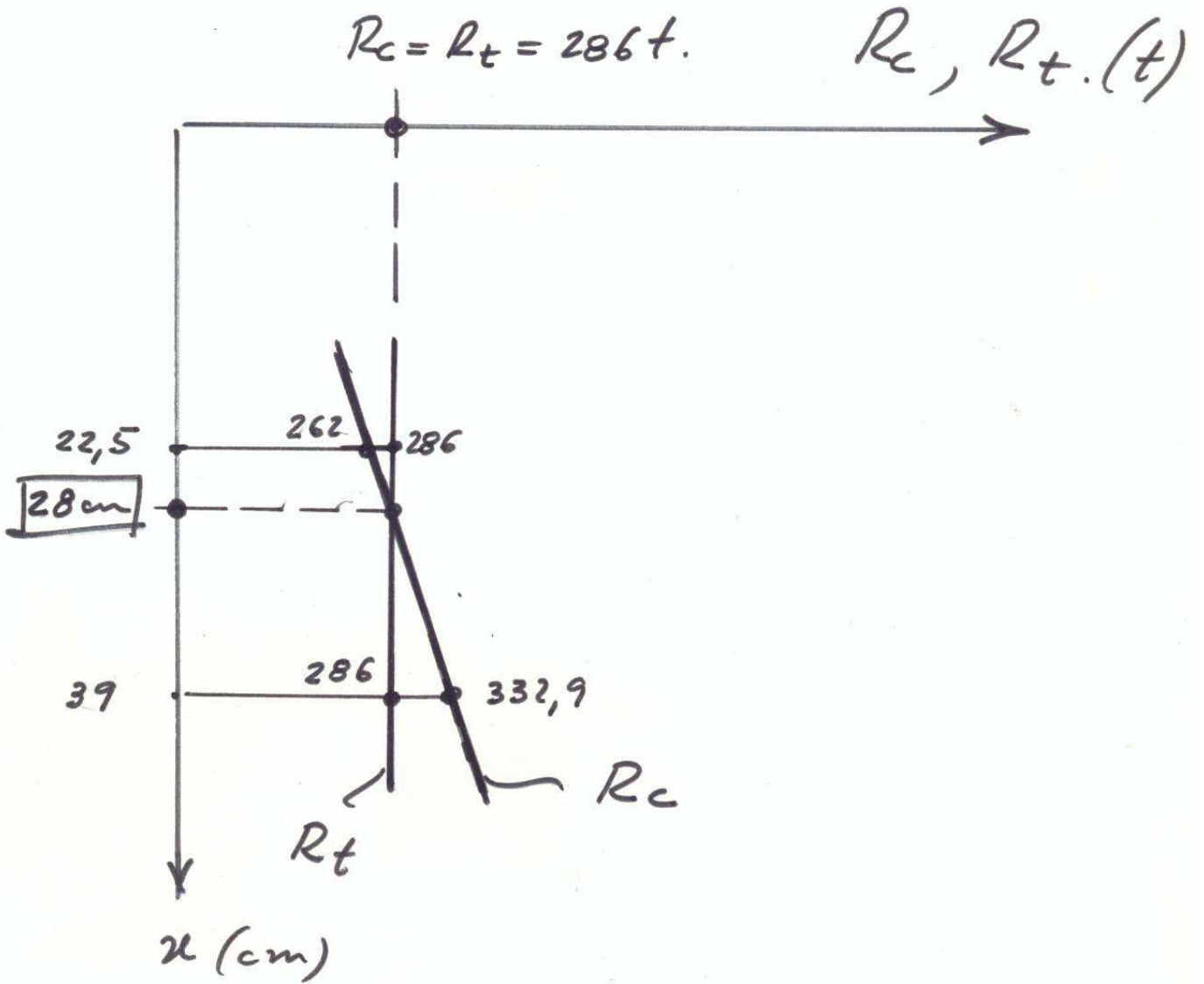
$$0,8x = 18 \text{ cm} \rightarrow x = 22,5$$



$$E_c = \frac{x}{d-x} \cdot E_s = \frac{22,5}{149 - 22,5} \times 10\% = 1,8\%$$

$$R_c = 1,0 \times 0,18 \times 1457 = 262,3 \text{ t}$$

$$R_t = 286 \text{ t}$$

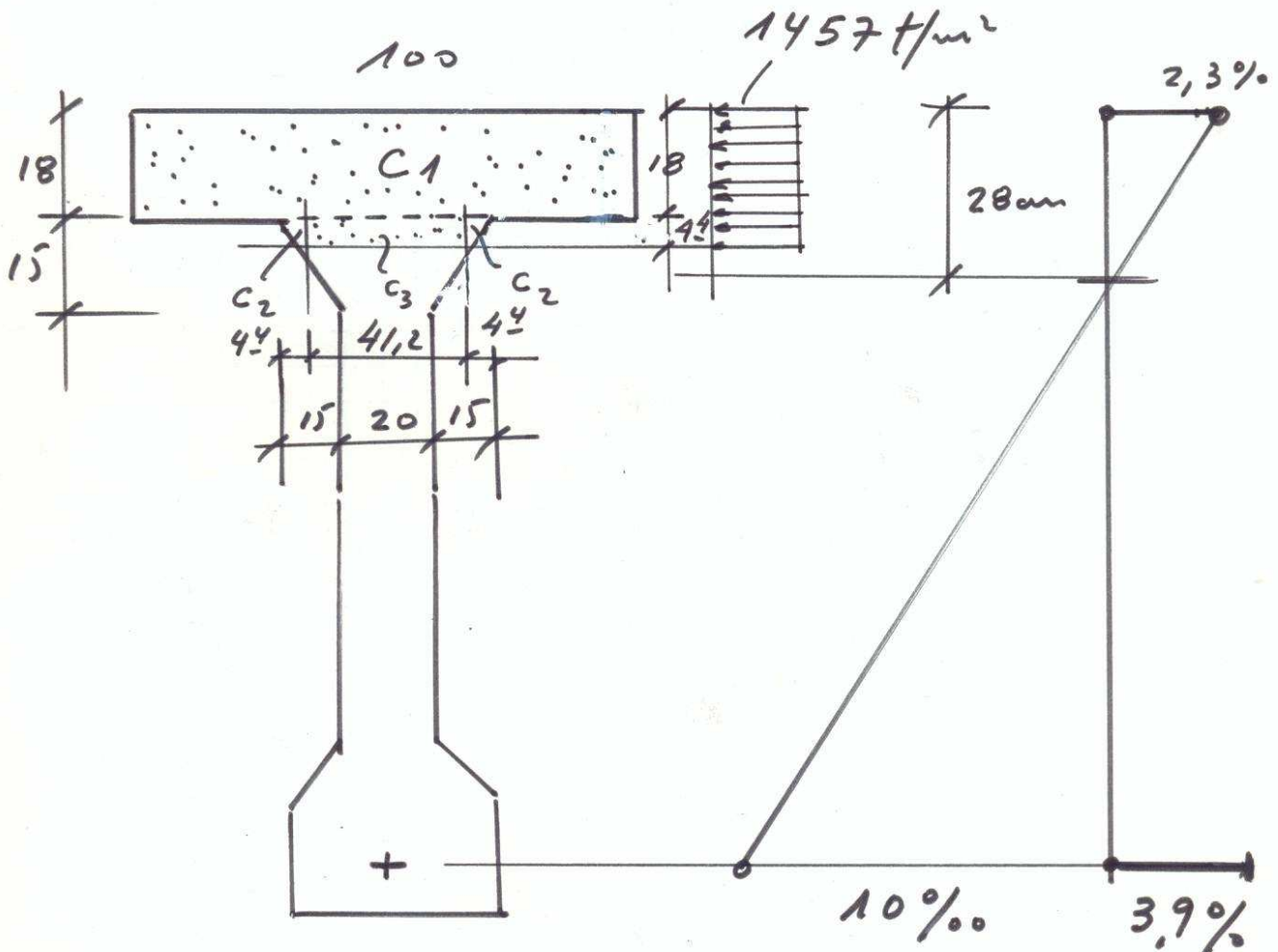




3ª tentativa (verificada).

$$x = 28 \text{ cm}$$

$$0,8x = 22,4 \text{ cm}$$



$$\epsilon_c = \frac{x}{d-x} \cdot \epsilon_s = \frac{28}{149-28} \times 10 = 2,3\%$$

$$R_{C1} = 1,00 \times 0,18 \times 1457 = 262,3 \text{ t}$$

$$R_{C2} = 2 \times \frac{0,044 \times 0,044}{2} \times 1457 = 2,8 \text{ t}$$

$$R_{C3} = 0,412 \times 0,044 \times 1457 = \frac{26,4 \text{ t}}{291,5 \text{ t} \approx 286 \text{ t}}$$



4ª Tentativa

$$x = 27 \text{ cm} \implies 0,8x = 21,6 \text{ cm}$$

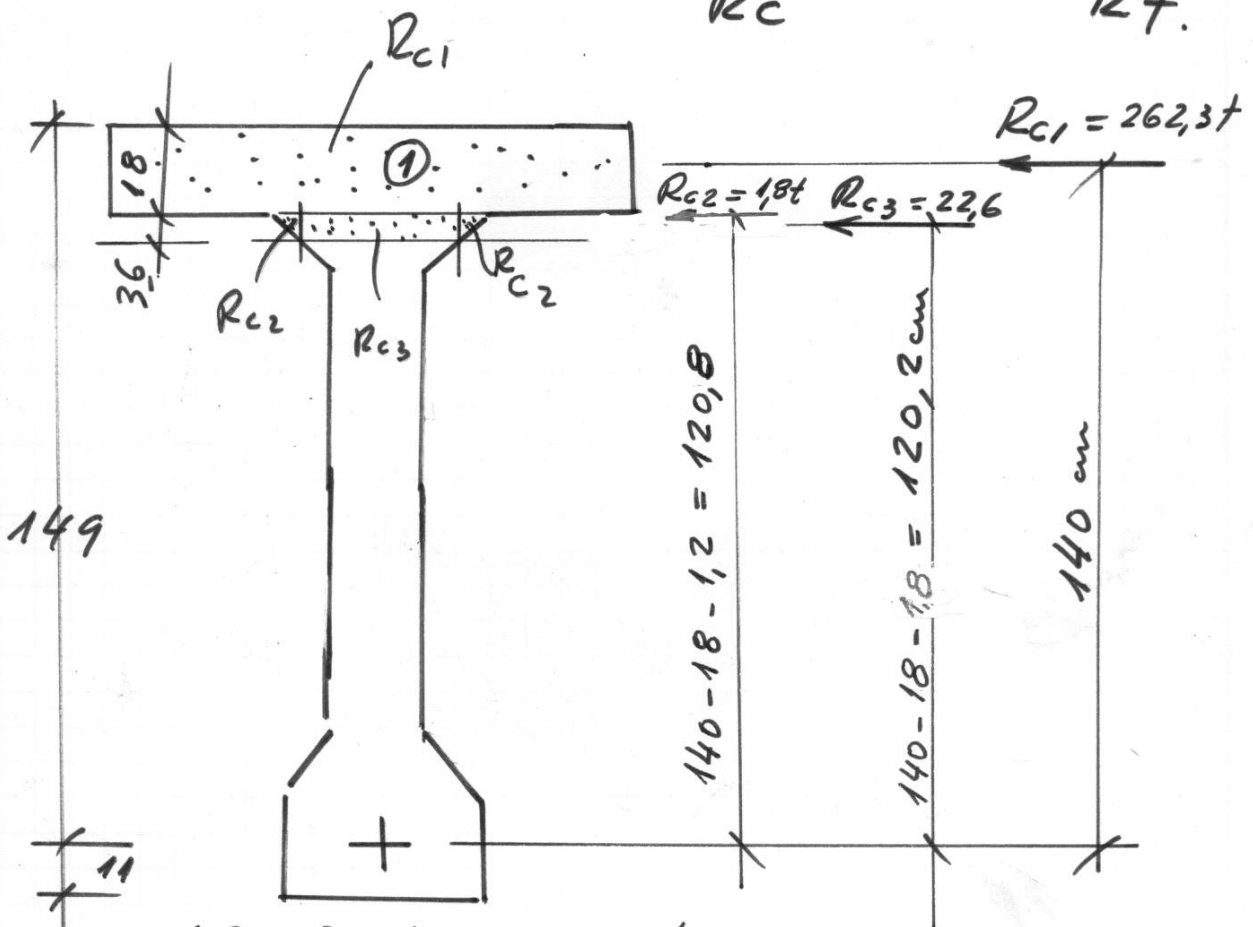
$$R_{c1} = 262,3 \text{ t}$$

$$R_{c2} = 0,036 \times 0,036 \times 1457 = 1,8$$

$$R_{c3} = 0,428 \times 0,036 \times 1457 = 22,6$$

$$286,7 \approx 286 \text{ t}$$

\nearrow
 R_c \nearrow
 $R_t.$



$$M_u = \left\{ \begin{array}{l} 262,3 \times 1,4 = 367,2 \text{ tm} \\ 22,6 \times 1,202 = 27,2 \text{ ''} \\ 1,8 \times 1,208 = 2,2 \text{ ''} \end{array} \right\} = 396,6 \text{ tm.}$$



$$M_d = 1,4 \times (M_g + M_q)$$

c. permanente + c. móvel.

Como

$$\left. \begin{array}{l} M_g = 150 \text{ tm} \\ M_p = 125 \text{ tm} \end{array} \right\}$$

$$M_d = 1,4 (150 + 125) = 385$$

$$M_d < M_u$$
$$385 \text{ tm} \quad 396,7 \text{ tm} \quad \text{OK.}$$

Verificação simplificada, considerando só a laje na zona comprimida.

Compressão na laje:

$$C_d = 0,85 \times b \times d_{\text{laje}} \times f_{cd} = 0,85 \times 1,0 \text{ m} \times 0,18 \text{ m} \times (2400 \text{ t/m}^2 / 1,40) = 262,3 \text{ t}$$

Tração nos cabos:

$$T_d = 5 \text{ cabos} \times 4,62 \text{ cm}^2 / \text{cabo} \times [(f_y = 12,8 \text{ t/cm}^2) / 1,15] = 257,1 \text{ t}$$

Usar o menor valor: $C_d = T_d = 257,1 \text{ t}$

$$M_u = 257,1 \text{ t} \times (1,49 \text{ m} - 0,18 \text{ m} / 2) = 360 \text{ tm}$$



Usando o dimensionamento como concreto armado :

$$k_{md} = M_d / (b d^2 f_{cd}) = 385 \text{ tm} / [1,0 \text{ m} \times (1,49 \text{ m})^2 \times (2400 \text{ t/m}^2 / 1,4)] =$$
$$= k_{md} = 0,101$$

Observação : Como a protensão no cabo é feita com uma tensão de 1050 MPa, a tensão do cabo no meio do vão, durante a protensão, será em torno de $90\% \times 1050 = 950 \text{ MPa}$, devido às perdas por atrito.

Após as perdas lentas, a tensão no cabo será $\approx 0,85 \times 950 \text{ MPa} = 810 \text{ MPa}$ e o alongamento ε pré $\approx 810 \text{ MPa} / 210000 \text{ MPa} = 3,9 \text{ ‰}$

$$k_x = 0,158 \rightarrow \text{Linha neutral } x = 0,158 \times 149 \text{ cm} = 23,5 \text{ cm}$$
$$\text{Zona de compressão retangular} = 0,80 \times 23,5 \text{ cm} = 18,8 \text{ cm} \quad (\approx 18 \text{ cm})$$

$$k_z = 0,936$$

$\varepsilon_{\text{aço}} = 10 \text{ ‰} \text{ (C.Armado)} + 3,9 \text{ ‰} \text{ (} \varepsilon \text{ pré-alongamento)} \rightarrow \text{aço escoado (ver diagrama } \sigma \times \varepsilon \text{ do aço)}.$

$$A_{\text{aço}} = M_d / (k_z \times d \times f_{yd}) =$$
$$= 385 \text{ tm} / (0,936 \times 1,49 \text{ m} \times (12,8 \text{ t/cm}^2 / 1,15)) = 24,8 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cabos com } 4,62 \text{ cm}^2 = 27,7 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{aço existente}} = 5 \text{ cabos} \times 4,62 \text{ cm}^2 / \text{cabo} = 23,1 \text{ cm}^2$$

A solução aproximada conduz a uma maior armadura de protensão.



Estado limite de utilização.

Tensão de protensão

$t=0$

Ver página 14

$$e = 90,7 - 11 = 79,7 \text{ cm.}$$

$$N_0 = 219,4 t.$$

$$M_0 = 0,797 \times 219,4 = 174,9 \text{ tm.}$$

$$\sigma_s = \frac{219,4}{0,569} - \frac{174,9}{0,259} = 385 - 675 = -290 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_1 = \frac{219,4}{0,569} + \frac{174,9}{0,196} = 385 + 892 = +1277 \text{ t/cm}^2$$

$t=\infty$

$$e = 79,7 \text{ cm} \quad N_\infty = 187,1 t.$$

$$M_\infty = 0,797 \times 187,1 = 149,1 \text{ tm.}$$

$$\sigma_s = \frac{187,1}{0,569} - \frac{149,1}{0,259} = -246 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_1 = \frac{187,1}{0,569} + \frac{149,1}{0,196} = +1085 \text{ t/cm}^2$$



Tensões de carga permanente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s = + \frac{150}{0,259} = 579 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_i = - \frac{150}{0,196} = -765 \text{ t/m}^2 \end{array} \right.$$

Tensões de carga móvel:

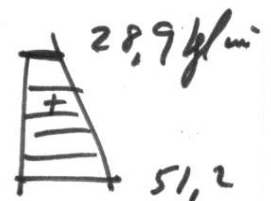
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s = \frac{125}{0,259} = +482 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_i = - \frac{125}{0,196} = -637 \text{ "} \end{array} \right.$$

————— + —————

t = 0

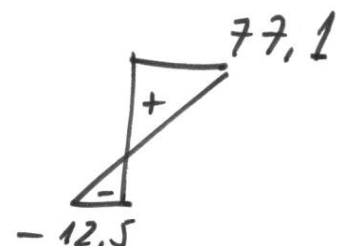
C. Permanente + Protensão.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s = 579 - 290 = +289 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_i = -765 + 1277 = +512 \text{ t/m}^2 \end{array} \right.$$



+ C. Móvel

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s = +289 + 482 = 771 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_i = +512 - 637 = -125 \text{ t/m}^2 \end{array} \right.$$

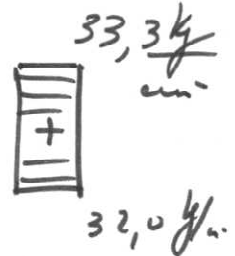




$$t = \infty$$

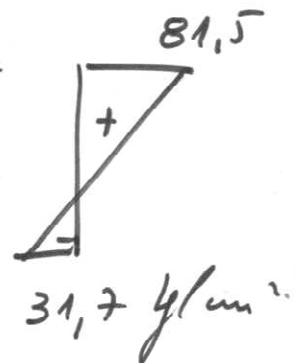
C. Permanente + Protensas

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s = 579 - 246 = 333 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_i = -765 + 1085 = +320 \text{ t/m}^2 \end{array} \right.$$



+ C. Móvel

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s = 333 + 482 = 815 \text{ t/m}^2 \\ \sigma_i = 320 - 637 = -317 \text{ t/m}^2 \end{array} \right.$$



—————+—————

NB 116 - $\sigma_R (f_{ck}) = 240$

Máxima $\bar{\sigma}_c \leq \frac{\sigma_R}{3} = 120 \text{ t/m}^2$

$\sigma_T = 0,5 \sqrt[3]{\sigma_R^2} = 19,34 \text{ t/m}^2$

Mínima $\bar{\sigma}_c \leq 2\sigma_T = 38,6 \text{ t/m}^2$

CEB

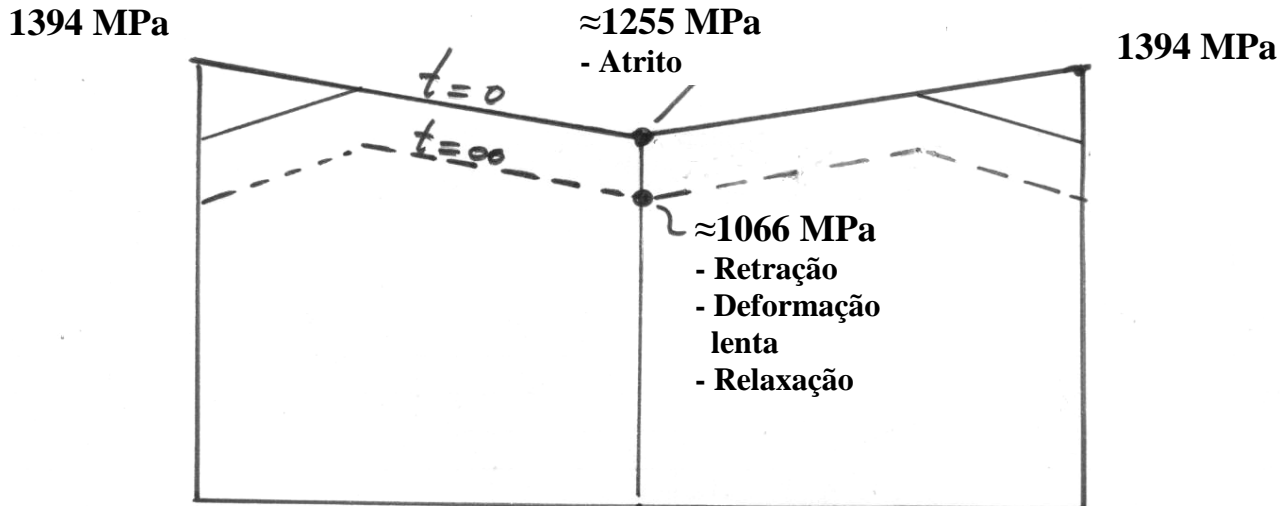
$\sigma_c \leq \frac{2}{3} f_{ck} = 160 (!) \text{ t/m}^2$

$\sigma_t \leq 30 \text{ t/m}^2$ (formação de fissura)



Para um aço CP 190 RB teremos as tensões :

Tensões no cabo.



$$\begin{aligned} \text{Pré-alongamento na seção } \frac{1}{2} \text{ do vão} &= \sigma / E = \\ &= 1066 \text{ MPa} / 19500 \text{ MPa} = 5,4\text{‰} \end{aligned}$$

Considerando um $kmd = Md / (b \cdot d^2 \cdot fcd) = 0,25$ obtemos (ver tabelas do Prof. Ernani Diaz) .

$$\varepsilon_{\text{aço conc. armado}} = 4,5\text{‰}$$

O alongamento total do aço será :

$$\varepsilon_{\text{total aço}} = \varepsilon_{\text{aço conc. armado}} + \varepsilon_{\text{aço pré}} = 4,5\text{‰} + 5,4\text{‰} \approx 10\text{‰}$$

Com esse alongamento o aço está escoando.

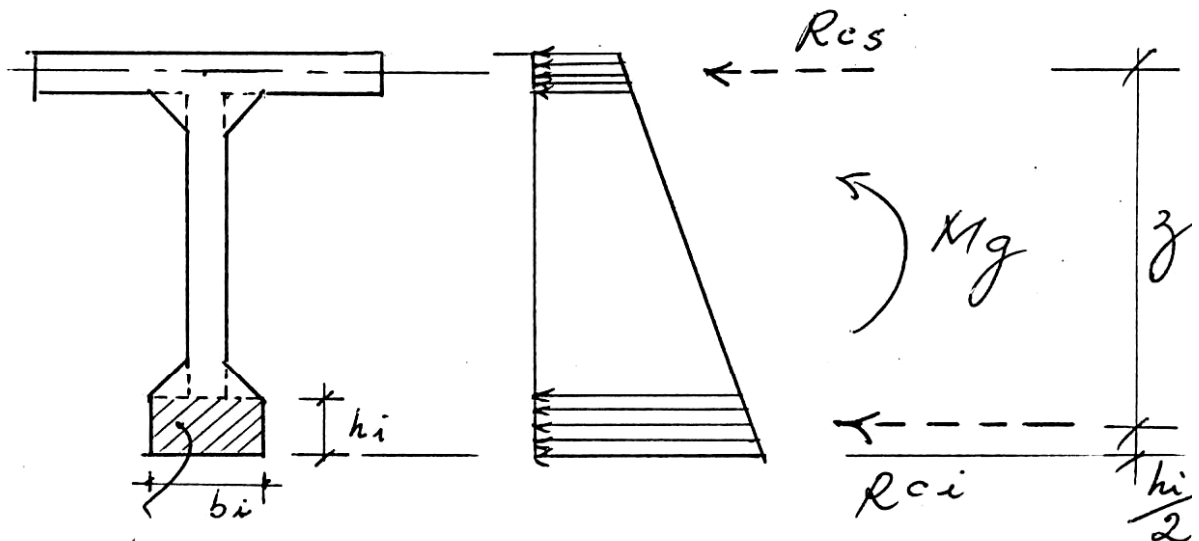
Se $\varepsilon_{\text{aço conc. armado}} < 4,5\%$ o aço não está escoando, isso ocorre com $kmd > 0,25$ nas tabelas do Prof. Ernani Diaz.

Usar, portanto, as tabelas respeitando o limite $kmd < 0,25$.

A diferença básica entre o concreto armado e o concreto protendido é o Pré-alongamento !



Predimensionamento do banzo inferior (banzo que contém os cabos).



$$A_{ci} = b_i \times h_i$$

Conhecendo-se a força de protensão no tempo t_0 (sem perdas de protensão) podemos estimar a força de compressão no bordo inferior como sendo:

$$R_{ci} = - \frac{M_g}{z} + N_0 \quad (\text{EM SERVIÇO}).$$

(tração) (protensão $t=0$)

A área " A_{ci} " do banzo inferior pode ser estimada limitando-se a tensão a $f_{ck}/2$ no concreto. (Estado limite de utilização).



No exemplo anterior :

$$M_g = 150 \text{ tm.}$$

$$N_0 = 219,4 \text{ t.}$$

$$z = 1,60 - \left(\frac{0,18}{2} + \frac{0,20}{2} \right) = 1,41 \text{ m}$$

$$\sigma_c = \frac{R_{ci}}{A_{ci}} \leq f_{ck}/2$$

(t=0) (t=0)

$$R_{ci} = - \frac{150}{1,41} + 219,4 = 113,0 \text{ t}$$

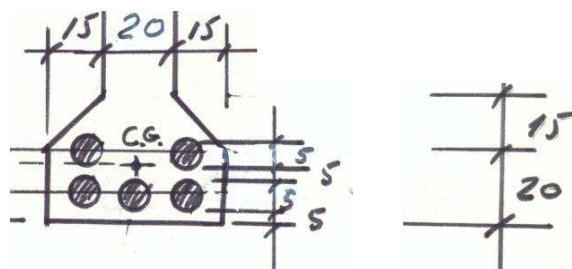
$$f_{ck} = 240 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_{ci} \geq \frac{113,0}{\left(\frac{2400}{2} \right)} = 0,094 \text{ m}^2$$

Temos

$$\left. \begin{array}{l} b_i = 0,5 \text{ m} \\ h_i = 0,2 \text{ m} \end{array} \right\} A_{ci} = 0,5 \times 0,2 = 0,10 \text{ m}^2$$

O predimensionamento conduziria a dimensões bem próximas das utilizadas.



$$\text{Área do banzo} = 0,5 \times 0,2 + 0,35 \times 0,15 = 0,1 + 0,05 = 0,15 \text{ m}^2$$