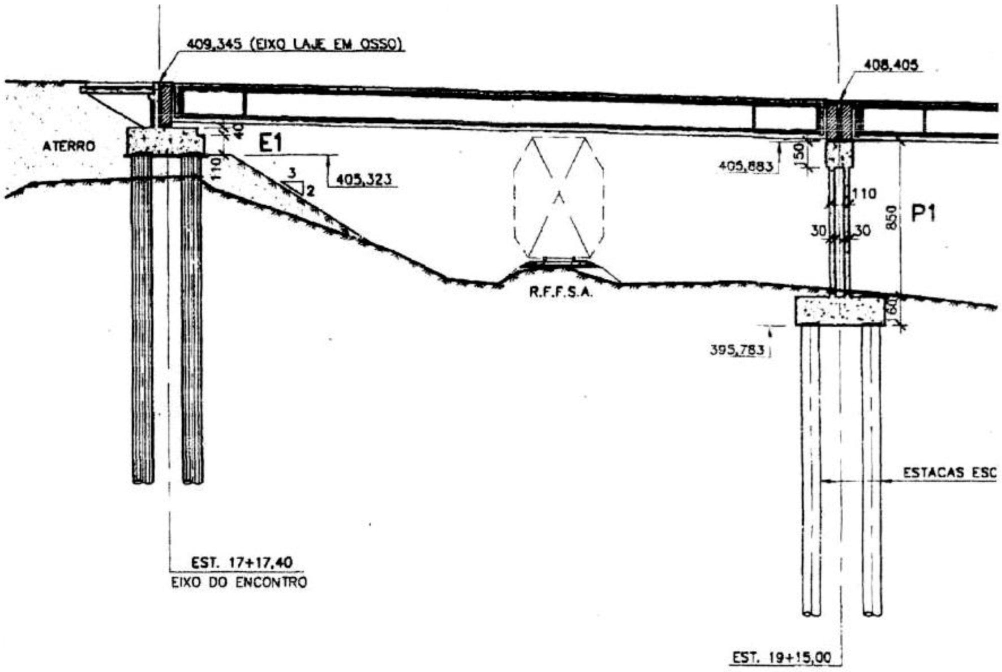
Concreto Protendido

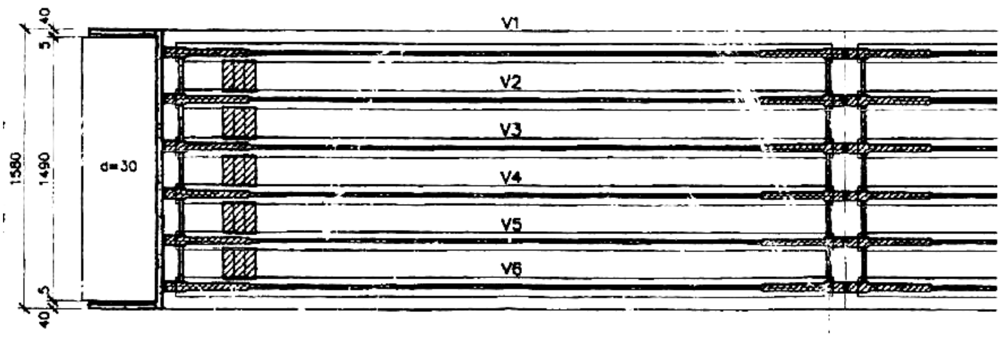
Ponte rodoviária com vigas prémoldadas

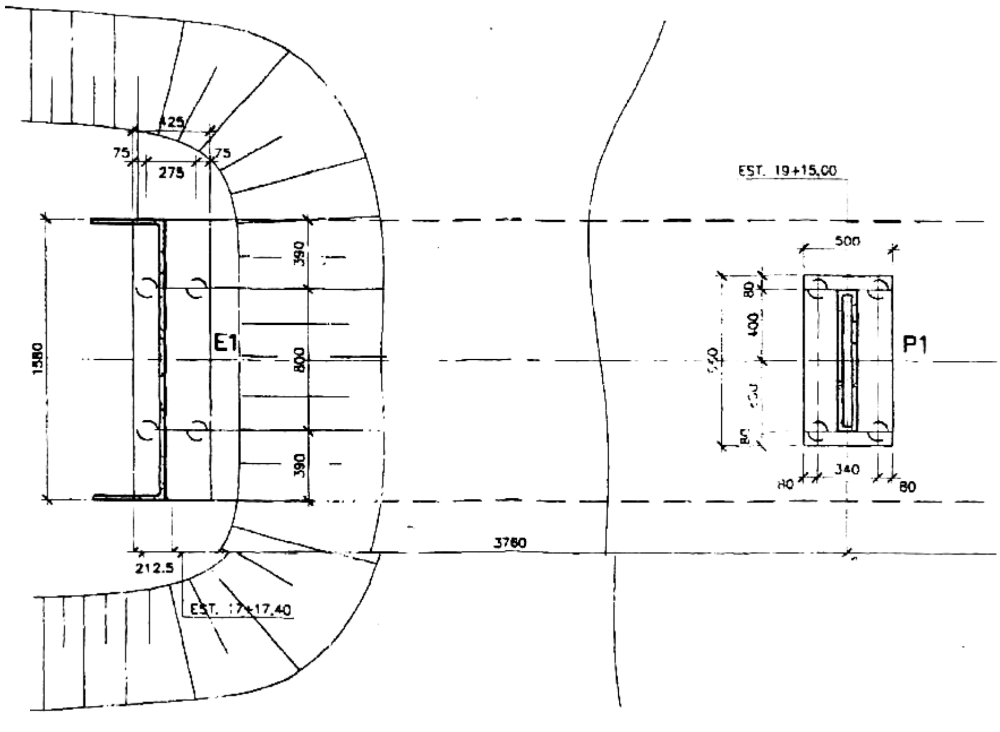
Exercício de cálculo

Luciana Mendes da Cunha
5º Ano

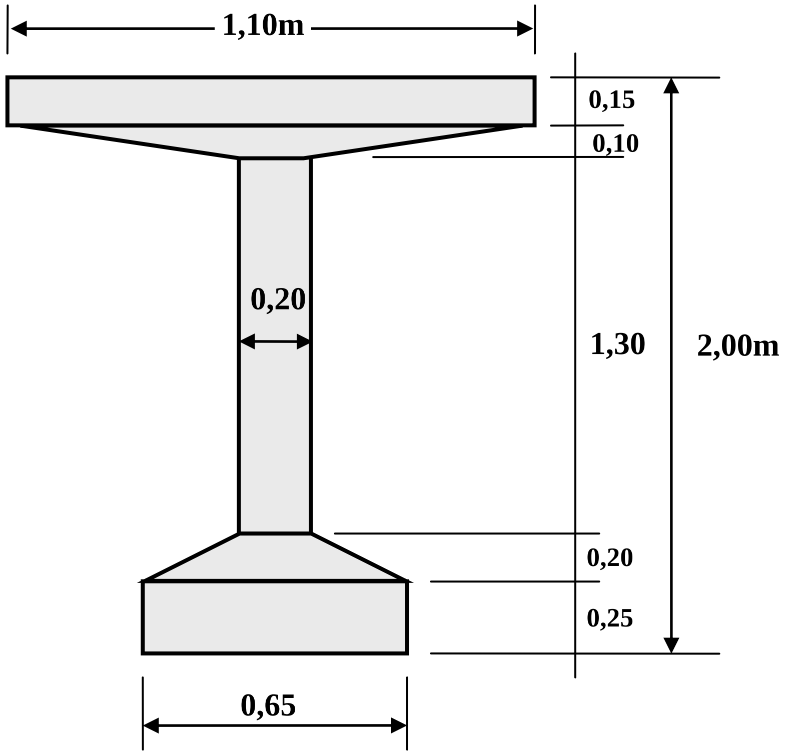
Rio de Janeiro, 11 de maio de 2001.


409,345 (EIXO LAJE EM OSSO)
408,405
ATERRO
E1
405,323
405,883
P1
R.F.F.S.A.
395,783
ESTACAS ESC
EST. 17+17,40
EIXO DO ENCONTRO
EST. 19+15,00


V1
V2
V3
V4
V5
V6
d=30
1580
1490


E1
P1
EST. 19+15,00
EST. 17+17,40
1580
3760
212.5
500
340

Viga Prémoldada



Programa **DEGEP** para Determinacao de Propriedades Geometricas
Versao 5 em Pascal, Revisao 0, 15 de Dezembro de 1991
ESCOLA DE ENGENHARIA / UFRJ

Designacao da secao
S2 S3 S4 S5

Unid	Larg_Super.	Num_trap.	Num_discont.	Alt.	Cal_M_Est.	Cal_Ef_Temp.
[L]	[L]	[ ]	[ ]	[L]	s|n	s|n
m	1.10 m	5	0	2.00m	n	n

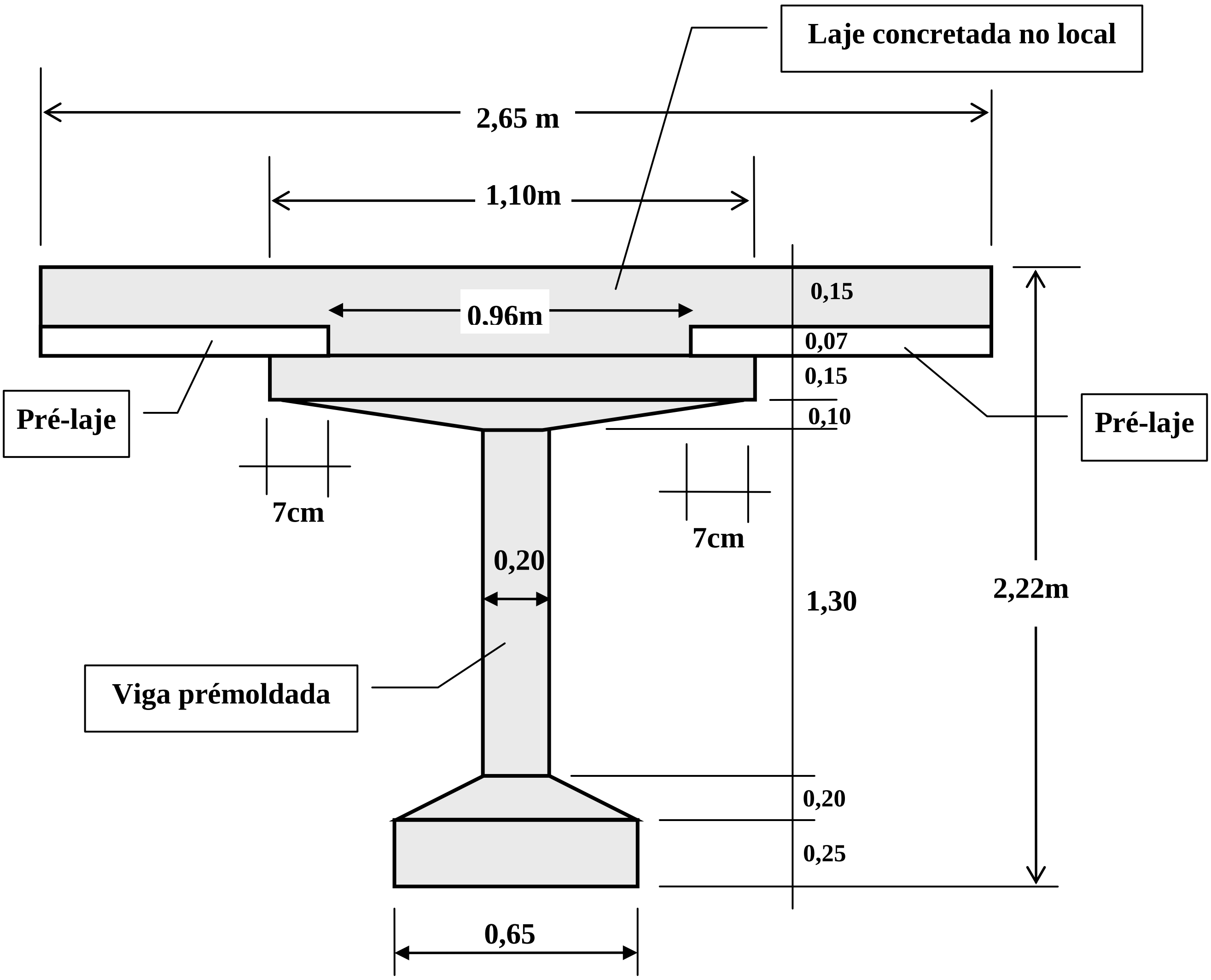
Alturas e Larguras

h1	b1	h2	b2	h3	b3	h4	b4	h5	b5
0.15	1.10	0.10	0.20	1.30	0.20	0.20	0.65	0.25	0.65

H= 2.00000 m **ZS**=0.95602m **ZI**=1.04398 m

A= 0.73750 m^2 **WS**=0.40328 m^3 **WI**=0.36930 m^3 **IY**=0.38554

Seção final da viga = viga prémoldada + laje concretada no local

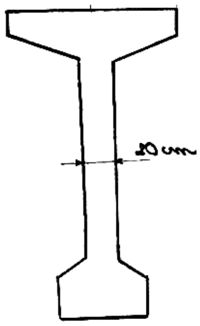


Entre as prélajes existem juntas secas transversais e elas não têm continuidade longitudinal. Não fazem parte da seção resistente.

Seção no meio do vão

* **Peso próprio da viga:**

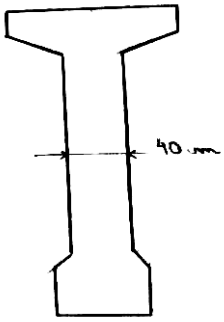
- Trecho 1 :



$A = 0{,}73750\ m^2$

$g = 0{,}7375\ m^2 \times 25\ KN/m^3 = 18{,}44\ KN/m$

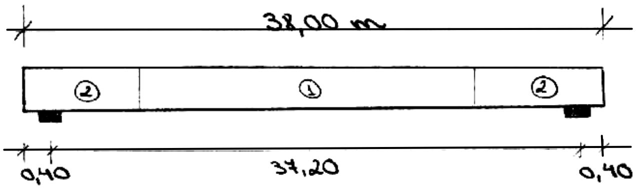
- Trecho 2 .

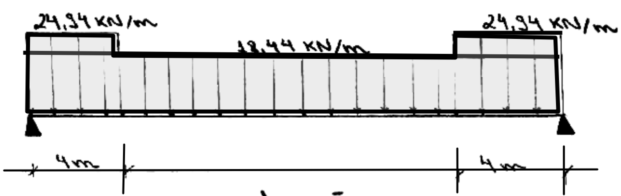


Diferença em relação ao Trecho 1:

$\Delta A = 1{,}30 \times 0{,}20 = 0{,}26\ m^2$

$\Delta g = 0{,}26 \times 25 = 6{,}5\ KN/m$





→ $18{,}44 + 6{,}5 = 24{,}94\ KN/m$

→ Momento no meio do vão :

$$M_g = \frac{18{,}44\,(37{,}2)^2}{8} + 6{,}5 \times 4 \times 2 =$$

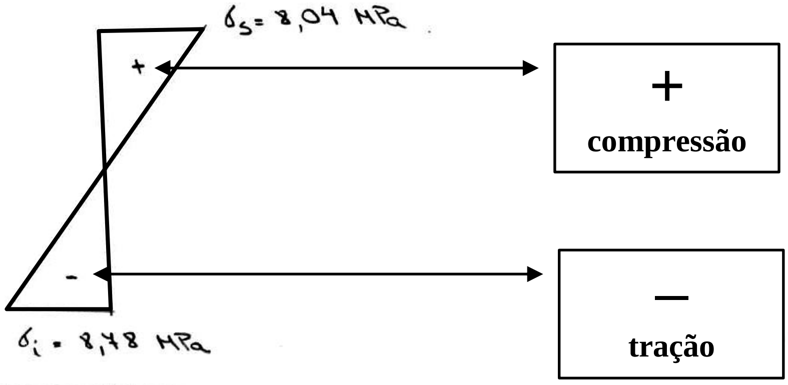
$$= 3189{,}8 + 52 \cong 3242\ KN \cdot m$$

→ Tensões do peso próprio no meio do vão :

$$\sigma_s = \frac{M}{W_s} = \frac{3242}{0{,}40328} \cong 8039\ KN/m^2$$

$$\sigma_i = \frac{M}{W_i} = \frac{3242}{0,36930} \cong 8779 \ KN/m^2$$

Assim:



---

* **1ª Protensão:**

→ Protensão total de 4 cabos (C_1, C_2, C_3, C_4)

→ Perda de protensão no meio do vão:

adotando:

$$\left.\begin{array}{l} \mu = 0,25 \\ K = 0,0025 \ /m \\ N = N_o \ e^{-(\mu \alpha + K x)} \end{array}\right\} \text{NBR 7197/1989}$$

- $N_o = 1680$ KN

Perda de protensão - Seção 1/2 do vão

Cabo	α °	x	μα + kx	$e^{-(\mu\alpha + kx)}$	N = No.$e^{-(\mu\alpha + kx)}$ (KN)
C1	8,5	18,8	0,084	0,919	1544,5
C2	7,5	18,8	0,080	0,923	1551,3
C3	4,5	18,8	0,067	0,936	1571,7
C4	1,5	18,8	0,054	0,948	1592,4
				Total:	6259,9

→ cálculo do momento:

$z_i = 1,04398 \ m \approx 1,04 m$

$$M_{1^a Prot} = (1,04 - 0,25) \times 1544,5 + $$
$$+ (1,04 - 0,10) \times (1551,3 + 1571,7 + 1592,4) = 5652,6 \ KN.m$$

$N = 6259{,}9$ KN

$M_{1^a Prot} = 5652{,}6$ KN.m

→ Tensões da 1ª Protensão no meio do vão:

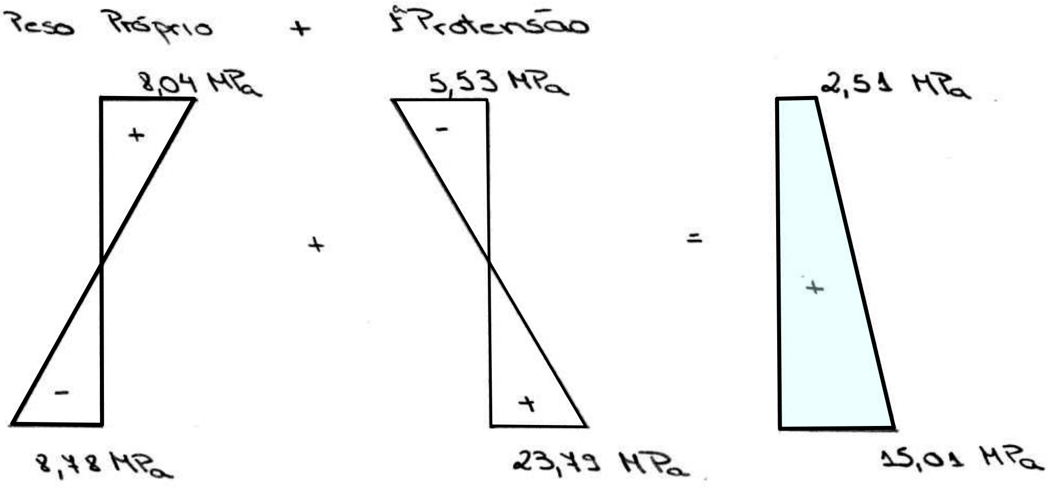
- $\sigma_s = \dfrac{N}{S} - \dfrac{M}{W_s}$

$$\sigma_s = \frac{6259{,}9}{0{,}7375} - \frac{5652{,}6}{0{,}403228} = -5528{,}56 \ KN/m^2 = -5{,}53 \ MPa$$

- $\sigma_i = \dfrac{N}{S} + \dfrac{M}{W_i}$

$$\sigma_i = \frac{6259{,}9}{0{,}7375} + \frac{5652{,}6}{0{,}36930} = +23794{,}26 \ KN/m^2 = 23{,}79 \ MPa$$

Assim:



No dia da primeira etapa da protensão, deve-se ter:

$$15{,}01 \ MPa \leq 0{,}6 \ f_{c_{\text{dia da protensão}}}$$

O projeto especifica que a primeira protensão deverá ser aplicada 20 dias após a concretagem da viga desde que $f_{ck_{13 \, dias}} \geq 18$ MPa

ESCOLA DE ENGENHARIA / UFRJ
Programa DEGEP para
Determinacao de Propriedades Geometricas
Versao 4 em Pascal, Revisao 0, 26 de Maio de 1991

Designacao da secao
seção 01 ≡ **S2 S3 S4 S5 = viga pré-moldada**

Unid	Larg_Superior	Num_trapez	Num_discont	Altura	Cal_Mom_Estat(s|n)
m	1.10 m	5	0	2.00 m	n

Alturas e Larguras
h1 b1 h2 b2 h3 b3 h4 b4 h5 b5 h6 b6 h7 b7...

0.15	1.10	0.10	0.20	1.30	0.20	0.20	0.65
0.25	0.65						

H= 2.00000 m ZS= 0.95602 m ZI= 1.04398 m
A= 0.73750 m^2 WS= 0.40328 m^3 WI= 0.36930 m^3
IY= 0.38554 m^4

Designacao da secao
seção 02 ≡ **S2 S3 S4 S5 = viga pré-moldada + laje superior concretada no local**

Unid	Larg_Superior	Num_trapez	Num_discont	Altura	Cal_Mom_Estat(s|n)
m	2.65 m	7	2	2.22 m	n

Alturas e Larguras
h1 b1 h2 b2 h3 b3 h4 b4 h5 b5 h6 b6 h7 b7...

0.15	2.65	0.00	0.96	0.07	0.96	0.00	1.10
0.15	1.10	0.10	0.20	1.30	0.20	0.20	0.65
0.25	0.65						

H= 2.22000 m ZS= 0.75658 m ZI= 1.46342 m
A= 1.20220 m^2 WS= 0.95518 m^3 WI= 0.49382 m^3
IY= 0.72267 m^4

* <u>Colocação das lajes premoldadas + Concretagem da laje:</u>

→ peso da laje premoldada + laje: $0,22\ m \times 25\ \frac{KN}{m^3} = 5,5\ KN/m^2$

Para 1 viga:

$$q = 2,65\ m \times 5,5\ KN/m^2 = 14,58\ KN/m$$

→ Momento no meio do vão:

$$M_{viga} = \frac{q\ell^2}{8} = \frac{14,58 \times (37,20)^2}{8}$$

$$M_{viga} = 2522,05\ KN.m$$

→ Tensões na viga devido à carga da laje:

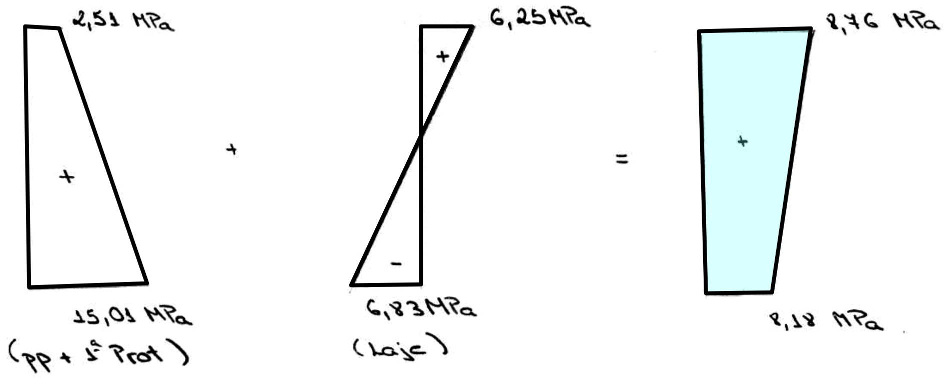
• $\sigma_s = \frac{M}{W_s}$

$$\sigma_s = \frac{2522,05}{0,40328} = 6253,84\ KN/m^2 = +6,25\ MPa$$

• $\sigma_i = -\frac{M}{W_i}$

$$\sigma_i = -\frac{2522,05}{0,36930} = -6829,27\ KN/m^2 = -6,83\ MPa$$

Assim:



* <u>2ª Protensão:</u>

→ Protensão dos cabos C5, C6

→ Perda de protensão no meio do vão:

$\mu = 0,25$

$K = 0,0025/m$

Para 1 viga:

$$q = 2{,}65\ m \times 5{,}5\ KN/m^2 = 14{,}58\ KN/m$$

→ Momento no meio do vão:

$$M_{viga} = \frac{q\ell^2}{8} = \frac{14{,}58 \times (37{,}20)^2}{8}$$

$$M_{viga} = 2522{,}05\ KN.m$$

→ Tensões na viga devido à carga da laje:

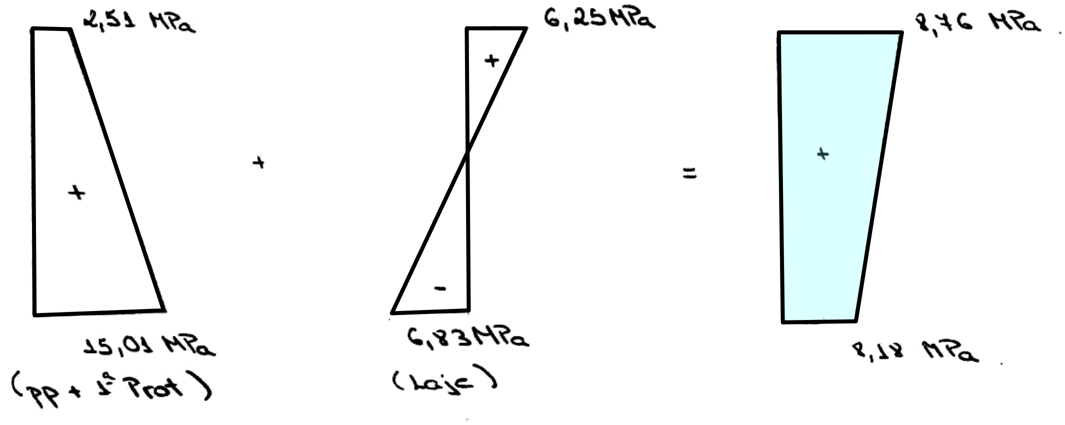
- $\sigma_s = \dfrac{M}{W_s}$

$$\sigma_s = \frac{2522{,}05}{0{,}40328} = 6253{,}84\ KN/m^2 = +6{,}25\ MPa$$

- $\sigma_i = -\dfrac{M}{W_i}$

$$\sigma_i = -\frac{2522{,}05}{0{,}36930} = -6829{,}27\ KN/m^2 = -6{,}83\ MPa$$

Assim:



* 2ª Protensão:

→ Protensão dos cabos C5, C6

→ Perda de protensão no meio do vão:

$$\mu = 0{,}25$$

$$K = 0{,}0025/m$$

Perda de protensão - Seção 1/2 do vão

Cabo	α °	x	μα + kx	$e^{-(\mu\alpha + kx)}$	$N = No.e^{-(\mu\alpha + kx)}$ (KN)
C5	25	14,02	0,144	0,866	1454,5
C6	25	12,02	0,139	0,870	1461,8
				Total:	2916,3

N = 2916,3 KN

→ cálculo do momento

$z_i = 1{,}46342\ m \approx 1{,}46\ m$

$M_{2^a Prot} = (1{,}46 - 0{,}25) \times (1454{,}5 + 1461{,}8) = 3528{,}42\ KN.m$

→ Tensões da 2ª Protensão:

$$\sigma_{s_{laje}} = \frac{2916{,}3}{1{,}20220} - \frac{3528{,}42}{0{,}95518} = -1268{,}50\ KN/m^2 = -1{,}27\ MPa$$

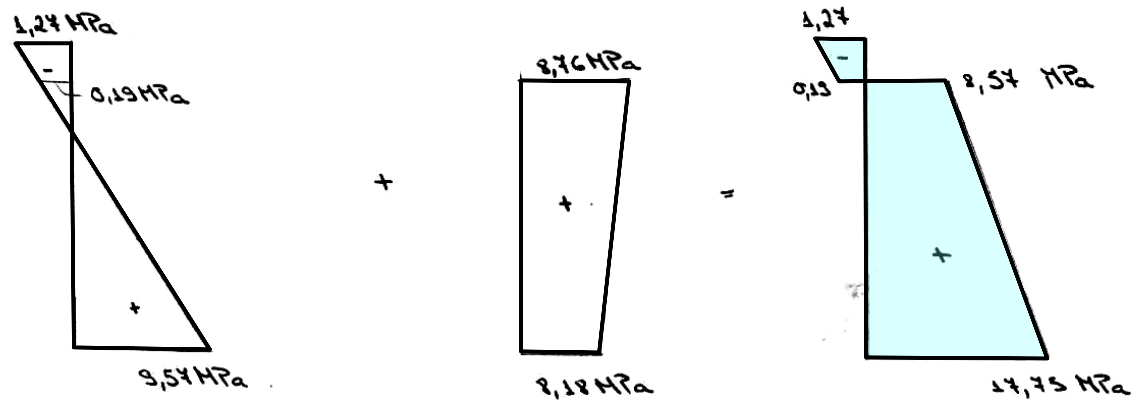
$$\sigma_{s_{viga}} = \frac{2916{,}3}{1{,}20220} - \frac{3528{,}42}{1{,}3468} = -194{,}27\ KN/m^2 = -0{,}19\ MPa$$

$z_s = 0{,}75658\ m$; $W_{s_{viga}} = \frac{I}{y} = \frac{0{,}72267}{(0{,}75658 - 0{,}22)} = 1{,}3468\ m^3$

$$\sigma_i = \frac{2916{,}3}{1{,}20220} + \frac{3528{,}42}{0{,}49382} = 9571{,}56\ KN/m^2 = 9{,}57\ MPa$$

Assim:

2ª Protensão



A NBR 7187, item7.1.2, manda considerar também uma carga de 2kN/m2 de recapeamento.

* Pavimentação : 7 cm

Usar 24kN/m2

→ $q = 2{,}65\ m \times 0{,}07\ m \times 22\ \frac{KN}{m^3} = 4{,}08\ KN/m$

→ $M = \frac{q\ell^2}{8}$

$M = \frac{4{,}08 \times (37{,}2)^2}{8} = 705{,}93\ KN.m$

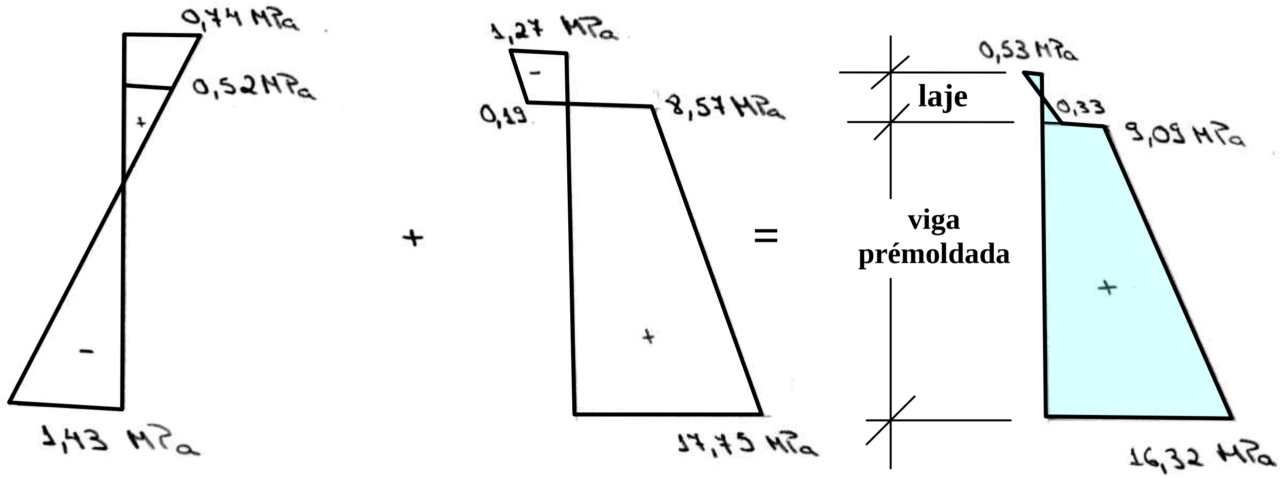
→ Tensões :

$\sigma_{s_{laje}} = \frac{705{,}93}{0{,}95518} = 739{,}05\ KN/m^2 = 0{,}74\ MPa$

$\sigma_{s_{viga}} = \frac{705{,}93}{1{,}3468} = 524{,}15\ KN/m^2 = 0{,}52\ MPa$

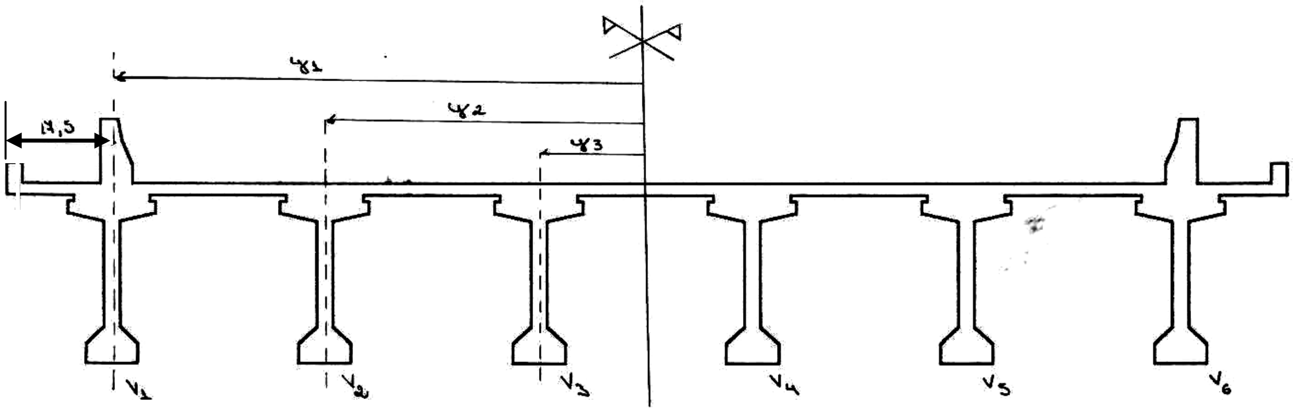
$\sigma_i = -\frac{705{,}93}{0{,}49382} = -1429{,}53\ KN/m^2 = -1{,}43\ MPa$

Assim :



Carga Móvel – Método de Courbon

* Carga móvel:



→ Método de Courbon:

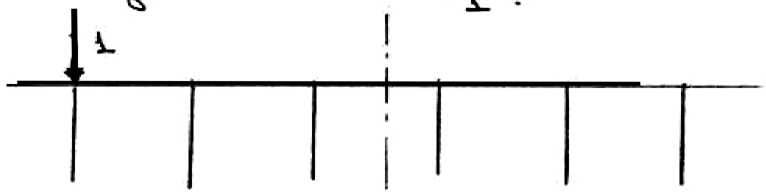
$$\Sigma y^2 = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 + y_5^2 + y_6^2$$

$$\Sigma y^2 = 2\left[(1{,}325)^2 + (3{,}975)^2 + (6{,}625)^2 \right] = 122{,}89 \ m^2$$

→ Linha de Influência de V_1:

$$R = \frac{V}{n} + M \frac{y_i}{\Sigma y_i^2}$$

- Carga sobre V_1:

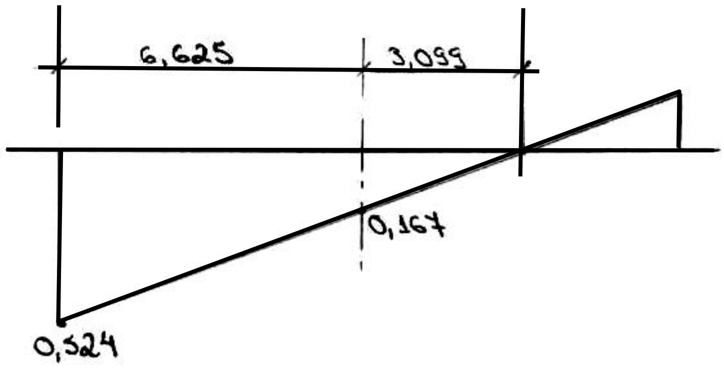


$$R_1 = \frac{1}{6} + 1 \times 6{,}625 \times \frac{6{,}625}{122{,}894} = 0{,}524$$

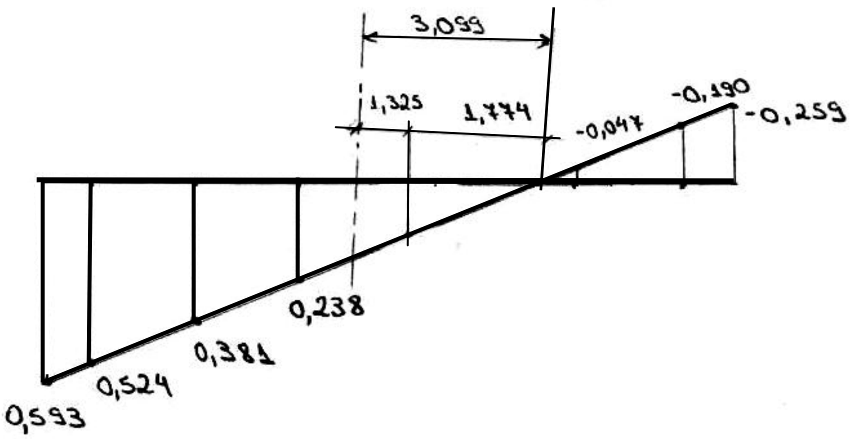
- Carga no meio do vão:

$$R_{1/2} = \frac{1}{6} = 0{,}167$$

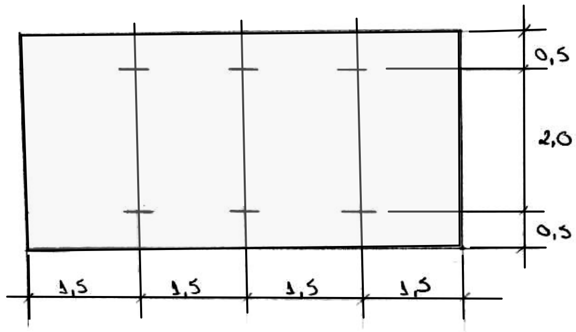
- Linha de influência:



- Por semelhança de triângulos:



→ Trem-tipo:



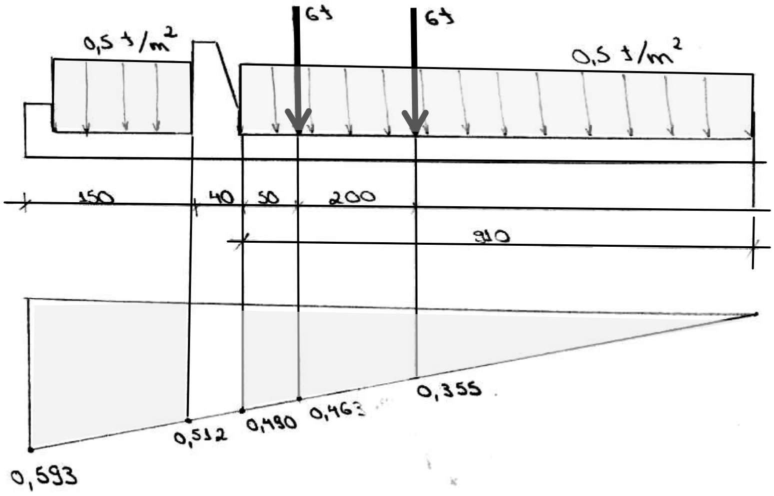
$p = 500 \ kgf/m^2$

Caminhão 45 t

Área do caminhão : $6 \times 3 = 18 \ m^2$

Carga reduzida do caminhão:

$$45 - 18 \times 0,5 = 36 \ t \rightarrow 3 \text{ eixos de } 12 \ t$$



→ Multidão de veículos:

$$\left(\frac{0,490 \times 9,10}{2}\right) \times 0,5 = 1,11 \ t/m \times \varphi_{impacto}$$

→ Multidão de pessoas:

$$\left(\frac{0,593 + 0,512}{2}\right) \times 1,5 \times 0,5 = 0,41 \ t/m$$

(sem impacto)

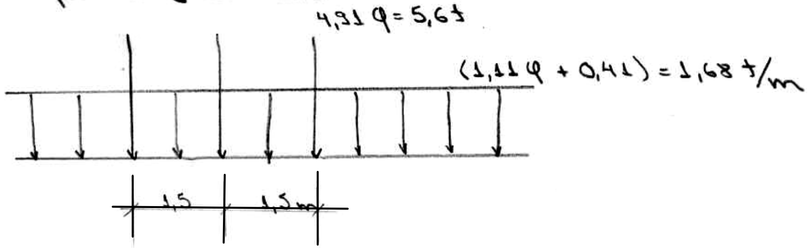
→ Cargas concentradas (1 eixo):

$$6 \times (0,463 + 0,355) = 4,91 \ t \times \varphi$$

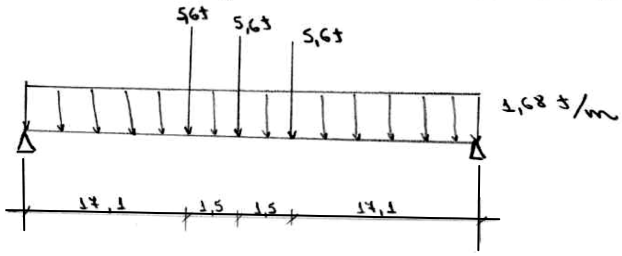
$\varphi = 1,4 - 0,07 \ l$

$\varphi = 1,4 - 0,07 \times 37,2 = 1,14$

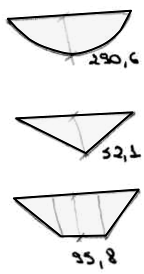
→ Trem tipo longitudinal:



→ Momento máximo positivo no meio do vão:



- $\frac{q\ell^2}{8} = \frac{1,68\ (37,2)^2}{8} = 290,6$ t.m
- $\frac{P\ell}{4} = \frac{5,6 \cdot 37,2}{4} = 52,1$ t.m
- $5,6 \times 17,1 = 95,8$ t m



$M = 438,5$ t m

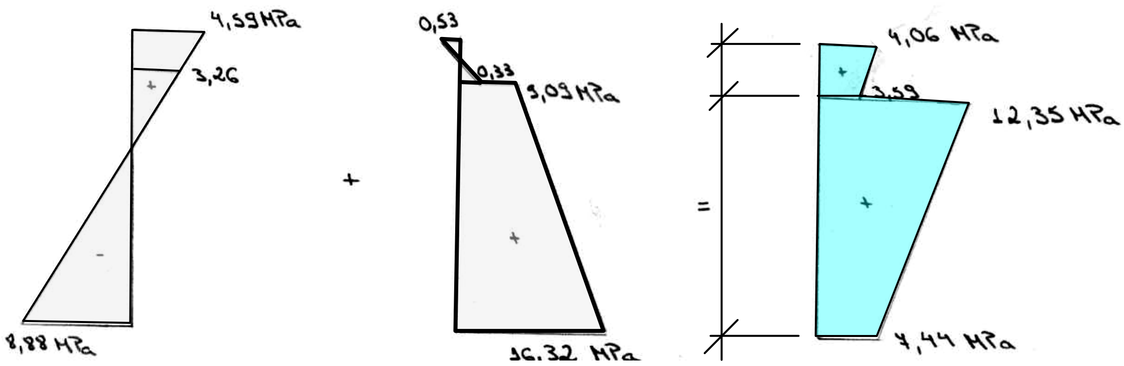
→ Tensões

$$\sigma_{s_{laje}} = \frac{438,5}{0,95518} = 459,08\ t/m^2 = 4,59\ MPa$$

$$\sigma_{s_{viga}} = \frac{438,5}{1,3468} = 325,59\ t/m^2 = 3,26\ MPa$$

$$\sigma_i = -\frac{438,5}{0,49382} = -887,98\ t/m^2 = -8,88\ MPa$$

Assim, as tensões de serviço (sem perdas lentas de protensão) são:



Comentário : Método Direto para Momento Fletor de Carga Móvel

Dois Caminhões se cruzando na ponte

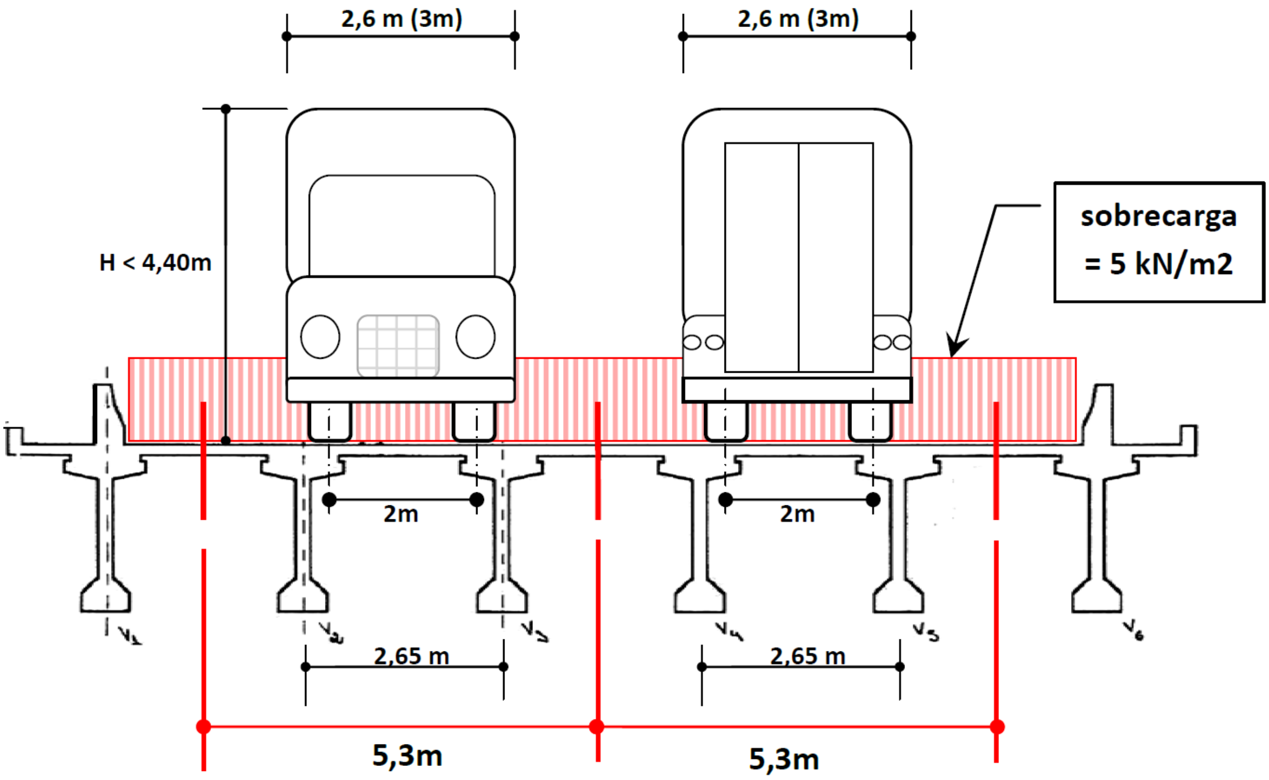
MÉTODO DIRETO - CARGA DE UM CAMINHÃO SOBRE 2 VIGAS

Dimensões Máximas: Resolução CONTRAN nº 12/98 artigo 1º

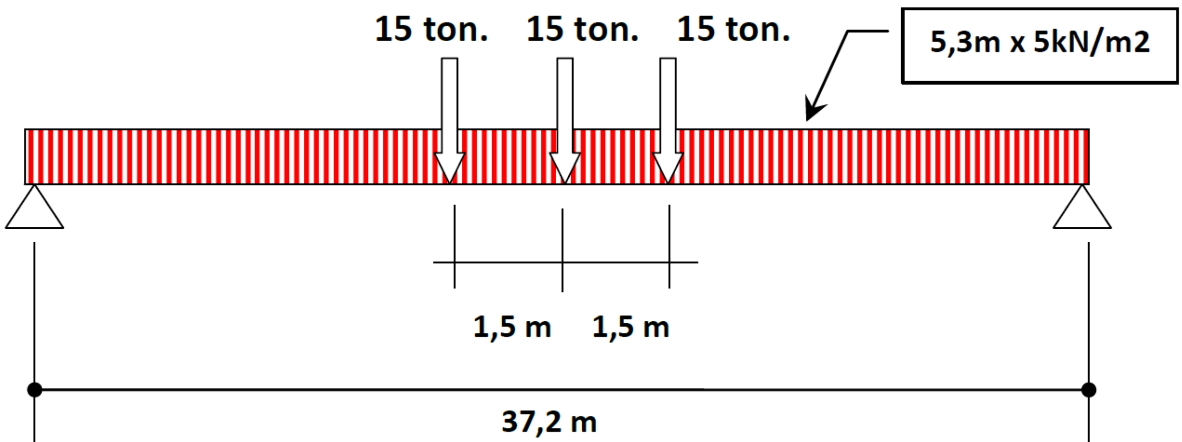
Largura : 2,60 m Altura : 4,40 m

A lei 7.408/85 determinou que fosse atribuída uma tolerância de 5% ao limite de 45.000 kg para o **PBT**, passando o limite para a autuação para **47.250 kg**. Através da Resolução nº 104 de 21/12/99, o CONTRAN alterou a tolerância para o **excesso de peso por eixo** de 5% para **7,5%**. **PBT= 48 ton**

TRANSVERSAL



LONGITUDINAL



Comentário : Método Direto para momento fletor de Carga Móvel

UM CAMINHÃO DE 45 ton = 3 eixos x 15 ton/eixo

M = 15t x 37,2m /4 = 139,5 tm

+ 15t x (37,2m/2 - 1,5m) = 256,5 tm

M de 1 caminhão = 396 tm

CARGA DISTRIBUIDA DE 0,5 t/m^2

q = (2 x 2,65m=5,3m) x 0,5 t/m^2 = 2,65 t/m

M = 2,65 t/m x $(37,2m)^2/8$ = 458,4 tm

M carga distribuida = 458,4 tm

M total de carga móvel (2 vigas) = 396 +458,4 = 854,4 tm

M carga móvel em 1 viga = 854,4 /2 = 427,2 tm

Coeficiente de Impacto = 1,4-0,007 xL = 1,4 - 0,007 x 37,2 = 1,14

M carga móvel com **2 Caminhões** lado a lado = 427,2 x 1,14= **487,01 tm**

Com Courbon e apenas **1 Caminhão** : M= **438,5 tm**

- O Momento Fletor com os dois caminhões centrados é maior que o momento fletor com um caminhão excêntrico.

+ + +

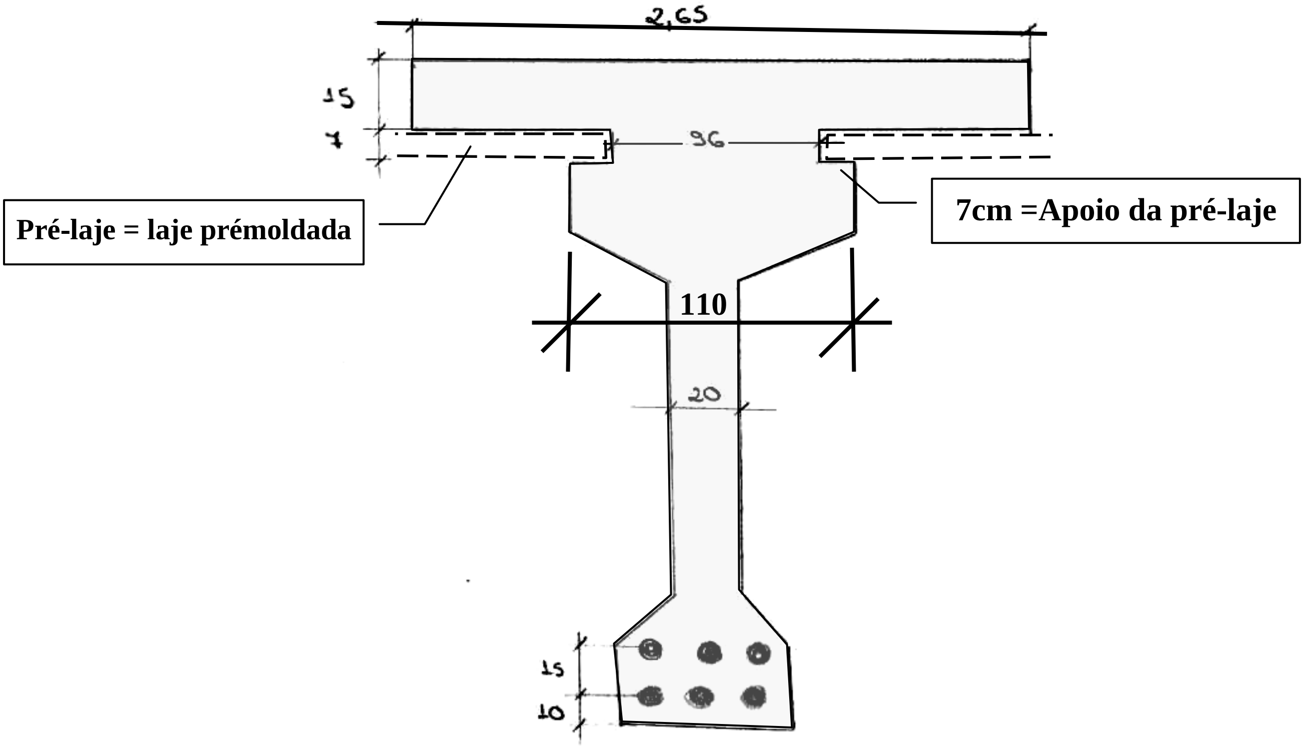
* Verificação da segurança à ruptura à flexão (ELU)

$M_{permanente} = 3242 + 2522 + 706 = 6470$ KN.m
(viga) (laje) (pavimentação)

$M_{carga\ móvel} = 4385$ KN.m **>>> USAR 4870 kN.m**

$M_{d\ (atuante)} = 1,35 \times 6470 + 1,50 \times 4385 = 15312$ KN.m

→ Momento Fletor último (Resistente):



$f_{ck} = 35$ MPa

Cabos com 12 cordoalhas de 12,7 mm

Aço CP 190 - RB

- Aço escoando: $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{17000}{1,15} = 14783 \ Kgf/cm^2$

- $R_{td} = 6 \times 12 \times 1,0 \ cm^2 \times 14783 = 1064 \ t$

(cabos) (cordoalhas) (área da cordoalha) Kgf/cm^2

Tentativas de equilíbrio ($R_t = R_c$)

1) $R_{c_1} = 2,65 \times 0,15 \times \left(\frac{0,85 \times 3500}{1,5}\right) = 788 \ t < 1064 \ t$

2) $R_{c_2} = 0,96 \times 0,07 \times \left(\frac{0,85 \times 3500}{1,5}\right) = 133 \ t$

$788 + 133 = 921 \ t < 1064 \ t$

3) $R_{c_3} = 1,10 \times 0,15 \times \left(\frac{0,85 \times 3500}{1,5}\right) = 327 \ t$

$921 + 327 = 1248 > 1064 \ t$.

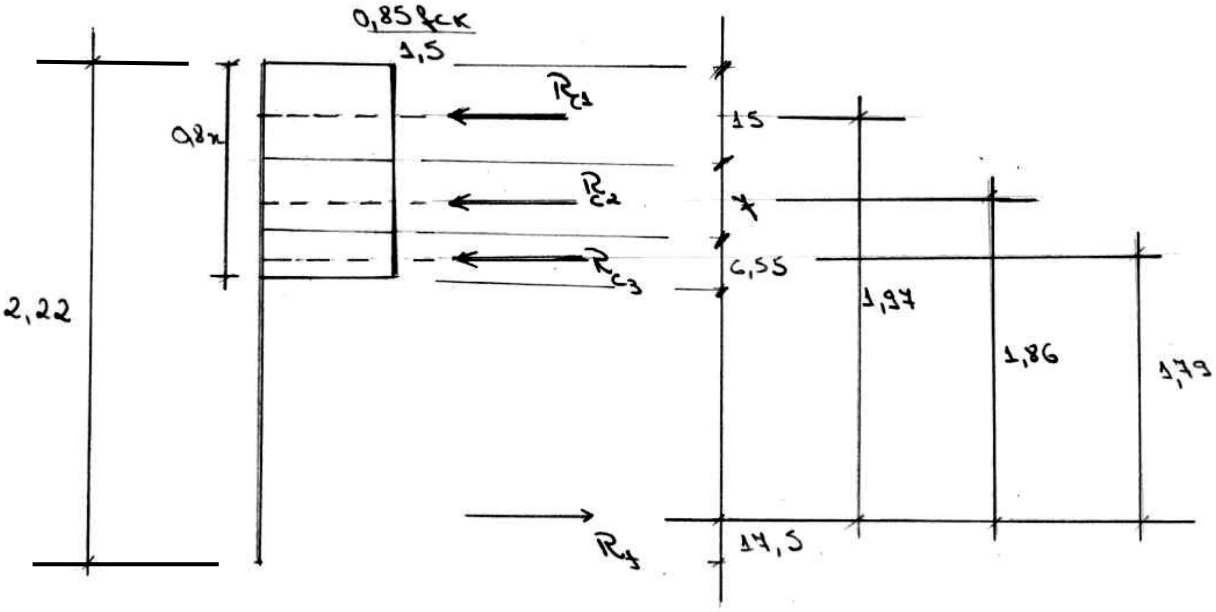
$$- 1064 - 788 - 133 = 143 \ t$$

$$1{,}10 \times a \times \left(\frac{0{,}85 \times 3500}{1{,}5} \right) = 143$$

$$a = 0{,}0655 \ m$$

$$0{,}8x = 15 + 7 + 6{,}55 = 28{,}55 \ cm$$

$$x = 35{,}69 \ cm$$



$$M_u = 788 \times 1{,}97 + 133 \times 1{,}86 + 143 \times 1{,}79$$

$$M_u = 2056 \ tm = 20560 \ KN.m$$

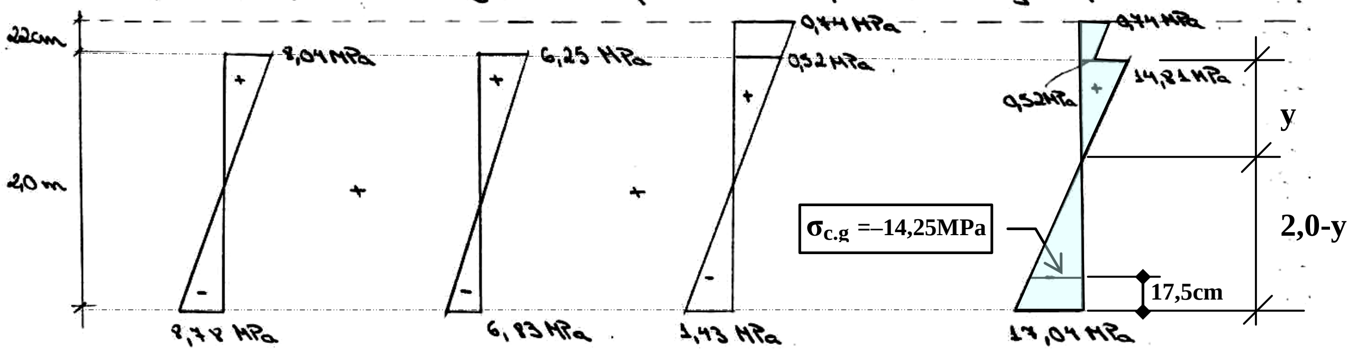
$$M_d < M_u$$

$$15312 < 20560 \ KN.m \rightarrow OK!$$

Perdas lentas de Protensão no 1/2 do vão.

- Tensão no concreto devido às cargas permanentes na altura do cabo (CG dos 6 cabos):

peso próprio + laje + pavimentação = carga permanente.



A 17,5 cm do fundo (altura do CG dos cabos):

$$\frac{14,81}{y} = \frac{17,04}{2-y} \Rightarrow 29,62 - 14,81y = 17,04y$$

$$y = 0,93 \text{ m}$$

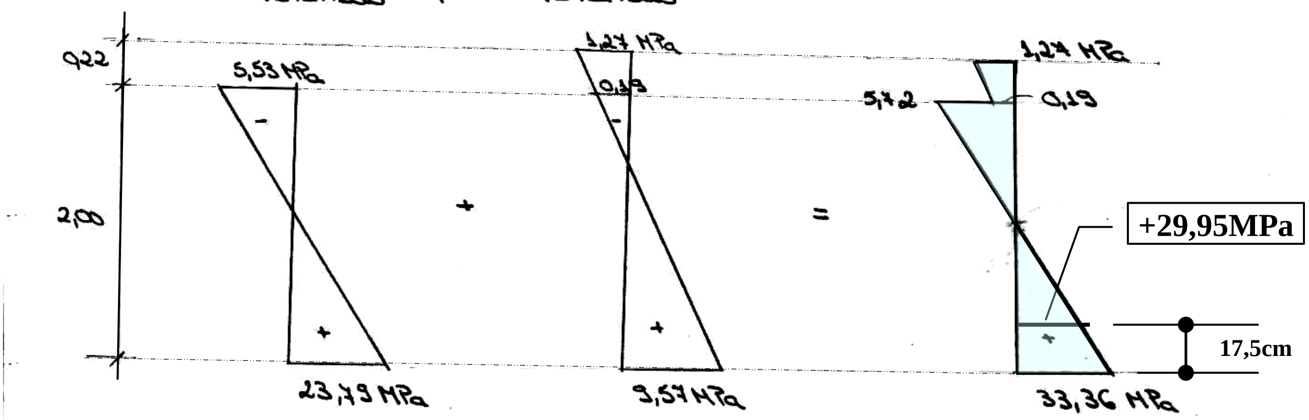
$$2-y = 1,07 \text{ m}$$

$$\frac{17,04}{1,07} = \frac{\sigma}{1,07-0,175}$$

$$\sigma_g^c = -14,25 \text{ MPa}$$

- Tensão no concreto devido à protensão na altura do cabo (CG dos 6 cabos):

1ª Protensão + 2ª Protensão



A 17,5 cm do fundo: $\sigma_{prot}^c = +29,95 \text{ MPa}$

→ na altura do CG dos cabos

$$\frac{\Delta\sigma_{protensão}}{\sigma^{aço}_{protensão\,(t=0)}} = \frac{\varepsilon_{retração} \times E_{aço} + \left(\frac{E_{aço}}{E_c}\right) \times \varphi \times \left(\sigma^c_g + \sigma^c_{prot\,t=0}\right)}{\left(\frac{E_{aço}}{E_c}\right) \times \sigma^c_{prot\,t=0} \times \left(1 + \frac{\varphi}{2}\right) + \sigma^{aço}_{prot\,t=0}}$$

$$\sigma^{ponta\ do\ cabo}_{macaco} = \frac{168000}{12\ (cordoalhas)} = 14000\ Kg/cm^2$$

→ com perdas por atrito:

$$perda_{média} = \frac{0{,}919 + 0{,}923 + 0{,}936 + 0{,}948 + 0{,}866 + 0{,}870}{6} = 0{,}910$$

$$91\% \times 14000 = 12740\ Kg/cm^2$$

$$\frac{\Delta\sigma_{protensão}}{12740} = \frac{24 \times 10^{-5} \times 1950000 + \left(\frac{1950.000}{300000}\right) \times 2{,}2 \times (-142{,}5 + 299{,}5)}{\left(\frac{1950000}{300000}\right) \times 299{,}5 \times \left(1 + \frac{2{,}2}{2}\right) + 12.740}$$

$$\Delta\sigma_{protensão} = 0{,}161 \times 12740 = 2051\ Kgf/cm^2$$

Relaxação:

$$\Delta\sigma_{aço\ na\ viga\ real} = \Delta\sigma_{protensão\ relaxação\ pura\ na\ bancada\ de\ ensaio} \times \left(1 - 2\,\frac{\Delta\sigma_{protensão\,(t=0\to t=\infty)}}{\sigma_{protensão\,t=0}}\right)$$

$$\frac{\sigma_{prot\ t=0}}{f_{ruptura}} = \frac{12740}{19000} = 0{,}67$$

↳ Do gráfico da BEMA = 6%

$$\Delta\sigma_{aço\ na\ viga\ real} = 6\% \times 12740 \left(1 - \frac{3 \times 2051}{12740}\right) = 395{,}22\ Kg/cm2$$

Perda lenta:

$$2051 + 395 = 2446\ Kgf/cm^2$$

- Efeito da perda lenta no concreto:

$$\Delta\sigma_{aço} = 2446 \ kgf/cm^2$$

$$12 \text{ cordoalhas} \times 6 \text{ cabos} \times 1\ cm^2 \times 2446\ kgf/cm^2 =$$

$$= 176112\ kgf = 176\ tf$$

Considerando uma força de 176 tf atuando no sentido contrário da protensão:

$$N = -1760 \ kN$$

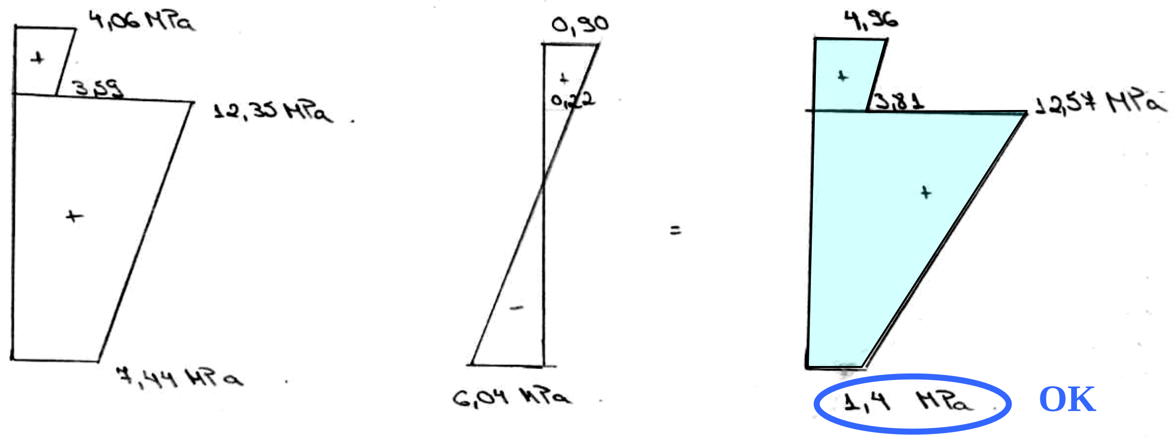
$$M = -1760 \times (1,46 - 0,175) = -2261,6 \ kN.m$$

$$\sigma_{s_{laje}} = \frac{-1760}{1,20220} + \frac{2261,6}{0,95518} = +903,7 \ kN/m^2 = +0,90 \ MPa$$

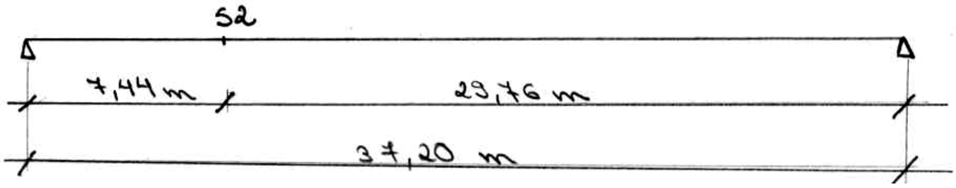
$$\sigma_{s_{viga}} = \frac{-1760}{1,20220} + \frac{2261,6}{1,3468} = +215,3 \ kN/m^2 = +0,22 \ MPa$$

$$\sigma_i = \frac{-1760}{1,20220} - \frac{2261,6}{0,49382} = -6043,8 \ kN/m^2 = -6,04 \ MPa$$

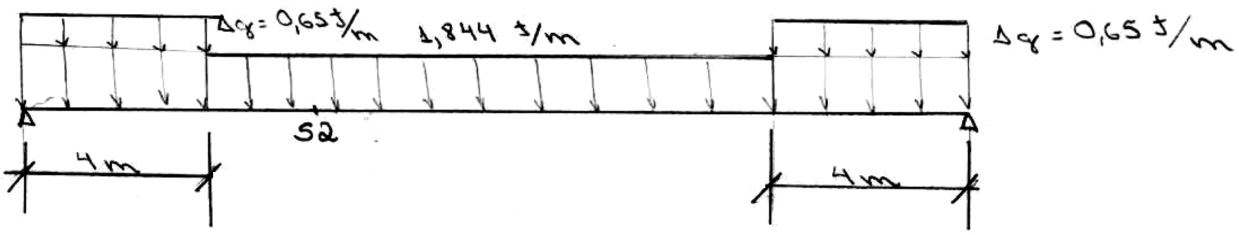
Tensões de serviço (sem perdas lentas) + Perda lenta =



Seção S2



* Peso próprio da viga:



$$M_{S2} = \frac{1,844 \times 7,44 \times 29,76}{2} + 0,65 \times 4 \times 2 = 209,34 \ t.m$$

$$V_{S2} = \left(\frac{1,844 \times 37,20}{2} + 0,65 \times 4\right) - (1,844 \times 7,44 + 0,65 \times 4)$$

$$V_{S2} = 20,58 \ t.$$

* Laje:

$$q = 0,22 \times 2,5 \times 2,65 = 1,458 \ t/m$$

$$M_{S2} = \frac{1,458 \times 7,44 \times 29,76}{2} = 161,41 \ t.m$$

$$V_{S2} = 1,458 \left(\frac{37,20}{2} - 7,44\right) = 16,27 \ t.$$

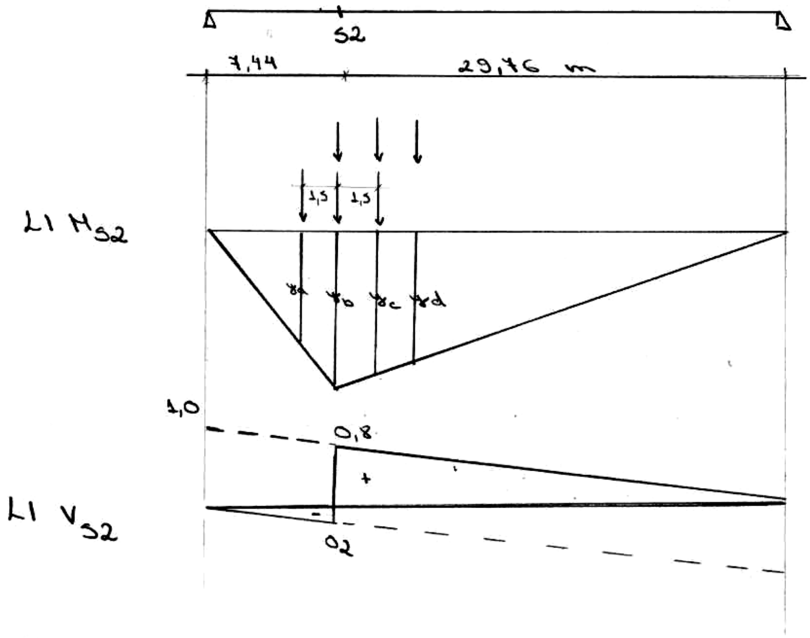
* Pavimentação:

$$q = 0,07 \times 2,2 \times 2,65 = 0,408 \ t/m$$

$$M_{S2} = \frac{0,408 \times 7,44 \times 29,76}{2} = 45,17 \ t.m$$

$$V_{S2} = 0,408 \left(\frac{37,2}{2} - 7,44\right) = 4,55 \ t$$

* Carga móvel:



$$y_b = \frac{Pab}{l} = \frac{1 \times 7,44 \times 29,76}{37,2}$$

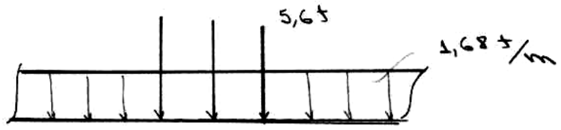
$$y_b = 5,952$$

$$y_a = \frac{y_b}{7,44} \times (7,44 - 1,50) = 4,752$$

$$y_c = \frac{y_b}{29,76} \times (29,76 - 1,50) = 5,652$$

$$y_d = \frac{y_b}{29,76} (29,76 - 3,00) = 5,352$$

Trem-tipo:



$$M_{máx} = 5,6\,(5,952 + 5,652 + 5,352) + 1,68 \times \frac{37,2 \times 5,952}{2}$$

$$M_{máx} = 280,94 \text{ t.m}$$

$$V_{correspondente} = 5,6\,(0,80 + 0,76 + 0,72) + 1,68 \left(\frac{0,8 \times 29,76}{2} - \frac{0,2 \times 7,44}{2} \right) = 31,52 \text{ t}$$

$$V_{máx} = 5,6\,(0,80 + 0,76 + 0,72) + 1,68 \times \frac{0,8 \times 29,76}{2} = 32,77 \text{ t}$$

$$M_{correspondente} = 5,6\,(5,952 + 5,652 + 5,352) + 1,68 \times \frac{29,76 \times 5,952}{2}$$

$$M_{correspondente} = 243,74 \text{ t.m}$$

Esforços Solicitantes

Carregamento	Momento fletor	Força Cortante
Peso próprio	209,34	20,58
Laje	161,41	16,27
Pavimentação	45,17	4,55
Carga móvel	280,94 (Máx)	31,52 (corresp)
	243,74 (corresp.)	32,77 (Máx)

1º caso: Momento fletor máximo:

$$M_d = 1,35\ (209,34 + 161,41 + 45,17) + 1,50 \times 280,94 = 982,90\ t\,m$$

$$V_d = 1,35\,(20,58 + 16,27 + 4,55) + 1,50 \times 31,52 = 103,17\ t$$

$$\begin{cases} M_d = 982,90\ t\,.m \\ V_d = 103,17\ t \end{cases}$$

2º caso: Força cortante máxima:

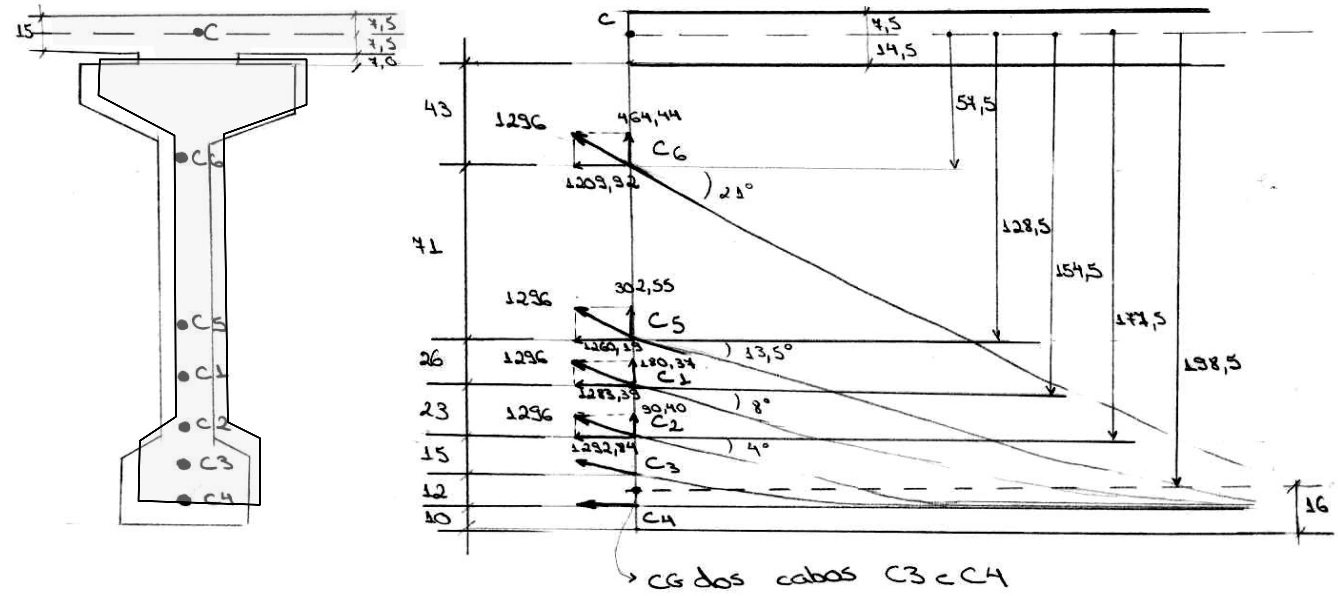
$$V_d = 1,35\ (20,58 + 16,27 + 4,55) + 1,50 \times 32,77 = 105,05\ t$$

$$M_d = 1,35\ (209,34 + 161,41 + 45,17) + 1,50 \times 243,74 = 927,10\ t.m$$

$$\begin{cases} M_d = 927,10\ t.m \\ V_d = 105,05\ t \end{cases}$$

* Verificação à ruptura - Estado Limite Último.

→ adotando o centro de compressão no meio da mesa:

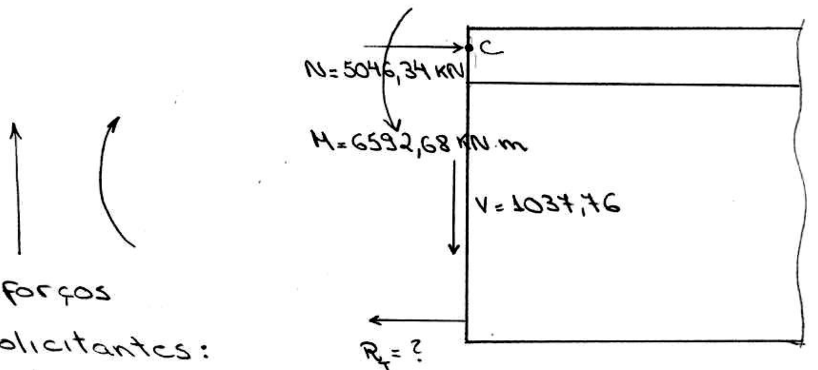


- Esforços devido aos cabos da alma (C6, C5, C1, C2)

$$\Sigma M_{c \text{ (reduzido)}} = 1209{,}92 \times 0{,}575 + 1260{,}19 \times 1{,}285 + 1283{,}39 \times 1{,}545 + 1292{,}84 \times 1{,}775 = 6592{,}68 \text{ KN.m}$$

$$\Sigma N = 1209{,}92 + 1260{,}19 + 1283{,}39 + 1292{,}84 = 5046{,}34 \text{ KN}$$

$$\Sigma V = 464{,}44 + 302{,}55 + 180{,}37 + 90{,}40 = 1037{,}76 \text{ KN}.$$



Esforços Solicitantes:

1° caso $\begin{cases} M_d = 9829{,}0 \text{ KN.m} \\ V_d = 1031{,}7 \text{ KN} \end{cases}$

2° caso $\begin{cases} M_d = 9271{,}0 \text{ KN.m} \\ V_d = 1050{,}5 \text{ KN} \end{cases}$

1º caso:

$$\Sigma M_c = 0$$

$$1{,}985 \times R_T = 9829 - 6592{,}68$$

$$R_T = \frac{3236{,}32}{1{,}985} = 1630{,}39\ KN \quad (2\ cabos)$$

$$R_c = 1630{,}39 + 5046{,}34 = 6676{,}73\ KN.$$

- Área de aço necessária:

- $f_{yd} = 14783\ Kgf/cm^2$

- $R_{f_d} = \underset{(cabo)}{1} \times \underset{(cordoalhas)}{12 \times 1\ cm^2} \times 14783\ Kgf/cm^2 \times 10^{-3} = 177{,}40\ t$

Força que 1 cabo pode suportar: 1774 KN

Força atuante: $R_T = 1630{,}39$ KN

$$12\ cm^2 \text{ — } 1774\ KN$$
$$A_s \text{ — } 1630{,}39\ KN$$

$$A_{s\ necessária} = 11{,}03\ cm^2$$

Como existem 2 cabos → $A_{s_{existente}} = 24\ cm^2$ → OK!

- Área de concreto:

$$A_{c\ necessária} \times \frac{0{,}85 \times 3500}{1{,}5} = 667{,}67$$

$$A_{c\ necessária} = 0{,}3366\ m^2$$

- Pela hipótese inicial:

$$A_c = 2{,}65 \times 0{,}15 = 0{,}3975\ m^2 \rightarrow OK!$$

- Utilização do programa SHEARDES

$$f_{cd} = \frac{35000}{1{,}5} = 23333{,}33\ KN/m^2$$

$$f_{cd1}/f_{cd} = 0{,}85\,[1 - 35/250] = 0{,}731$$

$$f_{cd2}/f_{cd} = 0{,}6\,[1 - 35/250] = 0{,}516$$

$f_{yd} = 1478260\ KN/m^2$

$f_{ywd} = 4347$

2

Program Sheardes for shear design of beams according to the CEB-90 MC
Version 0.1, Modification 6 of 08/sept/1991
This program determines the compression force, the tensile force, the concrete web thickness and the amount of steel stirrups for flanged beams subjected to Axial force, Bending moment and Shear force.

This program was prepared by B. Ernani Diaz for the students of the Engineering School of the Federal University of Rio de Janeiro.

Project Designation
Verificacao da S2 1o caso

Design stresses of the beam elements(item 6.2.2.2)
Flange_Concr, fcd1/fcd, Flange_Steel, Web_Concr, fcd2/fcwd, Stirr_Steel

fcd	fcd1/fcd	fyd	fcwd	fcd2/fcwd	fywd
23333.3	0.7310	1478260.0	23333.3	0.5160	434782.0

Designation of the section
S2

Z coordinates for the location of the flanges and beam axis

Upper_Fl.	Lower_Fl.	Beam_Axis
0.075	2.060	0.757

Angles [degrees] of the Upper Flange and Lower Flange

Upper_Flange	Lower_Flange
0.00	0.00

Angles in degrees of the concrete struts and stirrups in the web

Concrete_Struts	Steel_Stirrups
45.00	90.00

Number of Prestressing Cables in the Web
4

Cable Design Force(items 1.4.3.2,1.6.2.4), Z-coordinate and Angle

Cable_Force(positive value)	Z_Coord.	Angle[degree]
1296.00	0.65	-21.00

```
            1296.00          1.36        -13.50
            1296.00          1.62         -8.00
            1296.00          1.85         -4.00

Number of loadings
 1

Loading Designation
carga total

Design Internal Forces (multiplied by safety factors)
Axial_Force  Shear_Force  Bend_Moment Addit_Upper_Force Addit_Lowe
r_Force
    Nd           Vd             Md         design value        design
value
        0.00       1031.70      9829.00          0.00          0.00

Design Distributed Forces (multiplied by safety factors)
Up_Dist_Force Lo_Dist_Force
      0.00         0.00

carga total
Computed Forces and Design

Upper flange
  Force     Necess. Area  Material
  -6679.76    0.391622    concrete

Lower flange
 Force  Necess. Area  Material
   1627.36   0.001101    steel

Distributed forces in the web [force/length] and Design
Z_Coord Strut_Forc Stirr_Forc Long_Forc Shear_Forc  Web_Thickn  St
eel_As/s
  0.075        6.11       -3.05        3.05       -3.05     -0.00    -0.
000007
  1.068        6.11       -3.05        3.05       -3.05     -0.00    -0.
000007
  2.060        6.11       -3.05        3.05       -3.05     -0.00    -0.
000007

The presented results are INCONSISTENT
The concrete struts are subjected to tensile forces

The presented results are INCONSISTENT
The stirrups are subjected to compressive forces

The sign of the concrete strut angle will be MODIFIED
and a NEW calculation will be performed

carga total
```

Computed Forces and Design

Upper flange

Force	Necess. Area	Material
-6673.70	0.391266	concrete

Lower flange

Force	Necess. Area	Material
1633.42	0.001105	steel

$A_{s\,necessária} = 11{,}05\,cm^2 < 24\,cm^2 \rightarrow$ OK!
↳ $A_{s\,existente}$

Distributed forces in the web [force/length] and Design

Z_Coord	Strut_Forc	Stirr_Forc	Long_Forc	Shear_Forc	Web_Thickn	Steel_As/s
0.075	-6.11	3.05	-3.05	-3.05	0.00	0.000007
1.068	-6.11	3.05	-3.05	-3.05	0.00	0.000007
2.060	-6.11	3.05	-3.05	-3.05	0.00	0.000007

Todo o cortante solicitante é equilibrado pelo cortante dos cabos da alma.

Designation of the section

Project Designation
Verificacao da S2 2o caso

Design stresses of the beam elements(item 6.2.2.2)
Flange_Concr, fcd1/fcd, Flange_Steel, Web_Concr, fcd2/fcwd, Stirr_Steel

fcd	fcd1/fcd	fyd	fcwd	fcd2/fcwd	fywd
23333.3	0.7310	1478260.0	23333.3	0.5160	434782.0

Designation of the section
S2

Z coordinates for the location of the flanges and beam axis

Upper_Fl.	Lower_Fl.	Beam_Axis
0.075	2.060	0.757

Angles [degrees] of the Upper Flange and Lower Flange

Upper_Flange	Lower_Flange
0.00	0.00

Angles in degrees of the concrete struts and stirrups in the web

Concrete_Struts	Steel_Stirrups
45.00	90.00

Number of Prestressing Cables in the Web
4

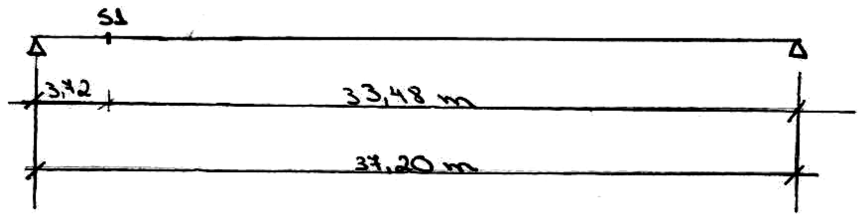
Cable Design Force(items 1.4.3.2,1.6.2.4), Z-coordinate and Angle

Cable_Force(positive value)	Z_Coord.	Angle[degree]
1296.00	0.65	-21.00

```
             1296.00           1.36         -13.50
             1296.00           1.62          -8.00
             1296.00           1.85          -4.00

Number of loadings
 1

Loading Designation
carga total

Design Internal Forces (multiplied by safety factors)
Axial_Force  Shear_Force  Bend_Moment Addit_Upper_Force Addit_Lowe
r_Force
    Nd           Vd            Md        design value       design
value
        0.00      1050.50      9271.00          0.00          0.00

Design Distributed Forces (multiplied by safety factors)
Up_Dist_Force Lo_Dist_Force
      0.00         0.00

carga total
Computed Forces and Design

Upper flange
  Force     Necess. Area   Material
 -6389.25    0.374590    concrete

Lower flange
  Force    Necess. Area  Material
   1355.65    0.000917    steel

Distributed forces in the web [force/length] and Design
Z_Coord Strut_Forc Stirr_Forc Long_Forc Shear_Forc  Web_Thickn  St
eel_As/s
  0.075      -12.83        6.42      -6.42        6.42      0.00     0.
000015
  1.068      -12.83        6.42      -6.42        6.42      0.00     0.
000015
  2.060      -12.83        6.42      -6.42        6.42      0.00     0.
000015
```

$A_s = 9,17\ cm^2 < 24\ cm^2 \rightarrow$ OK.

Seção S1



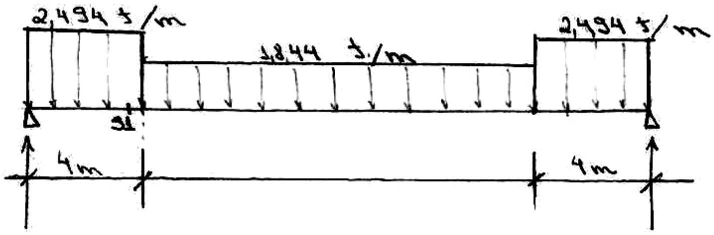
* **Peso Próprio da viga:**

- Trecho 1 : $A = 0,7375 \ m^2$

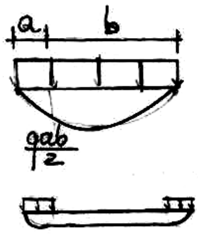
$q = 0,7375 \times 2,5 = 1,844 \ t/m$

- Trecho 2 : $\Delta A = 0,26 \ m^2$

$\Delta q = 0,65 \ t/m$



→ Momento devido ao peso próprio:



$$M_{S1} = \frac{1,844 \times 3,72 \times 33,48}{2} = 114,83 \ tm$$

$$+ \frac{0,65 \times 3,72^2}{2} = 4,50 \ tm$$

119,33 t.m

$$V_{S1} = \left(\frac{1,844 \times 37,20}{2} + 0,65 \times 4\right) - (2,494 \times 3,72) = 27,62 \ t$$

* **Laje:**

$q = 0,22 \times 2,5 \times 2,65 = 1,458 \ t/m$

$$M_{S1} = \frac{1,458 \times 3,72 \times 33,48}{2} = 90,79 \ t.m$$

$$V_{S1} = \frac{1,458 \times 37,2}{2} - 1,458 \times 3,72 = 21,70 \ t$$

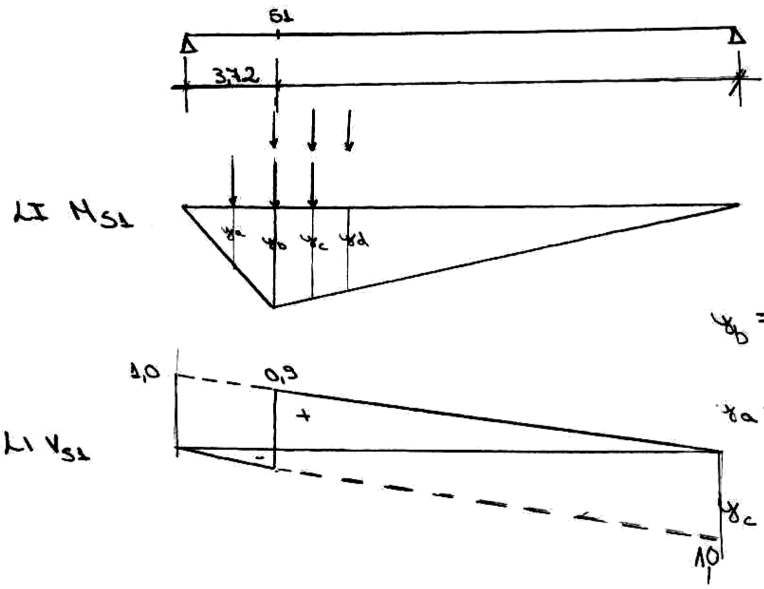
* **Pavimentação:**

$$q = 0{,}07 \times 2{,}2 \times 2{,}65 = 0{,}408 \ t/m$$

$$M_{S1} = \frac{0{,}408 \times 3{,}72 \times 33{,}48}{2} = 25{,}41 \ tm.$$

$$V_{S1} = \frac{0{,}408 \times 37{,}2}{2} - 0{,}408 \times 3{,}72 = 6{,}07 \ t$$

* **Carga móvel:**



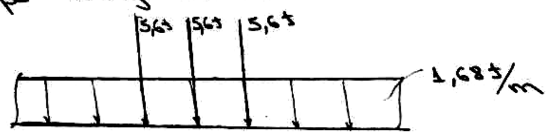
$$y_b = \frac{Pab}{l} = \frac{1 \times 3{,}72 \times 33{,}48}{37{,}20} = 3{,}348$$

$$y_a = \frac{y_b}{3{,}72} \times (3{,}72 - 1{,}50) = 1{,}998$$

$$y_c = \frac{y_b}{33{,}48} \times (33{,}48 - 1{,}50) = 3{,}198$$

$$y_d = \frac{y_b}{33{,}48} (33{,}48 - 3{,}00) = 3{,}048$$

Trem tipo longitudinal:



$$M_{máx} = 5{,}6\,(3{,}348 + 3{,}198 + 3{,}048) + 1{,}68 \times \frac{3{,}348 \times 37{,}2}{2} = 158{,}34 \ tm$$

$$V_{correspondente} = 5{,}6 \times (0{,}90 + 0{,}86 + 0{,}82) + $$

$$+ 1{,}68 \left(\frac{0{,}90 \times 33{,}48}{2} - \frac{0{,}10 \times 3{,}72}{2} \right) = 39{,}45 \ t$$

$$V_{máx} = 5{,}6\,(0{,}90 + 0{,}86 + 0{,}82) + 1{,}68 \left(\frac{0{,}90 \times 33{,}48}{2} \right) = 39{,}76 \ t$$

$$M_{correspondente} = 5{,}6\,(3{,}348 + 3{,}198 + 3{,}048) + 1{,}68 \times \frac{3{,}348 \times 33{,}48}{2}$$

$$= 147{,}88 \ tm$$

Esforços Solicitantes

Carregamento	Momento fletor	Força Cortante
Peso próprio	119,33	27,62
Laje	90,79	21,70
Pavimentação	25,41	6,07
Carga Móvel	158,34 (Máx)	39,45
	147,88	39,76 (Máx)

1° caso: Momento fletor máximo:

$$M_d = 1{,}35\,(119{,}33 + 90{,}79 + 25{,}41) + 1{,}50 \times 158{,}34 = 555{,}48\ tm$$

$$V_d = 1{,}35\,(27{,}62 + 21{,}70 + 6{,}07) + 1{,}50 \times 39{,}45 = 133{,}95\ t$$

$$\begin{cases} M_d = 555{,}48\ t.m \\ V_d = 133{,}95\ t. \end{cases}$$

2° caso: Força cortante máxima:

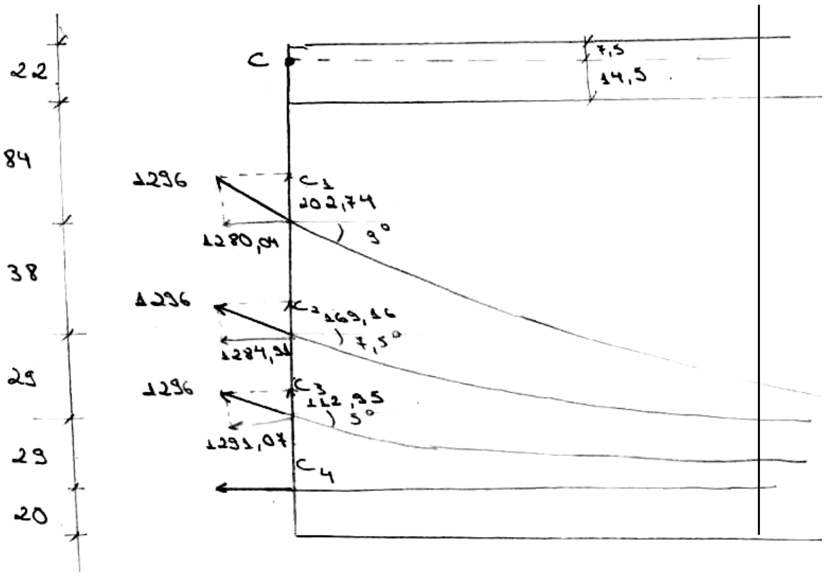
$$V_d = 1{,}35\,(27{,}62 + 21{,}70 + 6{,}07) + 1{,}50 \times 39{,}76 = 134{,}42\ t.$$

$$M_d = 1{,}35\,(119{,}33 + 90{,}79 + 25{,}41) + 1{,}50 \times 147{,}88 = 539{,}79\ tm$$

$$\begin{cases} M_d = 539{,}79\ tm \\ V_d = 134{,}42\ t. \end{cases}$$

```
ESCOLA DE ENGENHARIA / UFRJ
Programa DEGEP para
Determinacao de Propriedades Geometricas
Versao 4 em Pascal, Revisao 0, 26 de Maio de 1991

Designacao da secao
seção 01

Unid  Larg_Superior  Num_trapez  Num_discont  Altura  Cal_Mom_Esta
t(s|n)
   m      1.10  m           5           0        2.00  m          n

Alturas e Larguras
h1  b1  h2  b2  h3  b3  h4  b4  h5  b5  h6  b6  h7  b7...
    0.15    1.10    0.10    0.40    1.30    0.40    0.20    0.65
    0.25    0.65

H=       2.00000  m      ZS=       0.94751  m      ZI=      1.05249
m
A=       1.02750  m^2    WS=       0.46136  m^3    WI=      0.41534
m^3
IY=      0.43714  m^4


Designacao da secao
seção 02

Unid  Larg_Superior  Num_trapez  Num_discont  Altura  Cal_Mom_Esta
t(s|n)
   m      2.65  m           7           2        2.22  m          n

Alturas e Larguras
h1  b1  h2  b2  h3  b3  h4  b4  h5  b5  h6  b6  h7  b7...
    0.15    2.65    0.00    0.96    0.07    0.96    0.00    1.10
    0.15    1.10    0.10    0.40    1.30    0.40    0.20    0.65
    0.25    0.65

H=       2.22000  m      ZS=       0.83223  m      ZI=      1.38777
m
A=       1.49220  m^2    WS=       0.97268  m^3    WI=      0.58330
m^3
IY=      0.80949  m^4
```

Verificação à ruptura - Estado limite último:



$$\Sigma M_{c\,(\text{reduzido})} = 1280{,}04 \times 0{,}985 + 1284{,}91 \times 1{,}365 +$$

$$+ 1291{,}07 \times 1{,}655 = 5151{,}46 \text{ KN.m}$$

$\Sigma N = 3856{,}02$ KN

$\Sigma V = 484{,}85$ KN

Para : $M_d = 5554{,}8$ KN.m

$V_d = 1339{,}5$ KN

$$1{,}945 \times R_T = 5554{,}8 - 5151{,}46$$

$$R_T = 207{,}37 \quad (1 \text{ cabo})$$

$$R_C = 3856{,}02 + 207{,}37 = 4063{,}39 \text{ KN}$$

- Área de aço necessária

12 cm^2 — 1774 KN

A_s — 207,37

$A_s = 1{,}4 \text{ cm}^2$

↳ $A_s < A_{s\,\text{existente}} = 12 \text{ cm}^2$

↳ OK!

Program Sheardes for shear design of beams according to the CEB-90 MC
Version 0.1, Modification 6 of 08/sept/1991
This program determines the compression force, the tensile force, the concrete web thickness and the amount of steel stirrups for flanged beams subjected to Axial force, Bending moment and Shear force.

This program was prepared by B. Ernani Diaz for the students of the Engineering School of the Federal University of Rio de Janeiro.

Project Designation
Verificacao da secao S1

Design stresses of the beam elements(item 6.2.2.2)
Flange_Concr, fcd1/fcd, Flange_Steel, Web_Concr, fcd2/fcwd, Stirr_Steel

fcd	fcd1/fcd	fyd	fcwd	fcd2/fcwd	fywd
23333.3	0.7310	1478260.0	23333.3	0.5160	434782.0

Designation of the section
S1 1o caso

Z coordinates for the location of the flanges and beam axis

Upper_Fl.	Lower_Fl.	Beam_Axis
0.075	2.020	0.832

Angles [degrees] of the Upper Flange and Lower Flange

Upper_Flange	Lower_Flange
0.00	0.00

Angles in degrees of the concrete struts and stirrups in the web

Concrete_Struts	Steel_Stirrups
45.00	90.00

Number of Prestressing Cables in the Web
3

Cable Design Force(items 1.4.3.2,1.6.2.4), Z-coordinate and Angle

Cable_Force(positive value)	Z_Coord.	Angle[degree]
1296.00	1.06	-9.00

```
                1296.00          1.44          -7.50
                1296.00          1.73          -5.00

Number of loadings
 1

Loading Designation
carga total

Design Internal Forces (multiplied by safety factors)
Axial_Force  Shear_Force  Bend_Moment Addit_Upper_Force Addit_Lowe
r_Force
    Nd          Vd             Md         design value        design
value
        0.00       1339.50      5554.80          0.00          0.00

Design Distributed Forces (multiplied by safety factors)
Up_Dist_Force Lo_Dist_Force
      0.00         0.00

carga total
Computed Forces and Design

Upper flange
  Force     Necess. Area  Material
  -3636.07    0.213176    concrete

Lower flange
 Force   Necess._Area  Material
    634.69    0.000429    steel

Distributed forces in the web [force/length] and Design
Z_Coord Strut_Forc Stirr_Forc Long_Forc Shear_Forc  Web_Thickn  St
eel_As/s
  0.075    -878.81     439.41    -439.41     439.41      0.07     0.
001011
  1.048    -878.81     439.41    -439.41     439.41      0.07     0.
001011
  2.020    -878.81     439.41    -439.41     439.41      0.07     0.
001011

Designation of the section
S1 2o caso

Z coordinates for the location of the flanges and beam axis
Upper_Fl.  Lower_Fl. Beam_Axis
   0.075     2.020     0.832

Angles [degrees] of the Upper Flange and Lower Flange
Upper_Flange   Lower_Flange
        0.00          0.00
```

$A_s = 4{,}29\ cm^2$ necessária $< A_s = 12 cm^2$ existente $\rightarrow$ OK!

10,11 cm^2/m

ok!

```
Angles in degrees of the concrete struts and stirrups in the web
Concrete_Struts    Steel_Stirrups
       45.00          90.00

Number of Prestressing Cables in the Web
3

Cable Design Force(items 1.4.3.2,1.6.2.4), Z-coordinate and Angle
Cable_Force(positive value)  Z_Coord.  Angle[degree]
             1296.00          1.06        -9.00
             1296.00          1.44        -7.50
             1296.00          1.73        -5.00

Number of loadings
 1

Loading Designation
carga total

Design Internal Forces (multiplied by safety factors)
Axial_Force  Shear_Force  Bend_Moment Addit_Upper_Force Addit_Lowe
r_Force
    Nd           Vd             Md        design value        design
value
       0.00       1344.20      5397.90         0.00            0.00

Design Distributed Forces (multiplied by safety factors)
Up_Dist_Force Lo_Dist_Force
      0.00        0.00

carga total
Computed Forces and Design

Upper flange
  Force     Necess. Area  Material
  -3553.05   0.208309    concrete

Lower flange
 Force   Necess. Area  Material
    556.37   0.000376   steel

Distributed forces in the web [force/length] and Design
Z_Coord Strut_Forc Stirr_Forc Long_Forc Shear_Forc  Web_Thickn  St
eel_As/s
  0.075    -883.65    441.82    -441.82    441.82     0.07    0.
001016
  1.048    -883.65    441.82    -441.82    441.82     0.07    0.
001016
  2.020    -883.65    441.82    -441.82    441.82     0.07    0.
001016
```

10,16 cm²/m

b real = 7cm + bainha (7cm) = 14cm

Estribo necessário = 10,16cm^2/m

Espessura necessária na alma da viga = 7cm + 7cm (bainha) =14cm

+++