



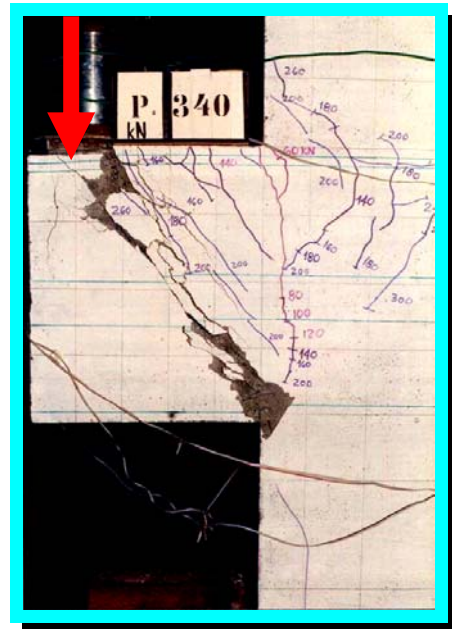
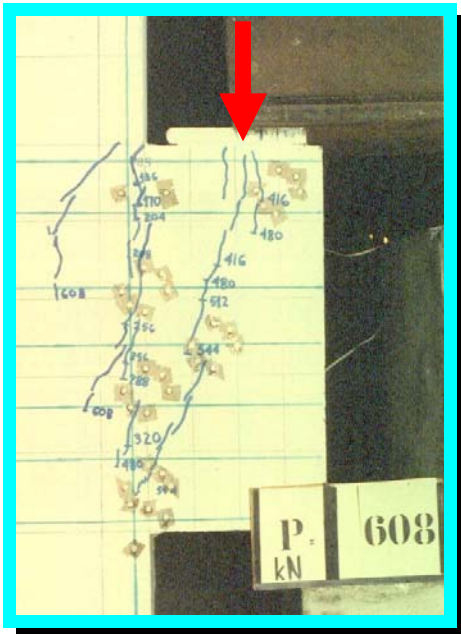
## CONSOLOS CURTOS

### 1-SUMÁRIO

Um consolo curto geralmente é definido geometricamente como sendo uma viga em balanço na qual a relação entre o comprimento ( $a$ ) e a altura ( $h$ ) é menor que 1.

Esta relação limite  $\frac{a}{h} = 1$ , no entanto, tem também um significado ligado ao tipo de funcionamento estrutural do balanço.

Analisaremos as condições de ruptura por flexão ou por força cortante de um balanço e determinaremos quando um tipo de ruptura prevalece sobre o outro.



Ensaio de Cristina Haguener [26] e [27]

Com base em diversos ensaios citados na bibliografia será apresentada uma sugestão para o cálculo da armadura para consolos curtos.

Apresentaremos também um detalhe de armadura para um exemplo específico de um consolo curto, suporte de uma ponte rolante.



## 2- INTRODUÇÃO

Em vigas em balanço faz-se o dimensionamento usual de vigas de concreto armado , isto é, calcula-se :

1. A armadura longitudinal de flexão
2. A tensão de compressão no concreto no bordo comprimido
3. A armadura transversal ( estribo)
4. A tensão de compressão no concreto na direção das bielas. Essas bielas são as diagonais na treliça de Mörsch.

5. A armadura longitudinal ao longo da altura da viga .

Essa armadura, chamada de ferro costela, é normalmente definida por um valor mínimo pré-fixado, aliás erroneamente pela antiga norma NB01/78, Ver [18].

A nova norma NBR6118 / 2002 modificou o valor de armadura mínima de ferro costela. Ver [25]

Quando a viga em balanço tem o comprimento menor que a altura, passa a ser chamada de consolo curto e alguns dos dimensionamentos acima citados são erroneamente executados ou até não são feitos, por se desconhecer o real funcionamento de um tal tipo de estrutura.

Na realidade, existem vários estudos de diversos pesquisadores que podem levar a conclusões para o dimensionamento de um consolo curto. Ver as referências [1], [2] etc...

A seqüência natural a ser seguida no dimensionamento será:

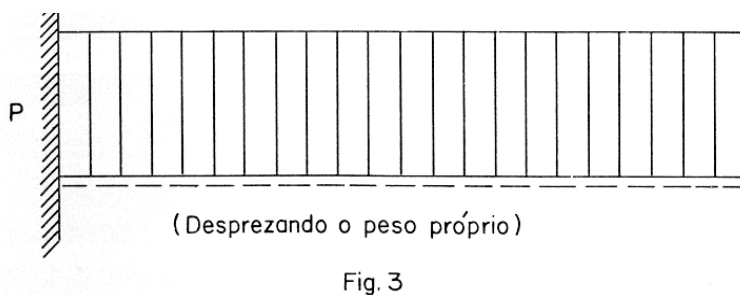
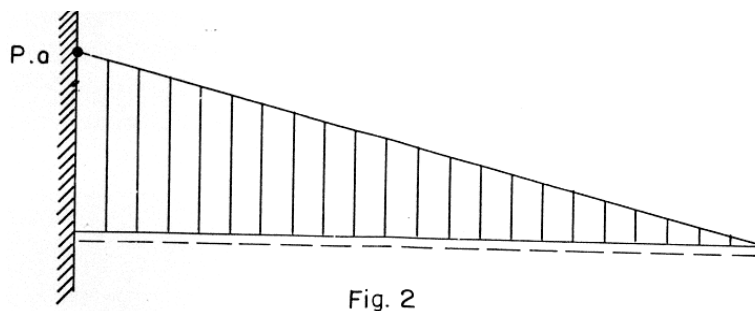
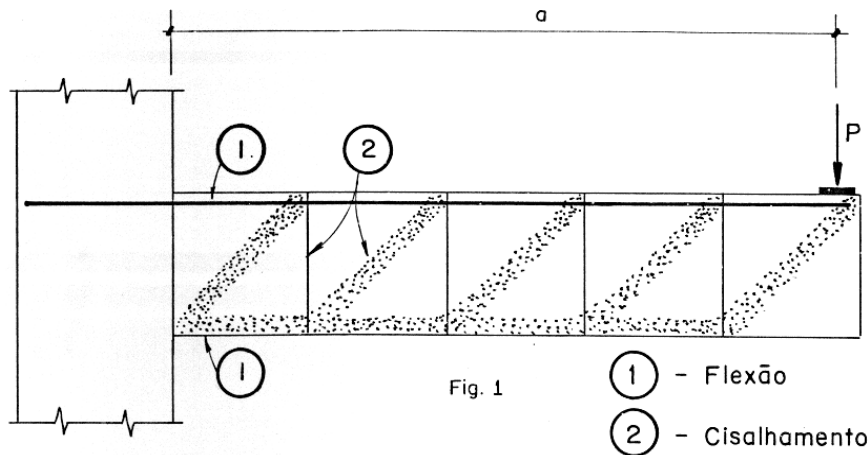
1. Definir as dimensões ( b, h ) da seção de concreto do consolo curto.
2. Calcular a armadura longitudinal de flexão do bordo tracionado
3. Determinar a armadura longitudinal ao longo da altura da viga (costela)
4. A armadura de estribos, embora não seja importante nos consolos curtos.



### 3- RELAÇÃO LIMITE $\left(\frac{a}{h}\right)$ QUE DEFINE UM CONSOLO CURTO.

Consideremos uma viga em balanço ( Figura 1) carregada com uma carga concentrada P.

Desprezando o peso próprio da viga, temos os diagramas de momento fletor ( figura 2) e de força cortante ( figura 3 )





### 3.1 - Dimensionamento à flexão segundo a NB1-78

Na seção do engaste temos o momento fletor :  $M_{max.} = P \cdot a$

Numa seção normalmente armada, a ruptura do concreto ocorre no mesmo instante em que o aço atinge a tensão de escoamento. Os alongamentos são os indicados na figura 4 abaixo.

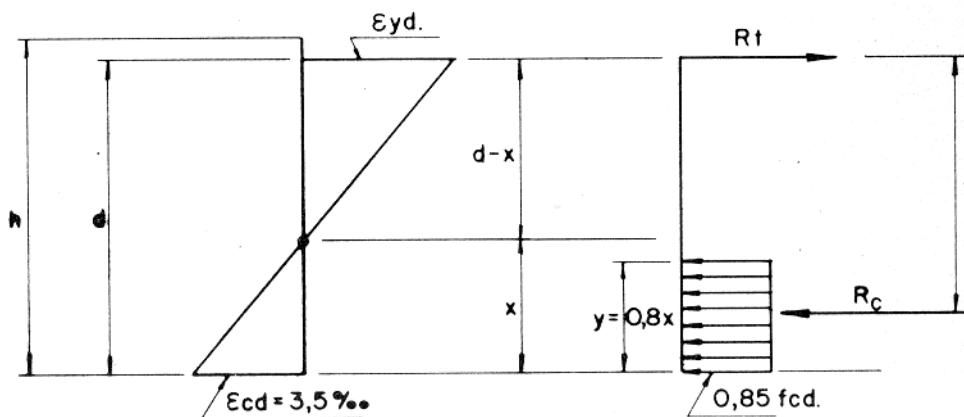


Fig. 4

O alongamento  $\epsilon_{yd}$  do aço é definido como na figura 5.

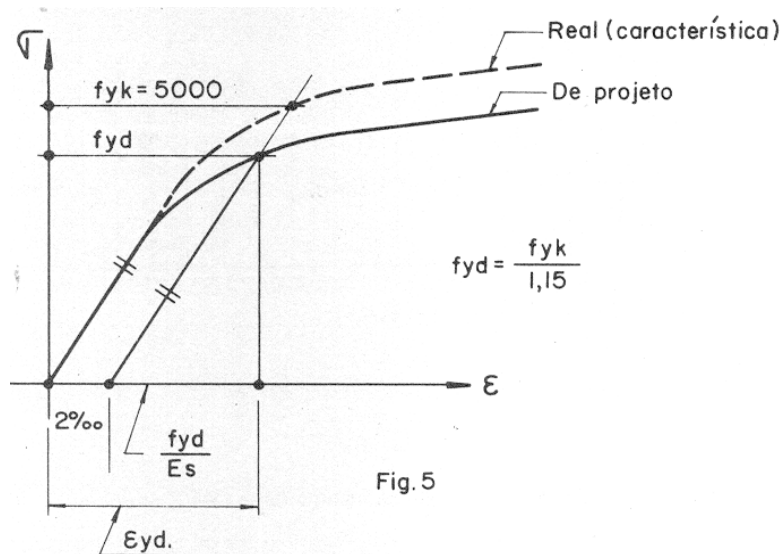


Fig. 5

$$\epsilon_{yd} = 0,002 + \frac{f_{yd}}{E_s} = 0,002 + \frac{5000/1,15}{2.100.000} = 4,07\text{‰}$$

$$x = \left( \frac{\epsilon_{cd}}{\epsilon_{cd} + \epsilon_{yd}} \right) \cdot d = \left( \frac{3,5}{3,5 + 4,07} \right) \cdot d = 0,4624 \cdot d$$

$$y = 0,8x = 0,370 \cdot d$$

$$z = d - \frac{y}{2} = 0,815 \cdot d$$

$$R_c = 0,85 f_{cd} \cdot b \cdot y = 0,315 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

$$R_t = A_s \cdot f_{yd}$$



$$M_u = R_t \times z = R_c \times z = 0,256 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

$$\geq 0,04 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 \text{ (que corresponde à armadura mínima)}$$

$$A_s = \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} = \frac{0,815 \cdot d \cdot f_{yd}}{M_d}$$

$$M_d = 1,4 \cdot M_{\text{máx.}} = 1,4 \cdot P \cdot a$$

$$\text{Como } M_d \leq M_u$$

$$1,4 \cdot P \cdot a \leq 0,256 \times \frac{f_{ck}}{1,4} \cdot b \cdot d^2 \quad \text{logo : } \tau = \frac{P}{b \cdot d} \leq \frac{0,131 \cdot f_{ck}}{a/d}$$

### 3.2 – Dimensionamento ao cisalhamento ( NB1-78)

Esmagamento da biela

$$\tau_{wd} \leq \begin{cases} 0,25 f_{cd} \text{ (prevalece até } f_{ck} = 250 \text{ kgf/cm}^2 \text{)} \\ 45 \text{ kgf/cm}^2 \end{cases}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b \cdot d} = \frac{1,4 \cdot P}{b \cdot d} \leq 0,25 \cdot f_{cd}$$

$$\tau_w = \frac{V}{b \cdot d} = \frac{0,25 \cdot f_{ck}}{1,4 \times 1,4} = 0,128 \cdot f_{ck}$$

Na figura 6 estão indicadas as tensões  $\tau$  correspondentes aos dimensionamentos à flexão e ao cisalhamento. Como se observa, para o aço CA50B, a relação  $\frac{a}{d} = 1,02$  é o limite que define a mudança do tipo de ruptura.

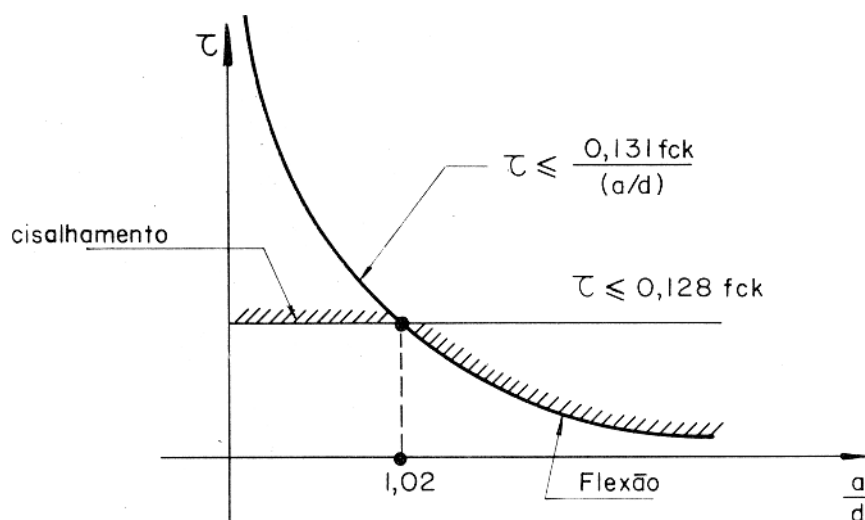


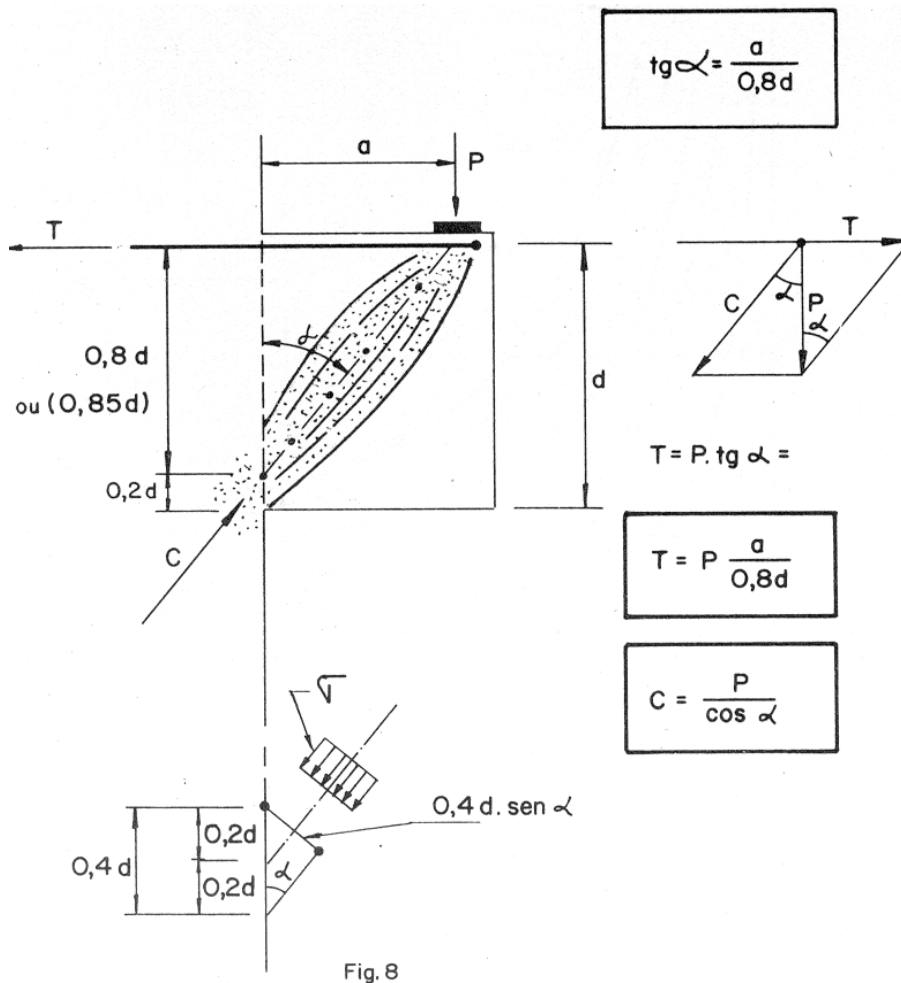
Fig. 6







4- VERIFICAÇÃO DA TENSÃO DE COMPRESSÃO NO CONCRETO PARA  $(a/d) < 1$



Ensaio C.Haguener [26]

Considerando a hipótese de formação de uma só biela, quando  $\left(\frac{a}{d}\right) < 1$ , temos

$$\sigma = \frac{P}{b \cdot 0,4 \cdot d \cdot \text{sen } \alpha \cdot \text{cos } \alpha} = \frac{P}{0,2 \cdot b \cdot d \cdot \text{sen} 2\alpha}$$

$$\sigma_d = \frac{P_d}{0,2 \cdot b \cdot d \cdot \text{sen} 2\alpha} \leq f_{cd}$$

$$\tau_d = \frac{P_d}{b \cdot d} \leq 0,2 \cdot f_{cd} \cdot \text{sen} 2\alpha$$

Para  $\alpha = 45^\circ$  teríamos  $\frac{a}{d} = 0,8$

$$\text{sen} 2\alpha = 1; \Rightarrow \tau_d = \frac{P_d}{b \cdot d} \leq 0,2 \cdot f_{cd}$$



Variando  $\left(\frac{a}{d}\right)$  obtemos :

$\frac{a}{d}$	$\tau_d$ limite	Observação
1,0	0,195 fcd	$\tau_d \cong 0,2fcd$
0,8	0,200 fcd	
0,7	0,198 fcd	
0,6	0,192 fcd	
0,5	0,180 fcd	
0,4	0,160 fcd	Nessa faixa de $(a/d)$ a hipótese de uma biela única contraria os resultados experimentais
0,3	0,132 fcd	
0,2	0,094 fcd	
0,1	0,049 fcd	
0	0	

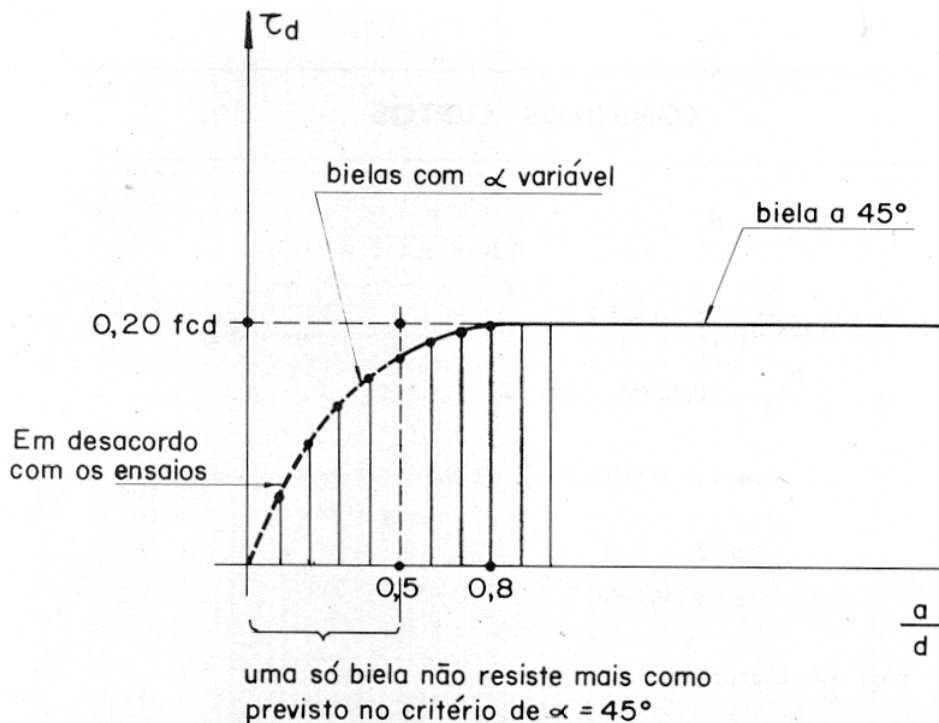


Fig. 9

Para consolos muito curtos, com  $a/d \leq 0,50$ , pode-se observar que a hipótese de uma só biela conduz a resultados em desacordo com as experiências.

Por isso a ACI recomenda o uso da teoria de Cisalhamento-Atrito (“Shear Friction”).





Segundo a Teoria da Costura, formam-se bielas comprimidas a  $45^\circ$ , como mostrado na figura 10

### Teoria da costura

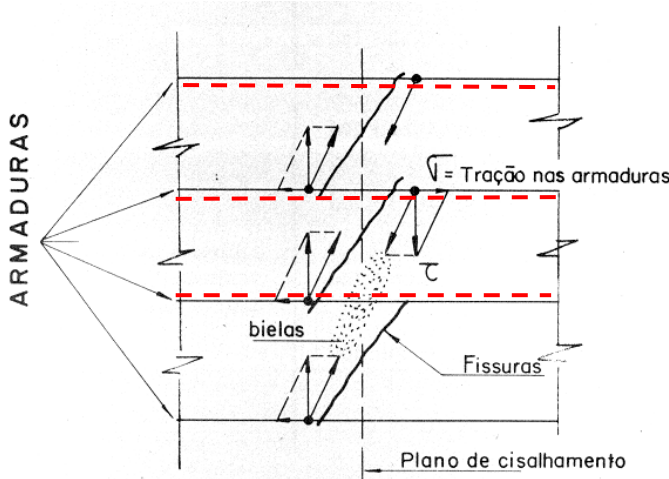
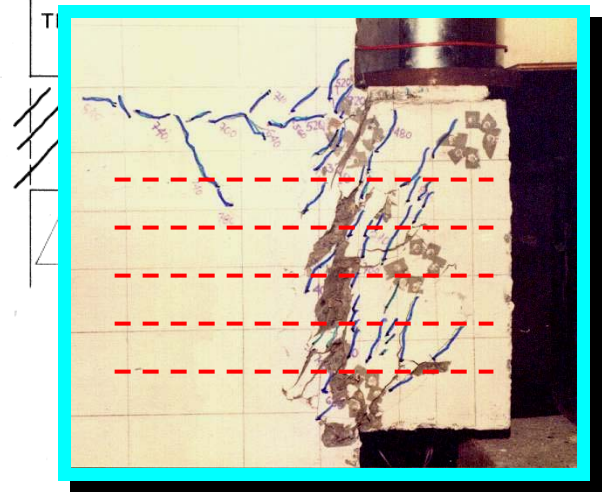


Fig. 10



Ensaio de C Haguenaer [ 26 ]

A teoria Cisalhamento- Atrito = "Shear Friction" não é a mesma coisa que a regra da "Costura", embora os resultados finais sejam semelhantes. Segundo a Teoria de Cisalhamento-Atrito = "Shear - Friction", a presença de armadura, atravessando a plano de cisalhamento, impede o afastamento das duas partes fazendo surgir uma força normal  $N$ , que aumenta o atrito entre as duas partes (Figura 11).

### Teoria do Cisalhamento – Atrito ( " Shear – friction" )

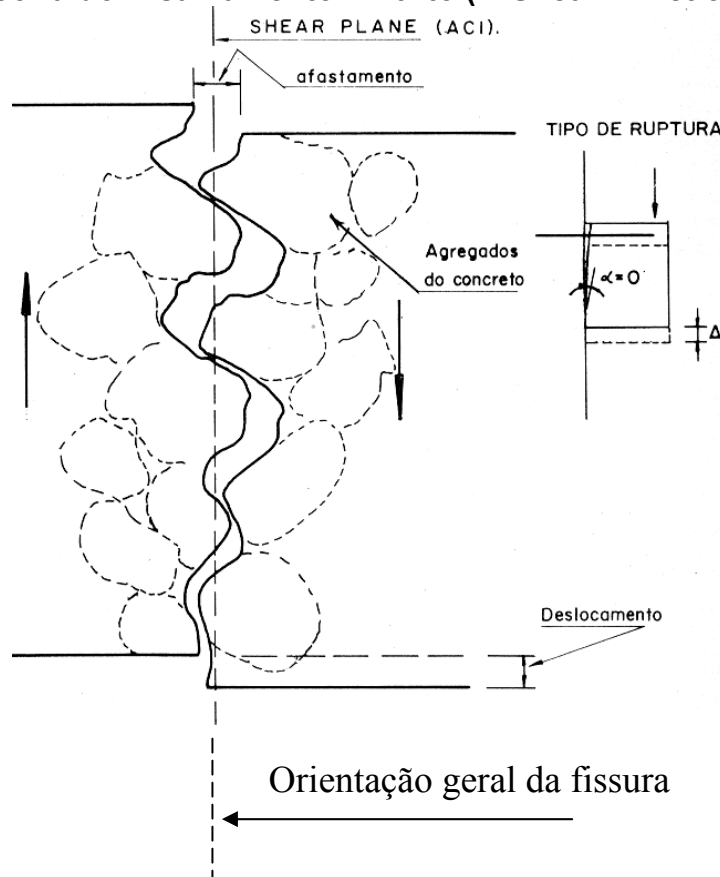
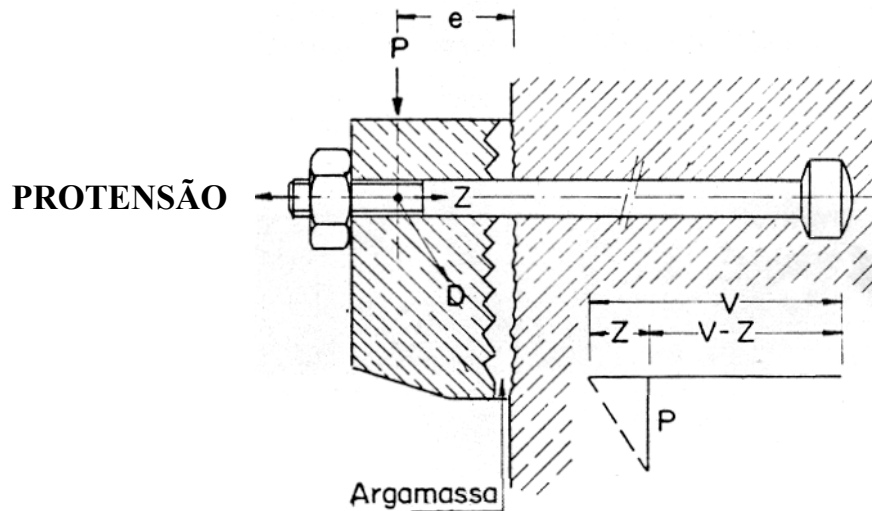


Figura 11



**EXEMPLOS de consolos muito curtos mostrados por Fritz Leonhardt.  
Ver Ref. [17]**

Vários tipos de suportes são executados com placas comprimidas por forças de protensão.

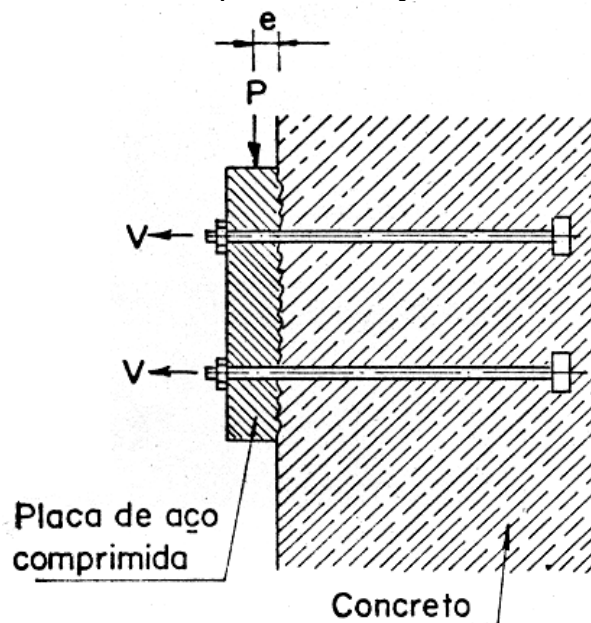


**Figura 12 A**

O atrito é muito importante no funcionamento desses tipos de apoio e para isso as forças de protensão devem ser corretamente dimensionadas.

A força  $P$ , a ser suportada pela placa de apoio, deve ser equilibrada pela força  $Z$  de tração e pela força inclinada  $D$ , como mostrado na figura 12A.

Para o bom funcionamento das forças de atrito, a força de protensão  $V$  deve ser maior que a força  $Z$  obtida decompondo a força  $P$  em duas direções.



**Figura 12 B**

O assentamento da placa de aço deve ser feito com argamassa resistente, para permitir uma perfeita transmissão dos esforços.

O concreto da parede deve ser rugoso. Para isso usar jato de areia, para retirar a nata do concreto, deixando aparente o agregado. Não deve ser usado apicoamento, pois isso pode fraturar o concreto da parede, reduzindo a sua resistência.



## Teoria do Cisalhamento-Atrito ou “ Shear – friction”

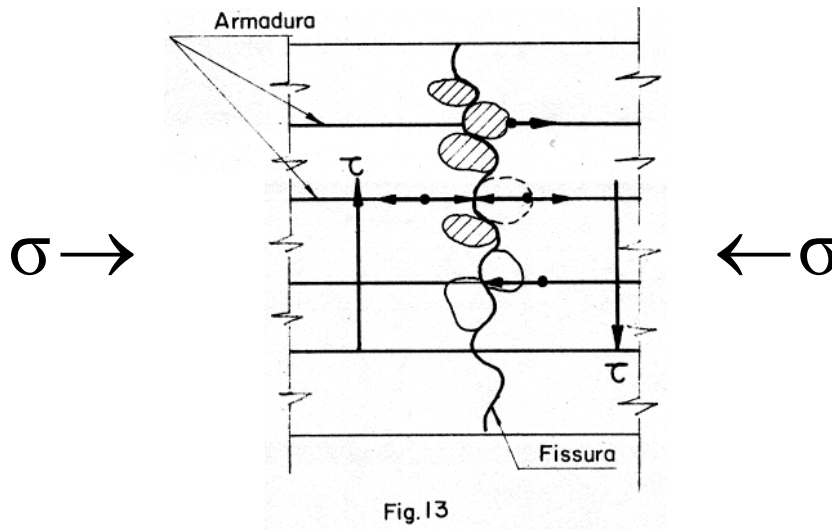


Fig.13

De um modo geral, os resultados da teoria de cisalhamento-atrito ( “Shear – Friction”) têm sido analisados usando a fórmula :

$$\tau_u = \tau_o + \mu \cdot (\rho \cdot f_y + \sigma)$$

onde:

$\tau_u$  = tensão última de cisalhamento

$\tau_o \cong 40 \text{ kgf/cm}^2$  é o valor de  $\tau_u$  para  $(\rho \cdot f_y + \sigma) = 0$  e a norma americana ACI não considera o “ $\tau_o$ ” na sua formulação.

$\mu = \begin{cases} 1,4 & \text{sem junta de concretagem} \\ 1,0 & \text{concreto sobre concreto} \\ 0,7 & \text{concreto sobre aço} \end{cases}$  equivale a um coeficiente de atrito.

O valor de ( $\mu$ ) observado nos ensaios é da ordem de 0,7 a 0,8 , porém é adotado pela ACI como sendo  $\mu = 1.0$  , visto que a parcela  $\tau_o$  não é considerada. Ver figura 22.

$\rho$  = porcentagem de armadura que atravessa o plano de cisalhamento, em relação à área de concreto.

$f_y$  = tensão de escoamento do aço. Não adianta ser muito elevada pois não seria atingida na ruptura do consolo.

$\sigma$  = tensão normal à fissura , provocada por cargas externas, sendo

$\sigma = \begin{cases} + & \text{compressão} \\ - & \text{tração} \end{cases}$



Uma observação feita por Robinson [2] sobre a inclinação das fissuras em consolos curtos por ele ensaiados:

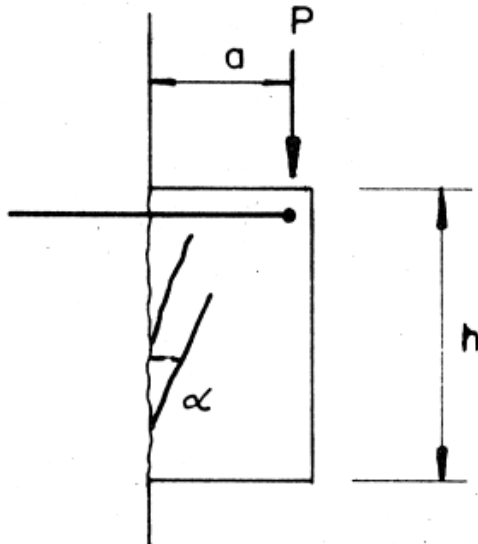
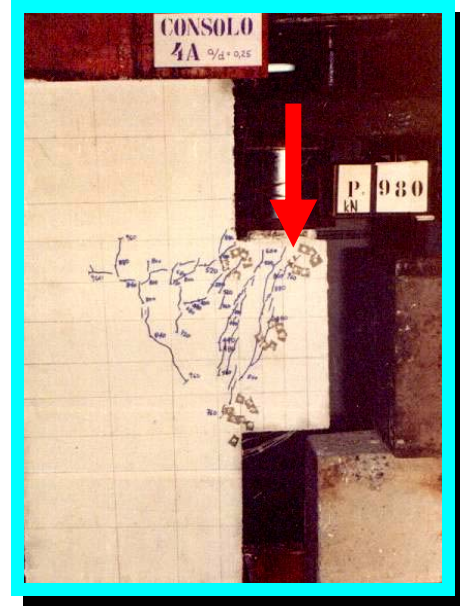


Figura 14



Ensaio de C. Haguenaer [ 26 ]

“ O ângulo  $\alpha$  das fissuras varia com a relação  $\left(\frac{a}{h}\right)$  segundo a relação:

$$\alpha \text{ (em graus)} = 22,5 + 25 \times \left(\frac{a}{h}\right) (\pm 2,5) ”$$

Quando  $\left(\frac{a}{h}\right) \rightarrow 0$   $\alpha \rightarrow 22,5^\circ$ , isto é, um valor intermediário entre a teoria da costura, na qual  $\alpha = 45^\circ$ , e a teoria do cisalhamento-atrito (“Shear – Friction”) na qual  $\alpha = 0^\circ$

$$\text{Para } \left(\frac{a}{h}\right) = 0,8 \rightarrow \alpha = 42,5 \pm 2,5 \cong 45^\circ$$

Resumindo o que foi analisado anteriormente, poderíamos dividir os consolos definidos pela relação  $\left(\frac{a}{h}\right)$  em 3 tipos :

- Normal .....  $1,0 < \left(\frac{a}{h}\right)$
- Curto .....  $0,5 \leq \left(\frac{a}{h}\right) \leq 1,0$
- Muito Curto.....  $\left(\frac{a}{h}\right) < 0,5$

Ver figura 15 adiante.



Resumo dos cálculos elaborados com os diferentes modelos

Na figura 15 abaixo estão mostrados os valores da tensão admissível de cisalhamento, ( em estado limite de utilização ), para consolos muito curtos, curtos e normais.

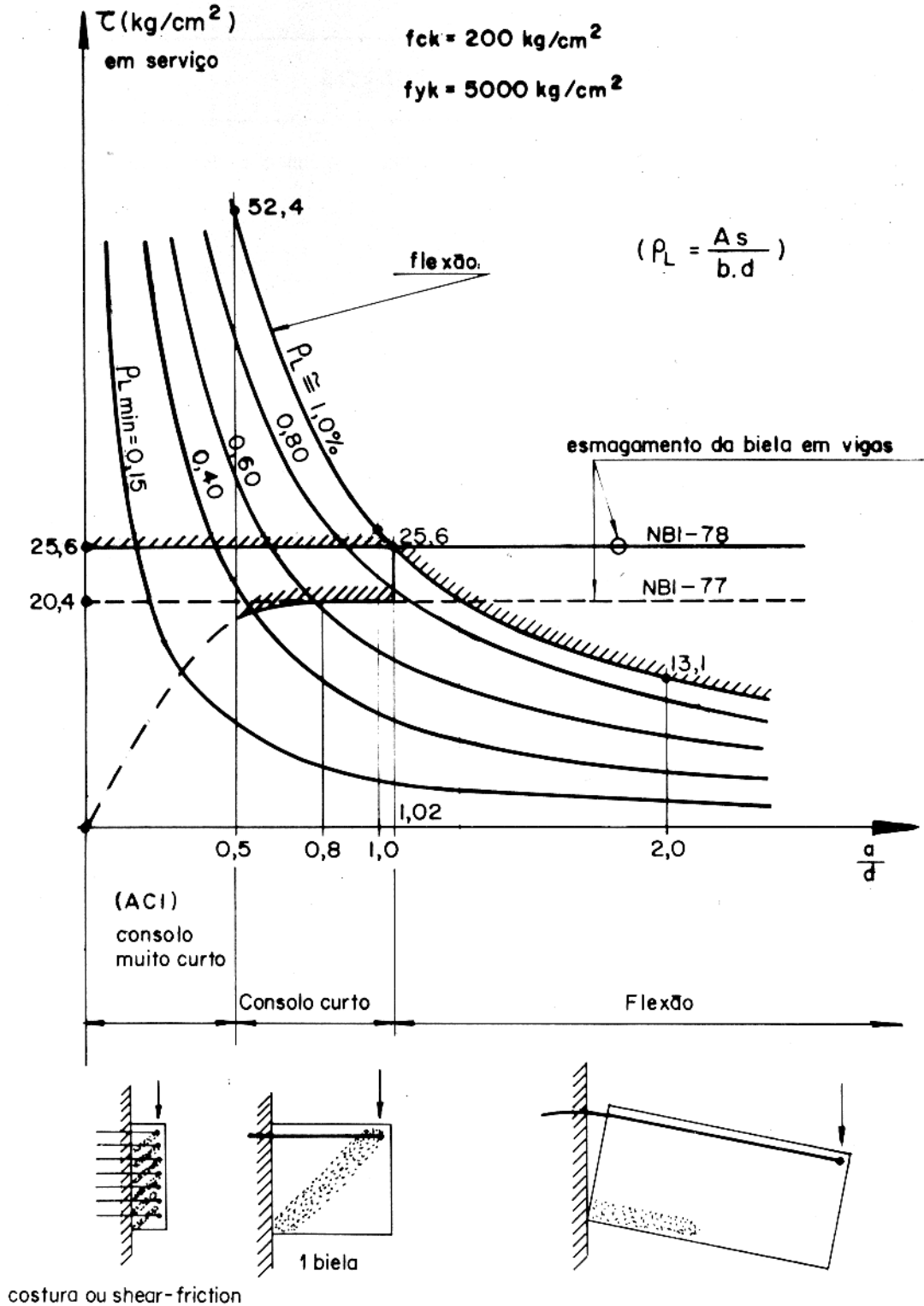


Figura 15