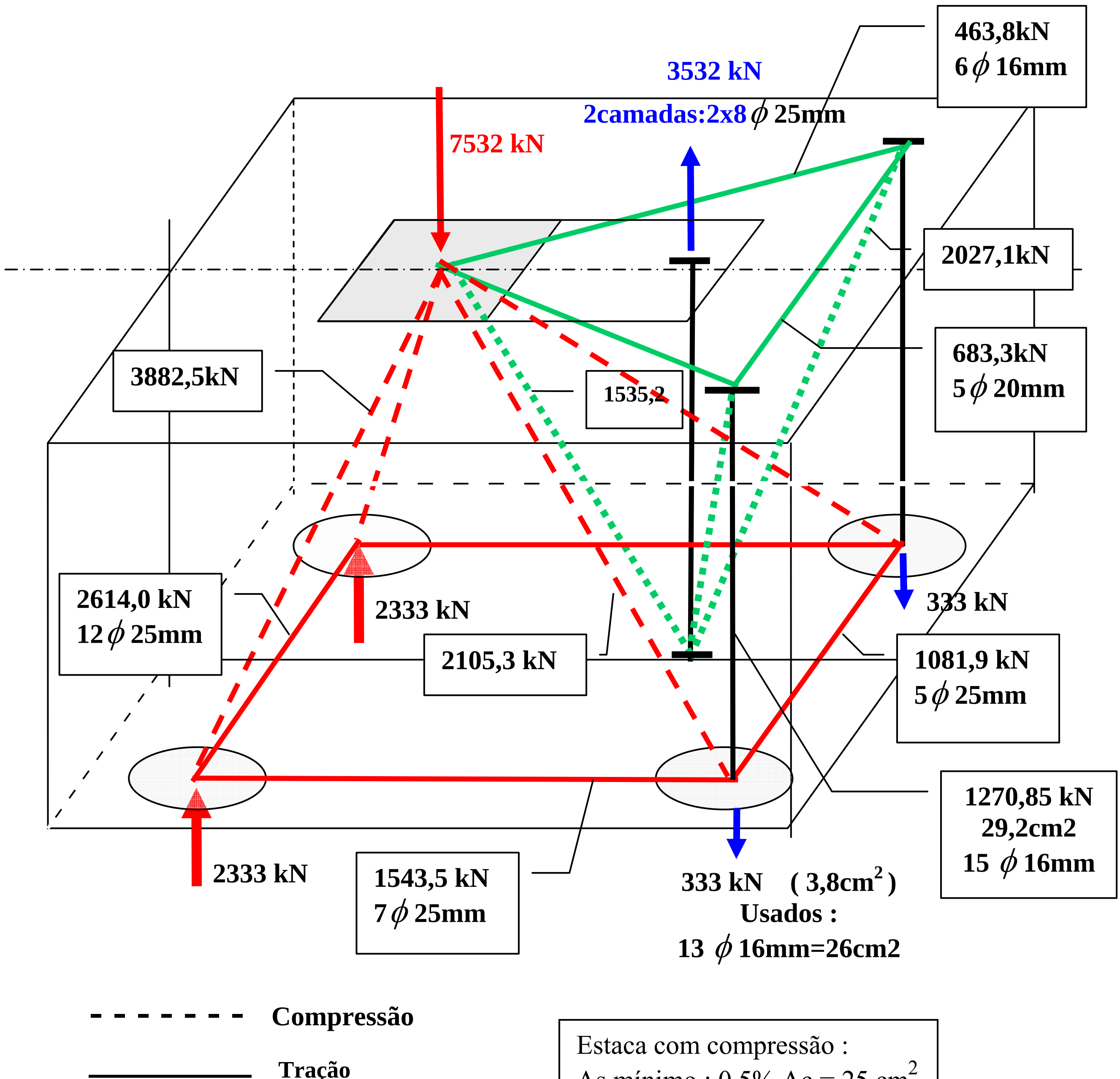
Método Biela × Tirante

Parte 2

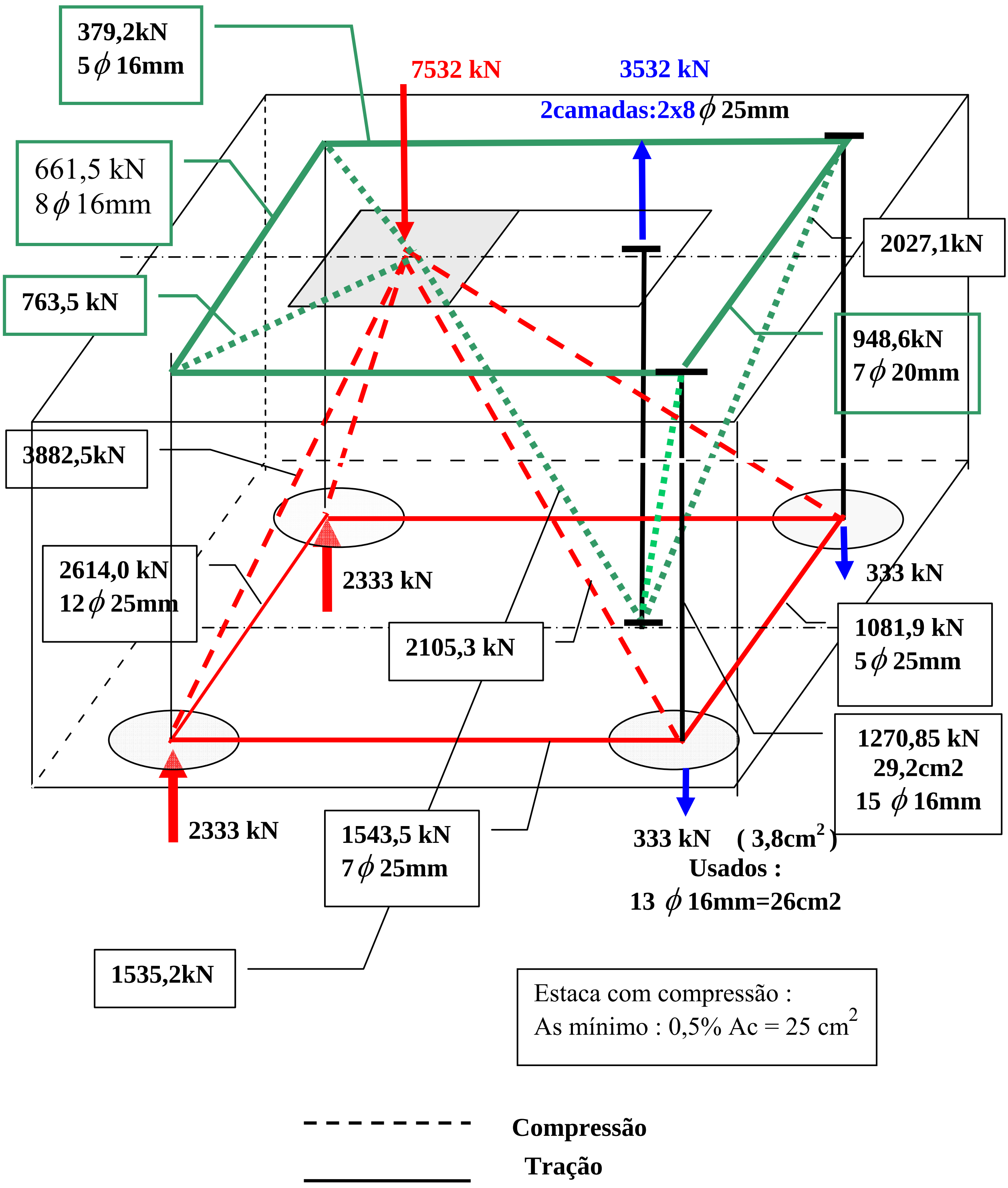
- *"Pile Cap subjected to Vertical Forces and Moments".* Autor: Michael Pötzl
- IABSE WORKSHOP New Delhi 1993 - *The Design of Structural Concrete*
- *Editor: Jörg Schlaich – Uniersity of Stuttgart - Germany.*

Esforços de projeto nas bielas e nos tirantes (esforços já majorados : Nd =1,4.N)
e armaduras CA50. fyd= fyk / 1,15 = 43,48 kN/cm^2



Estaca com compressão :
As mínimo : 0,5% Ac = 25 cm^2

Alternativa com barras em esquadro na face superior.



Esforços de projeto nas bielas e nos tirantes (esforços já majorados : Nd =1,4.N)

Armadura dos tirante com aço CA 50 : fyd= fyk / 1,15 = 43,48 kN/cm^2

Para comparar um modelo com outro modelo usamos a sugestão do Prof. Jörg Schlaich, que tem desenvolvido esse método de cálculo Biela –Tirante.

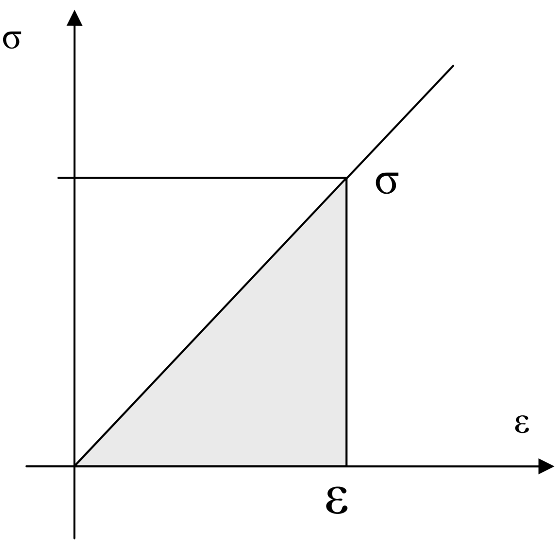
“ *Ao escolher o modelo é útil lembrar que a estrutura tende a sustentar as cargas atuantes (na estrutura) com as menores forças e deformações possíveis.*
Como os tirantes de aço são mais deformáveis do que as bielas comprimidas de concreto, o modelo estrutural ótimo será o que apresentar menos tirantes e tirantes mais curtos.
No caso de dúvida pode-se usar como critério aproximado de otimização do modelo a soma dos produtos das forças de tração nos tirantes (Ti) *pelos comprimentos dos tirantes* (Li) .

$$\boxed{\sum \mathrm{Ti} \times \mathrm{Li} = \text{mínimo}}$$

Para casos excepcionais em que as bielas comprimidas suportam tensões (σi) *muito elevadas, ao longo de grandes comprimentos* (Li) *(não apenas nos nós) e portanto com deformações* (εi) *similares às dos tirantes de aço, o critério deve ser :*

$$\boxed{\sum \mathrm{Ti} \times \mathrm{Li} \times \varepsilon i = \text{mínimo}}$$

Essa equação é similar ao princípio da energia mínima de deformação, para um comportamento linear elástico.
Esse critério é útil para eliminar modelos não desejáveis. **”**



Comentário :

A energia de deformação das bielas e tirantes vale :

$$Energia\ por\ unidade\ de\ volume = \frac{\sigma \times \varepsilon}{2} \quad :$$

A energia total de deformação vale :

$$E_{deformação} = \sum \left(\frac{\sigma \times \varepsilon}{2} \right) \times A \times L = \sum \left(\frac{\frac{N}{A} \times \varepsilon}{2} \right) \times A \times L = \frac{1}{2} \sum N \times \varepsilon \times L$$

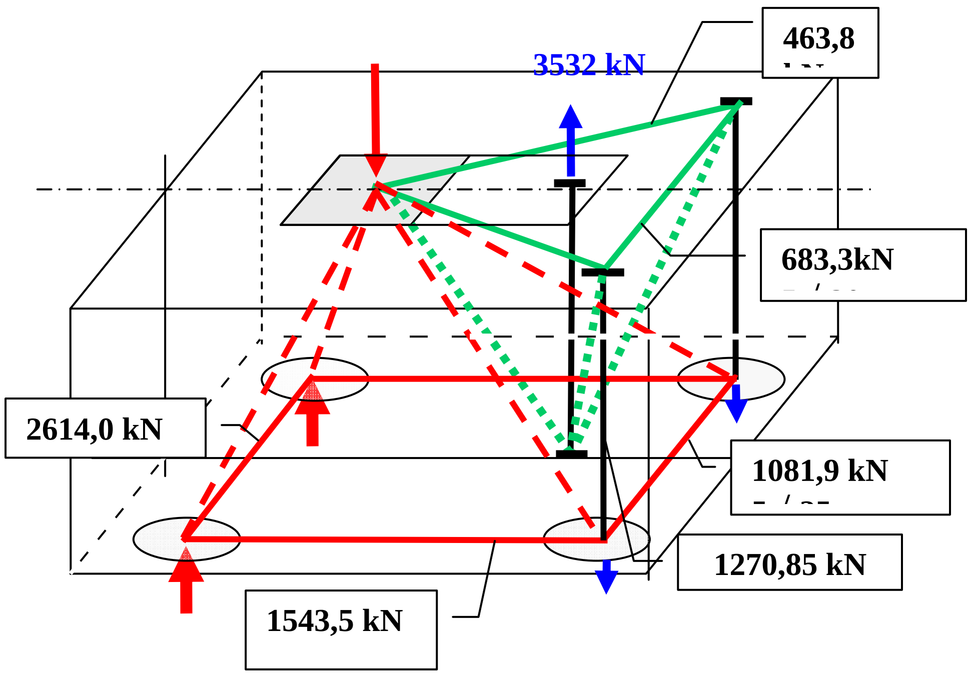
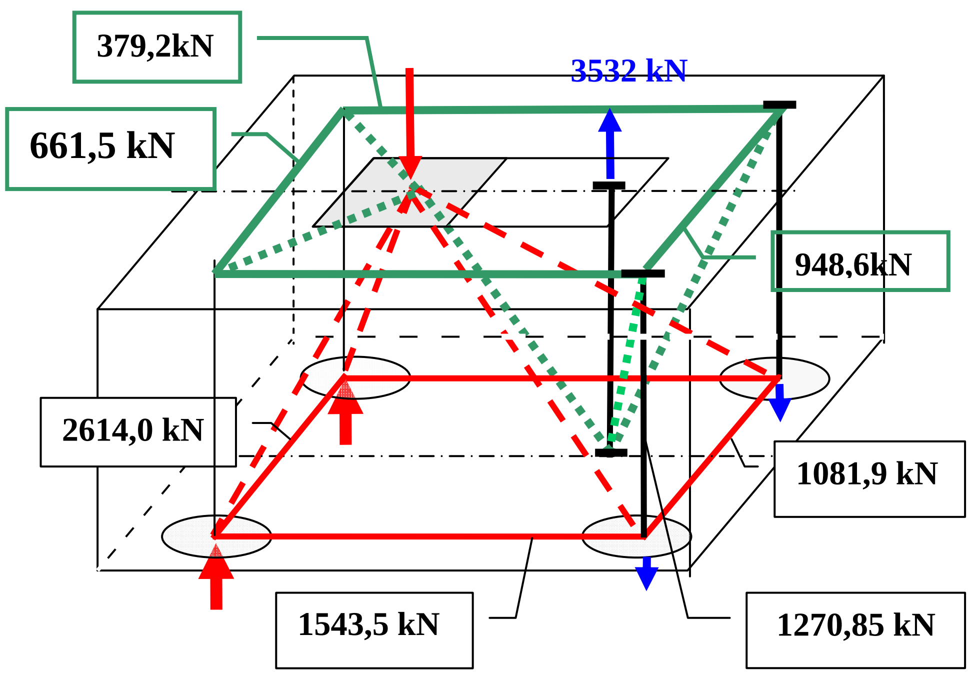
onde : **A** = área da barra de aço ou de concreto

L = comprimento da barra
σ = tensão na barra de aço ou concreto
ε = deformação na barra de aço ou concreto

Como as barras de aço são projetadas com a mesma tensão limite elas têm as mesmas deformações ε. O critério de otimização passa a ser então :

$$E_{deformação} = \frac{\varepsilon}{2} \times \sum N \times L = \text{mínimo} \ \text{ isto é } \ \boxed{\sum N \times L = \text{mínimo}},$$

como sugerido por Schlaich.

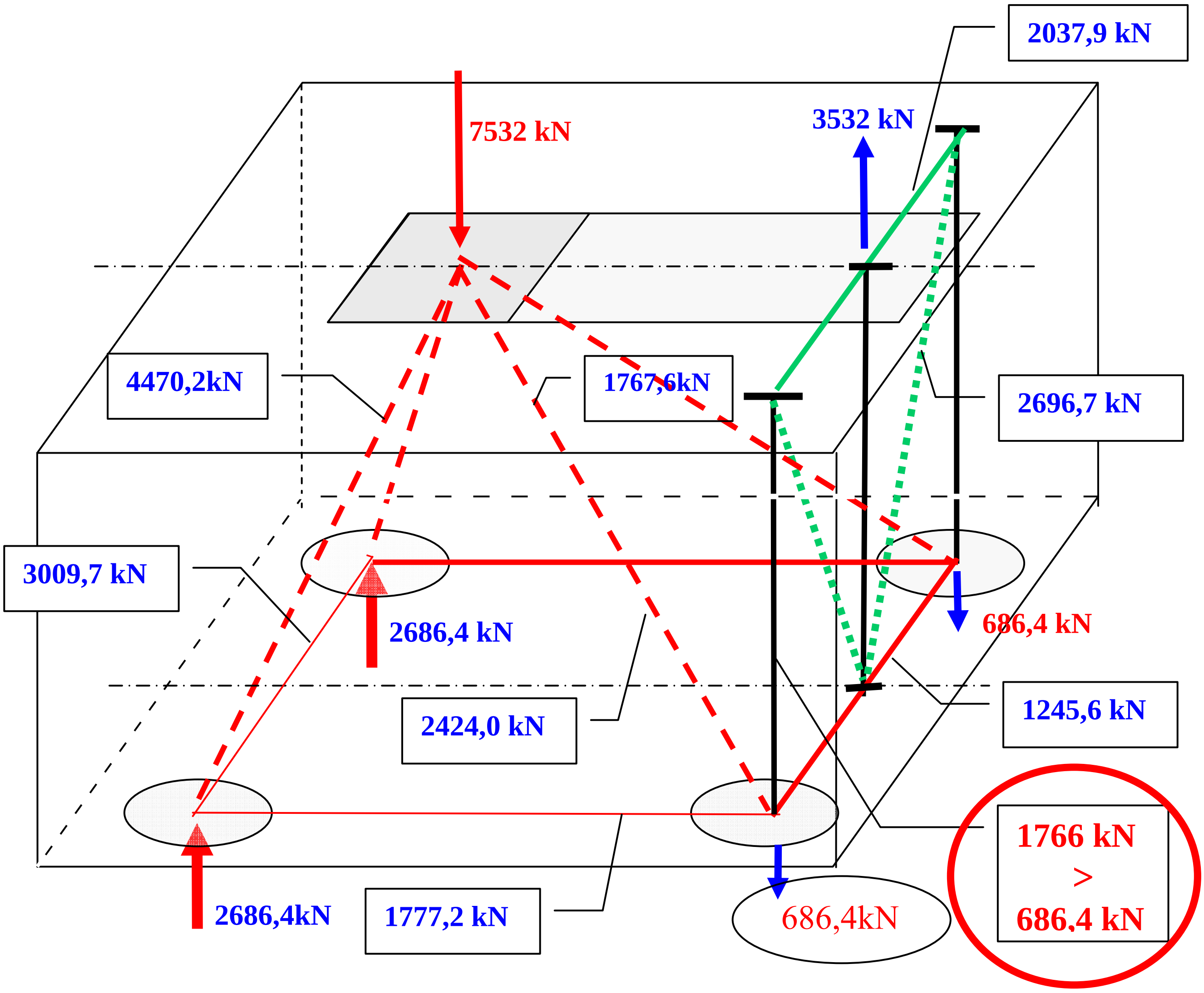
Modelo de armadura na face superior do bloco	$\sum N \times L$
	43 041 kN.m *Como a energia de deformação é menor, esse modelo é mais próximo do comportamento real da estrutura.*
	45 675 kN.m

Observação : Pode ocorrer que, dentro do bloco, a força de tração na armadura que vem da estaca tracionada precise ser maior que a reação de apoio de tração.

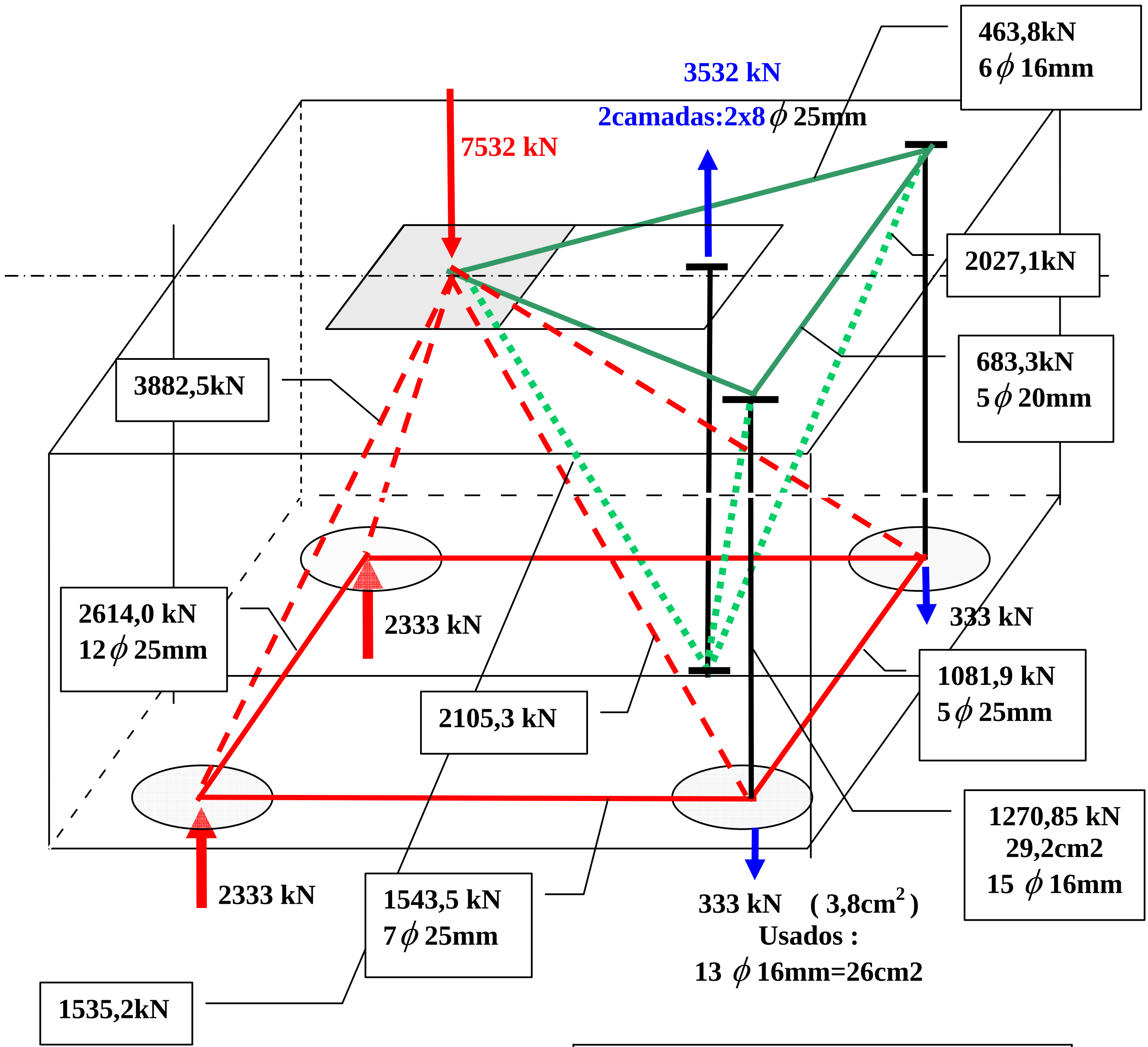
O exemplo abaixo mostra como isso poderia ocorrer.

Bastaria que a força de tração na armadura do pilar atuasse no plano das estacas.

São considerados nesse comentário esforços atuantes externos diferentes do caso que estamos analisando no nosso modelo biela – tirante.

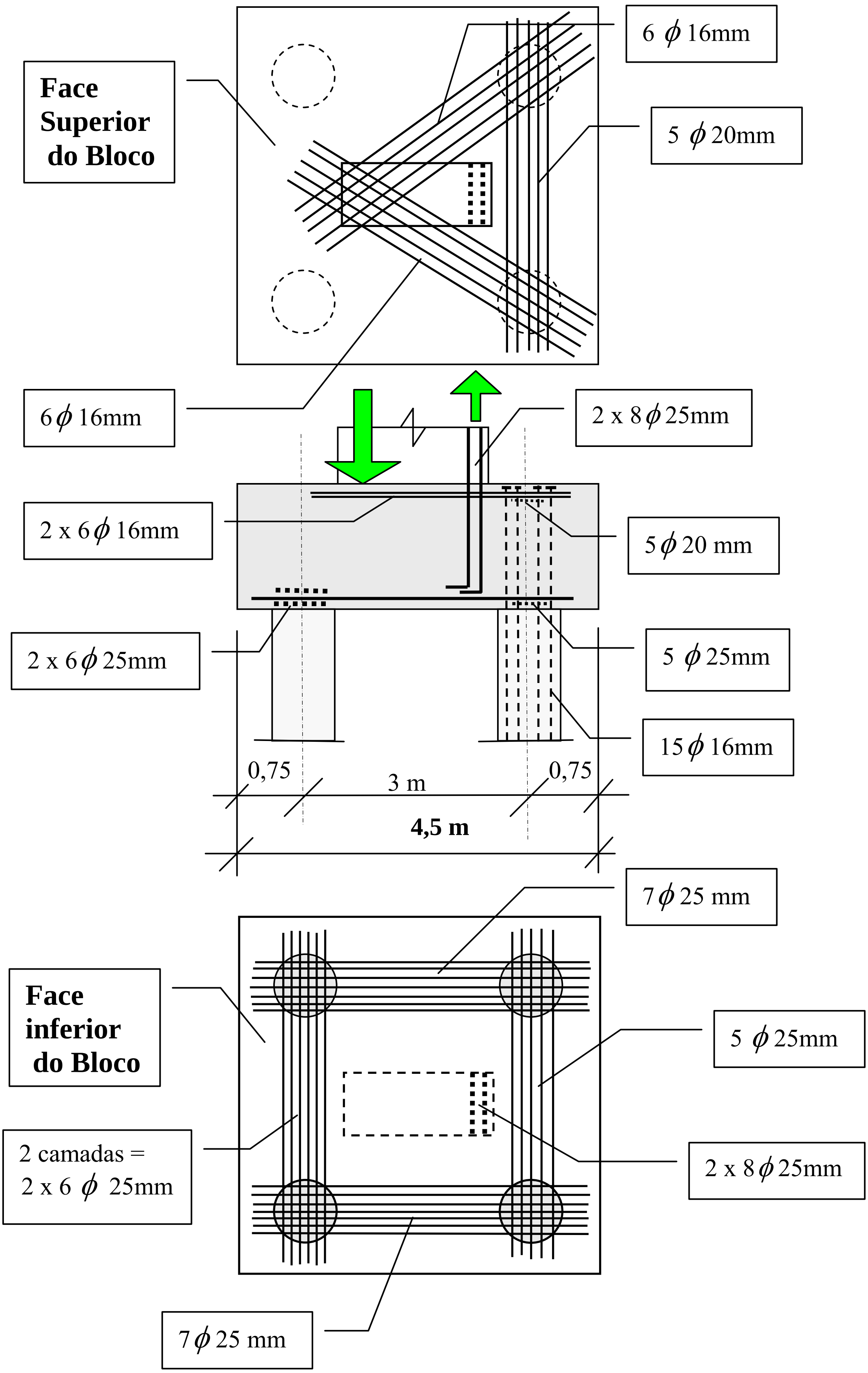


Resumo : Barras inclinadas na face superior

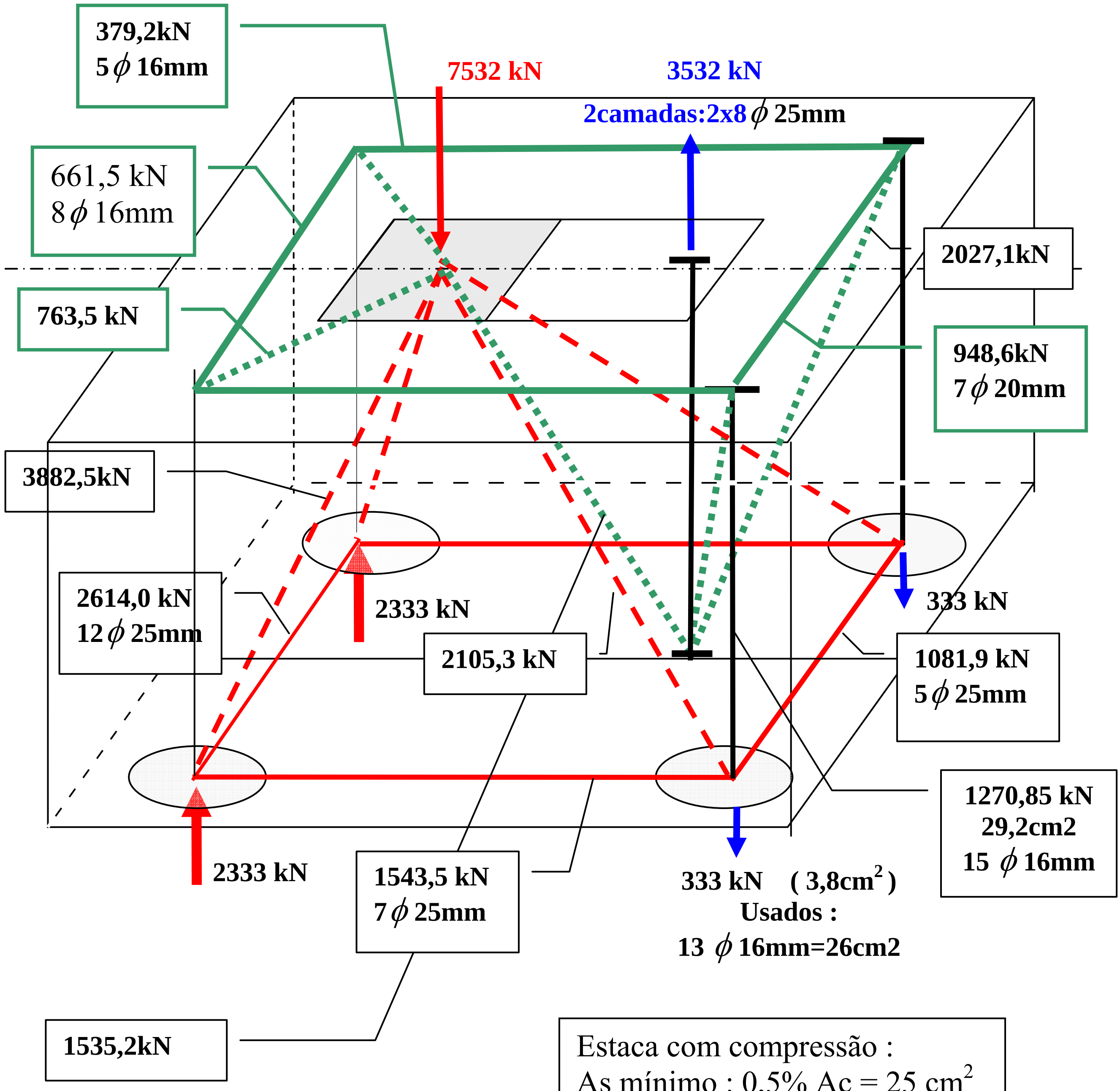


Estaca com compressão :
As mínimo : 0,5% Ac = 25 cm^2

Resumo : Barras inclinadas na face superior

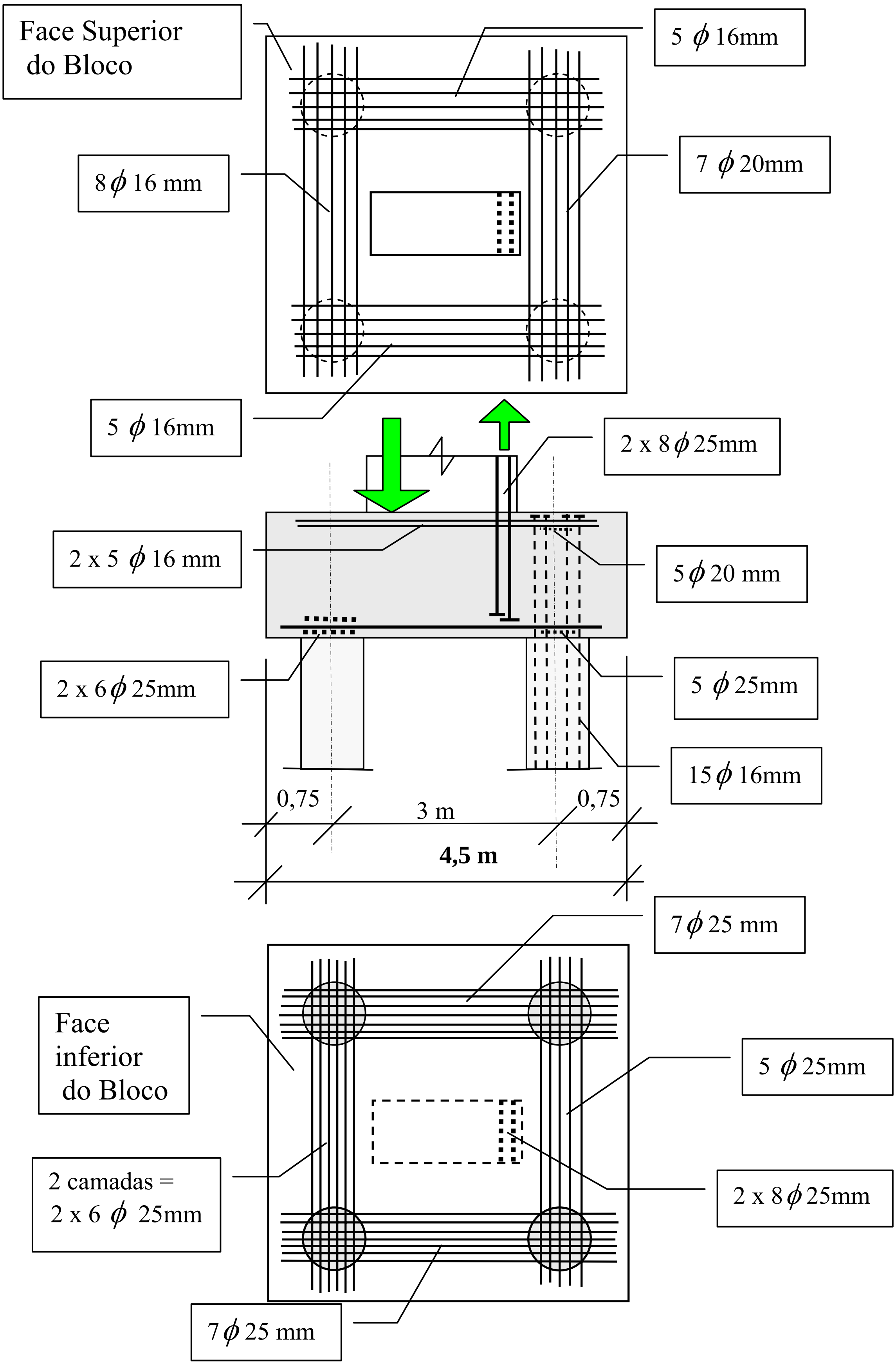


Resumo : Barras em esquadro na face superior



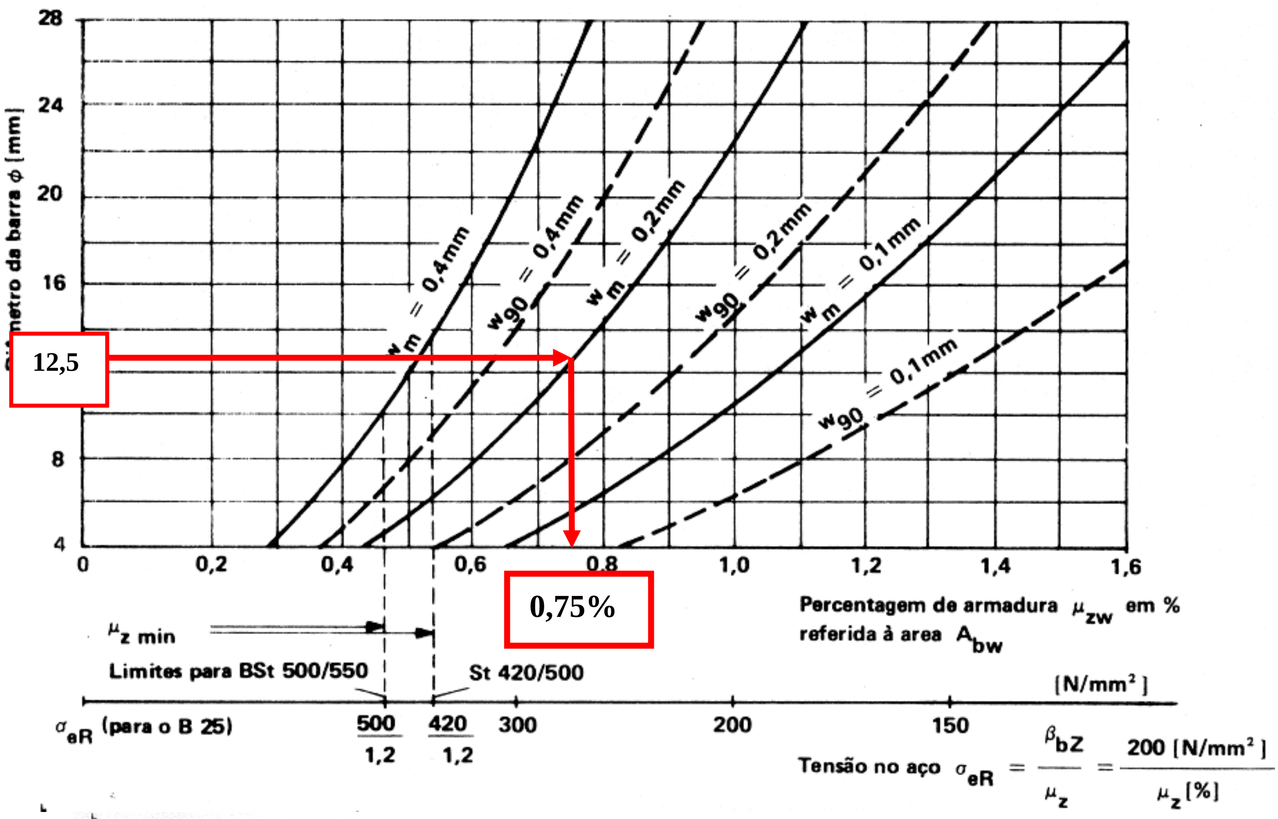
Estaca com compressão :
As mínimo : 0,5% Ac = 25 cm^2

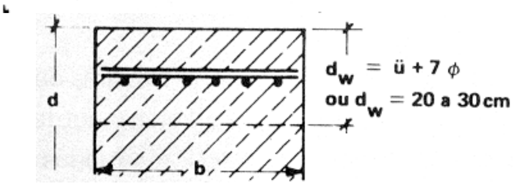
Resumo : Barras em esquadro na face superior



Armadura nas faces do bloco

Para estimar a abertura dessas fissuras pode-se usar a formulação teórico-experimental de H. Falkner. Ver Fritz Leonhardt – Construções de Concreto volume 4.





$$\mu_{zw\,projeto} = \frac{A_{aço}}{b \times d_w}$$

Abertura da fissura devida às tensões de coação como a retração.

A abertura da fissura na superfície do bloco deve ser limitada a :

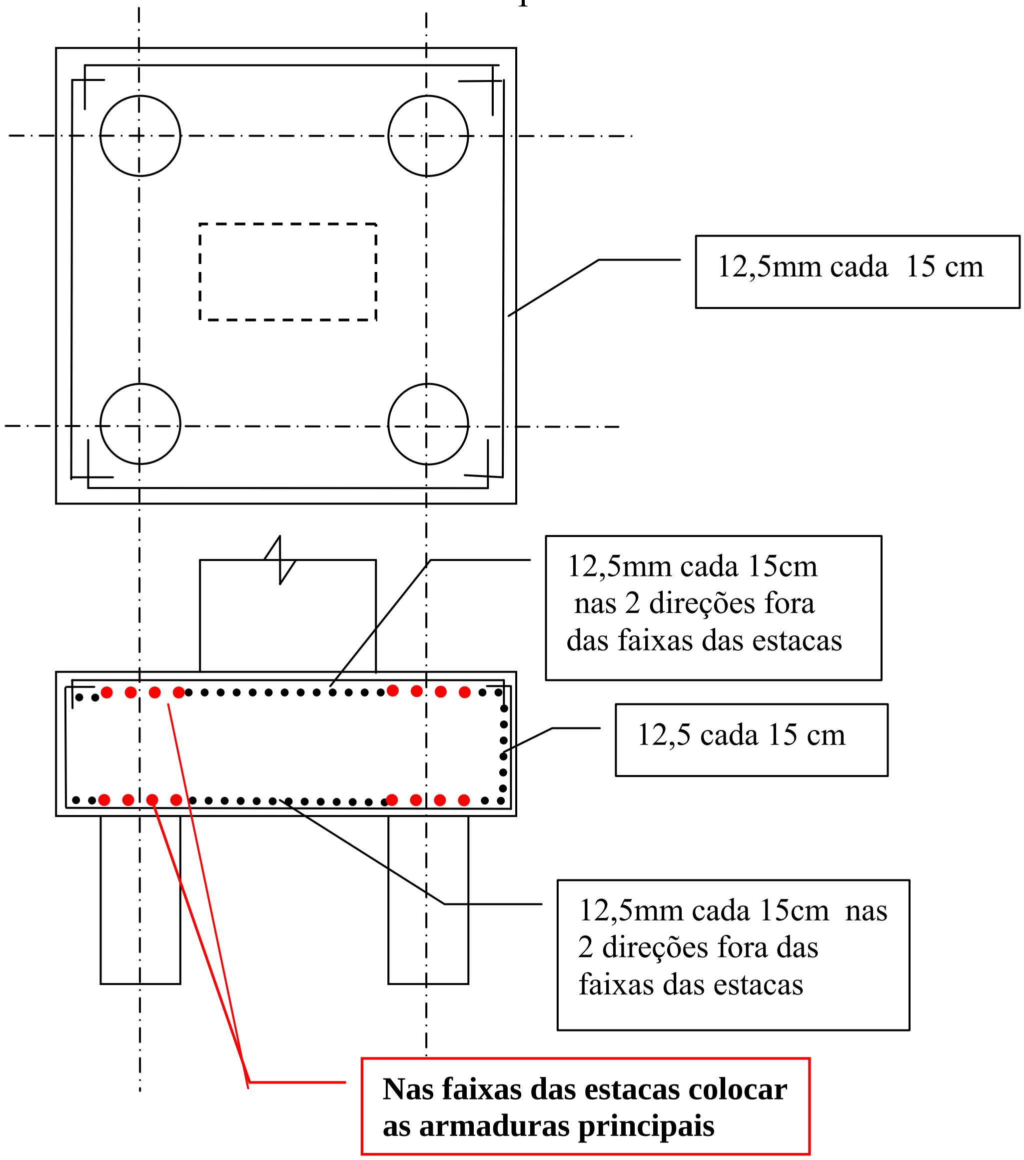
- $W_{k90\%}$ = 0,3mm, isto é, $W_{média}$ = 0,20mm
  Segundo H. Falkner, (ver figura acima) para uma barra com diâmetro de **12,5mm**, deveríamos ter $\mu_{ZW} \cong 0{,}75\ \%$.

  Espaçamento desejado entre as barras:

$$\mu_{zw\,desejável} = \frac{A_{aço}}{b \times d_w} = \frac{\left(\dfrac{100cm}{espaçamento(15cm)}\right) \times 1{,}23cm^2}{100cm \times (3cm + 7 \times 1{,}25cm)} = 0{,}75\ \%$$

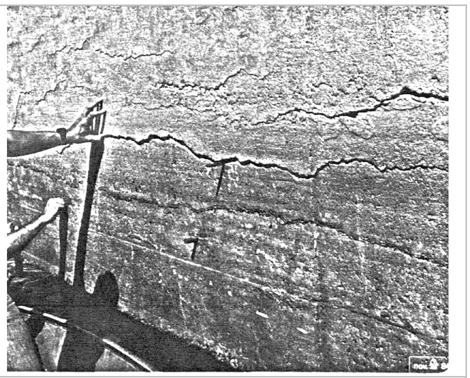
  Daí resulta : Espaçamento desejável = 14cm ≅ 15cm.
- Usar barras de aço CA50 com ϕ = 12,5mm cada 15 cm
- Usando nas superfícies de blocos ϕ=12,5 mm cada 20 cm , teríamos uma abertura de fissura : $W_{média}$ = 0,40mm.
- A armadura de superfície deve ser escolhida segundo critérios de durabilidade da estrutura.
- Sugerimos considerar wk90 = 0,30mm.

Armadura de superfície

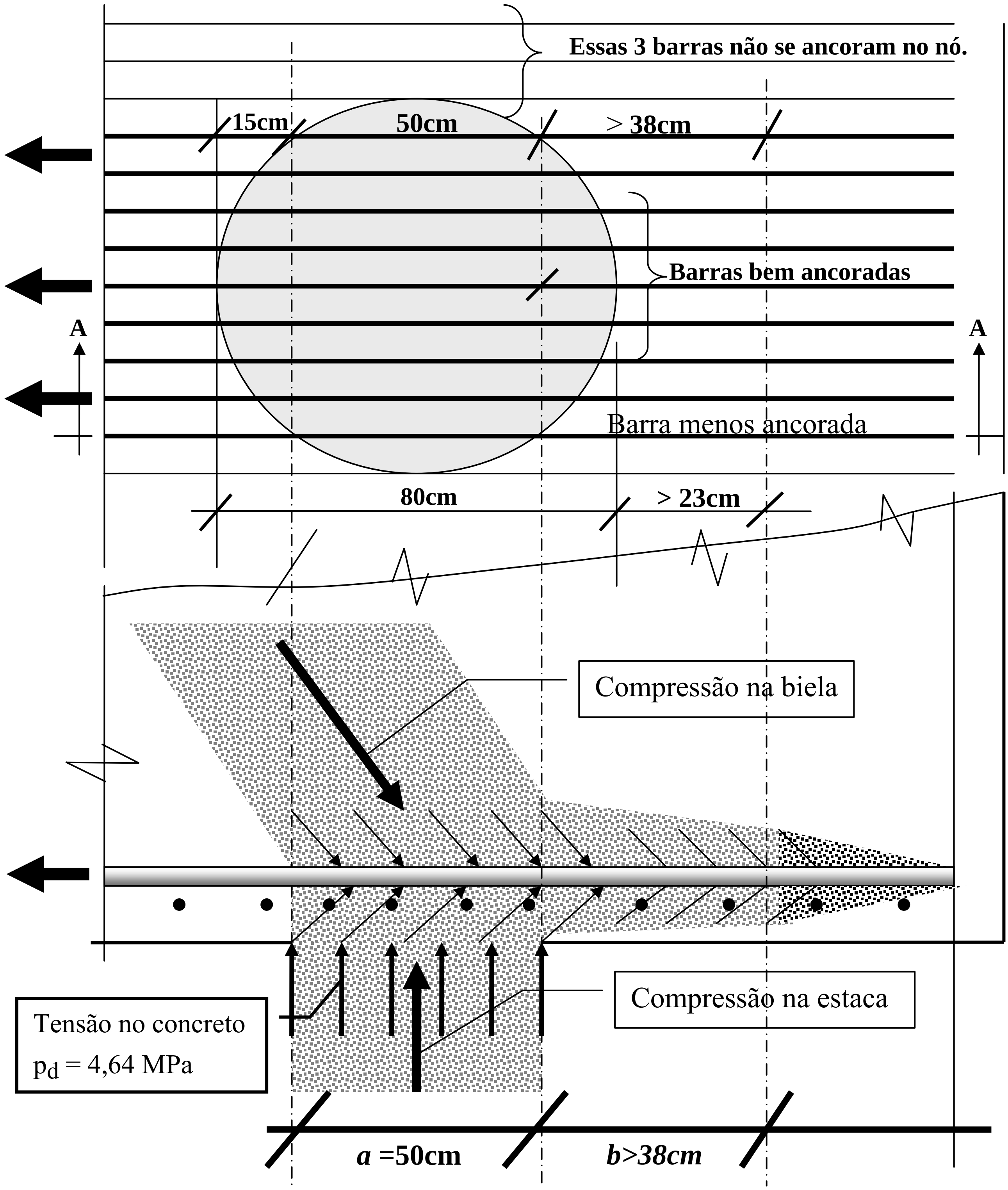


- Na largura da estaca, 80cm, caberiam 5 ferros de 12,5mm cada 15cm da armadura de pele. Esses 5 ferros poderiam substituir 1 ferro de 25mm da armadura principal.
- Os ferros da armadura de pele, mesmo passando sobre as estacas, devem ser dobrados até o topo do bloco. Nenhuma parte da superfície externa do bloco deve ser deixada sem armadura.

Não sendo usada armadura em toda a superfície do bloco, além das fissuras devidas à coação, podem surgir grandes fissuras horizontais nas faces laterais. Ver foto ao lado e demais detalhes no exemplo de fissuração número 40 em anexo.



Ancoragem dos ferros nas faixas das estacas



Corte AA

- O comprimento de ancoragem do ferro de 25mm, no concreto com fck = 25MPa e em zona de boa aderência vale 40ϕ = 100cm.

- O comprimento de ancoragem com compressão transversal, segundo o Euro-Code, vale:

$$Lb_{reduzido} = [1 - 0{,}04\, p_d\,(MPa)] \times Lb \geq 0{,}70 Lb$$

$$Lb_{reduzido} = (1 - 0{,}04 \times 4{,}64) \times Lb = 0{,}81 Lb = 0{,}81 \times 40\phi = 0{,}81 \times 40 \times 2{,}5cm = 81cm$$

- A barra, com o menor trecho sobre a estaca, tem um segmento comprimido transversalmente com 50cm .

- Isso equivale a $Lb_{útil} = \dfrac{50cm}{(1 - 0{,}04 \times 4{,}64)} = 62cm$

- São necessários portanto b = 40ϕ - 62cm = 100cm - 62 cm = 38cm além da estaca .

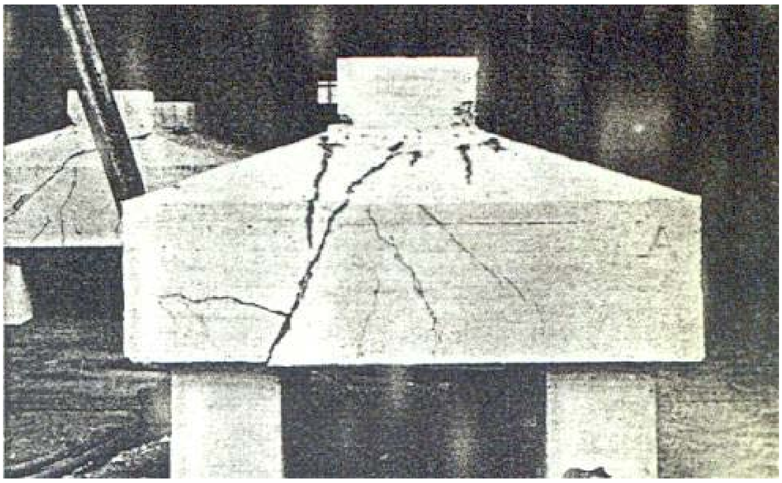
- Como todas as barras devem ter um mesmo comprimento, por razões práticas, devemos ter : $L_{mínimo}$ = 80cm + 23cm =103cm.

Apresentamos a seguir um resumo dos ensaios de Blévot.

Semelles em Béton Armé sur Pieux

J. Blévot et R. Freémy

Annales de ITBTP - Février 1967



Bloco 4N2 – 175 x175 x 75 cm

Fissura da ruptura segundo superfície inclinada a partir do topo da estaca.

- Pilar 50cm x 50cm
- 4 estacas 35cm x 35cm
- Entre eixos das estacas 120 cm
- Altura total da sapata 75 cm
- Altura útil ≅ 68 cm

- Concreto fc. cilindro . 15cm x 30cm = 341 kgf/cm^2

- Armadura
  - Aço : fy **0,2%**=498 MPa ; fu=819 MPa
  - 4 x 3 ferros 25mm – em forma de quadrado sobre as estacas
  - 2 x 4 ferros 20mm – nas diagonais

- Carga de Ruptura = 739 ton.
  Peso do bloco = 4.7 ton
  Carga total = 743,7 ton

Ruptura : *Segundo a superfície inclinada a partir do topo da estaca.*

Tensão no concreto da estaca : $\sigma\ estaca = \dfrac{\left(743700kgf \big/ 4estacas \right)}{(35cm \times 35cm)} = 151{,}8\ \left(kgf\ /\ cm^2 \right)$

Altura útil do bloco ≅ 68 cm

Comprimento da projeção horizontal da biela : $\left(60cm - \dfrac{50}{4} cm \right) \times \sqrt{2} = 67{,}18cm$

Ângulo de inclinação da biela com horizontal : $\alpha = \arctan\left(\dfrac{68}{67{,}18} \right) = 45^{\circ}21'$

Inclinação das bielas : 45º21´ com a horizontal.

Tensão na biela inclinada :

$$\sigma \text{biela} = \frac{\sigma \text{ estaca}}{(\text{sen}\alpha)^2} = \frac{151{,}8 \left(\text{kgf/cm}^2 \right)}{\left(\text{sen}45^{\text{o}}21' \right)^2} = 300 \left(\text{kgf/cm}^2 \right)$$

Tensão na biela = 300 (kgf/cm^2)

Tensão de ruptura do concreto, corpo de prova cilíndrico = 341 (kgf/cm^2)

Logo : (tensão na biela / fc) = (300 kgf/cm^2 / 341 kgf/cm^2) **= 0,88 ≅ 0,90**

Como veremos adiante, o aço das armaduras está escoando, quando o bloco rompe.

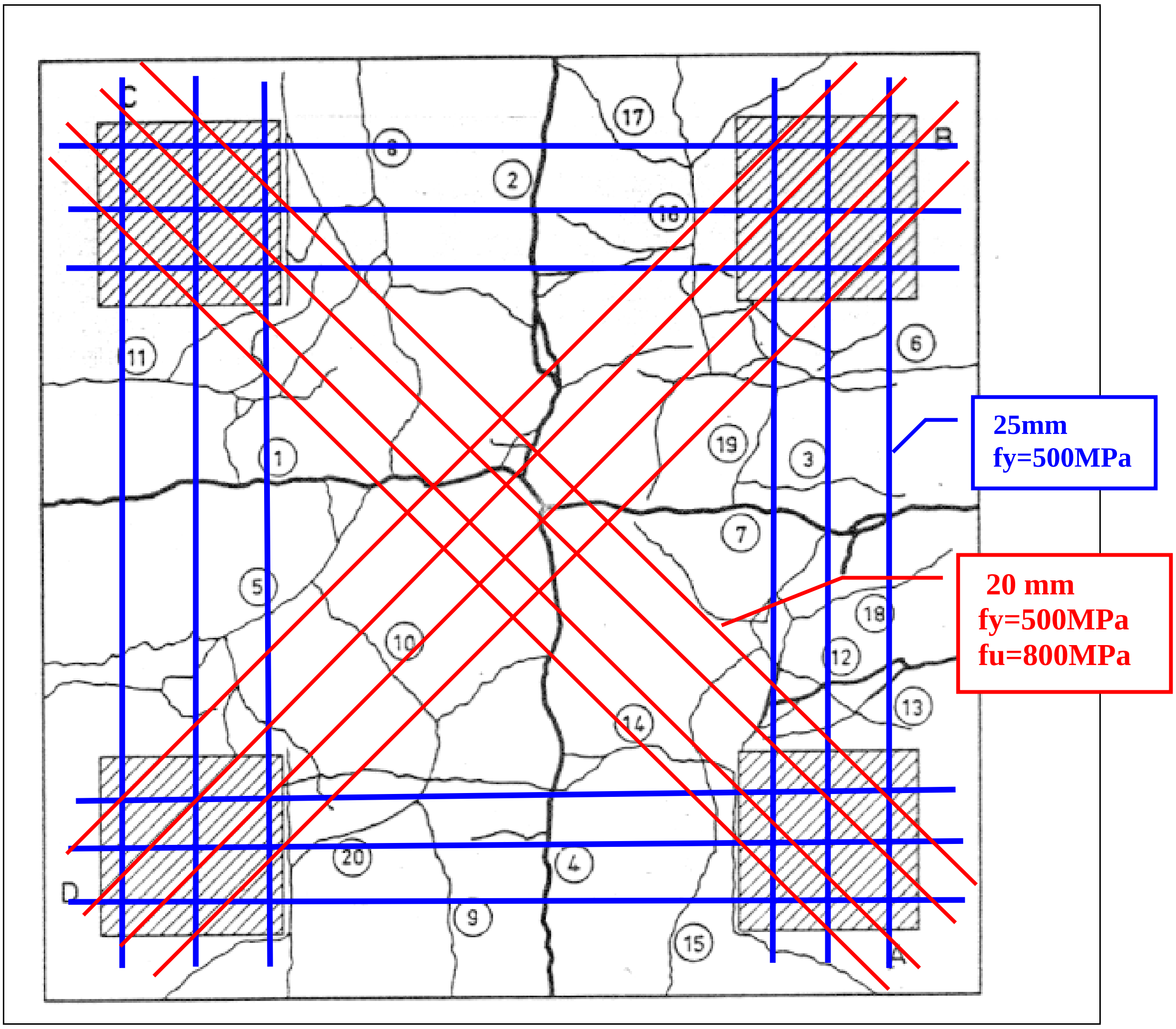
Isto significa que a carga de ruptura no bloco poderia ser maior se a quantidade de armadura fosse maior.

A tensão de compressão na biela seria maior e ultrapassaria , portanto, o valor $\underline{\sigma\ biela > 0{,}9\ fc}$ calculado acima.

Semelles em Béton Armé sur Pieux

J. Blévot et R. Freémy

Annales de ITBTP - Février 1967



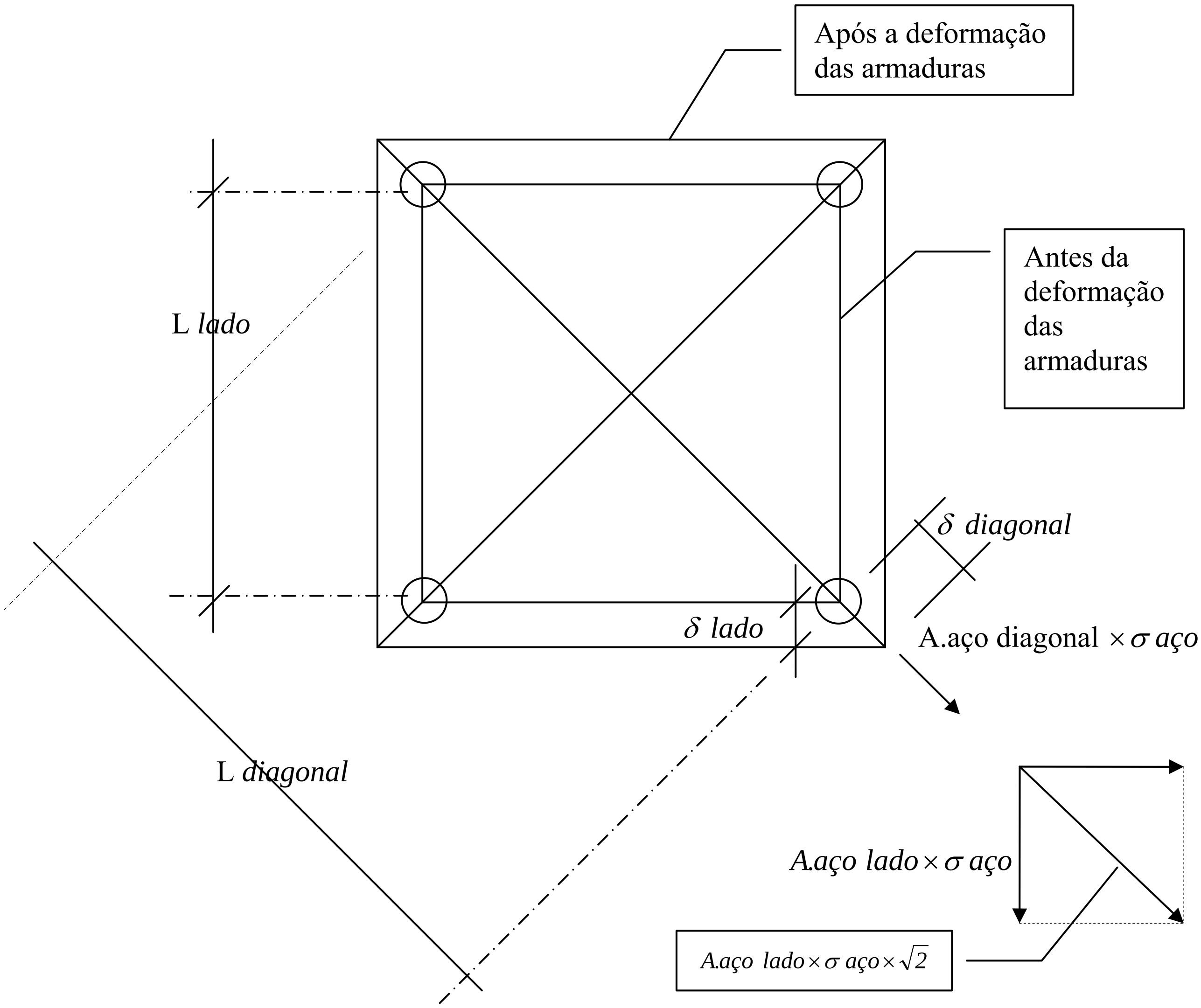
Fissuração na face inferior do bloco

Carga de Ruptura = 743,7 ton.
Carga atuante = 150 ton : Surgiu a 1ª fissura na face inferior
Carga atuante = 300 ton : A fissura na face inferior atingiu 0,2mm
Carga atuante = 350 ton (47 % Pu) : A fissura na face inferior atingiu <u>0,3mm</u>

<u>Em solos com águas agressivas, a tensão, em serviço, nas armaduras deve ser reduzida para limitar a abertura de fissura</u>

Sugestão : Dimensionar a armadura para uma tensão em serviço = 175 MPa.

Armadura do fundo do bloco, plano horizontal
Tensão nas armaduras



$$\varepsilon\ diagonal = \frac{\delta\ diagonal}{L\ diagonal} = \frac{\delta\ lado \times \sqrt{2}}{L\ lado \times \sqrt{2}} = \frac{\delta\ lado}{L\ lado} = \varepsilon\ lado = \varepsilon$$

Logo : A armadura diagonal e a armadura dos 4 lados escoam ao mesmo tempo. $\sigma\ aço\ lado = \sigma\ aço\ diagonal = \sigma\ aço = \varepsilon\ aço \times E\ aço$

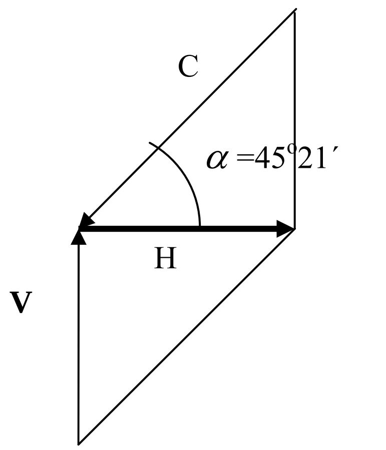
:

$$\varepsilon\ diagonal = \frac{\delta\ diagonal}{L\ diagonal} = \frac{\delta\ lado \times \sqrt{2}}{L\ lado \times \sqrt{2}} = \frac{\delta\ lado}{L\ lado} = \varepsilon\ lado$$

$$\sigma\ diagonal = \sigma\ lado$$

$$H\ diagonal = \left(A\,aço\,diagonal + A\,aço\,lado \times \sqrt{2}\right) \times \sigma\ aço$$

Armadura do fundo do bloco, plano horizontal
Tensão nas armaduras



Carga de Ruptura = 739 ton.
Peso do bloco = 4.7 ton
Carga total = 743,7 ton

V estaca / H diagonal = tan (45º 21´)

$$\text{H diagonal} = \frac{\text{Vestaca}}{\tan(45^{o}21')} = \frac{743{,}7/4}{1{,}01} = 184\text{ton}$$

- Armadura

o Aço : **fy 0,2% = 498 MPa ; fu=819 MPa**
o Lados = 4 x 3 ferros 25mm = 4x (3x 5cm^2) = 4 x 15cm^2 - nos lados do quadrado
o Diagonal = 2 x 4 ferros 20mm = 2x(4x3,1cm^2)=2x12,4 cm^2 – nas diagonais

$$H\ diagonal = \left(A\,aço\,diagonal + A\,aço\,lado \times \sqrt{2}\right) \times \sigma\ aço$$

$$184ton = \left(12{,}4cm^2 + 15cm^2 \times \sqrt{2}\right) \times \sigma\ aço$$

$$\sigma\ aço = \frac{184ton}{\left(12{,}4cm^2 + 15cm^2 \times \sqrt{2}\right)} = \frac{184\ ton}{33{,}6\ cm^2} = 5{,}48\ \left(t/cm2\right)$$

O aço está escoando mas não rompendo

Força segundo a diagonal do estaqueamento = 12,4 x 5,48 = 67,9 ton

Força segundo o quadrado das estacas = 15cm2 x 5,48 = 82,2 ton

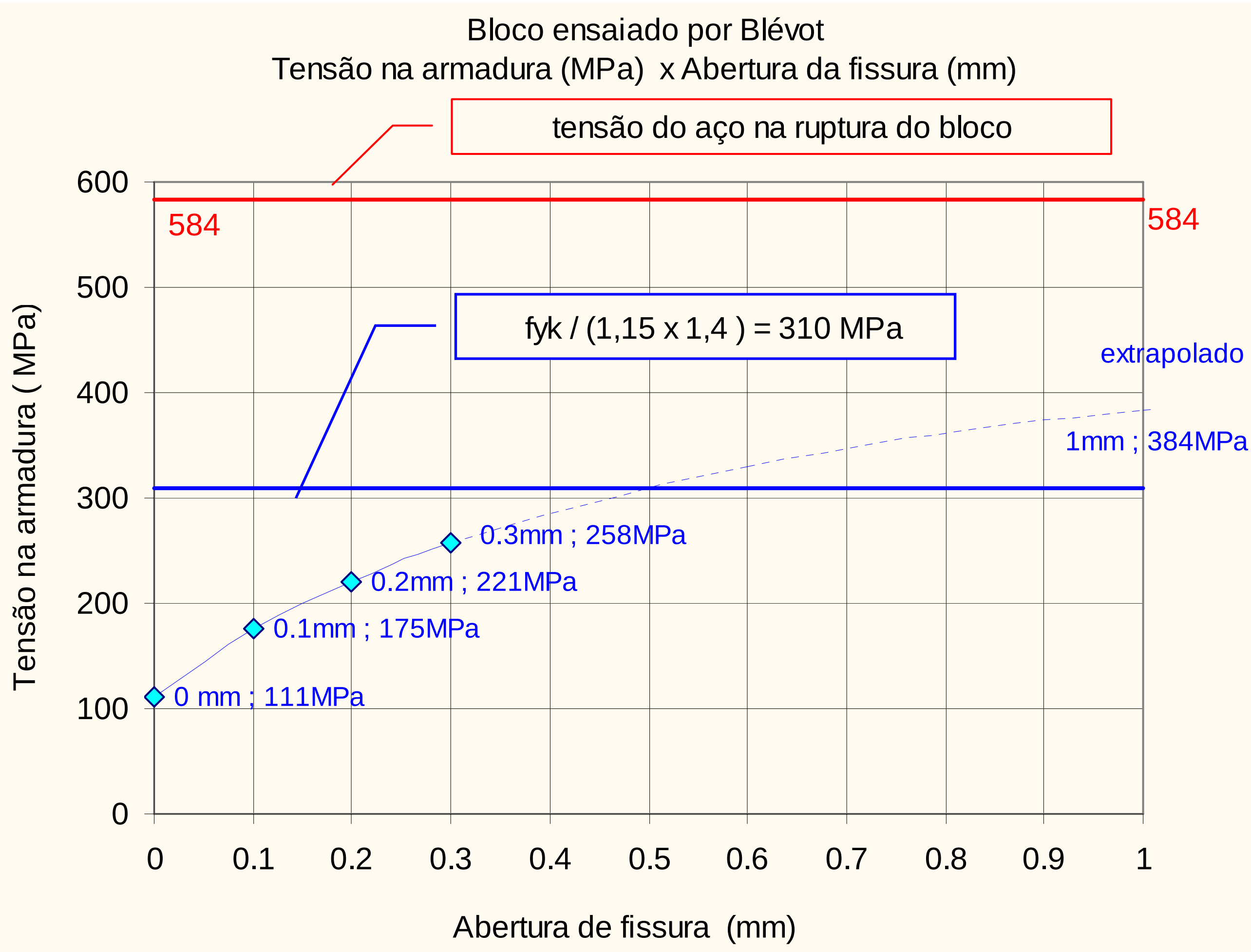
Verificação : $H\ diagonal = \left(\ 67{,}9ton + 82{,}2ton \times \sqrt{2}\ \right) = 184ton$ **OK**

OBSERVAÇÃO :
Como vemos, o aço das armaduras estava escoando, quando o bloco rompeu.
Isto significa que a carga de ruptura no bloco poderia ter sido maior se a quantidade de armadura fosse maior.
A tensão de compressão na biela teria sido maior e teria ultrapassado o valor
$\underline{\sigma\ biela > 0{,}9\ fc}$ calculado acima. Esse resultado justifica a proposta de Blévot.

OBSERVAÇÃO :

Se adotarmos, como critério de dimensionamento da armadura, a tensão em serviço = 1750 kgf/cm^2 , como sugerido acima para limitar a abertura de fissura, teremos:

P serviço = (**1750** / **5480**) x 743,7 ton = 32 % x 743,7 ton = 238 ton



Variação da abertura de fissura com a tensão na armadura, segundo as medições feitas por Blévot.

No gráfico da abertura de fissura em da tensão, a tensão de **175 MPa** corresponde a uma abertura de fissura de **0,1mm**.

Essa abertura de fissura é recomendável para blocos em solos muito agressivos. Deve-se usar tensões baixas na armadura do bloco para evitar grandes aberturas de fissuras em locais onde as águas do solo são agressivas.