

Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula Parte 1 1/8

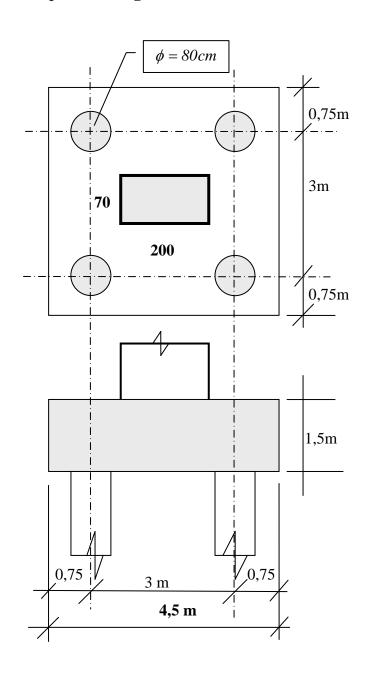
# Método Biela × Tirante

# Parte 1

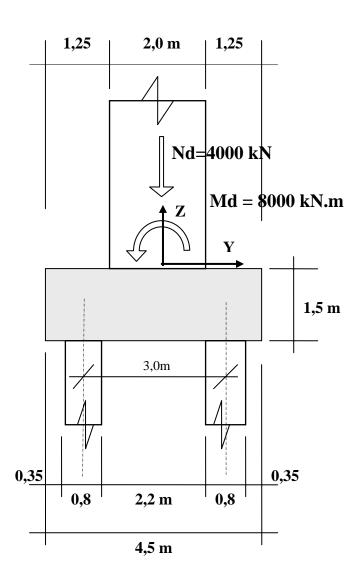
Apresentamos, de modo bem detalhado, parte do trabalho:

- "Pile Cap subjected to Vertical Forces and Moments". Autor: Michael Pötzl
- IABSE WORKSHOP New Delhi 1993 The Design of Structural Concrete
- Editor: Jörg Schlaich Uniersity of Stuttgart Germany.

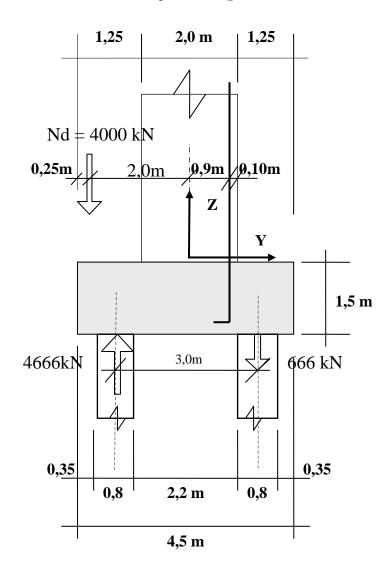
# Introdução de Carga - Modelo Biela - Tirante



# Introdução de Carga - Modelo Biela – Tirante Esforços já majorados pelos coeficientes de majoração de cargas.



# Reações de apoio



Posição da força resultante que atua no bloco

$$Nd = 1,35 Ng + 1,50 Np = 4000 kN;$$
  
 $Md = 1,35 Mg + 1,50 Mp = 8000 kN.m$ 

# Reações nas estacas:

$$RAd = \left(\frac{Nd(kN)}{2} \pm \frac{Md(kN.m)}{3.0m}\right) = \left(\frac{4000}{2} \pm \frac{8000}{3.0}\right)$$

 $RA_d = 4666 \text{ kN}$  compressão

$$RB_d = -666 \text{ kN} \text{ tração}$$

#### Dimensionamento do Pilar

Concreto: fck 25 MPa

Aço CA 50 : fyk =500MPa

Md em relação ao centro da armadura:

$$Md = 8000kN.m + 4000kN \times (1.0 \text{ m} - 0.10 \text{ m}) = 11600 \text{ kN.m}$$

$$kmd = \frac{Md}{b \times d^2 \times fcd} = \frac{11600 \text{ (kN.m)}}{(0.7) \times (1.90)^2 \times \left(\frac{25000}{1.4}\right)} = 0.257 = kmd \text{ limite para CA50B}$$

Usando o bloco retangular de tensões na zona comprimida " x ", segundo a norma NBR 6118, obtemos a equação de equilíbrio a momentos:

$$(b \times 0.8x) \times (0.85 \text{ fcd}) \times (d - 0.4x) = Md$$

$$0.68 \times \frac{x}{d} \times \left(1 - 0.4 \frac{x}{d}\right) = \left(\frac{Md}{bd^2 fcd}\right) = 0.257$$

Resolvendo a equação:

$$kx = \frac{x}{d} = 0.464$$
;  $x = 0.464 \times 190$ cm = 88,2cm  
 $y = 0.8x = 0.8 \times 88,2$  cm = 71 cm

$$kz = (1-0.4 \times kz) = 0.81$$
;  $z = 0.81 \times 190 = 154$ cm

# Compressão:

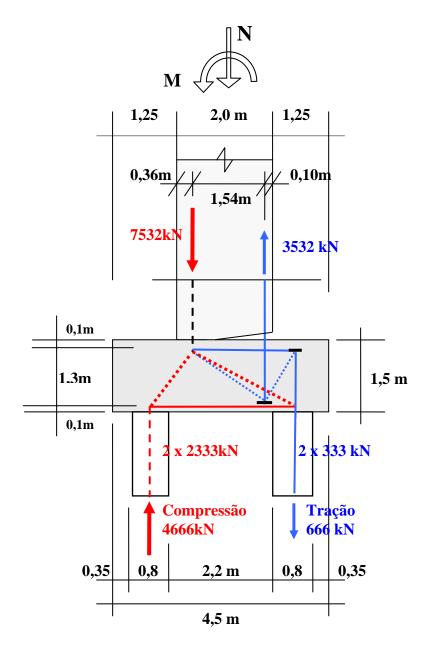
$$Rcd = \frac{11600kN.m}{1.54m} = 7532 \ kN$$

### Tração:

$$Rtd = 7532kN - 4000 \ kN = 3532 \ kN$$

Armadura: 
$$As = \frac{Rtd}{fyd} = \frac{3532kN}{\left(\frac{50(kN/cm2)}{1,15}\right)} = 81,2cm^2 \text{ CA50 B / pilar}$$

# Modelo Biela – Tirante - Modelo 1 → Será detalhado ←

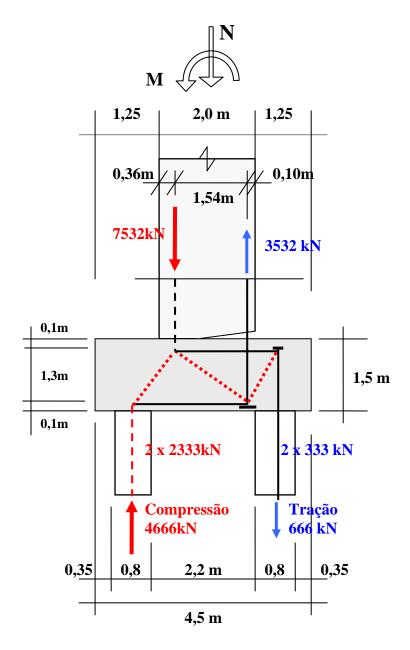


---- Compressão

Tração

# **Modelo Biela – Tirante – Modelo 2**

→ Não será detalhado ←



---- Compressão

Tração

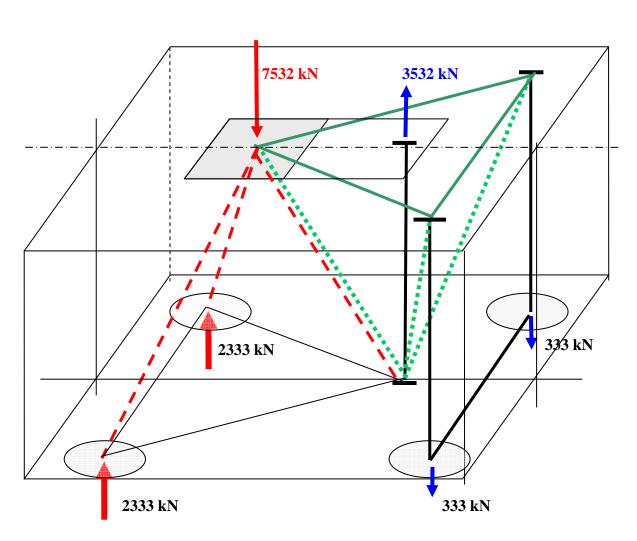


Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula Parte 1 7/8

As armaduras de tração do pilar e as armaduras de tração das estacas foram supostas com ancoragem mecânicas nas extremidades, isto é placas de ancoragens.

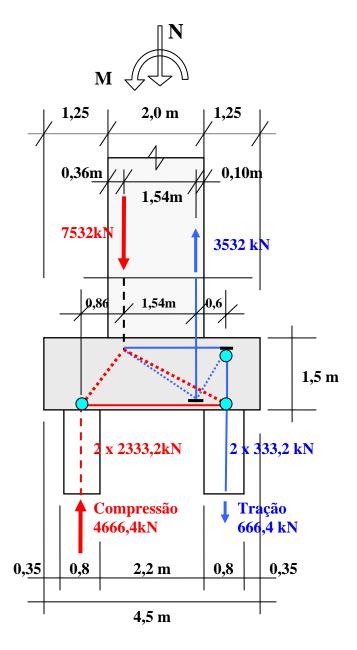
Caso essas placas de ancoragem não sejam colocadas, a altura do bloco deverá ser aumentada de um comprimento de ancoragem, para cima e para baixo. Isto é, o aumento total da altura do bloco deve ser de  $2 \times L$  ancoragem do ferro. Caso contrário, os cálculos apresentados adiante devem ser refeitos, considerando-se as bielas de compressão dirigidas para o ponto central do comprimento de ancoragem dos ferros tracionados.

Modelo Biela – Tirante – Modelo 2 → Não será detalhado ←



Parte 1 8/8

# Modelo Biela - Tirante - Modelo 1

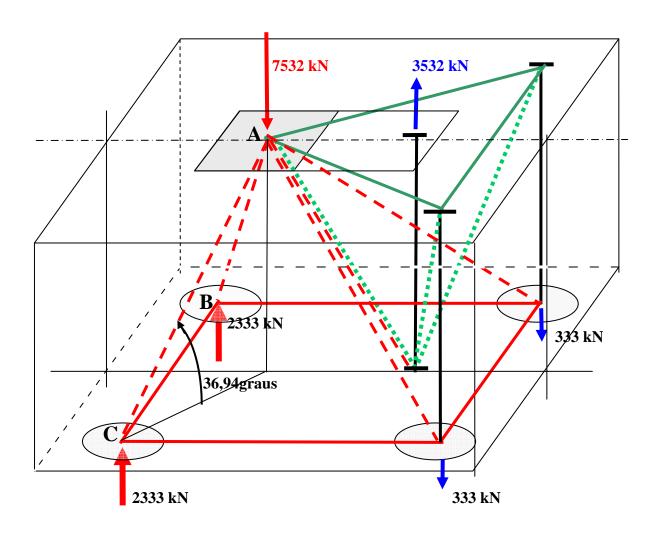


----- Compressão

Tração

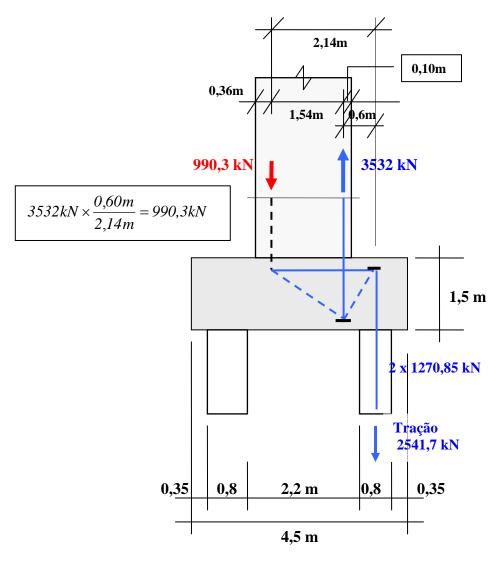
Tração normal ao plano da figura

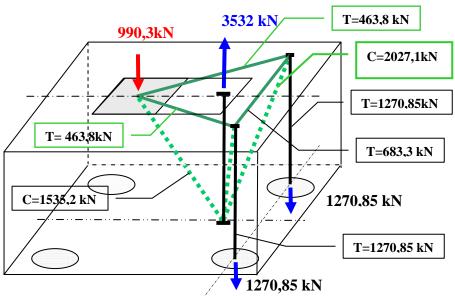
# **Modelo Biela - Tirante - Modelo 1**



Parte 1 10/16

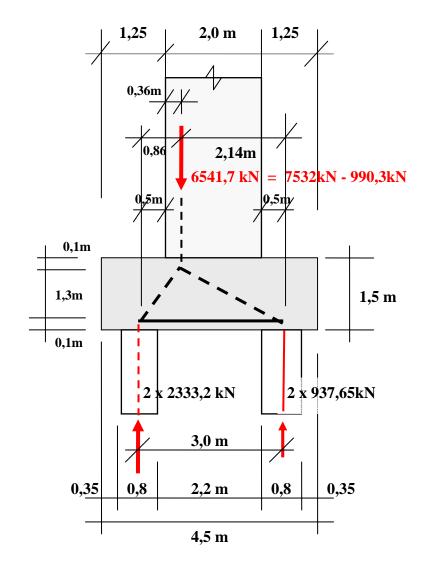
#### Modelo Biela – Tirante

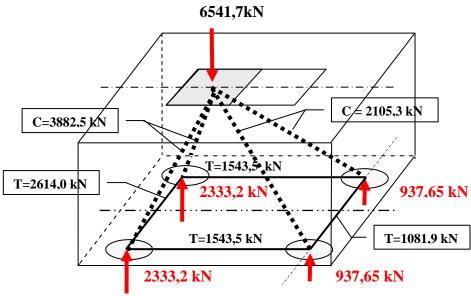




Parte 1 11/16

# Modelo Biela - Tirante



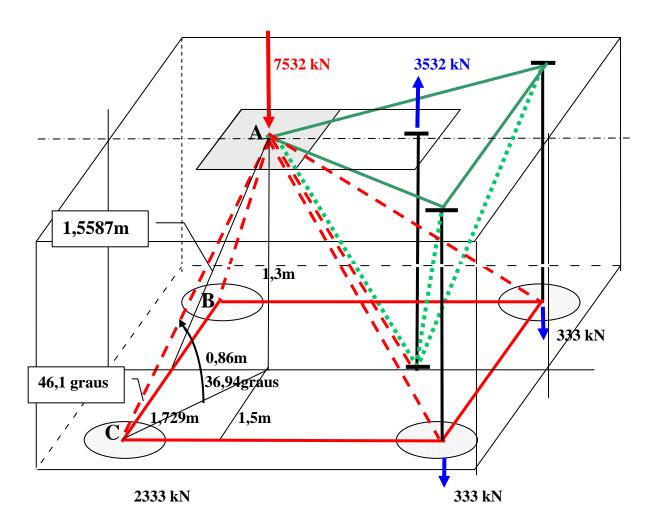




Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula

Parte 1 12/16

# Verificação das tensões nas bielas comprimidas.



# 1. Na extremidade da biela junto ao topo das estacas mais carregadas :

$$\sigma_{biela}^{d} = \frac{Rd}{A_{estaca}} \times \frac{1}{(\text{sen }\alpha)^{2}} = \frac{2333,2kN}{\frac{\pi \times (0,8m)^{2}}{4}} \times \frac{1}{(\text{sen }36,94)^{2}} =$$

$$= 4644,1 \times \frac{1}{(0,601)^{2}} = 12858 \left(\frac{kN}{m^{2}}\right)$$



Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula

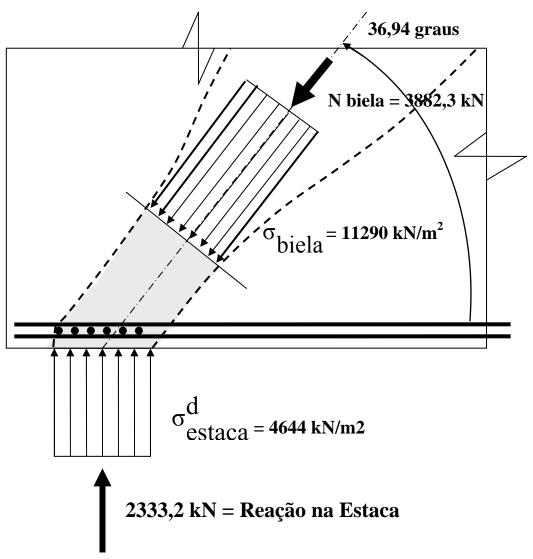
Parte 1 13/16

#### Limites:

Apoio extremo direto com armadura ancorada. (Ver Tabela 1 adiante)

$$\sigma_{biela}^{d} = 12858 \le 0.85 \text{ fcd} = 0.85 \times \frac{25000}{1.5} = 14167 \left( \text{kN/m}^2 \right) - Prof. \ Jorg \ Schlaich \ \mathbf{OK}$$

$$\sigma_{\text{biela}} = 12858 \le 0.75 \, fcd = 0.75 \times \frac{25000}{1.4} = 13393 \, \left(\frac{kN}{m^2}\right) - E. Thomaz$$
 **OK**



# Observação:

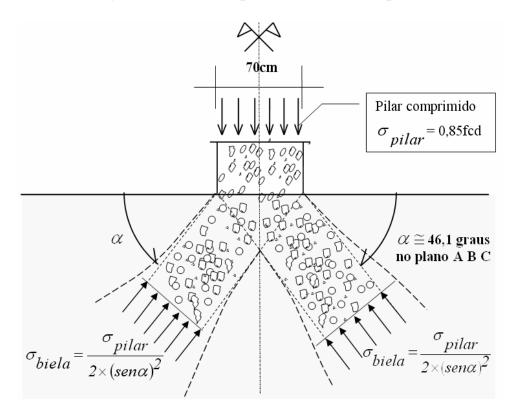
$$N \ biela = \frac{N \ estaca}{sen \alpha}$$
;  $\acute{A} rea \ da \ biela = \acute{A} rea \ estaca \times sen \alpha$ 

$$Tensão na biela = \frac{\left(\frac{N \, estaca}{sen\alpha}\right)}{\acute{A}rea \, estaca \times sen\alpha} = \frac{N \, estaca}{\acute{A}rea \, estaca} \times \frac{1}{(sen\alpha)^2} = \frac{Tensão \, estaca}{(sen\alpha)^2}$$



Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula Parte 1 14/16

# 2. Extremidade da biela junto à zona comprimida da base do pilar:



No plano ABC, na página 12, contendo as duas bielas extremas, o angulo de inclinação das bielas vale 46,1 graus.

A tensão normal no pilar, nesse plano inclinado, é sempre menor que 0,85 fcd.

De modo simplificado e a favor da segurança, podemos sempre verificar as bielas usando a tensão de 0,85 fcd na zona comprimida "x" do pilar fletido, qualquer que seja o plano em estudo.

No caso de 2 bielas:

$$\sigma_{biela}^{d} \cong \frac{\sigma_{pilar}}{2 \times (sen\alpha)^2} = \frac{0.85 fcd}{2 \times (sen46,1)^2} = \frac{0.85 \times fcd}{2 \times (0.72)^2} = 0.82 fcd < 1.0 fcd \text{ OK}$$

# Observação:

No caso de "**n**" bielas, igualmente carregadas, chegando na zona comprimida do pilar fletido o critério que proponho é :

$$\sigma_{\text{biela}}^{\text{d}} \cong \frac{\sigma_{\text{d}}^{\text{d}}}{n \times (\text{sen}\alpha)^2} \cong \frac{0.85 \, fcd}{n \times (\text{sen}\alpha)^2} < 1.0 \, fcd$$



Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula Parte 1 15/16

O modelo de **Bielas** × **Tirantes** já é usado há muito tempo no dimensionamento de blocos sobre estacas.

Em 1967, foram publicados os resultados de ensaios de 116 blocos sobre estacas, carregados até à ruptura,.

Esse ensaios foram executados no CEREBTP, "Centre Experimental de Recherches et d'Études du Batiment et des Travaux Publics", em Paris.

A avaliação desses ensaios foi feita usando o modelo Biela × Tirante.

Ver o trabalho de J. Blévot et R. Freémy - "Semelles en Béton Armé Sur Pieux" - Revista: SOLS ET FONDATIONS 57 – No 230 Février 1967 e Annales de l'ITBTP - Février 1967

Foram ensaiados modelos reduzidos e blocos em tamanho real.

Modelos reduzidos de blocos nas escalas (1:2) e (1:3), com carga na estaca até 100 ton.

- 51 blocos com 4 estacas,
- 37 blocos com 3 estacas,
- 6 blocos com 2 estacas

Modelos em tamanho real (1:1) com carga na estaca até 300 ton.

- 8 blocos com 4 estacas,
- 8 blocos com 3 estacas,
- 6 blocos com 2 estacas

Com base nesses ensaios, J. Blévot propôs os seguintes critérios para projetar um bloco de estacas:

- A inclinação das bielas deve estar entre 40graus e 55graus, em relação à horizontal.
- As tensões limites nas bielas comprimidas, que partem do topo das estacas, devem ser:

o Bloco de 2 estacas :  $\sigma d_{biela} \le 0,60 fcd$ 

o Bloco de 3 estacas :  $\sigma d_{hiela}$  ≤ 0,75 fcd

o Bloco de 2 estacas :  $\sigma d_{biela} \leq 0.90 fcd$ 

Essas tensões limites são semelhantes às propostas por J. Schlaich e adotadas pela norma alemã DIN 1045, como mostrado na tabela a seguir.



Prof. Eduardo C. S. Thomaz Notas de aula Parte 1 16/16

Dimensionamento dos Nós em Modelos de Treliça

Tensões limites para a tensão de compressão nas bielas de concreto comparadas com os limites da norma alemã DIN 1045 e com os ensaios de J. Blévot.

As tensões limites de compressão nos nós das Bielas de concreto podem ser obtidas da tabela abaixo, sendo função do tipo de apoio (direto ou indireto) e da existência ou não de barras tracionadas, sendo ancoradas no nó.

Tabela 1

		Tabcia I		
Tensões limites nas bielas – Prof. Eduardo Thomaz				
APOIOS EXTREMOS		APOIOS INTERNOS		
DIRETO	INDIRETO	DIRETO	INDIRETO	
Biela C T C APOIO=Estaca	SUSPENSÃO  Biela  T  C  T	C C Biela APOIO C	SUSPENSÃO  Biela  C  T  C	
0,75 fcd	0,60 fcd	1,00 fcd	0,60 fcd	

0,80 fcd	0,80fcd	1,10 fcd C50/60 1,00fcd C55/67	-	
DIN 1045 /2000 item 10.6.3				

0,60 fcd	Bielas em blocos com 2 estacas	
0,75 fcd	Bielas em blocos com 3 estacas	
0,90 fcd	Bielas em blocos com 4 estacas	
J. Blévot : "Semelles en Béton Armé Sur Pieux " - 1967		