	A Amostra e as Taxas de Segurança **Engenheiro PAULO SÁ** **1936 – I.N.T. / RJ**	Notas de aula	Prof. Eduardo C. S. Thomaz

O Professor Fernando Lobo Carneiro escreveu em seu artigo no Symposium de Estruturas do I.N.T. em 1944 .

PROBLEMA DA FIXAÇÃO DO COEFICIENTE DE SEGURANÇA

O problema da escôlha do coeficiente de segurança foi brilhantemente analisado, com aplicação dos métodos estatísticos, pelo engenheiro Paulo Sá, em seu trabalho intitulado "Os números representativos das características de um material", publicado em 1936 pelo Instituto Nacional de Tecnologia. Mostra aí, o eng.º Paulo Sá que aquilo que se chama "coeficiente de segurança" è o produto de varios fatôres, o primeiro dos quais é relacionado com a maior ou menor uniformidade do material. Êste primeiro fator deve ser maior para materiais que se apresentem com grande variabilidade em seus característicos; e menor para os que os possuírem mais uniformes. No primeiro caso está o concreto, por mais bem con-

Link : [Primeiros estudos fck 1936.pdf (eb.br)]

. . .

1936

MINISTERIO DO TRABALHO, INDÚSTRIA E COMMERCIO

INSTITUTO NACIONAL DE TECHNOLOGIA

DIRECTOR : E. L. DA FONSECA COSTA

OS NÚMEROS REPRESENTATIVOS DAS CARACTERÍSTICAS DE UM MATERIAL

(A amostra e as taxas de segurança)

PELO ENGENHEIRO

PAULO SÁ

RIO DE JANEIRO 1936

COMENTÁRIOS

1 – Engenheiro Ernesto Lopes da Fonseca Costa

https://www.gov.br/int/pt-br/central-de-conteudos/livro-do-int-80-anos

“ Nascido em 1891, o engenheiro Ernesto Lopes da Fonseca Costa foi o fundador e primeiro diretor do Instituto Nacional de Tecnologia (INT/MCTI). Fonseca se formou como engenheiro geógrafo em 1911 e engenheiro civil em 1913, pela Escola Politécnica, atual Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Após anos em cargos dedicados a ciência na época, Fonseca foi diretor do INT de 1921 a 1952, fazendo com que o Instituto se consolidasse como centro de pesquisas, como órgão de prestação de serviços técnicos à indústria e ao setor publico e como entidade oficial responsável por funções normativas e consultivas.

Considerado o sistematizador da pesquisa tecnológica no País, Fonseca Costa foi o fundador e o primeiro Diretor do Instituto Nacional de Tecnologia (I.N.T.) dedicando-se aos problemas tecnológicos do Brasil.
“

2 - Engenheiro Paulo Accioly de Sá

https://www.gov.br/int/pt-br/central-de-conteudos/livro-do-int-80-anos

Paulo Accioly de Sá (ao centro) e pesquisadores em um dos laboratórios da Estação Experimental de Combustíveis e Minérios, em janeiro de 1924.

https://www.gov.br/int/pt-br/central-de-conteudos/livro-do-int-80-anos

prof. Paulo Accioly de Sá (EPUC) | Núcleo de Memória (puc-rio.br)

1936

A amostra e as taxas de segurança

PELO ENGENHEIRO **PAULO SÁ**

SUMMARY

I - In his first paper the Author studies the problem of sampling and divides the problem into two others:

1) the determination of a number which represents the sample

2) the choosing of a sample that faithfully represents the whole material from which it is taken.

The A. observes that the average is not sufficient to represent the sample; it is absolutely necessary to indicate also an index of the variability ; and the best is the standard deviation.

The average without the standard deviation leads to erroneous conclusions.

For instance: a wood whose average compressive strengh is 900 kg. per sq.cm. with a standard deviation of 100 kg. per sq. cm. has 99 % of probability to furnish a piece with a strength inferior to 650 kg.; and a wood with an average compressive strength of 675 kgs. and a standard deviation of only 10 kgs. has the same probability to furnish a piece with a strength inferior to 650 kgs.

That is **:** the 2 woods can be equivalents in spite of having very different mean strengths: 900 and 675.

The problem of the sample which represents sufficiently well the whole material is more difficult.

The Author translate the problem in other words: to find a sample whose average **X** has a probability of P% to differ less than ***x*** from the unknown average of the whole material.

Supposing that the distribution is a normal one, we can write, approximately, ***x***= z.*σ* in which z is the value which corresponds to P in the curve of Gauss, and *σ* is the standard deviation of the sample.

If one desires to have an average which has a probability of P to differ less than z or than y% from the average of the whole material, one must increase the number of the essays in the sample until the standard deviation is $\sigma = \frac{x}{z}$ or $\sigma = \frac{x}{y}$

For instance: if one desires to have a probability of 90 % to have an average differing less than 10 % from the average of the whole material, one must increase the number of essays until the standard deviation of the sample is less than $\sigma = \frac{1{,}645}{10} =$ $= 16{,}1$ % (1,645 is the value of *z* corresponding to 90 % of probability in the curve of Gauss).

With this method, it is possible to fix the number of essays (or specimens to test) in the laboratory. It is sufficient to fix the allowable difference between the average of the sample and that of the whole material (and this difference depends on the variability and the importance of the characteristic in essay). Once this difference is fixed, the number of essays (or of specimens) must be such that furnishes a standard deviation corresponding, in accordance with the rule above, to the difference chosen. (*Observation*: one knows that the standard deviation of a sample decreases when the number of essays increases, in conformity to the equation: $\boxed{\sigma \sqrt{n} = \sigma'}$ (n is the number of essays and σ' the standard deviation of the whole material and so a constant).

II — The second paper deals with the problem of the fixation of the "factor of safety" to be used to translate the values of the laboratory into values that can be used by the constructor. If R is the average charge of rupture determined at the laboratory, and if r is the "safe working stress" for the industrial, one can write:

$$\boxed{r = \frac{R}{m \times n}}$$

or

$$r = \frac{R'}{n}$$

with

$$R' = \frac{R}{m} \quad ;$$

m is the factor to be used by the laboratory and depending on the heterogeneity of the material and on the more or less complete knowledge of the individual stresses working in the specimen: $n = n_1 \times n_2 \times n_3$ — n_1 depending on the existence or absence of defects in the piece used by the industrial, n_2 depending on the kind of stress (steady loads, shocks, etc.), n_3 being smaller when the maximum stress to be expected is well known and greater when it is not well known.

Supposing that one chooses the percentage of values that can be smaller than the safe working stress R', the A. proposes to adopt for m the value

$$m = \frac{1}{1 - p\frac{\sigma}{R}}$$

in which p is the abciss of the curve of Gauss corresponding to the allowable percentage; and σ is the standard deviation. From the value of σ found in the tests, the laboratory can obtain m and calculate R' which is the value to be furnished to the public. The constructor can then calculate R by choosing conveniently n_1. n_2. and n_3 in accordance with the kind of construction considered.

The A. furnishes also a table of empirical values for n_1. n_2 and n_3.

+ + +

O Professor Fernando Lobo Carneiro escreveu em seu artigo no Symposium de Estruturas I.N.T de 1944

"

3. PROBLEMA DA FIXAÇÃO DO COEFICIENTE DE SEGURANÇA

O problema da escôlha do coeficiente de segurança foi brilhantemente analisado, com aplicação dos métodos estatísticos, pelo engenheiro Paulo Sá, em seu trabalho intitulado "Os números representativos das características de um material", publicado em 1936 pelo Instituto Nacional de Tecnologia. Mostra aí, o eng.° Paulo Sá que aquilo que se chama "coeficiente de segurança" é o produto de varios fatôres, o primeiro dos quais é relacionado com a maior ou menor uniformidade do material. Êste primeiro fator deve ser maior para materiais que se apresentem com grande variabilidade em seus característicos, e menor para os que os possuírem mais uniformes. No primeiro caso está o concreto, "

QUANTOS ENSAIOS DETERMINAM UMA CARACTERISTICA?

Quando, num laboratorio de ensaios, se estuda um material, visa-se determinar numeros que representem as suas qualidades e permittam fazer, com sufficiente approximação, os calculos relativos ao mesmo. Acontece, porém, que os materiaes todos que existem são mais ou menos heterogeneos. E como, em regra, não é possivel medir a qualidade desejada em todo o material, tornando-se assim indispensavel retirar delle apenas uma porção para ser examinada, apparece a necessidade:

1) de encontrar um numero, ou numeros que representem adequadamente a porção, ou amostra retirada;

2) de achar uma amostra que represente bem todo o material.

Examinemos separadamente os dois problemas.

1) — *Numeros representativos da amostra.*

1) — *Numeros representativos da amostra.*

Supponhamos que, para determinar o poder calorifico de uma partida de carvão, se retirou della uma amostra que substituiremos eschematicamente por 2 valores:

7.300 calorias e 7.900 calorias.

O numero commummente adoptado para representar a amostra é a media arithmetica, que no caso vale

$$\frac{7.300 + 7.900}{2} = 7.600 \text{ calorias.}$$

Supponhamos que de outra partida foi retirada, para identico fim, uma amostra, que será substituida, para eschematisar, por 2 valores; sejam elles

7.580 calorias e 7.620 calorias.

Esta amostra será representada pela media arithmetica dos 2 valores, isto é:

7.600 calorias.

Quer dizer: quer a 1ª, quer a 2ª amostra se representam pelo mesmo valor — 7.600.

sentam pelo mesmo valor — 7.600.

E' claro, porém, que a 2ª amostra fica muito mais bem representada do que a 1ª: os valores individuaes desta differem muito mais da media do que os da 2ª amostra. Em outras palavras: a *dispersão* em torno da media é maior na 1ª do que na 2ª amostra. Vê-se, então, que si a media pode representar a amostra, represental-a-á tanto melhor quanto menor fôr a *dispersão* em torna della. E conclue-se que, para que se avalie a qualidade da media como representativa da amostra, é indispensavel conhecer um indice da dispersão dos valores individuaes da serie.

O indice de dispersão mais communmente usado é o desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}$$

sendo d o desvio de cada valor individual em relação á media e N o numero de individuos da amostra.

▼

▼

Diz, por exemplo, o relatorio do "Committee on Manual on Presentation of Data" da American Society for Testing Materials — (1933-I) — que "o desvio padrão é a medida mais util da dispersão para os problemas considerados neste manual".

Para que se possa avaliar da influencia da dispersão sobre o significado da media, tomemos um caso illustrativo.

Supponhamos que se estuda a resistencia de duas madeiras. Si dos dados obtidos no laboratorio se pretende retirar numeros para calculos de resisencia de peças feitas com as madeiras estudadas, é claro que não importa tanto conhecer a resistencia media; o que importa mais é que se conheça uma resistencia tal que haja muito pouca probabilidade de se encontrar uma peça da madeira com uma resistencia inferior a este valor. Admittamos, por exemplo, que o que queremos é ter 99 % de probabilidades que a resistencia de uma peça de madeira não desça abaixo de 650 kg. por centimetro quadrado. Isto se conseguirá, entre outros, nos seguintes casos:

resist. media = 900 kg/cmq. e σ = 100 kg/cmq.

resist. media = 675 kg/cmq. e σ = 10 kg/cmq.

Com effeito, num caso como no outro se tem para f (z) = 0,495 na curva de Gauss, (isto é, 99 % de probabilidades), z = 2,5 approximadamente. O que significa no 1º caso:

$$x = 2{,}5\,\sigma, \text{ donde } x = 2{,}5 \times 100 = 250 \text{ kg/cmq.}$$

e, pois, 900 — x = 900 — 250 = 650 kgrs.

Isto é, 650 kgrs./cmq. é a carga acima da qual ha 99 % de probabilidades de estar a resistencia de uma peça qualquer isolada da 1ª madeira.

No 2º caso vem:

$$x = 2{,}5\sigma, \text{ donde } x = 2{,}5\sigma = 2{,}5 \times 10 = 25 \text{ kg/cmq.}$$

e, pois, 675 — x = 675 — 25 = 650 kgrs.

Isto é, 650 kg/cmq. é a carga acima da qual ha 99 % de probabilidades de estar a resistencia de uma peça isolada qualquer da 2ª madeira.

Em resumo: *com o criterio adoptado*, as duas ma-

Em resumo: *com o criterio adoptado*, as duas madeiras seriam equivalentes, embora a resistencia media de uma fosse de 900 kgrs. e a da outra apenas de 650 kgrs. Si se tivesse fornecido apenas o valor da media, teriamos chegado á conclusão erronea de que a 1ª madeira era muito melhor do que a 2ª.

Vê-se como é, na verdade, indispensavel fornecer em casos como estes, ao lado da media, o valor do desvio padrão. E' que, como diz a respeito de outro caso W. C. Chancellor ("Application of statistical methods to the solution of metallurgical problems", nos "Technical Papers" da A.S.T.M. 1934 — t. II):

"... a dispersão dos valores merece pelo menos tanta attenção como o valor medio". F. Dodge confirma esta observação quando diz no mesmo volume: "Qualquer discussão pratica da qualidade e de sua medida tem que levar em conta a variabilidade".

Fica, então, claro que, *para que a media represente fideidignamente a amostra é necessario acompanhal-a do respectivo desvio padrão.*

II) — A AMOSTRA REPRESENTATIVA DO MATERIAL.

II) — A AMOSTRA REPRESENTATIVA DO MATERIAL.

O problema é ahi mais complexo. Sabe-se que o material do qual se retira a amostra constitue um universo estatistico que pode ser caracterisado pela media arithmetica X' e pelo desvio padrão σ'. A amostra por sua vez se pode caracterisar pela sua media arithmetica X e pelo seu desvio padrão, σ.

O problema a resolver consiste, afinal de contas, em organisar uma amostra tal que suas caracteristicas, X e σ, representem com sufficiente approximação as caracteristicas correspondentes, X' e σ'.

Si deixarmos de lado, por emquanto, a questão dos desvios padrões, isto é, da dispersão dos valores no universo e na amostra, poderá ser posto o problema sob outra fórma:

"obter uma amostra tal que haja uma probabilidade de P% de que sua media X diffira de menos de *x* (ou de menos de y%) da media X' do material todo".

Vejamos como se resolve o problema, posto desta maneira.

Fal-o-emos num raciocinio *não estrictamente certo,* porém sufficiente, a nosso ver.

Sejam I e II respectivamente as distribuições de frequencias na amostra (em torno de X) e no material todo (em torno de X'). A differenca X' — X é o erro todo (em torno de X'). A differença X' — X é o erro x acima definido (Fig. 1).

Si se fixa o valor da probabilidade de se ter uma differença entre X e X' egual a x, ter-se-á simultaneamente fixado na curva I a area tracejada X I X'. Em outras palavras, a fixação da probabilidade equivale á escolha do valor de f (z) na curva de Gauss. Conhecido, então, este valor, ter-se-á, pela tabella das areas de curva de Gauss, o valor de z. Mas, como se sabe:

$$z = \frac{x}{\sigma}$$

Tendo sido determinado z e conhecendo-se já σ (desvio padrão da amostra), obtem-se assim o valor procurado de x:

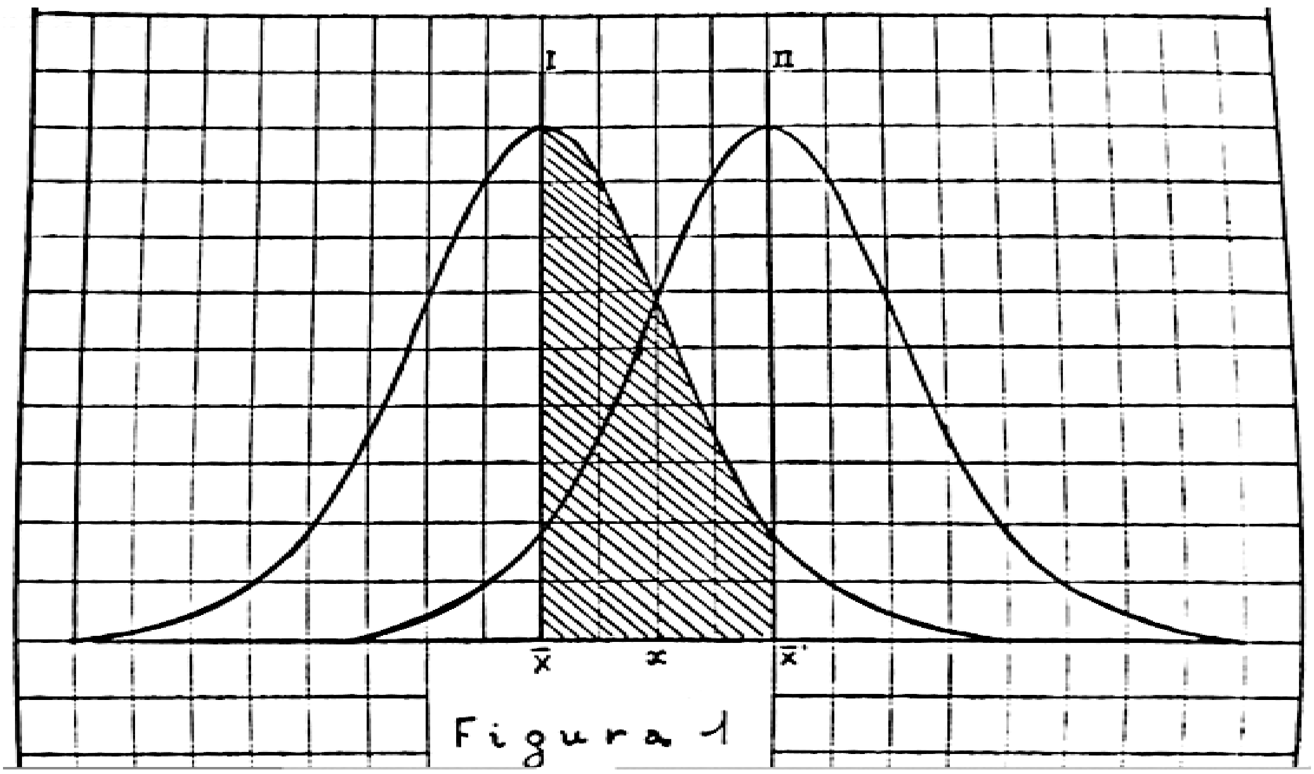


Figura 1

$$x = z \times \sigma \qquad (x = z \times \sigma)$$

Isto é:

"ha uma probabilidade de P% (aquella que corresponde ao valor de z) de que a media do universo differa de menos $x = z\sigma$ da media da amostra".

Vejamos um exemplo que torne mais clara a conclusão.

Supponhamos que queremos affirmar com uma probabilidade de 90 % qual a differença maxima a temer entre a media X obtida para a amostra e a media X' de todo o material. Entrando na tabella da curva de Gauss com o valor

$$f(z) = 0,45$$

(o que corresponde á probabilidade de 0,90 ou 90 % adoptada), obteremos:

$$\boxed{z = 1,645}$$

v

v

▼

e poderemos affirmar, com 90 % de probabilidade, que a media do universo não differe de mais de

$$\boxed{x = 1{,}645\ \sigma}$$

da media do material (σ é o desvio padrão conhecido da amostra).

Si o desvio padrão da amostra foi, por exemplo, de 100 kgr., poderemos dizer que ha uma probabilidade de 90 % que a media do universo diffira de menos de

$$1{,}645 \times 100 = 164{,}5 \text{ kgrs.}$$

da media obtida para a amostra.

Inversamente, si se quizer que haja 90 % de probabilidade de que a media da amostra diffira de menos de 164,5 kgrs. do valor medio para o universo, dever-se-á augmentar o numero de individuos da amostra até que o desvio padrão da mesma fique egual a 100 kgrs. (sabe-se, com effeito, que o desvio padrão de uma amostra diminue á medida que cresce o numero de individuos da mesma, de accordo com a formula

$$\boxed{\sigma \sqrt{n} = \sigma'}$$

em que σ' é o desvio padrão do universo e, pois, constante; σ o desvio padrão da amostra e n o numero de individuos nella incluidos).

Si quizermos ter 90 % de probabilidade que a media da amostra não diffira de mais de 100 kg. da media de todo o material, deveremos analogamente ir experimentando individuos na amostra até reduzirmos o seu desvio padrão a $\frac{100}{1,645}$ ou 61 kgrs.

Ao em vez de se fixar a differença maxima absoluta a temer entre a media da amostra e a do universo, é muitas vezes preferivel fixal-a em porcentagem. O problema, então, se porá nos seguintes termos:

"escolher a amostra de modo que haja uma probabilidade P% de que sua media diffira no maximo de y% da media do material todo".

Com uma approximação sufficiente, poderemos applicar o raciocinio anterior ao novo problema e concluir que

"ha uma probabilidade de P% (aquella que corresponde ao valor de z) de que a media do universo diffira de menos de y% = z y'% da media da amostra, sendo y'% a porcentagem do desvio padrão da amostra em relação á media".

Inversamente, si se quizer affirmar, com 90 % de probabilidade, que a media da amostra não differe de mais de 10 % da media do material todo, devemos prolongar a amostra até que seu desvio padrão fique egual ou inferior a

$$\frac{1,645}{0,10} = 0,061 \text{ ou } 6,1\ \% \text{ da media da amostra.}$$

Assim, si se tiver uma media de 1.000 kgrs. na amostra e um desvio padrão de 100 kgrs., este valerá 10 % ou 0,10 da media, e poder-se-á garantir, com 90 % de probabilidade, que a media do material todo não differirá de mais de

$$1,645 \times 0,10 = 0,1645, \text{ isto é, } 16,5\ \% \text{ da media obtida para a amostra.}$$

▼

▼

▼

III — Uma applicação.

As regras estabelecidas podem servir para resolver uma questão deixada muitas vezes ao simples arbitrio. Trata-se da fixação do numero de individuos que a amostra deve possuir (por exemplo: quantas analyses de carvão devem ser feitas numa partida para que a media dos resultados represente bem a composição da partida? Quantos corpos de prova da madeira devem ser quebrados para que a media nas cargas de ruptura represente fideidignamente a carga de ruptura da madeira? etc.)

Frequentemente tem sido esta questão resolvida sem que se attenda a qualquer consideração de ordem technica. Fixa-se o numero de individuos a ensaiar de uma maneira arbitraria, e exige-se apenas que em todas as pesquizas se conserve constante o numero assim determinado. Fixa-se, digamos, em 20 o numero de corpos de prova de madeira a serem rompidos á compressão e toma-se a carga media como carga de ruptura da amostra e *da madeira*.

Pelo que foi exposto, verifica-se que a regra pode levar a falhas sensiveis: a media dos 20 corpos de prova representará bem uma amostra ou uma essencia vegetal si fôr pequeno o desvio padrão e represental-as-á muito mal si o desvio padrão fôr grande.

Para evitar este inconveniente, parece-nos que se poderia determinar a extensão da amostra, isto é, o numero de individuos ensaiados, tomando apenas como fundamento os dois seguintes factos:

1) o "erro a temer" (dado á expressão o significado visto) é tanto maior quanto maior fôr o desvio padrão da amostra, conforme a formula: $x = z\,\sigma$

2) o desvio padrão da amostra diminue á medida que augmenta o numero de individuos nella incluidos, de accordo com a formula $\sigma\sqrt{n}$ = constante $= \sigma'$

Partindo destes dois factos, estabelecer-se-ia a seguinte regra:

> "para que a media de uma serie de ensaios represente o material, deve-se augmentar o numero de ensaios até que seu desvio padrão desça abaixo de um certo valor σ".

Este valor σ dependerá: 1) da natureza do ensaio; 2) da natureza do material. Si se trata de uma caracteristica pouco variavel no material, ou muito importante, poder-se-á exigir um desvio padrão menor, e por conseguinte, uma menor differença a temer entre a media dos ensaios e a do material; si se trata de uma propriedade mais variavel ou menos importante, será bastante contentar-se com um valor maior para σ.

Assim, por exemplo, nos ensaios de compressão axial com essencias nacionaes, obtiveram-se no I.P.T. de S. Paulo (dados publicados) e no Instituto Nacional de Technologia (dados publicados e ineditos) valores cujos desvios padrões por nós calculados representavam 12,9 % — 3,7 % — 4,7 %, etc., das respectivas medias. Si estes dados se confirmarem, não seria difficil exigir que na determinação futura de compressão axial de uma essencia nacional se experimentasse um numero de corpos de prova tal que o desvio padrão obtido descesse a 10 % do valor da media das cargas de ruptura verificadas. Assim se poderia garantir com uma probabilidade de 90 % e de accordo com o que ficou exposto, que a resistencia media á compressão determinada deste modo differiria, no maximo, de 1,645 × 0,10 ou sejam 16,5 % da resistencia media á compressão de todo o material (exemplar estudado).

Com esta regra, poderia acontecer que, para caracteristicas muito variaveis, fosse necessario experimentar um numero muito grande de corpos de prova. Para evitar isto conviria fixar um maximo para o numero de corpos de prova a ensaiar: si, attingido este maximo, não tiver descido o desvio padrão ao valor fixado, parar-se-ia com os ensaios e registar-se-ia, com a media obtida, o valor do desvio padrão calculado. Seria tambem conveniente fixar-se um numero minimo de corpos de prova a ensaiar. De modo que, afinal, o numero de ensaios seria fixado pelas seguintes regras:

1) deveria ser tal que se conseguisse um valor do desvio padrão inferior a σ (a 10 % da media, no exemplo considerado);

2) deveria ser superior a um determinado numero (digamos 5 ou 10 ensaios);

3) deveria ser inferior a um determinado maximo (digamos 30 ensaios).

Tomando as mesmas bases, organisamos, *a titulo apenas de tentativa e de exemplo*, o quadro seguinte, que fixa o numero de ensaios a serem realisados nas determinações das varias caracteristicas da madeira:

MADEIRA

Carasteristica	Numero de ensaios tal que se tenha *desvio padrão* = % media	Minimo	Maximo	Differença a temer (90 % de probabilidades) para as medias de todo o material
Peso especifico	10 %	5	10	16,5 %
Humidade natural	5 %	10	20	8,2 %
Retract. volumetrica	10 %	15	30	16,5 %
Compressão axial	10 %	10	20	16,5 %
Flexão estatica	10 %	10	30	16,5 %
Flexão dynamica	15 %	10	20	24,6 %
Fendilhamento	15 %	20	30	24,6 %
Dureza	15 %	5	15	24,6 %
Cisalhamento	10 %	5	10	16,5 %
Tracção	10 %	5	10	16,5 %

A ESCOLHA DAS TAXAS DE SEGURANÇA

Do ponto de vista do industrial ou do constructor que vae utilisar um determinado material de construcção na sua usina ou nos edificios que constroe, os dados relativos ao material que empregam só lhes interessam na medida em que sobre elles se possam basear para calcular os esforços a que o material resista sem perigo de se romper.

Ora, os valores que se determinam nos laboratorios não se obtêm nas mesmas condições nem exactamente dos mesmos materiaes que o industrial ou o constructor vae empregar.

Com effeito, os ensaios realisados o são: 1) sobre corpos de prova escolhidos que podem ou não representar adequadamente a amostra examinada; 2) sobre amostras que traduzem ou não com fidelidade o material de onde forem retiradas; 3) em condições diversas e em dimensões differentes daquellas sob as quaes o material se vae empregar na realidade; 4) em circumstancias de esforços que nunca se encontram na pratica, pois que os corpos de prova nos laboratorios são em geral solicitados até se romperem, ao passo que nas obras jamais se permittiria que as peças trabalhassem até cargas proximas da ruptura.

Os numeros obtidos nos laboraorios não podem, Os numeros obtidos nos laboraorios não podem, por isto, servir aos industriaes e aos constructores. As taxas conseguidas não são as que elles devem levar em conta nos seus calculos e nos seus projectos.

Apparece, então, um problema que é talvez hoje ainda dos menos claramente conhecidos e que consiste em *concluir dos dados obtidos em laboratorio quaes os valores a serem utilisados na pratica.*

Em outro estudo que tivemos occasião de fazer, já examinámos de uma maneira bastante detalhada o problema da amostra representativa do material e do numero representativo da amostra. Considerámos, então, algumas das circumstancias que provocam a divergencia existente entre os dados de laboratorio e os dados do canteiro do trabalho. Não as considerámos, porem, todas.

Todas ellas juntas dão como effeito, conforme salientámos, a necessidade de reduzir as taxas conseguidas nos ensaios de gabinete. A reducção se faz commummente dividindo a taxa do laboratorio por um determinado factor, que se costuma chamar "factor de segurança" e que, na realidade, traduzindo a pouca confiança que inspiram as determinações obtidas, dever-se-ia antes chamar, como observa H. Moore ("Materials of engineering", 1930) "factor de incerteza" ou de "insegurança".

E' logico que este "factor" *não será o mesmo* para todos os materiaes, nem para todas as especies de esforços a que sejam submettidos.

Para tornar claras as idéas, poderemos dizer que o factor de segurança (pelo qual se dividem as taxas de laboratorio para que se obtenham as taxas a serem usadas na pratica) depende de duas especies de condições:

a) condições relativas ao proprio material;
b) condições relativas ao genero de esforço que sobre elle age.

As condições relativas ao material são de dois typos:

1) condições referentes á sua maior, ou menor heterogeneidade natural;

2) condições referentes á sua maior, ou menor isenção de defeitos.

As condições relativas ao genero de esforço solicitante podem ser:

1) condições referentes á maior, ou menor certeza com que se podem calcular os esforços locaes correspondentes a uma determinada solicitação;
2) condições referentes á maneira como a força vae agir (sob a fórma de cargas permanentes, de choques, etc.);

3) condições referentes á certeza com que se pode prever o valor maximo a temer na carga a que o material vae ser submettido.

Estas 5 "condições de incerteza" — 2 relativas ao conhecimento deficiente do material e 3 referentes ao conhecimento incompleto das cargas reaes que sobre elle vão agir, podem ser grupadas de um modo mais commodo em duas classes:

I) — as condições de incerteza que se controlam no laboratorio e que são: a) a relativa á heterogeneidade do material; b) a relativa ao calculo dos esforços locaes;

II) — as "condições de incerteza" que se observam no canteiro do trabalho e que são: a) a relativa aos defeitos do material; b) a relativa á especie de carga que vae agir; c) a relativa ao conhecimento deficiente da carga maxima.

As "condições de incerteza" abrangidas sob o n.° I obrigam a que se divida a carga obtida no laboratorio por um factor (que chamaremos m) afim de calcular a carga a ser fornecida aos constructores.

As "condições de incerteza" descriptas sob o n.º II tornam necessario que se divida a carga fornecida aos constructores por um factor *n*, que poderá ser considerado como o producto de 3 outros:

$$n = n_1 \times n_2 \times n_3$$

sendo n_1, n_2 e n_3 os factores correspondentes a cada uma das 3 condições incluidas no n.º II.

Obtida no laboratorio a carga R correspondente a um material, deverá o laboratorio dividil-a por *m* (cujo valor adeante indicaremos) para fornecer aos industriaes o valor da carga *R' em que se vão basear* nos seus trabalhos:

$$\boxed{R' = \frac{R}{m}}$$

Conhecidas pelo industrial as condições em que vae empregar o material, escolherá elle os valores de n_1, n_2 e n_3 (do modo que mostraremos em seguida) afim de obter a carga real *r* que adoptará nos seus calculos:

$$\boxed{r = \frac{R'}{n} = \frac{R'}{n_1 \times n_2 \times n_3}}$$

ESCOLHA DE *m*

O coefficiente *m* tem que levar em conta duas condições de incerteza: a incerteza quanto á uniformidade do material e a incerteza quanto á uniformidade da maneira como elle reage aos esforços.

Ora, quer uma, quer outra destas incertezas se traduzem por uma maior ou menor dispersão dos valores individuaes obtidos nas cargas de ruptura: si o material é heterogeneo, a dispersão é grande; si os esforços são calculados com erro, a dispersão será tanto maior quanto maiores forem os erros.

Ora, si *m* depende assim, pelos dois elementos que sobre elle influem, da dispersão, poderemos determinal-o em funcção de um indice desta dispersão: seja, pois, o desvio padrão, pelas razões apresentadas no estudo sobre o problema da amostra.

Vejamos como isto se pode fazer.

Suppondo, *como supporemos*, que a distribuição dos valores obtidos para uma mesma caracteristica se faça de accordo com a curva normal, sabemos que a porcentagem de valores que se encontram abaixo de um porcentagem de valores que se encontram abaixo de um certo limite pode ser calculada em funcção deste limite e do desvio padrão. Si o limite escolhido é a taxa R', si R é a media dos valores obtidos no laboratorio para a carga de ruptura, si ν é a differença R — R' e si σ é o desvio padrão, sabemos que a curva de Gauss fornece a porcentagem de valores inferiores a R' em funcção de

$$\frac{\nu}{\sigma}$$

Para se ter então R' de modo tal que a porcentagem de valores abaixo de R' seja uma porcentagem escolhida, bastará entrar na tabella das areas da curva de Gauss com esta porcentagem para se ter o valor p que deve apresentar a relação $\frac{\nu}{\sigma}$:

$$\frac{\nu}{\sigma} = p$$

Mas, como vimos,

$$\boxed{\nu = R - R'}$$

e por outro lado (à vista da definição de m)

$$R' = \frac{R}{m}$$

Logo vem

$$v = R - \frac{R'}{m} = R\left(1 - \frac{1}{m}\right)$$

Si fixamos

$$\frac{v}{\sigma} = p$$

vem:

$$\frac{R\left(1 - \frac{1}{m}\right)}{\sigma} = p$$

ou

$$R\left(1 - \frac{1}{m}\right) = p\,\sigma$$

$$1 - \frac{1}{m} = \frac{p\,\sigma}{R}$$

$$\frac{1}{m} = 1 - p\frac{\sigma}{R}$$

e finalmente

$$m = \frac{1}{1 - p\frac{\sigma}{R}}$$

Está assim determinado *m* em funcção de *p*, isto é (de accordo com o que vimos) em funcção da porcentagem de valores que se permitte que sejam inferiores á taxa R'.

Assim, por exemplo, si se permitte que 1 % dos valores da caracteristica possa ser inferior á taxa de segurança R' a ser adoptada, teremos (pela tabella das areas da curva de Gauss) que a esta porcentagem corresponde um valor de

$$p = 2,6$$

(approximadamente) e virá, para o factor de segurança *m*, o valor

$$m = \frac{1}{1 - 2,6\frac{\sigma}{R}}$$

$$m = \frac{1}{1 - 2{,}6 \dfrac{\sigma}{R}}$$

Conforme o valor da relação

$$\frac{\sigma}{R}$$

isto é, conforme a maior ou menor dispersão, ou seja ainda, conforme a maior ou menor heterogeneidade dos resultados, teremos um valor differente para *m*.

Virão, assim, calculando a expressão de *m*:

para $\frac{\sigma}{R} = 0{,}1 \qquad m = 1{,}4$

" $\frac{\sigma}{R} = 0{,}2 \qquad m = 2{,}1$

" $\frac{\sigma}{R} = 0{,}25 \qquad m = 2{,}9$

" $\frac{\sigma}{R} = 0{,}3 \qquad m = 4{,}5$

para $\frac{\sigma}{R} = 0{,}33 \qquad m = 7{,}5$

(com approximação de decimos).

Esta será a tabella a adoptar para escolher o valor do factor *m*.

Convem fazer duas observações:

1) não se deve acceitar resultado de laboratorio tal que $\frac{\sigma}{R}$ exceda de 0,333 isto é, tal que o desvio padrão seja maior do que 1/3 da media.

2) no caso de não ser de todo possivel obter isto, quer dizer, quando a relação $\frac{\sigma}{R}$ fôr maior do que 0,33..., adopta-se para *m* o valor maximo da tabella, 7,5, devendo-se, porém, ao fornecer *R'*, fazer explicitamente a declaração de que o valor só pode ser usado com muito cuidado, convindo mesmo enviar ao laboratorio o material antes de o utilisar, afim de ser ensaiado.

Vimos assim como se obtem o factor de incerteza *m*, e, pois, como se calcula a taxa R' que os laboratorios devem fornecer aos constructores e industriaes.

Assim, por exemplo, si numa determinada madeira se achar para carga media de ruptura

$$R = 600 \text{ kgrs./cmq.}$$

e si o desvio padrão dos resultados conseguidos foi

$$\sigma = 60 \text{ kgrs./cmq.}$$

teremos

$$\frac{\sigma}{R} = \frac{60}{600} = 0{,}1$$

e, pois, (pela tabella ou pela formula vistas)

$$m = 1{,}4$$

Logo vem

$$R' = \frac{R}{1{,}4} = \frac{600}{1{,}4} = 428 \text{ kgrs./cmq.}$$

e esta será a taxa de segurança fornecida pelo laboratorio. (Vimos atraz que, para obter a taxa e ser utilisada na pratica, dever-se-á ainda dividir R' por *n*).

ESCOLHA DE *n*

ESCOLHA DE *n*

A escolha de *n* é menos susceptivel de um fundamento logico.

Sabemos, no entanto, que, por definição:

$$n = n_1 \times n_2 \times n_3$$

Os 3 factores n_1, n_2, e n_3 podem ser escolhidos na seguinte tabella, que organisámos tomando como base os valores mais ou menos *empiricos* da A.S.T.M. e de varios outros auctores, tendo em vista, para exemplificar, o caso das madeiras.

$n_1 = \begin{cases} 1 & \text{para peças sem defeitos} \\ 1{,}5 & \text{para peças com alguns defeitos.} \end{cases}$

$n_2 = \begin{cases} 1 & \text{para cargas permanentes} \\ 2 & \text{para choques} \end{cases}$

$n_3 = \begin{cases} 1 & \text{para cargas bem conhecidas} \\ 2 & \text{para cargas mal conhecidas} \end{cases}$

Assim, si se trata de peça sem defeitos, submettida a carga permanente e bem conhecida, virá

$$n_1 = 1$$
$$n_2 = 1$$
$$n_3 = 1$$

e pois

$$n = n_1 \times n_2 \times n_3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

Logo, neste caso ideal,

$$r = \frac{R'}{n} = \frac{R'}{1} = R'$$

A carga a ser utilisada será a fornecida pelo laboratorio.

Si se tratasse de peça com alguns defeitos submettida a carga permanente e bem conhecida, viria:

$$n = 1{,}5 \times 1 \times 1 = 1{,}5$$

e pois

$$r = \frac{R'}{1{,}5}$$

Fornecido assim pelo laboratorio o valor de *R'* ao constructor, calculará elle (conforme as condições da sua construcção) o valor de *n; dividindo R'* por *n*, terá a taxa de segurança definitiva *r* a empregar nos seus calculos.

Si, por exemplo, R' fosse o que vimos no exemplo de linhas atraz,

$$R' = 428 \text{ kgrs./cmq.}$$

e si o constructor fosse empregar a madeira sem defeitos sujeita a choques em carga bem conhecida, calcularia elle

$$n = n_1 \times n_2 \times n_3 = 1 \times 2 \times 1 = 2$$

e tomaria como taxa de segurança para o seu trabalho

$$r = \frac{R'}{2} = \frac{428}{2} = 214 \text{ kgrs./cmq.}$$

* * *

Cremos que assim se obteriam valores muito mais logicos e muito mais praticos do que os que se adoptam em geral de um modo ás vezes puramente empirico.

(O processo proposto não é isento de falhas. Uma que logo apparece é a questão da escolha de n_1, isto é, da definição de peças sem defeitos e peças com alguns defeitos. A A.S.T.M. procura obter uma tal definição por meio de uma serie de regras no que se refere ás madeiras (1926 — T. 1 — pg. 906 seg.) Preferimos, porém, não entrar por emquanto neste campo, que tornaria praticamente inutilisavel o nosso trabalho num meio como o nosso.

Não desconhecemos, porém, a importancia do assumpto que ficará para estudos posteriores).

Que os entendidos e os interessados opinem agora sobre as suggestões que apresentamos á sua competencia e ao seu criterio.

* * *

NOTA — Neste nosso trabalho utilisamos repetidamente os estudos apresentados á A.S.T.M., bem como os de W. A. Shewhart.

SEGUE

▼

FERNANDO LUIZ LOBO BARBOSA CARNEIRO

Instituto Nacional de Tecnologia – 7 de Julho de 1944

OS COEFICIENTES DE SEGURANÇA E AS TENSÕES ADMISSÍVEIS EM PEÇAS DE CONCRETO SIMPLES E DE CONCRETO ARMADO

I — *FUNDAMENTOS*

1) OBJETIVO

Tem esta conferência dois objetivos principais:

a) o estabelecimento de um critério para o contrôle das obras de concreto, simples ou armado;

b) a apresentação de sugestões sôbre as tensões admissíveis em obras de concreto simples.

Prof. Lobo Carneiro em conferência no Clube de Engenharia, em 27/04/1948

3. PROBLEMA DA FIXAÇÃO DO COEFICIENTE DE SEGURANÇA

O problema da escôlha do coeficiente de segurança foi brilhantemente analisado, com aplicação dos métodos estatísticos, pelo engenheiro Paulo Sá, em seu trabalho intitulado "Os números representativos das características de um material", publicado em 1936 pelo Instituto Nacional de Tecnologia. Mostra aí, o eng.º Paulo Sá que aquilo que se chama "coeficiente de segurança" é o produto de varios fatôres, o primeiro dos quais é relacionado com a maior ou menor uniformidade do material. Êste primeiro fator deve ser maior para materiais que se apresentem com grande variabilidade em seus característicos; e menor para os que os possuírem mais uniformes. No primeiro caso está o concreto, por mais bem controlada que seja a sua dosagem, e no segundo o aço, material das armaduras. O valor dêste primeiro fator do coeficiente de segurança pode ser determinado após o tratamento estatístico de um nú-

mero suficientemente grande de dados obtidos em laboratório com amostras do material.

Os outros fatôres do coeficiente de segurança são os seguintes:

a) imperfeições na execução das peças;

b) impossibilidade de prever com exatidão as cargas que vão agir sôbre a estrutura;

c) impossibilidade de prever com exatidão os efeitos dinâmicos das cargas móveis;

d) a fadiga devida às cargas variáveis; e

e) impossibilidade de prever com exatidão, os esforços solicitantes a distribuição das tensões no momento da ruptura, e de considerar certos esforços secundários mal definidos.

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Exemplo **:** fcm = 25 MPa , Desvio Padrão σ = 5MPa

$$m = \frac{1}{1 - p \times \frac{\sigma}{R}}$$

<u>R´ = R / m</u>

Nomes atuais **:** R= fcm ; R**'** = fck

com Nomes atuais **:** fck = fcm / m

Para Probabilidade total = 10% (5% de cada lado) , p = 1,645

$$m = \frac{1}{1 - p \times \left(\frac{\sigma}{R}\right)} = \frac{1}{1 - 1{,}645 \times \left(\frac{5MPa}{25MPa}\right)} = 1{,}4903$$

para R=fcm =25MPa e desvio padrão σ = 5MPa

fck = 25 – 1,645 x 5 = 16,775 MPa

Verificando :

R' = R / m = 25/1,4903 = 16,775 MPa OK

As "condições de incerteza" descriptas sob o n.° II tornam necessario que se divida a carga fornecida aos constructores por um factor *n*, que poderá ser considerado como o producto de 3 outros:

$$n = n_1 \times n_2 \times n_3$$

sendo n_1, n_2 e n_3 os factores correspondentes a cada uma das 3 condições incluidas no n.° II.

Os 3 factores n_1, n_2, e n_3 podem ser escolhidos na seguinte tabella, que organisámos tomando como base os valores mais ou menos *empiricos* da A.S.T.M. e de varios outros auctores, tendo em vista, para exemplificar, o caso das madeiras.

$$n_1 = \begin{cases} 1 \text{ para peças sem defeitos} \\ 1{,}5 \text{ para peças com alguns defeitos.} \end{cases}$$

$$n_2 = \begin{cases} 1 \text{ para cargas permanentes} \\ 2 \text{ para choques} \end{cases} = 1{,}5 \ (\,?\,)$$

$$n_3 = \begin{cases} 1 \text{ para cargas bem conhecidas} \\ 2 \text{ para cargas mal conhecidas} \end{cases} = 1{,}5 \ (\,?\,)$$

Exemplos teóricos:

▼

▼

Exemplo 01

Cargas em um Pilar (sem flambagem) de uma Ponte :

n1 = 1,0 = peça sem defeito

n2 = 1,5 (?) = carga permanente + carga móvel com impacto

n3 = 1,5 (?) = carga mais ou menos conhecida

n = n1 x n2 x n3 = 1,0 x 1,5 x 1,5 = 2,25

Carga média aceitável = R' / n = 16,775 MPa / 2,25 MPa =

R' / n = 7,455 MPa (segundo Eng. Paulo Sá)

<u>Calculando a Probabilidade de Ruína</u>

<u>Carga atuante</u>

Média = 7,455 MPa

Desvio padrão = 20% x 7,455 MPa =1,49 MPa (não explicitado no estudo do Eng. Paulo Sá , mas indiretamente considerado no fator n3 acima.)

<u>Carga resistente</u>

R = fcm = 25MPa (fcm do Concreto)

Desvio padrão σ = 5MPa

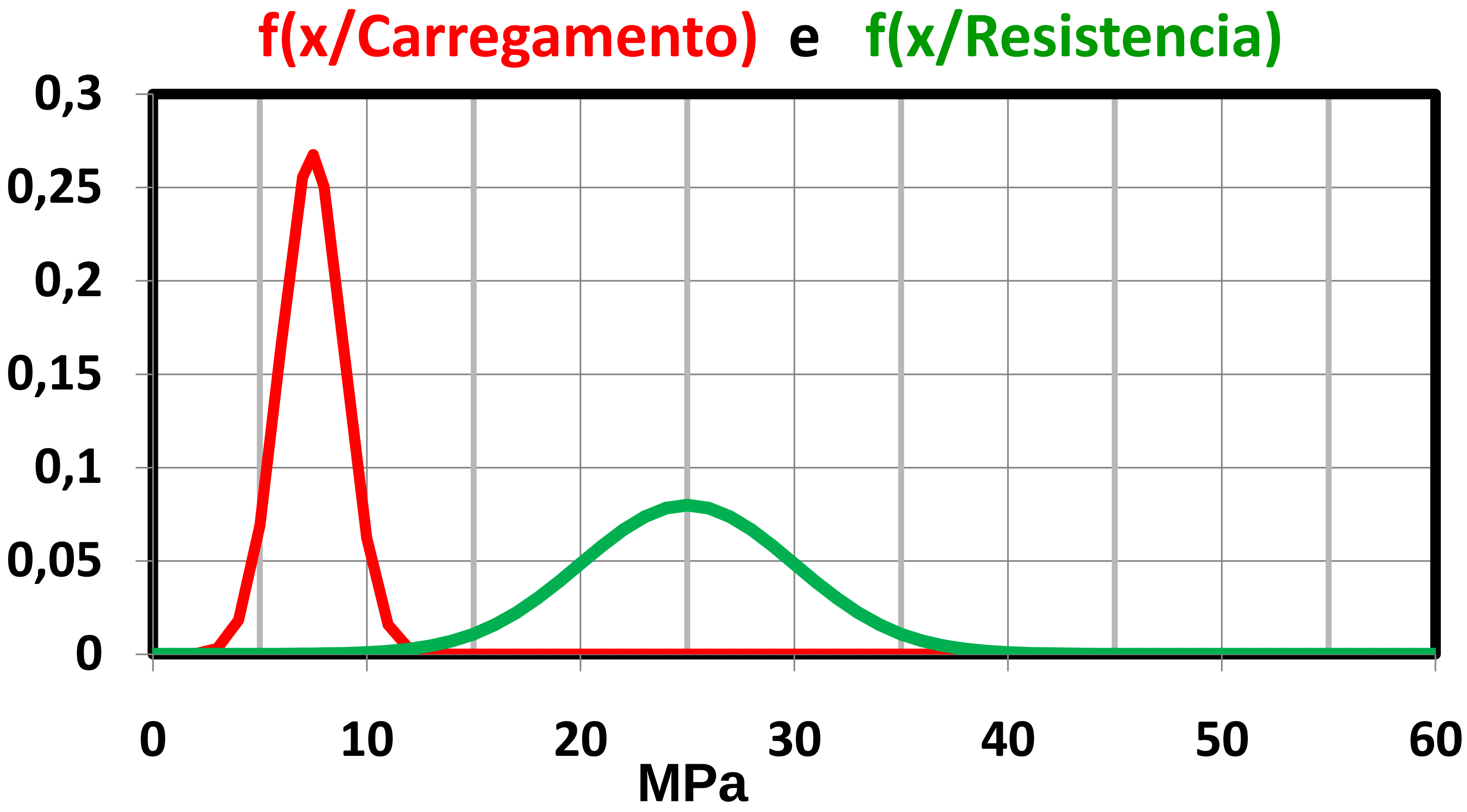
Relação Carga Atuante / Carga Resistente =

= 7,455MPa / 25 MPa = 1 / 3,35 concordando com a exigência da norma de então , i.e, = 1 / 3,0

Ver link http://www.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/lobocarneiro/nb1_sp_rj.pdf

Probabilidade de Ruína

Ver formulação no link :
http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/analise_estrutural/Probabilidade%20de%20Ruina%20de%20Estruturas.pdf



Resultado : Probabilidade de Ruína = $0{,}53 \times 10^{-3}$ Ordem de Grandeza usualmente obtida quando se usam as recomendações das normas de 1940

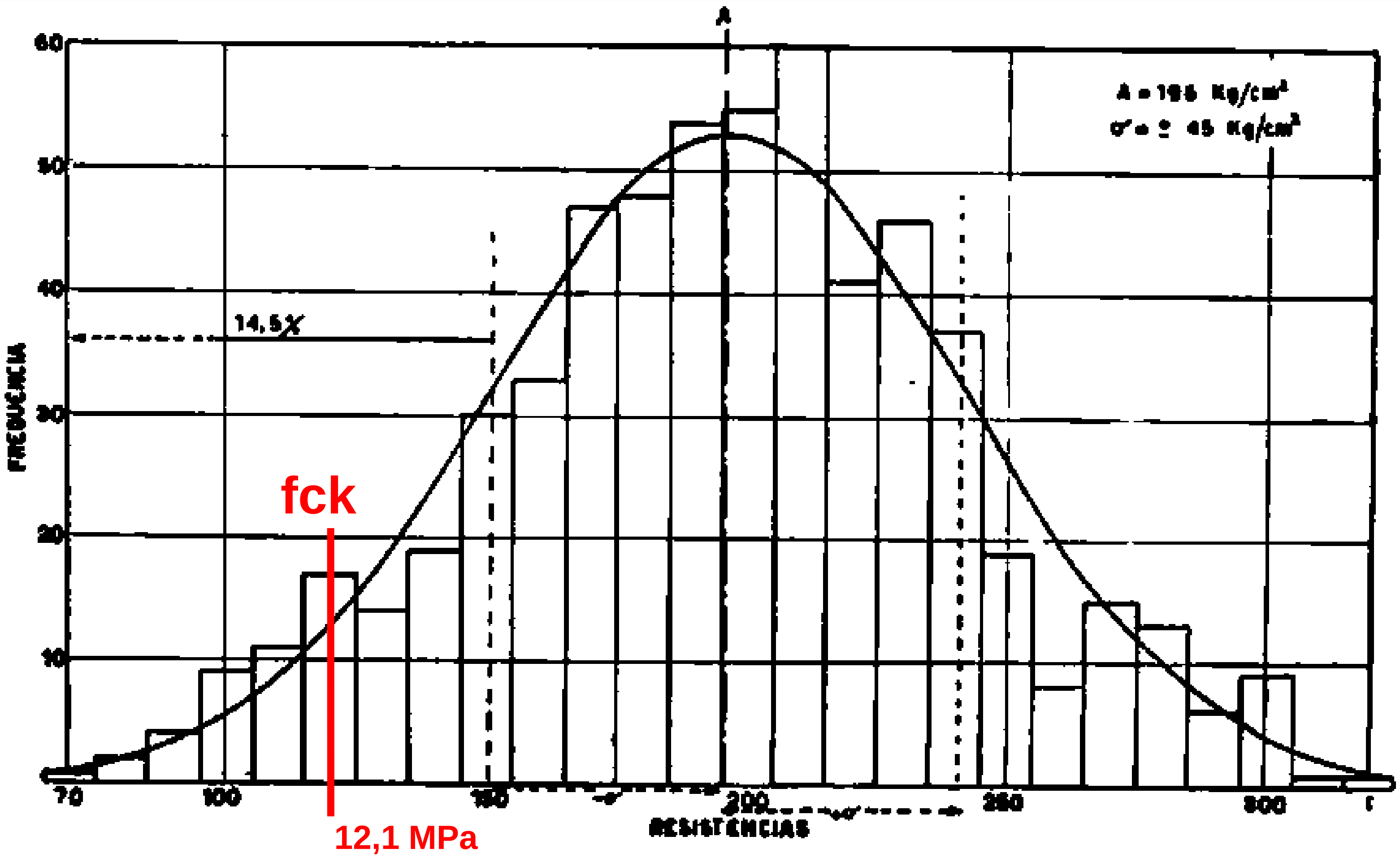
Exemplo 02

Hospital do Sevidor Público / RJ = 1939

fcm = 19,5 MPa - desvio padrão = 4,5 MPa = 23% fcm

HISTOGRAMA DE FREQUENCIAS

DA RESISTENCIA A COMPRESSÃO DE 600 CORPOS DE PROVA



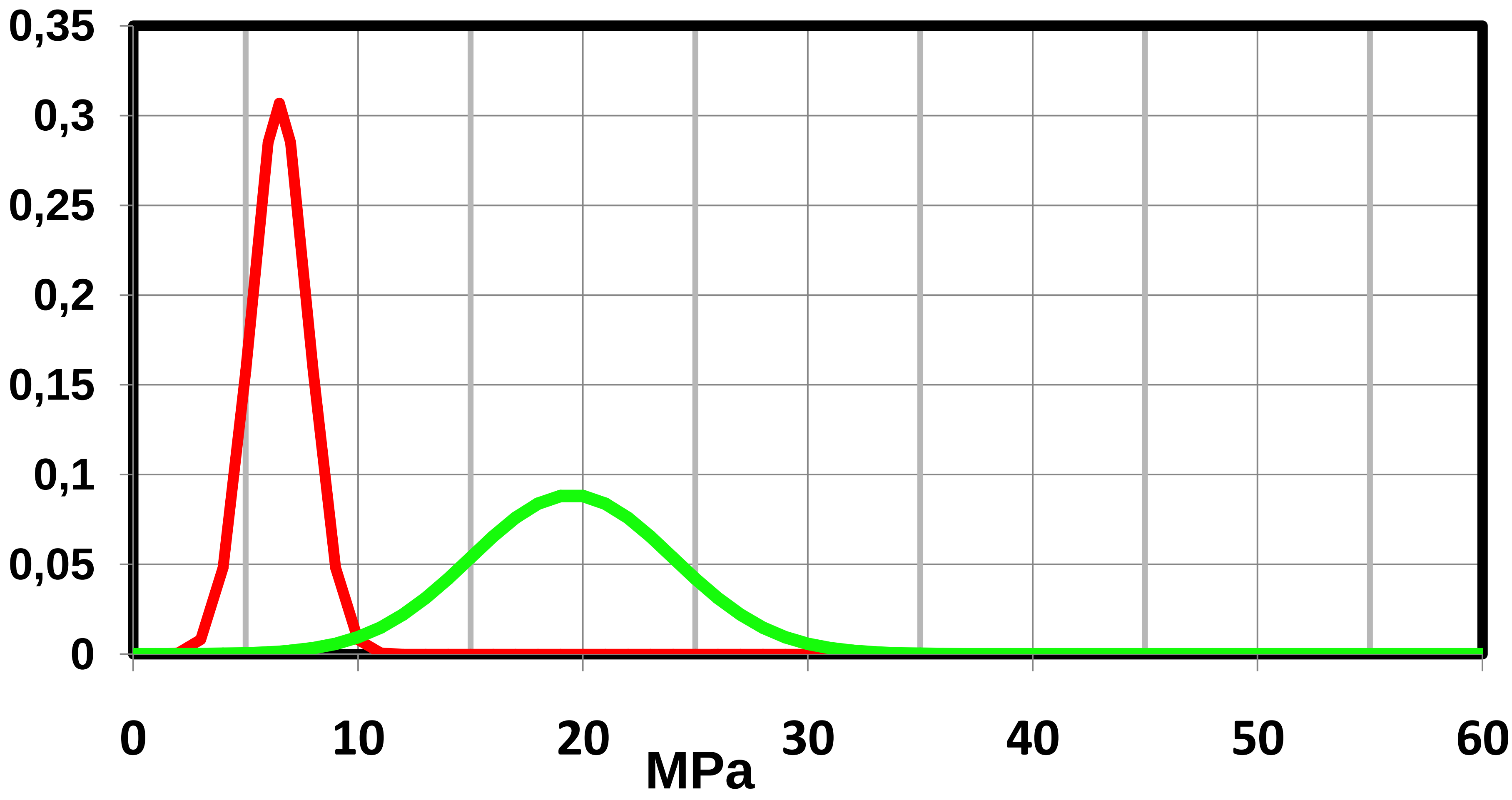
Comentário : fck = fcm -1,645 σ = 19,5-1,645 x4,5 = 12,1 MPa

Resistência = fcm = 19,5 MPa --- Desvio Padrão (23%) = 4, 5 MPa

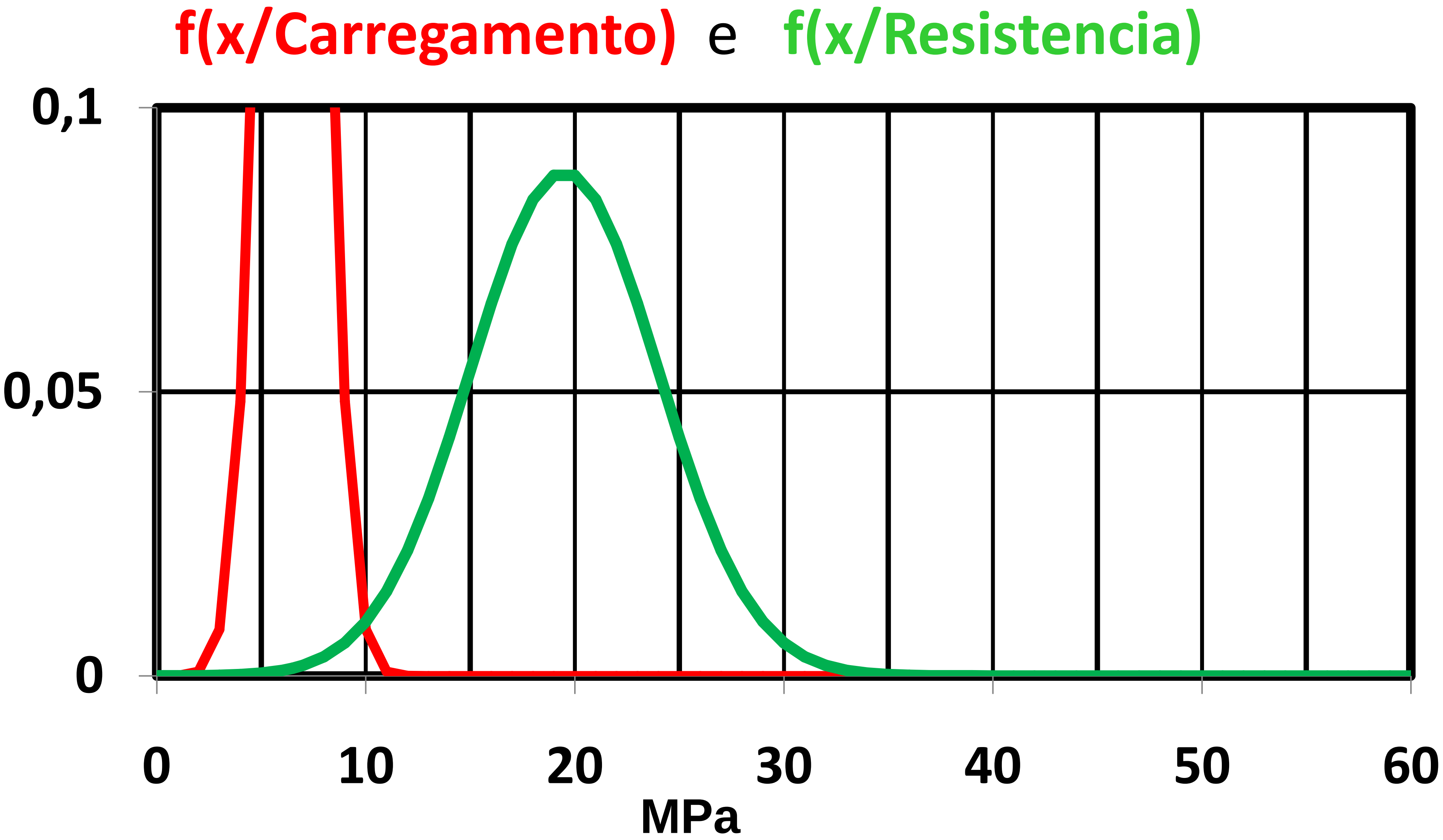
SEGUNDO O " 1931 - REGULAMENTO PARA CONSTRUÇÕES EM CONCRETO ARMADO - RIO DE JANEIRO "

Carregamento σm ≤ 1/3 fcm = 6,5 MPa --- Desvio Padrão (20%) = 1,3 MPa

f(x/Carregamento) e f(x/Resistencia)

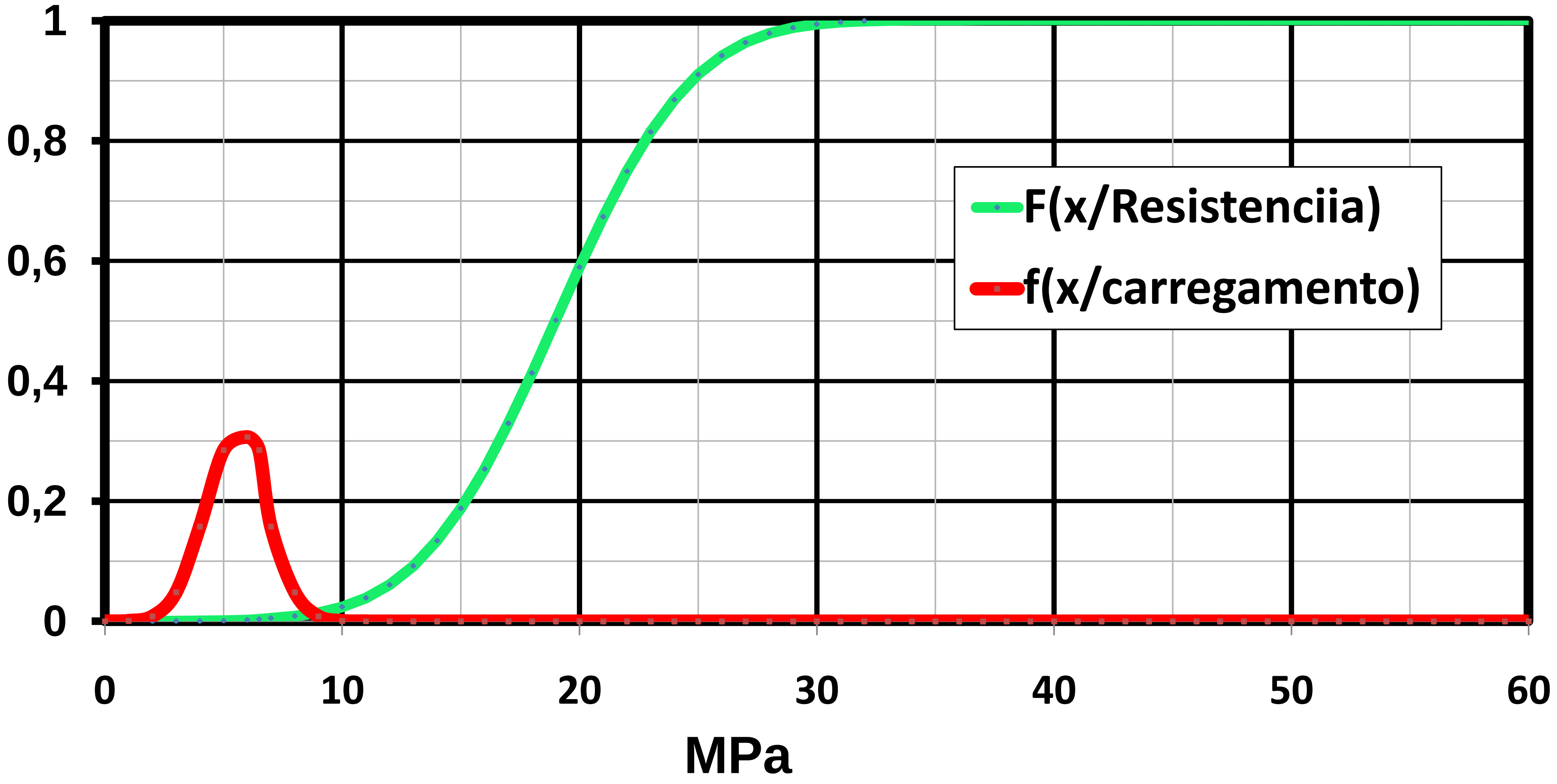


ZOOM

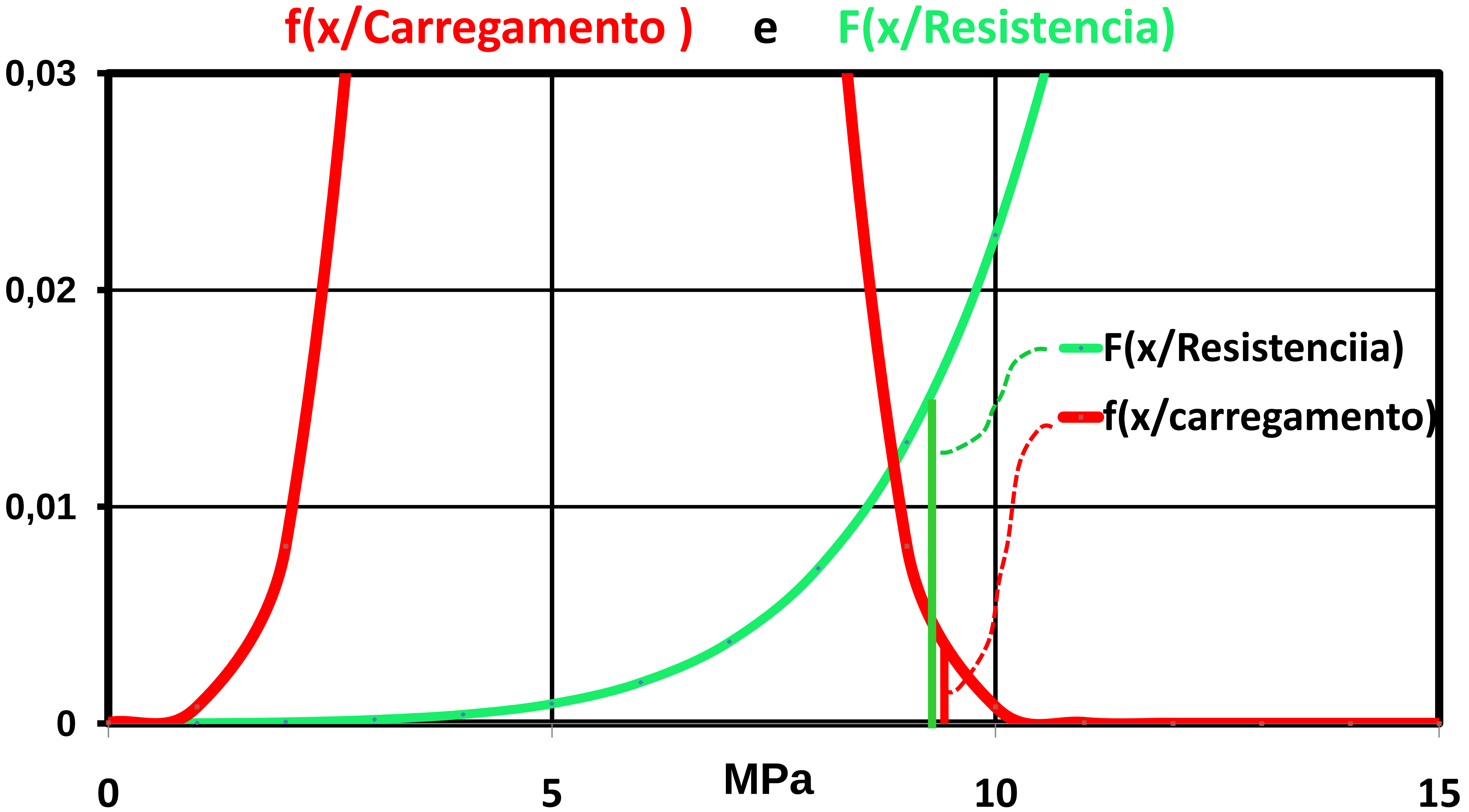

f(x/Carregamento) e f(x/Resistencia)
0,1
0,05
0
0
10
20
30
40
50
60
MPa

F (x) = Freqüência acumulada

f(x/Carregamento) e F(x/Resistencia)



ZOOM



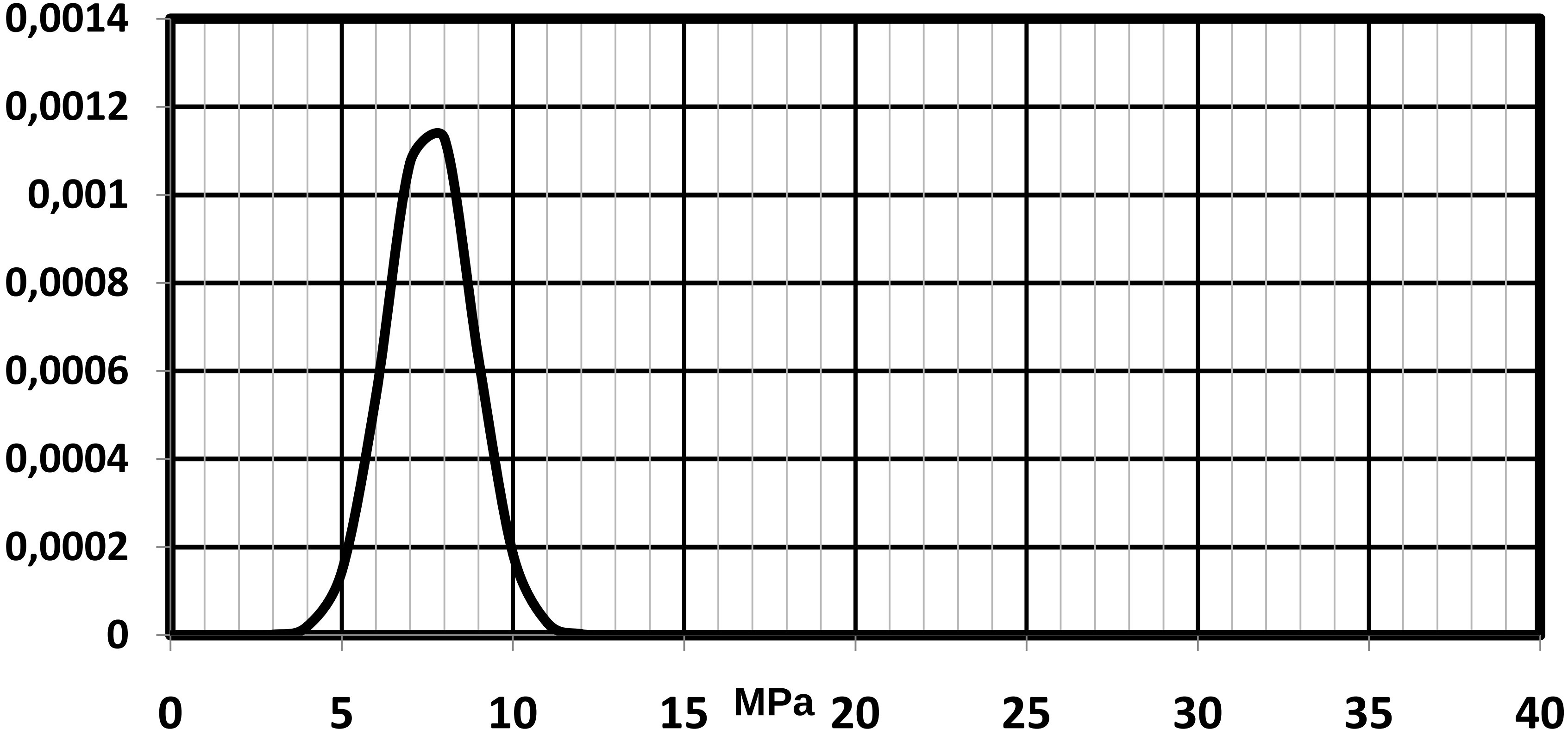
Probabilidade de Ruína $= 3,7 \times 10^{-3}$

$$P_r = P\,(R \leq E_a) = \int f_{Ea}(x)\, F_R(x)\, dx$$

Ver no link : http://www.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/analise_estrutural/Probabilidade%20de%20Ruina%20de%20Estruturas.pdf

Produto = f(x/Carregamento) x F(x/Resistencia)

AREA SOB A CURVA = PROBABILIDADE DE RUINA = 0,0037 = $3,7 \times 10^{-3}$



Resumo Histórico

1936 - Eng^{o} Paulo Accioly de Sá - I.N.T

" Os Números Representativos das Características de um Material" " A Amostra e as Taxas de Segurança"

1939 - Eng^{o} Alberto Pastor de Oliveira – I.N.T. / D.N.E.R / RJ
" O Controle do Concreto numa Construção" - Hospital do Funcionário Público / RJ

Foi o primeiro estudo estatístico da amostragem do concreto de uma obra completa.
http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/cimentos_concretos/Concreto%20-%20resistencia%20=%20Distribuicao%20Normal.pdf

1939 - Eng^{o} Paulo Accioly de Sá – I.N.T.
" A Estatística nos Laboratórios e no Controle da Produção "

1960 - Eng^{o} Gilberto Mascarenhas Barbosa do Valle – I.N.T.
" Controle Estatístico dos Ensaios do Concreto de Obras do Distrito Federal" . . .
http://www.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/cimentos_concretos/Concretos%20do%20DF-RJ%201960.pdf

Mais tarde, o Prof. Fernando Lobo Carneiro assim escreveu :

" *Foi assim, graças aos estudos resultantes do impulso dado por Paulo Accioly de Sá, do I.N.T. que a Norma Brasileira NB-1, em sua revisão de 1960, antecipou-se à primeira Norma Internacional do Comitê Europeu do Concreto (CEB-1963) , na adoção de uma "resistência característica" (fk), em lugar da resistência média (fm) ou nominal, como valor básico para a verificação da segurança*."
http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/lobocarneiro/lobo_tec_conc.pdf

Eduardo Thomaz, Rio – 15 / Junho / 2023

\+ + +