



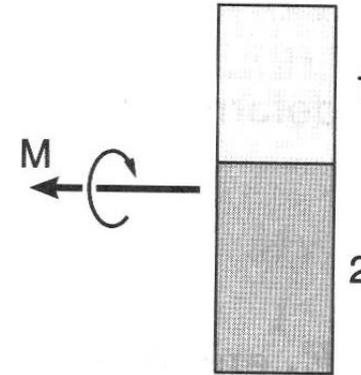
# Resistência dos Materiais II

- **FLEXÃO DE BARRAS CONSTITUÍDAS POR VÁRIOS MATERIAIS: Seção homogeneizada**

# Flexão Pura

## viga constituída por dois materiais diferentes

Seja uma viga constituída por dois materiais diferentes submetida a um momento fletor  $M$ :



Mantendo-se a hipótese da seção plana:

$$\varepsilon_x = -\frac{y}{\rho}$$

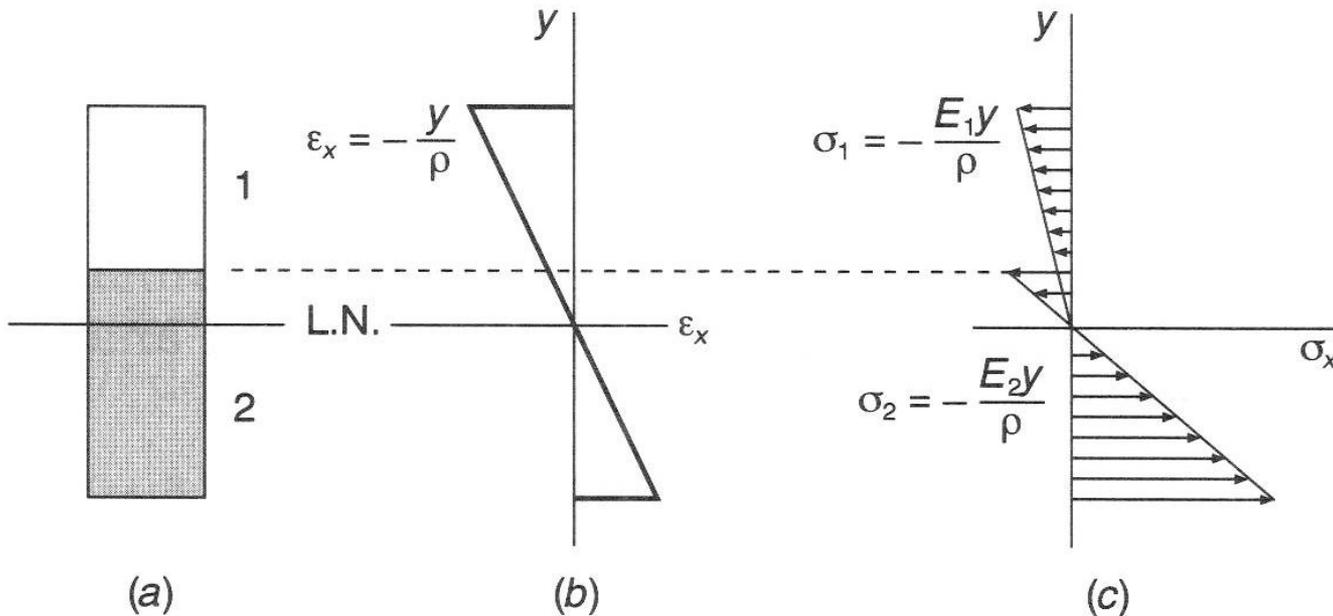
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = E_1 \varepsilon_x = -\frac{E_1 y}{\rho} \\ \sigma_2 = E_2 \varepsilon_x = -\frac{E_2 y}{\rho} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} dF_2 = \sigma_2 dA = -\frac{E_2 y}{\rho} dA \\ dF_1 = \sigma_1 dA = -\frac{E_1 y}{\rho} dA \end{array} \right.$$

# Flexão Pura

## viga constituída por dois materiais diferentes

Distribuição das deformações e das tensões:



$$n = \frac{E_2}{E_1}$$

$$dF_2 = \sigma_2 dA = -\frac{E_2 y}{\rho} dA \Rightarrow dF_2 = -\frac{(nE_1)y}{\rho} dA = -\frac{E_1 y}{\rho} (n dA)$$

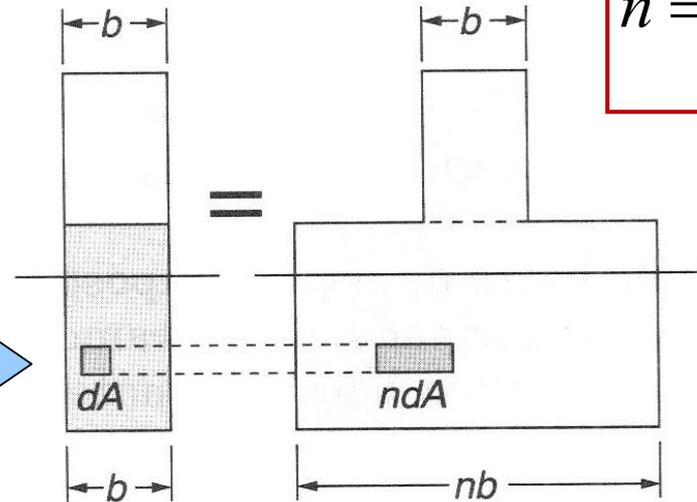
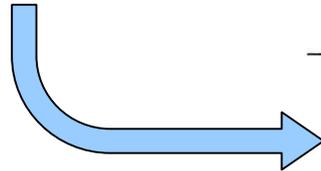
# Flexão Pura

## viga constituída por dois materiais diferentes

Obtenção de seção auxiliar transformada:

$$dF_2 = -\frac{(nE_1)y}{\rho} dA = -\frac{E_1 y}{\rho} (n dA)$$

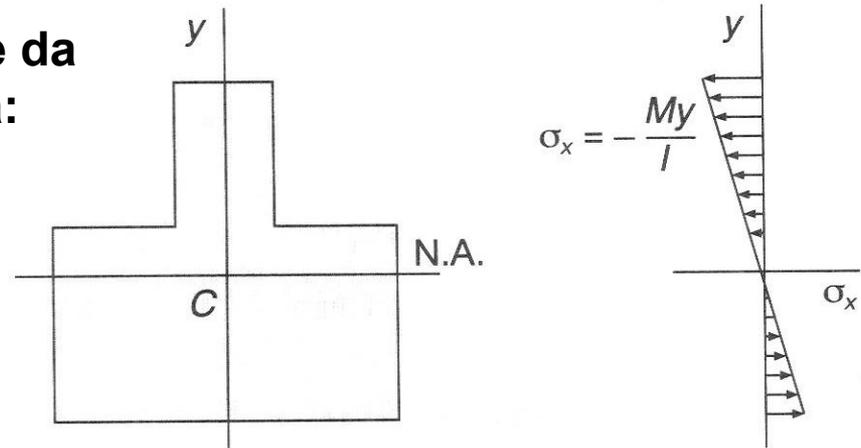
pela modificação da **largura** dos elementos



$$n = \frac{E_2}{E_1}$$

A linha neutra passará pelo centróide da seção com a geometria transformada:

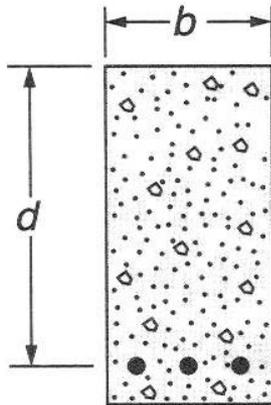
$$\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{n} = \sigma_x = \frac{My}{I}$$



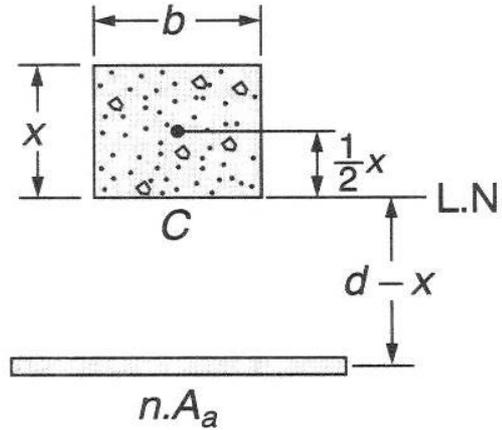
# Flexão Pura

## viga constituída por dois materiais diferentes

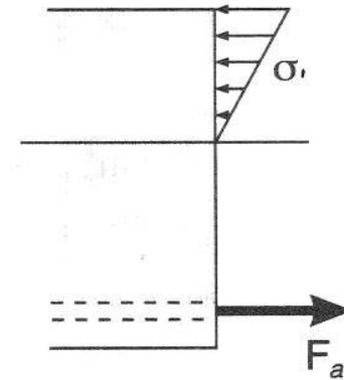
Caso especial: vigas de concreto armado:



(a)



(b)



(c)

$$(bx) \frac{x}{2} - nA_a (d - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} bx^2 + nA_a x - nA_a d = 0$$