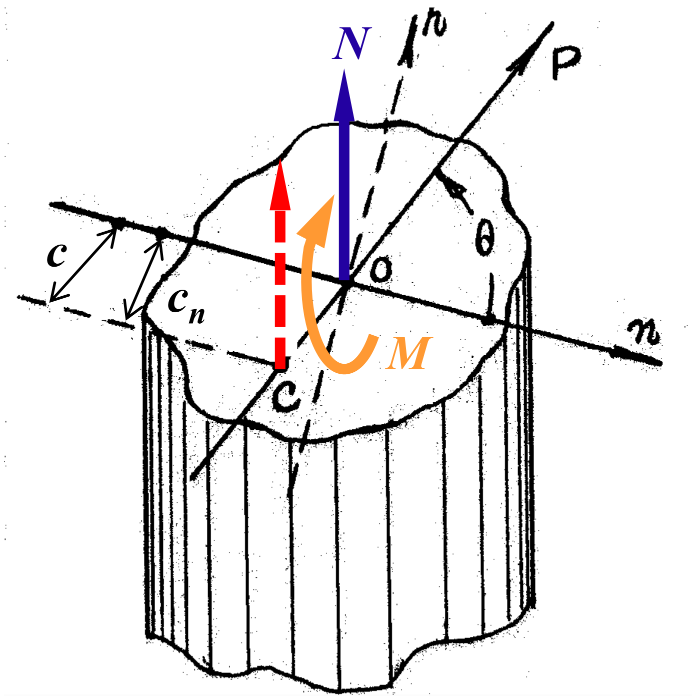
Resistência dos Materiais II

- **FLEXÃO COMPOSTA**

Flexão Composta
Equivalência a uma força normal excêntrica

Consideremos uma seção onde ocorram o esforço normal N e um momento fletor M:



Esse conjunto é equivalente à mesma força N, não mais aplicada ao centro de gravidade O da seção, e, sim, a um ponto C, situado sobre o eixo OP à distância c, tal que:

$$c = \frac{M}{N}$$

A flexão composta é, pois, equivalente a uma força normal excêntrica, sendo c a excentricidade.

O ponto C é chamado de ponto de ataque da resultante geral de todas as forças que atuam de um lado da seção, sendo N sua componente perpendicular a essa mesma seção.

Quando a resultante geral é compressiva, dá-se ao ponto C o nome de centro de pressões na seção.

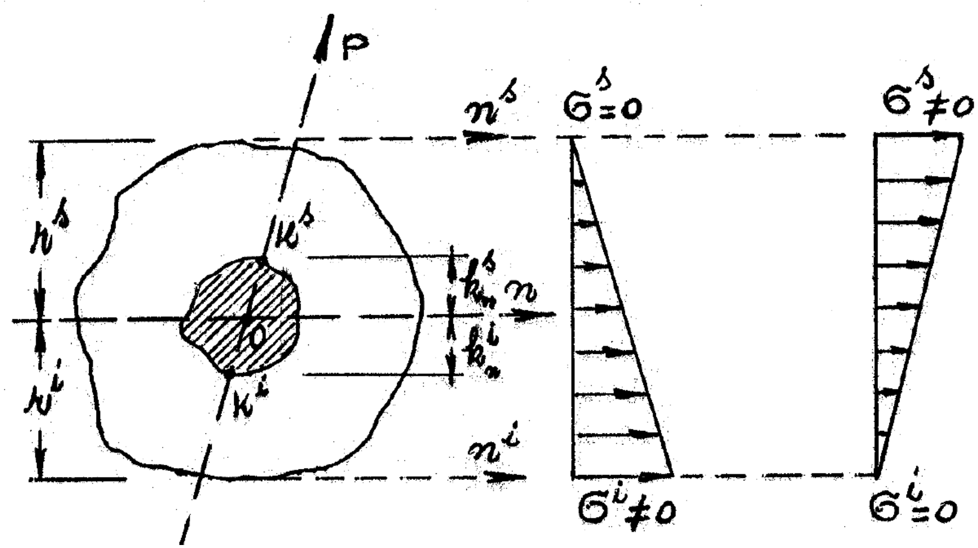
Ref.: Guimarães. H. F. & Ávila, J. A. - Resistência dos Materiais

Flexão Composta
Núcleo central

Pontos nucleares, inferior e superior:

centros de ataque da resultante geral que conduzem o eixo neutro a ser tangente ao contorno da seção no lado oposto às suas posições, relativamente ao centro de gravidade.

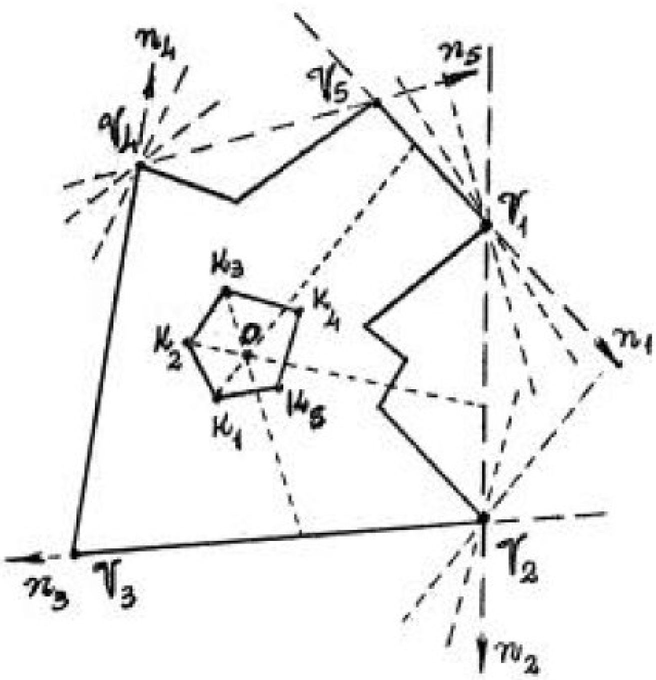
Núcleo central de uma seção:
a região em torno ao seu baricentro, limitada pelo lugar geométrico dos pontos nucleares.



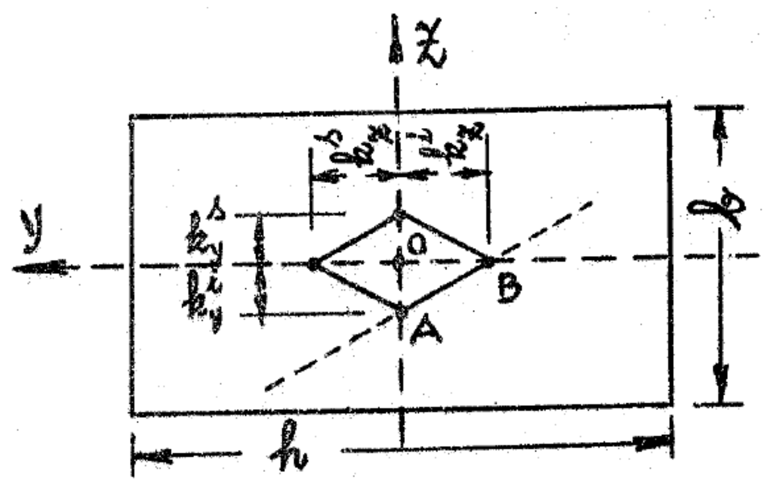
O núcleo central só depende dos <u>elementos geométricos</u> da própria seção, isto é cada seção tem seu núcleo central próprio, perfeitamente definido.

Ref.: Guimarães. H. F. & Ávila, J. A. - Resistência dos Materiais

Seções poligonais:
o núcleo central é um polígono que terá tantos lados quantos os vértices em torno aos quais se puder fazer girar o eixo neutro sem cortar a seção:

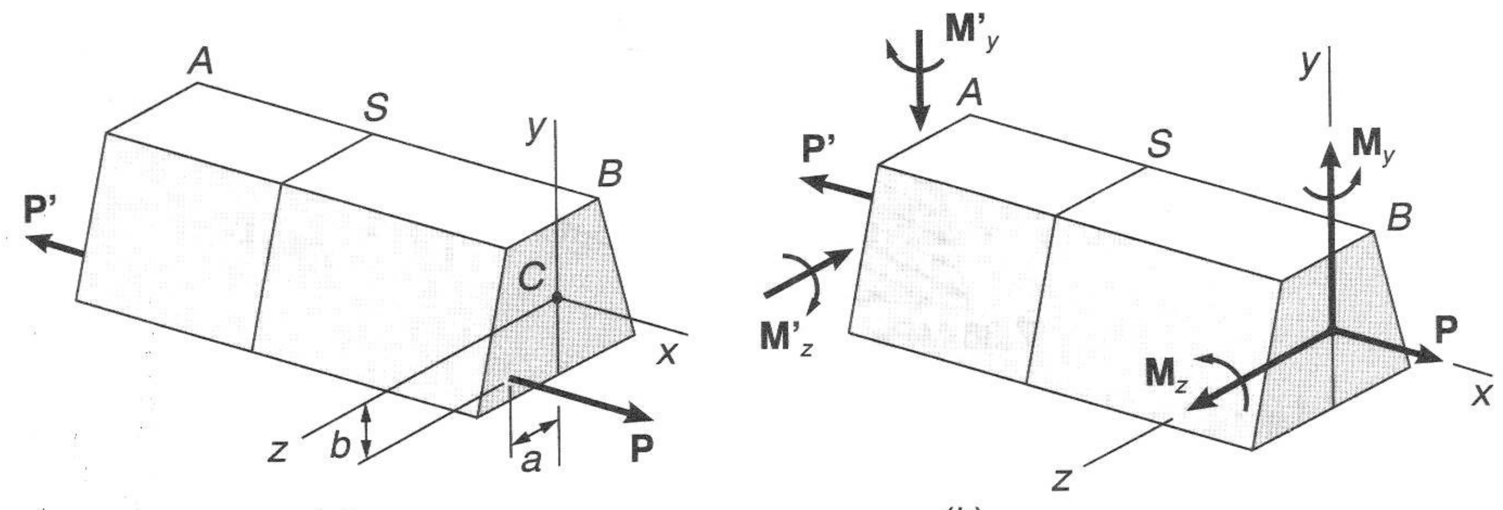


O núcleo central de uma seção retangular será um losango de vértices sobre os eixos principais:



Ref.: Guimarães. H. F. & Ávila, J. A. - Resistência dos Materiais

Flexão Composta Oblíqua
Formulação

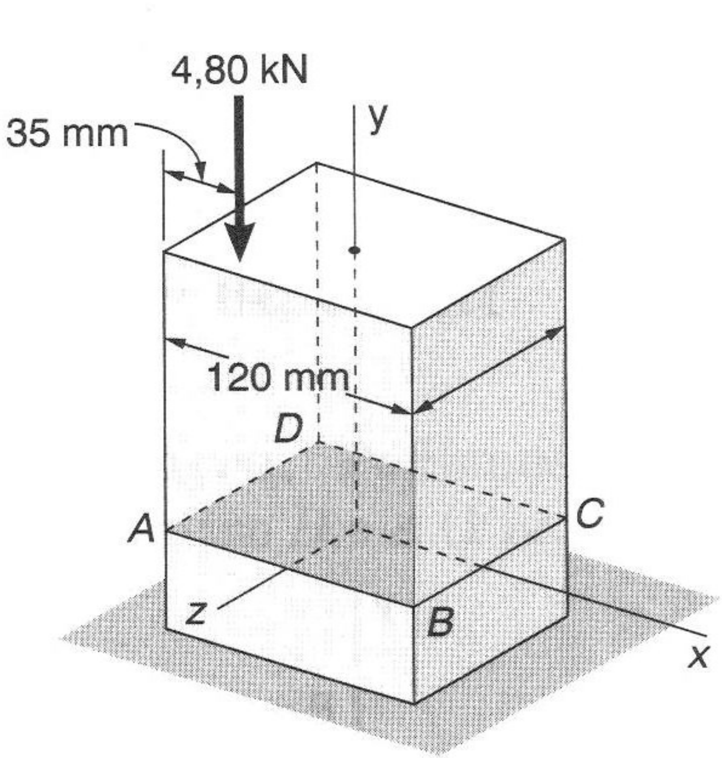


(a) (b)

$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

Flexão Composta Oblíqua
Exercício

Determinar as tensões nos pontos A, B, C e D, e a linha neutra:



$$M_x = (4{,}80\,\text{kN})(40\,\text{mm}) = 192\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_z = (4{,}80\,\text{kN})(60\,\text{mm} - 35\,\text{mm}) = 120\,\text{N}\cdot\text{m}$$

$$A = (0{,}80\,\text{m})(0{,}120\,\text{m}) = 9{,}60 \times 10^{-3}\,\text{m}^2$$

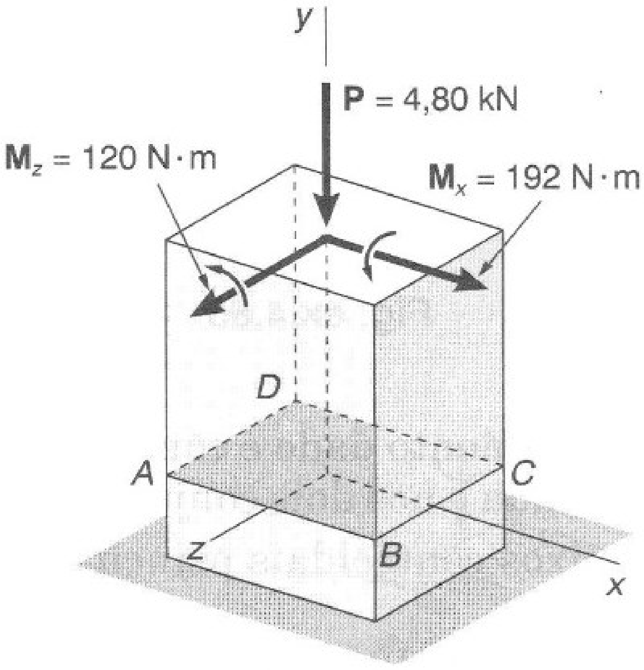
$$I_x = \tfrac{1}{12}(0{,}120\,\text{m})(0{,}80\,\text{m}^3) = 5{,}12 \times 10^{-6}\,\text{m}^4$$

$$I_z = \tfrac{1}{12}(0{,}080\,\text{m})(0{,}120\,\text{m}^3) = 11{,}52 \times 10^{6}\,\text{m}^4$$

Ref: Beer e Johnston, Resistência dos Materiais, 3ª Ed. Pág. 427

Flexão Composta Oblíqua
Exercício

Determinar as tensões nos pontos A, B, C e D, e a linha neutra:



$$\sigma_0 = \frac{P}{A} = \frac{-4{,}80\ \text{kN}}{9{,}60 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = -0{,}5\ \text{MPa}$$

$$\sigma_1 = \frac{M_x z_{\text{máx}}}{I_x} = \frac{(192\ \text{N}\cdot\text{m})(40\ \text{mm})}{5{,}12 \times 10^{-6}\ \text{m}^4} = 1{,}5\ \text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{M_z x_{\text{máx}}}{I_z} = \frac{(120\ \text{N}\cdot\text{m})(60\ \text{mm})}{11{,}52 \times 10^{-6}\ \text{m}^4} = 0{,}625\ \text{MPa}$$

$$\sigma_A = -0{,}5 - 1{,}5 - 0{,}625 = -2{,}625\ \text{MPa}$$

$$\sigma_B = -0{,}5 - 1{,}5 + 0{,}625 = -1{,}375\ \text{MPa}$$

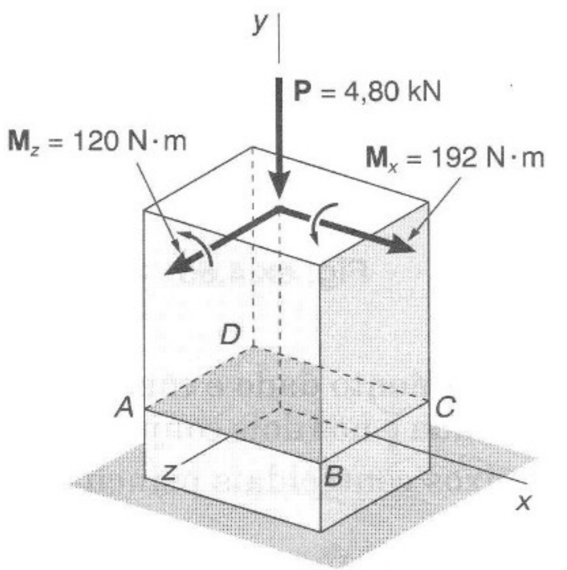
$$\sigma_C = -0{,}5 + 1{,}5 + 0{,}625 = +1{,}625\ \text{MPa}$$

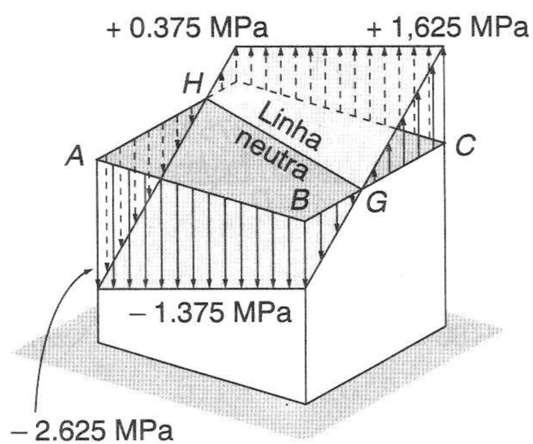
$$\sigma_D = -0{,}5 + 1{,}5 - 0{,}625 = +0{,}375\ \text{MPa}$$

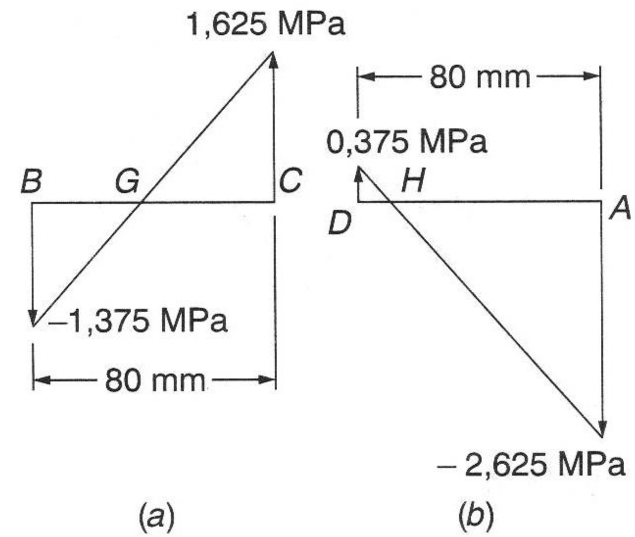
Ref: Beer e Johnston, Resistência dos Materiais, 3ª Ed. Pág. 427

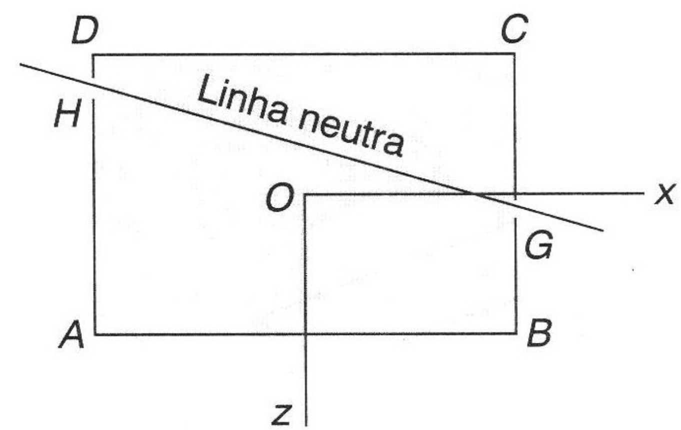
Exercício

Linha neutra:









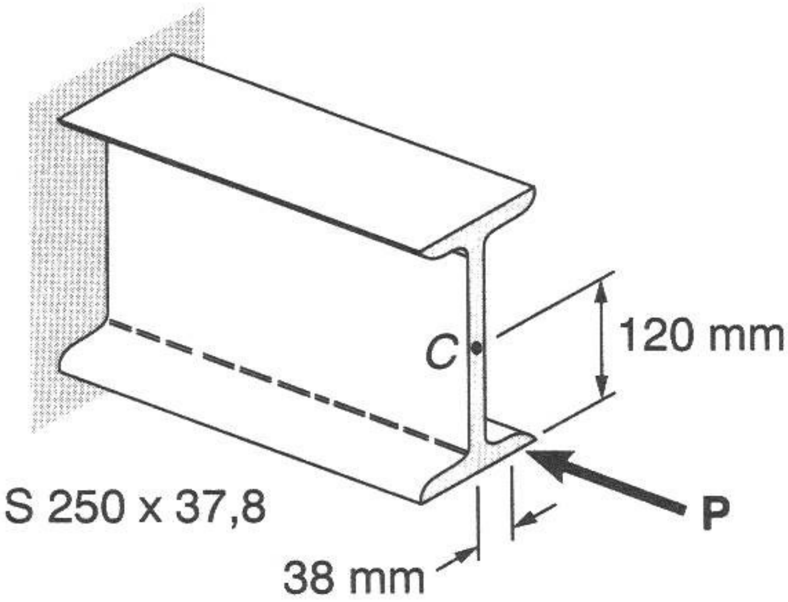
$$\frac{BG}{80\text{ mm}} = \frac{1{,}375}{1{,}625 + 1{,}375} \qquad BG = 36{,}7\text{ mm}$$

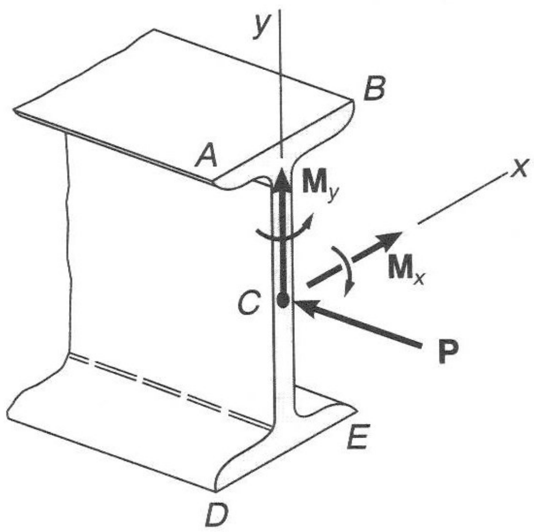
$$\frac{HA}{80\text{ mm}} = \frac{2{,}625}{2{,}625 + 0{,}375} \qquad HA = 70\text{ mm}$$

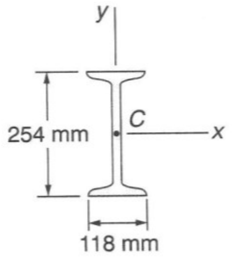
Ref: Beer e Johnston, Resistência dos Materiais, 3ª Ed. Pág. 427

Flexão Composta Oblíqua
Exercício

Determine P de forma que a máxima tensão de compressão não ultrapasse 80 MPa:







$$A = 4806\,\text{mm}^2 = 4{,}8 \times 10^{-3}\,\text{m}^2$$

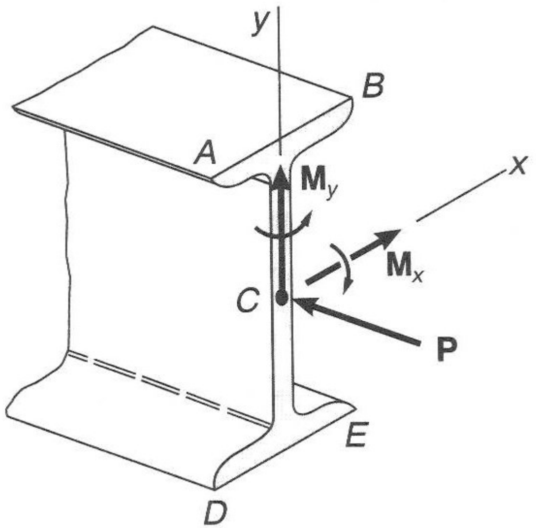
$$W_x = 406 \times 10^{-6}\,\text{m}^3 \qquad W_y = 48 \times 10^{-6}\,\text{m}^3$$

$$M_x = (0{,}12\,\text{m})P$$

$$M_y = (0{,}038\,\text{m})P$$

Ref: Beer e Johnston, Resistência dos Materiais, 3ª Ed. Pág. 430

Flexão Composta Oblíqua
Exercício



$$\sigma_A = -\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = -208{,}3P + 295{,}6P + 791{,}6P = 878{,}9P$$

$$\sigma_B = -\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 = -208{,}3P + 295{,}6P - 791{,}6P = -704{,}3P$$

$$\sigma_D = -\sigma_1 - \sigma_2 + \sigma_3 = -208{,}3P - 295{,}6P + 791{,}6P = 287{,}7P$$

$$\sigma_E = -\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 = -208{,}3P - 295{,}6P - 791{,}6P = -1295{,}5P$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} = \frac{P}{4{,}8 \times 10^{-3}\ \text{m}^2} = 208{,}3P$$

$$\sigma_2 = \frac{M_x}{W_x} = \frac{0{,}12P}{406 \times 10^{-6}\ \text{m}^3} = 295{,}6P$$

$$\sigma_3 = \frac{M_y}{W_y} = \frac{0{,}038P}{48 \times 10^{-6}\ \text{m}^3} = 791{,}6P$$

$$\sigma_{adm} = \sigma_E$$

$$-80\ \text{MPa} = -1295{,}5P$$

$$\Rightarrow \quad P = 61{,}75\ \text{kN}$$

Ref: Beer e Johnston, Resistência dos Materiais, 3ª Ed. Pág. 430