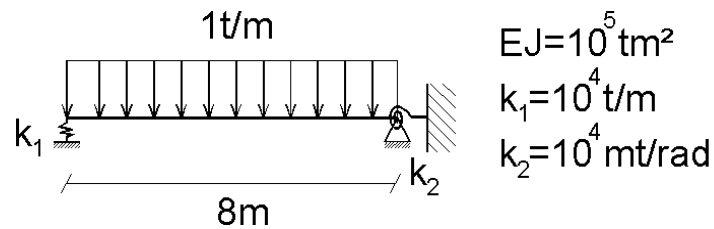


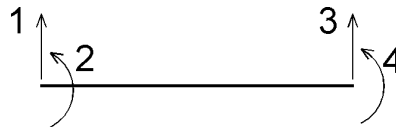
IV.7.4 - Problema Resolvido sobre Apoios Elásticos

Obter o diagrama de momentos fletores da viga abaixo, submetida ao carregamento indicado:



SOLUÇÃO

a. Numeração dos GL globais e locais:



Como se trata de uma viga de apenas um tramo, desejando-se saber apenas o seu DMF, podemos modelar a estrutura através de apenas um elemento, possuindo coordenadas globais e locais coincidentes.

b. Matrizes de rigidez dos elementos no referencial local e global:

$$K_e = \begin{bmatrix} 2343.75 & 9375.00 & -2343.75 & 9375.0 \\ 9375.00 & 50000.00 & -9375.00 & 25000.00 \\ -2343.75 & -9375.00 & 2343.75 & -9375.00 \\ 9375.00 & 25000.00 & -9375.00 & 50000.00 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_{eg} = R^t \cdot K_e \cdot R = \begin{bmatrix} 2343.75 & 9375.00 & -2343.75 & 9375.0 \\ 9375.00 & 50000.00 & -9375.00 & 25000.00 \\ -2343.75 & -9375.00 & 2343.75 & -9375.00 \\ 9375.00 & 25000.00 & -9375.00 & 50000.00 \end{bmatrix}$$

c. Acumulação pelo processo da rigidez direta na matriz de rigidez global:

$$K_g = K_{eg} = K_e = \begin{bmatrix} 2343.75 & 9375.00 & -2343.75 & 9375.0 \\ 9375.00 & 50000.00 & -9375.00 & 25000.00 \\ -2343.75 & -9375.00 & 2343.75 & -9375.00 \\ 9375.00 & 25000.00 & -9375.00 & 50000.00 \end{bmatrix}$$

d. Imposição das condições de apoio elástico:

$$Kg_{11} = Kg_{11} + 10^4$$

$$Kg_{44} = Kg_{44} + 10^4$$

$Kg =$

12343.75	9375.00	-2343.75	9375.0
9375.00	50000.00	-9375.00	25000.00
-2343.75	-9375.00	2343.75	-9375.00
9375.00	25000.00	-9375.00	60000.00

e. Cálculo do Carregamento Nodal

Reações de Fixação e CNE:

$$\{S_0\} = \begin{Bmatrix} \frac{qL}{2} \\ \frac{qL^2}{12} \\ \frac{qL}{2} \\ -\frac{qL^2}{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,00 \\ 5,33 \\ 4,00 \\ -5,33 \end{Bmatrix} \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} -4,00 \\ -5,33 \\ - \\ 5,33 \end{Bmatrix} \leftarrow \text{GL indeslocável}$$

f. Imposição das condições de contorno (apoios indeslocáveis):**1) Técnica da Reordenação de equações:**

$Kg =$

12343.75	9375.00	-2343.75	9375.0
9375.00	50000.00	-9375.00	25000.00
-2343.75	-9375.00	2343.75	-9375.00
9375.00	25000.00	-9375.00	60000.00

$K =$

12343.75	9375.00	9375.0
9375.00	50000.00	25000.00
9375.00	25000.00	60000.00

$K_{rr} =$

2343.75

$K_{ur} =$

-2343.75	-9375.00	-9375.00
----------	----------	----------

$K_{ru} =$

-2343.75
-9375.00
-9375.00

a) Obtenção dos deslocamentos livres:

$$\{U\} = [K]^{-1} \{F\} - [K_{UR}] \cdot \{U_R\} = [K]^{-1} \{F\}$$

U =

```
-0.3743e-03
-0.1390e-03
0.0000
0.2053e-03
```

b) Obtenção das reações:

$$\{R\} = [K_{RR}] \cdot \{U_R\} + [K_{RU}] \cdot \{U\} = [K_{RU}] \cdot \{U\}$$

Reac =

```
4.2566
```

2) Técnica dos zeros e um:

Zerando-se as linhas e colunas referentes aos GL restringidos, obtém-se a matriz de rigidez global:

Kg =

```
12343.75    9375.00    0.00    9375.0
 9375.00    50000.00   0.00    25000.00
    0.00     0.00     1.00     0.00
 9375.00    25000.00   0.00    60000.00
```

a) Obtenção do vetor deslocamentos:

U =

```
-0.3743e-03
-0.1390e-03
0.0000
0.2053e-03
```

g. Obtenção dos esforços:

$$S = S_0 + K_e \cdot U =$$

```
3.7434
0.0000
4.2566
-2.0526
```

h. DMF: