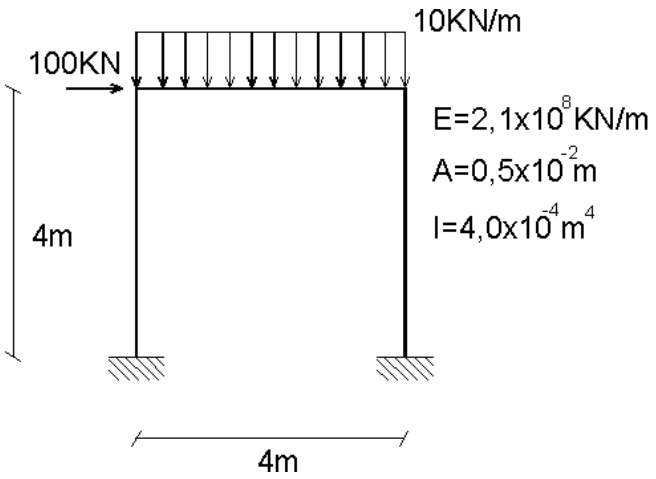
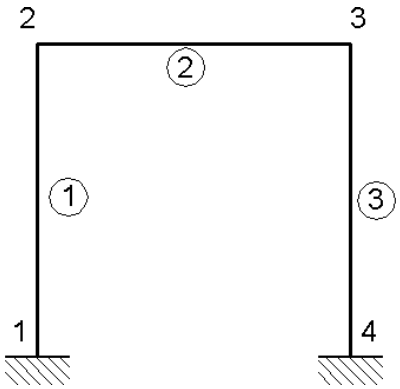
IV.6 – Solução de Pórtico Plano Visando sua Implementação Computacional

Para o pórtico plano apresentado abaixo, com as características físicas e carregamento e dados, deseja-se obter o Diagrama de Momentos Fletores:

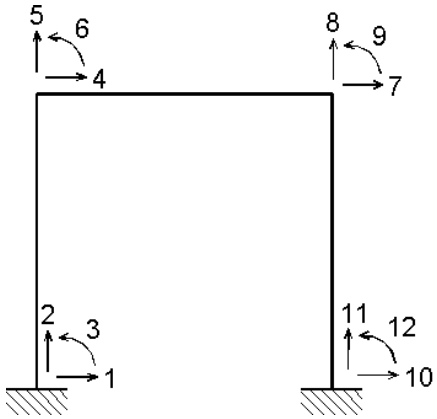


Solução:

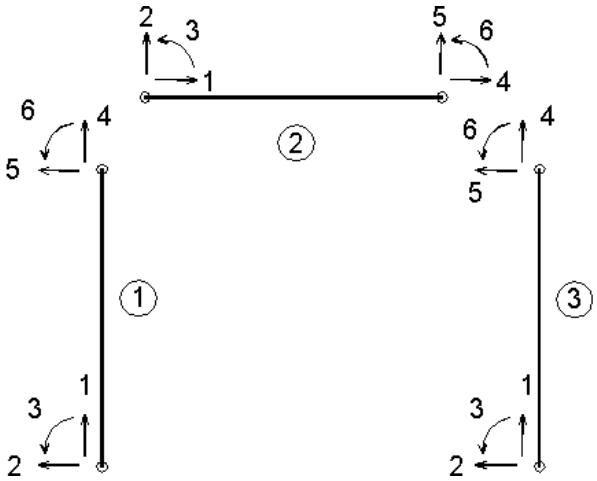
1 – Numeração dos nós e elementos:



Numeração dos GL globais, segundo a numeração dos nós;



2 – Definição dos elementos:



Matrizes de Rotação:

$$R_e = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \text{sen}\,\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{sen}\,\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \text{sen}\,\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\text{sen}\,\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Elemento 1:

$$\alpha = 90^o \Rightarrow R_{e1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Elemento 2:

$$\alpha = 0^o \Rightarrow R_{e2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_{6x6}$$

Elemento 3:

$$\alpha = 90^o \Rightarrow R_{e3} = R_{e1}$$

3 – Equações de Equilíbrio no referencial global

a – Transformação de coordenadas nas matrizes de rigidez elementares

$K_{e2}^{G} = K_e =$

262500	0	0	-262500	0	0
0	15750	31500	0	-15750	31500
0	31500	84000	0	-31500	42000
-262500	0	0	262500	0	0
0	-15750	-31500	0	15750	-31500
0	31500	42000	0	-31500	84000

$K_{e1}^{G} = K_{e3}^{G} = R_{e1}^{T} \cdot K_e \cdot R_{e1} =$

15750	0	-31500	-15750	0	-31500
0	262500	0	0	-262500	0
-31500	0	84000	31500	0	42000
-15750	0	31500	15750	0	31500
0	-262500	0	0	262500	0
-31500	0	42000	31500	0	84000

b - Matriz de Rigidez Global da Estrutura

$K^{G} =$

Columns 1 through 6

15750	0	-31500	-15750	0	-31500
0	262500	0	0	-262500	0
-31500	0	84000	31500	0	42000
-15750	0	31500	278250	0	31500
0	-262500	0	0	278250	31500
-31500	0	42000	31500	31500	168000
0	0	0	-262500	0	0
0	0	0	0	-15750	-31500
0	0	0	0	31500	42000
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

Columns 7 through 12

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
-262500	0	0	0	0	0
0	-15750	31500	0	0	0
0	-31500	42000	0	0	0
278250	0	31500	-15750	0	31500
0	278250	-31500	0	-262500	0
31500	-31500	168000	-31500	0	42000
-15750	0	-31500	15750	0	-31500
0	-262500	0	0	262500	0
31500	0	42000	-31500	0	84000

c – <u>Vetor de Forças Externas</u>

$\{F\} = \{F_{NODAIS}\} + \{F_{CNE}\} =$

$$= \begin{Bmatrix} R_1 = ? \\ R_2 = ? \\ R_3 = ? \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{10} = ? \\ R_{11} = ? \\ R_{12} = ? \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{q \cdot L}{2} = -20 \\ -\frac{q \cdot L^2}{12} = -13.3 \\ 0 \\ -\frac{q \cdot L}{2} = -20 \\ \frac{q \cdot L^2}{12} = 13.3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 = ? \\ R_2 = ? \\ R_3 = ? \\ 100 \\ -20 \\ -13.3 \\ 0 \\ -20 \\ 13.3 \\ R_{10} = ? \\ R_{11} = ? \\ R_{12} = ? \end{Bmatrix}$$

4 – Imposição das condições de contorno

Técnica dos zeros e um: $K^G =$

```
  Columns 1 through 6

         1         0         0         0         0         0
         0         1         0         0         0         0
         0         0         1         0         0         0
         0         0         0    278250         0     31500
         0         0         0         0    278250     31500
         0         0         0     31500     31500    168000
         0         0         0   -262500         0         0
         0         0         0         0    -15750    -31500
         0         0         0         0     31500     42000
         0         0         0         0         0         0
         0         0         0         0         0         0
         0         0         0         0         0         0

  Columns 7 through 12

         0         0         0         0         0         0
         0         0         0         0         0         0
         0         0         0         0         0         0
   -262500         0         0         0         0         0
         0    -15750     31500         0         0         0
         0    -31500     42000         0         0         0
    278250         0     31500         0         0         0
         0    278250    -31500         0         0         0
     31500    -31500    168000         0         0         0
         0         0         0         1         0         0
         0         0         0         0         1         0
         0         0         0         0         0         1
```

5 – Cálculo dos deslocamentos globais

$$\{U\} = [K^G]^{-1} \cdot \{F\} =$$

```
         0
         0
         0
    0.0048
    0.0001
   -0.0009
    0.0046
   -0.0002
   -0.0006
         0
         0
         0
```

6 – Cálculo dos Esforços

Elemento 1:

$$\{u_G\} =$$

```
         0
         0
         0
    0.0048
    0.0001
   -0.0009
```

$$\{u\} = [R_{e1}] \cdot \{u_G\} =$$

```
         0
         0
         0
    0.0001
   -0.0048
   -0.0009
```

$$\{S\} = [K_e] \cdot \{u\} =$$

```
  -22.1348
   47.4631
  113.3985
   22.1348
  -47.4631
   76.4537
```

De forma análoga, obtém-se os esforços (locais) para os outros dois elementos:

```
   Elmto 2          Elmto 3

   52.5369          62.1348
  -42.1348          52.5369
  -89.7537         118.0622
  -52.5369         -62.1348
   42.1348         -52.5369
  -78.7856          92.0856
```

Considerando as reações ao CNE:

```
   Elmto 2

    52.5369
   -22.1348
   -76.4537
   -52.5369
    62.1348
   -92.0856
```

7 – Cálculo das Reações

$$\{S_G\} = [R_E]^T \cdot \{S\} =$$

```
   Elmto 1    Elmto 2    Elmto 3

  -47.4631    52.5369   -52.5369
  -22.1348   -42.1348    62.1348
  113.3985   -89.7537   118.0622
   47.4631   -52.5369    52.5369
   22.1348    42.1348   -62.1348
   76.4537   -78.7856    92.0856
```

R_1 = -47.4631
R_2 = -22.1348
R_3 = 113.3985
R_{10} = -52.5369
R_{11} = 62.1348
R_{12} = 118.0622

8 – Diagrama de Momentos Fletores: