I - INTRODUÇÃO

I.1 - Introdução

O processo de um projeto estrutural envolve a determinação de forças internas e de ligações e de deslocamentos de uma estrutura. Esta fase do processo é chamada de análise estrutural. Seu principal objetivo é, dadas as características geométricas e mecânicas de uma estrutura e as características físicas dos materiais que as compõem e as ações que sobre ela atuam, determinar os deslocamentos de todos os seus pontos e os esforços internos (tensões e/ou esforços internos solicitantes) e reações de apoio (no caso de estruturas ligadas ao terreno).

A fase de análise é normalmente a maior parte do processo e engloba muitos e diferentes aspectos: construimos um modelo matemático idealizado (em geral, geometricamente perfeito), impomos carregamentos e outros efeitos ambientais, e depois predizemos a performance resultante através da análise de todos os estágios de carga. Para algumas estruturas a análise matemática-numérica é suplementada ou complementada por uma análise física com modelos reduzidos do protótipo da estrutura, ou mesmo do próprio protótipo em casos de produção em série industrial como, por exemplo, aeronaves e automóveis. Em qualquer caso, a análise estrutural tem como alvo propiciar o necessário entendimento e apreciação do comportamento da estrutura e comparar a performance esperada com os requerimentos de projeto e prescrições de normas.

Uma estrutura é criada para servir a um propósito definido. Os requerimentos podem ser para: abrigar um espaço (coberturas), suportar veículos (pontes) e máquinas, ou conter ou reter materiais (silos, barragens). Uma estrutura pode ser projetada com o propósito de trafegar no espaço, estar sobre o terreno ou enterrada, flutuar ou ser submergida. Para que ela cumpra o seu propósito, distintos objetivos de projetos devem ser especificados e satisfeitos, como por exemplo: segurança, durabilidade, performance em serviço, conforto dos usuários e exequibilidade prática. Além desses, a estética ou aparência da estrutura deve ser seriamente considerada.

De maneira a cumprir com esses e outros objetivos de projeto, devemos ter um entendimento aprofundado do comportamento dos materiais, dos componentes estruturais e do sistema estrutural como um todo. Dentre os mais importantes objetivos de um projeto ressalta-se a segurança estrutural. Rupturas localizadas, distorções excessivas, fadiga do material, flambagem e formação de mecanismos plásticos em um sistema estrutural são inaceitáveis sob quaisquer circunstâncias, já que tais modos de colapso podem resultar em pesadas perdas materiais e, acima de tudo, de vidas humanas.

Além da segurança contra o colapso, uma estrutura deve satisfazer os critérios de utilização, isto é, todos os aspectos de performance devem ser aceitáveis para o uso pretendido.

As deformações (deslocamentos) e fissuração devem ser limitadas ao ponto de não serem notadas e não comprometerem a utilização. Vibrações e ruídos acústicos devem ser controlados. Reservatórios de líquidos e gases não podem vazar e fundações não devem recalcar excessivamente. A chave para aplena satisfação dos critérios e requisitos de utilização é o completo entendimento do comportamento da estrutura para todos os casos de carregamento e condições de serviço e ambientais, ou seja, uma ampla análise estrutural.

NBR 6118:2004 (NB-1)

14 Análise estrutural

14.1 Princípios gerais da análise estrutural

14.1.1 Objetivo da análise estrutural

O objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar verificações de estados limites últimos e de serviço.

A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda a estrutura.

14.1.2 Premissas necessárias à análise estrutural

A análise deve ser feita com um modelo estrutural realista, que permita representar de maneira clara todos os caminhos percorridos pelas ações até os apoios da estrutura e que permita também representar a resposta não linear dos materiais.

Em casos mais complexos, a interação solo-estrutura deve ser contemplada pelo modelo.

No caso de aplicação da protensão, deve-se garantir deslocabilidade adequada à sua realização efetiva, minimizando a transmissão não desejada para elementos adjacentes.

Análises locais complementares devem ser efetuadas nos casos em que a hipótese da seção plana não se aplica, como por exemplo em: regiões de apoios, regiões de introdução de cargas concentradas, uniões de peças estruturais, zonas de ancoragem, regiões de mudança de seção.

Análises locais complementares também devem ser efetuadas quando a não linearidade introduzida pela fissuração for importante, como por exemplo na avaliação das flechas.

I.2 - Métodos de Análise Estrutural

Os métodos de análise estrutural podem ser divididos em dois grupos: métodos analíticos e métodos numéricos. As limitações impostas pelos métodos analíticos são bem conhecidas. Somente em casos especiais soluções fechadas são obtidas. Soluções aproximadas podem ser achadas para algumas configurações estruturais simples, mas, em geral, para estruturas complexas os métodos analíticos não podem ser usados, e os métodos numéricos devem ser invariavelmente empregados.

Os métodos numéricos de análise estrutural podem ser subdivididos em dois tipos: soluções numéricas de equações diferenciais para deslocamentos ou tensões, e métodos matriciais baseados na idealização discreta em elementos estruturais.

No primeiro tipo, as equações de elasticidade são resolvidas para uma configuração estrutural particular, tanto por técnicas de diferenças finitas quanto pela integração numérica direta. Nesta abordagem a análise é baseada na aproximação matemática de equações diferenciais. Limitações de ordem prática, porém, restringem sua aplicação a estruturas simples ou particulares. Apesar de várias operações em diferenças finitas e integração numérica envolverem a álgebra matricial, a apresentação matricial não é essencial na formulação da análise.

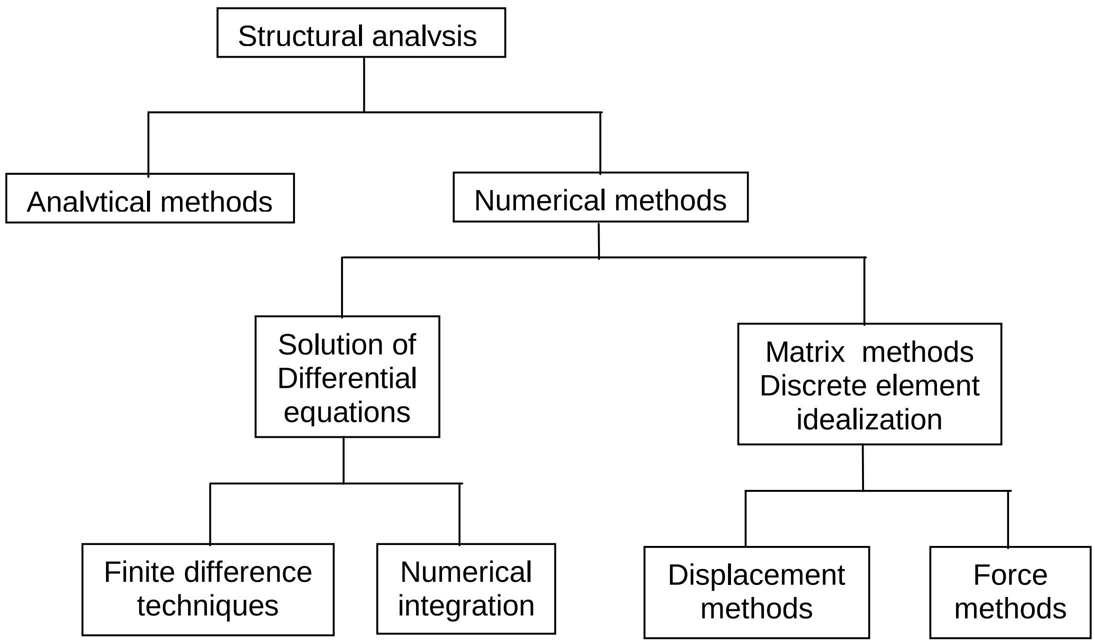


Fig. 1.1 – Métodos de Análise Estrutural (Przemieniecki, [1])

No segundo tipo, toda teoria é desenvolvida na álgebra matricial, através de todos os estágios da análise. A estrutura é inicialmente idealizada com uma montagem de elementos estruturais discretos com formas presumidas da distribuição de deslocamentos e tensões, e a solução completa é então obtida pela combinação dessa distribuição individual aproximada de deslocamento e tensões de maneira que se satisfaça o equilíbrio de forças e a compatibilidade de deslocamentos nas junções desses elementos. Métodos baseados nesta abordagem mostram-se ser mais adequados à análise de estruturas complexas.

I.3 - Idealização Estrutural

A maioria das estruturas consistem de uma montagem de diferentes elementos estruturais conectados entre si por ligações contínuas ou discretas. O passo mais importante na análise matricial de estruturas é a formulação de um modelo matemático de elementos discretos equivalente à estrutura contínua real. Este modelo é necessário a fim de se obter um sistema com um número finito de variáveis (graus de liberdade) nos quais as operações de álgebra matricial poderão ser realizadas. À formulação de tal modelo chama-se de idealização estrutural.

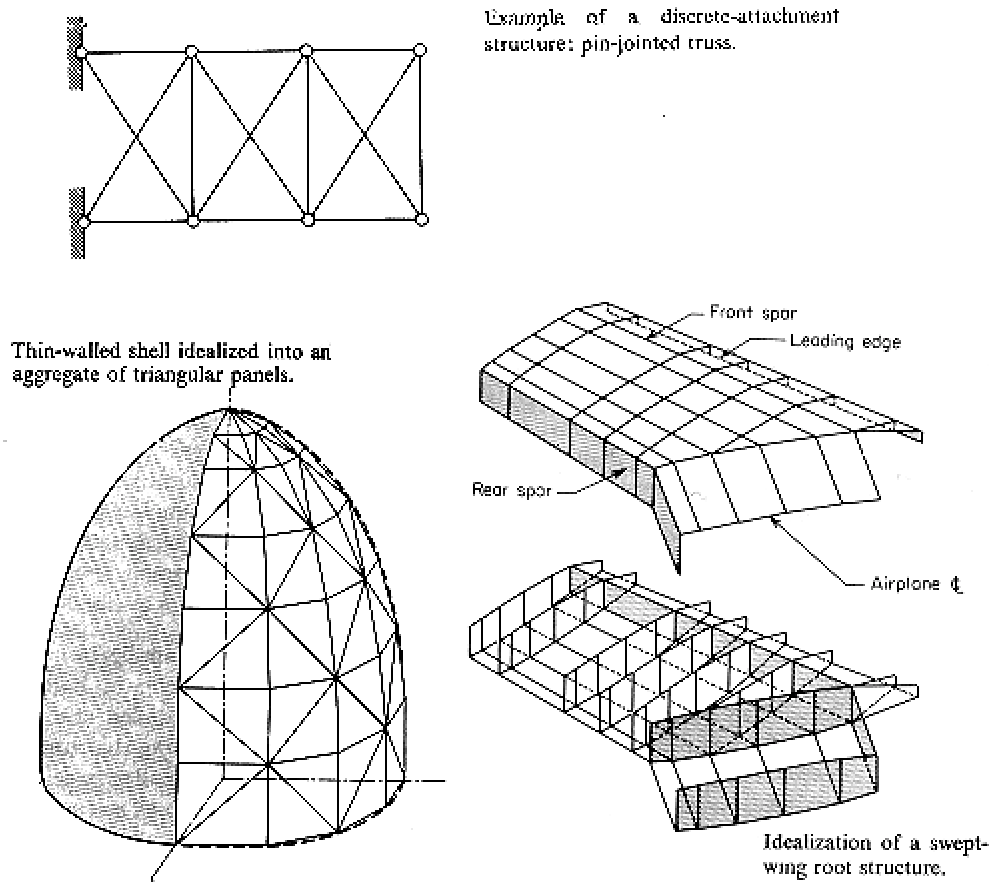


Fig. I.2 – Exemplos de estruturas discretizadas.

As estruturas abordadas nos próximos capítulos se restringirão às estruturas reticuladas, ou seja, sistemas estruturais compostos de elementos lineares (barras), e podem ser classificadas em seis categorias: vigas, treliças planas, treliças espaciais, pórticos planos, grelhas e pórticos espaciais. Esses tipos de estrutura já são compostos por elementos com ligações discretas, os nós, o que facilita a formulação de seus modelos discretos.

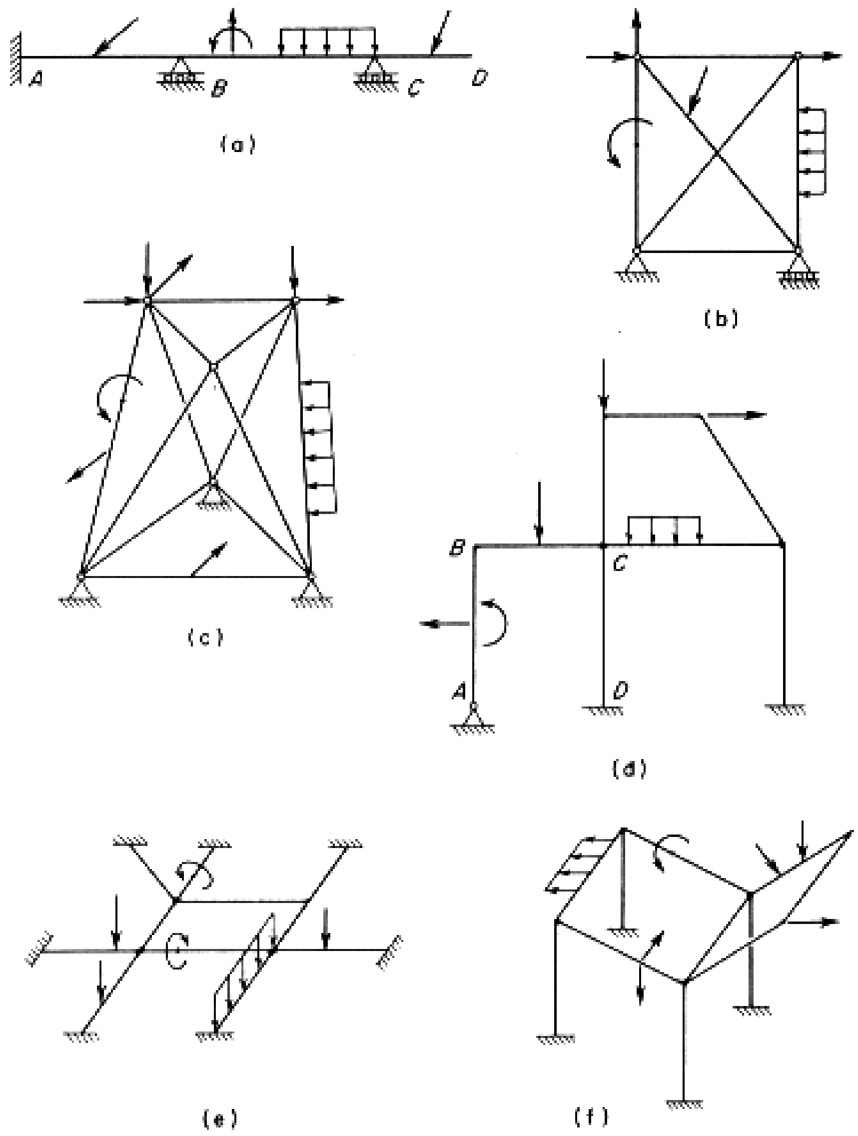


Fig. 1.3 Tipos de estruturas reticuladas: (a) viga, (b) treliça plana, (c) treliça espacial, (d) pórtico plano, (e) grelha e (f) pórtico espacial.

Os elementos lineares de barra caracterizam-se como membros que são longitudinalmente maiores em comparação com as dimensões de sua seção transversal.

Nós de uma estrutura reticulada são os pontos de interseção dos membros, assim como os pontos de apoio e extremidades livres dos membros. Quando a estrutura está submetida a cargas, cada nó sofrerá deslocamentos sob a forma de translações e rotações, dependendo da configuração de estrutura.

Em alguns casos, os deslocamentos nodais serão conhecidos devido às condições que são impostas à estrutura. Num engastamento, por exemplo, não existem deslocamentos de qualquer espécie. Contudo, os nós que não representarem pontos de apoio, possuirão deslocamentos que não são previamente conhecidos e que só podem ser obtidos efetuando-se uma análise completa da estrutura. Estes deslocamentos nodais são as quantidades cinemáticas indeterminadas do sistema estrutural. O seu número representa o número de graus de liberdade (GL) da estrutura, ou o seu grau de indeterminação cinemática.

NBR 6118:2004 (NB-1)

14.3 Elementos estruturais

As estruturas podem ser idealizadas como a composição de elementos estruturais básicos, classificados de acordo com a sua forma geométrica e a sua função estrutural, conforme itens 14.3.1 e 14.3.2.

14.3.1 Elementos lineares

São aqueles em que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal, sendo também denominados barras.

De acordo com a sua função estrutural, recebem as designações de 14.3.1.1 a 14.3.1.4.

14.3.1.1 Vigas

Elementos lineares em que a flexão é preponderante.

14.3.1.2 Pilares

Elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes.

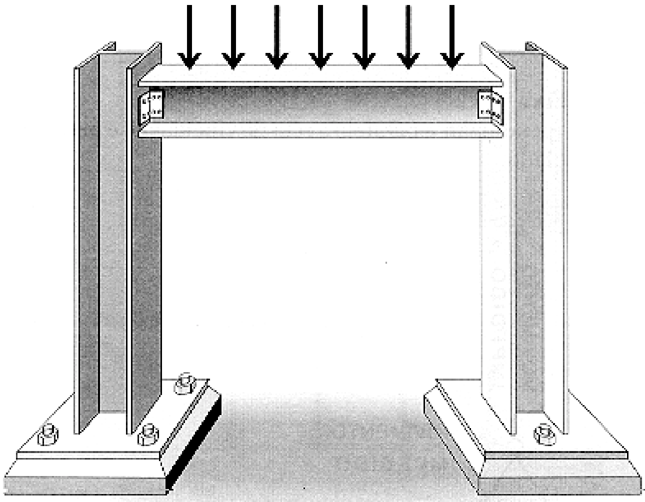
14.3.1.3 Tirantes

Elementos lineares de eixo reto em que as forças normais de tração são preponderantes.

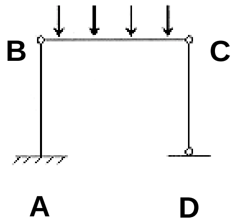
14.3.1.4 Arcos

Elementos lineares curvos, em que as forças normais de compressão são preponderantes, agindo ou não simultaneamente com esforços solicitantes de flexão, cujas ações estão contidas em seu plano.

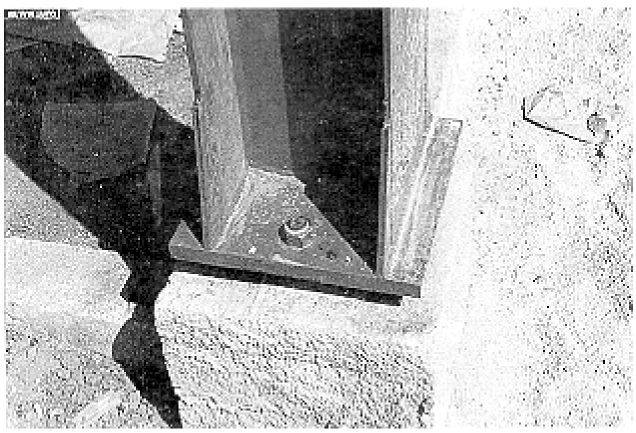
Os apoios de uma estrutura reticulada podem ser frequentemente modelados como engastes, como o apoio A da figura abaixo, articulações (apoio do 2º gênero), como o apoio D, e apoios móveis (apoio do 1º gênero).



Esquema Estrutural



Modelo Matemático / Numérico



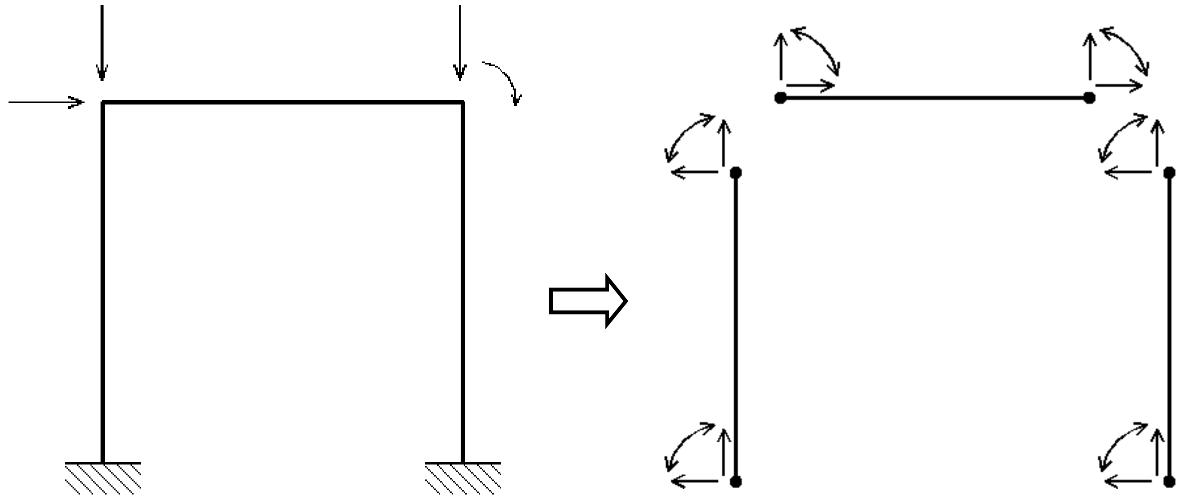
Apoio Real (**D**)

Fig. I.4 – Modelagem de apoios.

Em casos especiais, as ligações entre membros e entre membros e apoios podem ser elásticas (ou semi-rígidas), conforme será visto posteriormente.

Cargas em uma estrutura reticulada constituem quaisquer ações mecânicas externas sobre ela aplicadas, e podem ser modeladas através de forças concentradas, cargas distribuídas, ou binários (momentos).

Nas estruturas reticulares, onde os elementos estruturais são conectados por ligações discretas (nós), a interação necessária entre os elementos livres (unassembled) é introduzida através de forças ou deslocamentos nos nós comuns. As forças de interação entre os vários elementos de um sistema estrutural reticulado são representatas por forças discretas (axiais e cortantes), momentos e torsores nos nós. Para estes casos, o comportamento elástico de cada um dos elementos estruturais pode ser precisamente determinado através das teorias elementares de flexão e torsão.



Estrutura íntegra ou "montada"

Estrutura "desmontada"
(Diagramas de Corpos Livres)

Fig. I.5 – Estrutura montada e desmontada.

Se a estrutura for estaticamente determinada (isostática), as equações da estática, isto é, as equações do equilíbrio estático em termos das forças, são suficientes para determinar todas as forças, momentos e torques nos nós. Para estruturas estaticamente indeterminadas (hiperestáticas) as equações de equilíbrio são em número insuficiente para determinar todas as forças desconhecidas, e por isso devem ser complementadas com equações de compatibilidade. Alternativamente, as equações de equilíbrio podem ser formuladas em termos de deslocamentos. Neste caso, haverá sempre um número suficiente de equações para se determinar os deslocamentos desconhecidos (deflexões e rotações).

Pela discussão anterior fica claro que a idealização estrutural é um processo simples onde uma estrutura complexa é reduzida em uma montagem de elementos estruturais discretos. As propriedade elásticas destes elementos devem serem primeiramente estabelecidas antes de procedermos com a análise estática (ou dinâmica) do sistema.

NBR 6118:2004 (NB-1)

14.2 Hipóteses básicas

14.2.1 Condições de equilíbrio

As condições de equilíbrio devem ser necessariamente respeitadas.

As equações de equilíbrio podem ser estabelecidas com base na geometria indeformada da estrutura (teoria de primeira ordem), exceto nos casos em que os deslocamentos alterem de maneira significativa os esforços internos (teoria de segunda ordem) (ver comentários no anexo A.14). Nesses casos as estruturas devem ser analisadas segundo as recomendações do capítulo 15.

14.2.2 Condições de compatibilidade

Preferencialmente devem ser respeitadas as condições de compatibilidade. Quando essas condições não forem verificadas no estado limite considerado, devem ser adotadas medidas que garantam dutilidade adequada da estrutura no estado limite último, resguardado um desempenho adequado nos estados limites de serviço.

I.4 - Sistemas de Coordenadas

Com o fim de identificar e ordenar matricialmente as ações mecânicas (forças e momentos) e os deslocamentos (lineares ou angulares) existentes nos nós de uma estrutura integrada (montada, contínua) ou nas extremidades de um elemento (isolado, quando subdividida a estrutura – “estrutura desmontada”), torna-se imprescindível a determinação de um sistema de coordenadas arbitrário.

Por exemplo, para a estrutura da figura abaixo (fig. I.5), submetida a um determinado carregamento, escolheu-se inicialmente o sistema de coordenadas apresentado na fig. (I.6), de forma a poder-se assinalar as solicitações nos nós B, C e D .

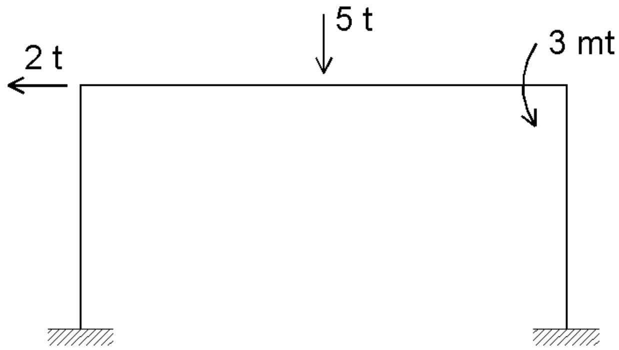


Fig. I.5 – Estrutura submetida a um dado carregamento.

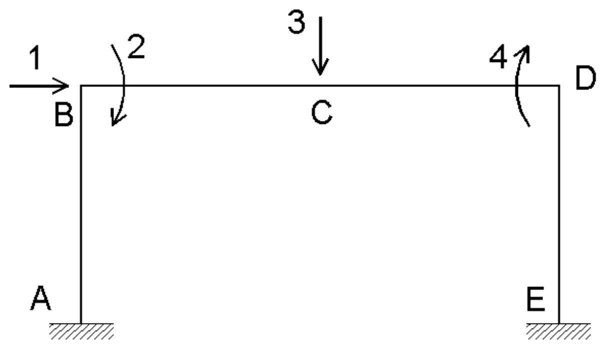


Fig. I.6 – Sistema de Coordenadas Arbitrário.

Fixadas estas coordenadas, quando a estrutura for submetidas às cargas da fig. (I.4), o **vetor das ações** nodais $\{R\}$ será:

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \\ -3 \end{Bmatrix}$$

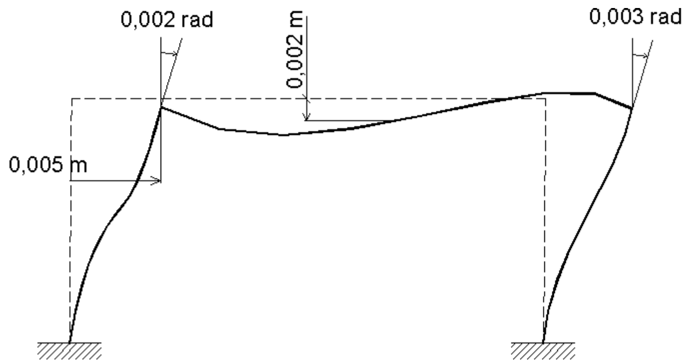


Fig. I.7 – Deformações devidas ao carregamento nas coordenadas monitoradas.

Ao se aplicar o carregamento indicado, a estrutura se deformará, apresentando uma elástica, conforme aponta a fig. (I.7). A partir desta figura pode-se montar **o vetor dos deslocamentos** $\{r\}$:

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} 0,005 \\ 0,002 \\ -0,002 \\ 0,003 \end{Bmatrix}$$

Nota-se que esses vetores (das ações e dos deslocamentos) terão sempre quatro termos (mesmo que alguns sejam nulos), e estes serão sempre enunciados na ordem em que as coordenadas estiverem numeradas.

Ao se desejar, porém, representar um sistema de carregamentos mais genérico, ou mesmo obter um maior número de deformações do domínio da estrutura, poderíamos estabelecer um outro sistema de coordenadas, conforme fig. (I.8).

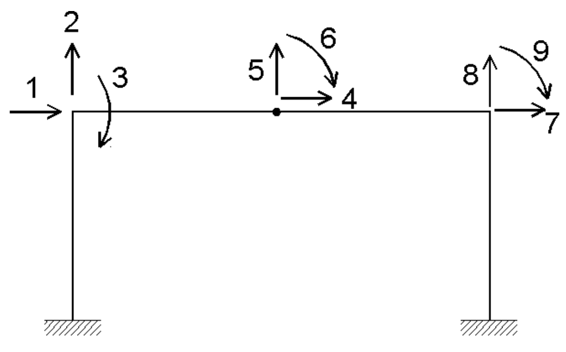


Fig. I.8 – Sistema de coordenadas alternativo.

Neste novo sistema de coordenadas estabelecido, o vetor das forças seria definido por:

$$\{R\}^T = \{-2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 3\}$$

$$\text{ou melhor, } \{R\} = \begin{Bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{Bmatrix}$$

Ao se apresentar os deslocamentos encontrados segundo todas as coordenadas monitoradas, obtém-se a figura (I.9):

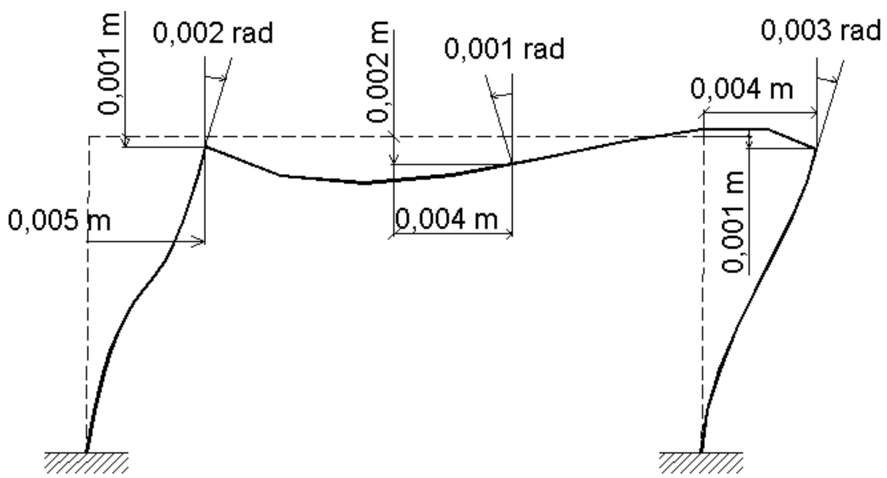


Fig. I.9 – Deformações segundo o novo sistema de coordenadas.

O vetor dos deslocamentos seria representado, portanto, por:

$$\{r\}^T = \{0{,}005 \quad -0{,}001 \quad 0{,}002 \quad 0{,}004 \quad -0{,}002 \quad -0{,}001 \quad 0{,}004 \quad -0{,}001 \quad 0{,}003\}$$

Pode-se concluir, portanto, que quanto maior for o número de coordenadas utilizadas, maior será o número de respostas obtidas sobre o comportamento da estrutura. Porém, conforme poderá ser constatado posteriormente, maior também será o custo computacional para a resolução do problema.

Ao sistema de coordenadas até aqui apresentado, que caracteriza-se por dispor-se ao longo de toda a estrutura, dá-se o nome de **Coordenadas Globais**, ou coordenadas de referência, ou ainda coordenadas gerais.

Se a estrutura estiver decomposta em elementos, haverá a necessidade de caracterizar com outro sistema de coordenadas, os esforços ou ações extremas dos elementos e as deformações (deslocamentos) relativos de suas extremidades.

Assim, uma barra de treliça plana que só apresenta esforços e deformações axiais, poderá ter os sistemas de coordenadas apresentados na fig. (I.10), mas a existência das equações de equilíbrio relacionam as coordenadas, podendo-se desta forma representar-se completamente os esforços e deformações no elemento com um sistema de apenas uma coordenada (fig. I-10c).

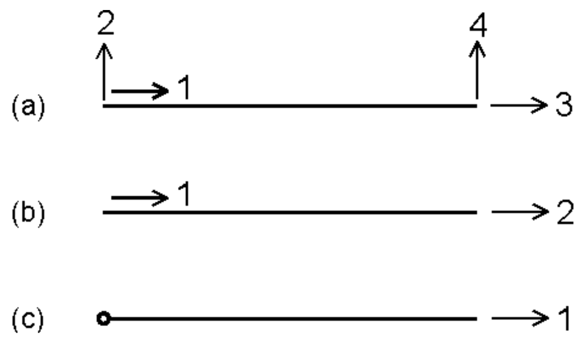


Fig. I.10 – Sistemas de coordenadas para o elemento de treliça.

Entretanto, quando deseja-se obter diretamente os deslocamentos do elemento segundo o plano, a adoção do sistema de coordenadas apresentado na fig. (I-10.a) torna-se mais vantajoso, conforme poderá ser constatado mais adiante.

Os sistemas de coordenados referentes aos elementos ("desmontados") discretos da estrutura recebem o nome de <u>**Coordenadas Locais**</u>.

Uma barra representativa do elemento de viga, com a consideração exclusiva das solicitações transversais (desconsiderando-se o esforço normal) poderia suderir inicalmente a disposição de quatro coordenadas, conforme a fig. (I.11-a). Entretanto, a existência de duas equações de equilíbrio relacionando possibilita a adoçào de apenas duas coordenadas, como aponta as partes b e c da figura.

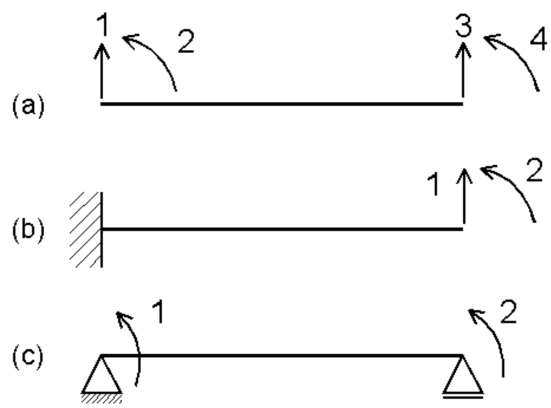


Fig. I.11 – Sistemas de coordenadas para o elemento de viga.

Voltando ao exemplo do pórtico da Fig. (I.5), suas coordenadas locais para a estrutura decomposta poderiam ser as da Fig. (I.12), desconsiderando-se os esforços normais.

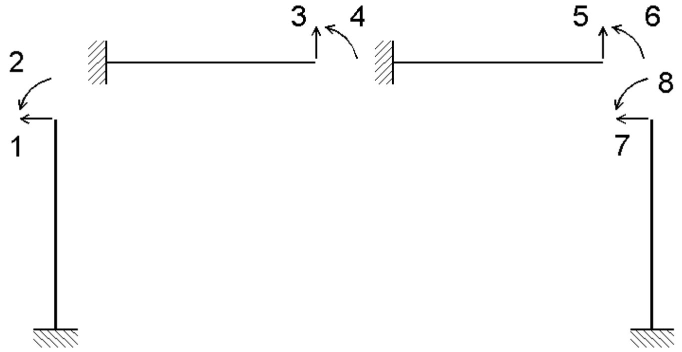


Fig. I.12 – Sistema de coordenadas locais para a estrutura da fig. (I.5).

As forças existentes nas extremidades dos elementos consistem, conforme já foi explicado, nos esforços existentes (e equilibrantes) nos nós. Logo, o Vetor dos Esforços pode ser representado por 8 coordenadas locais:

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ S_7 \\ S_8 \end{Bmatrix}$$

De forma análoga, as deformações, ou melhor, os deslocamentos em cada um dos elementos, podem ser representados pelo Vetor das Deformações (deslocamentos locais):

$$\{s\} = \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \\ s_7 \\ s_8 \end{Bmatrix}$$

Finalmente pode-se afirmar que, para se calcular estruturas através da discretização em elementos, será sempre necessário se convencionar dois sistemas de coordenadas:

- Coordenadas Globais, para ações {R} e deslocamentos {r} nodais da estrutura;
- Coordenadas Locais, para os esforços {S} e deformações (deslocamentos) {s} nos elementos da estrutura.