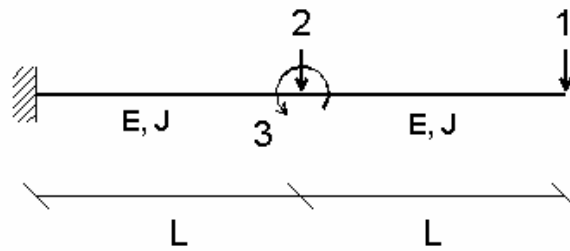
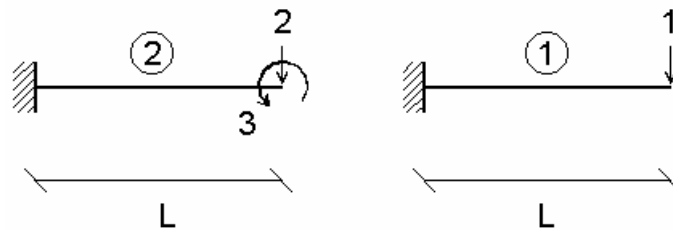


1) Para a viga apresentada abaixo, pede-se:



- a) Obter a matriz de flexibilidade referente ao sistema de coordenadas globais adotado, pelo princípio dos trabalhos virtuais;

Considerando agora a discretização da estrutura nos elementos apresentados abaixo, e suas respectivas matrizes de flexibilidade elementares, determine:



$$[f_2] = \frac{L}{6EJ} \begin{bmatrix} 2L^2 & -3L \\ -3L & 6 \end{bmatrix}$$

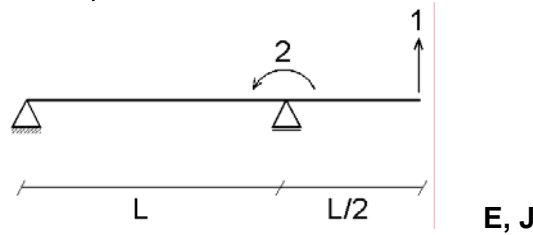
$$[f_1] = \frac{L^3}{3EJ}$$

- b) A matriz de compatibilidade estática [B], e a matriz de compatibilidade cinemática [A] do sistema estrutural;  
 c) A matriz de flexibilidade da estrutura integrada [F];

Respostas:

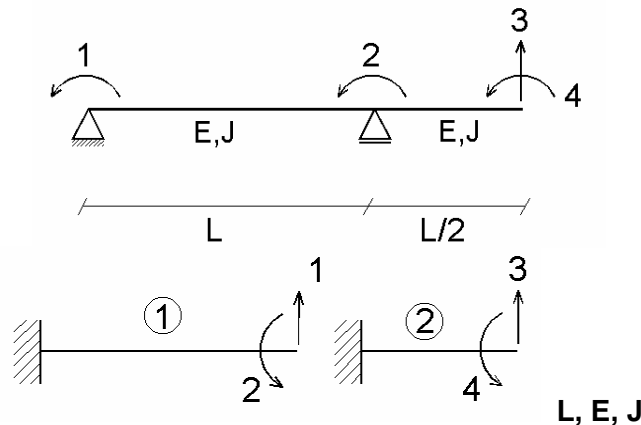
a)  $[f] = \frac{1}{EJ} \begin{bmatrix} 8L^3/3 & 5L^3/6 & -3L^2/2 \\ 5L^3/6 & L^3/3 & -L^2/2 \\ -3L^2/2 & -L^2/2 & L \end{bmatrix}$     b)  $[B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -L & 0 & 1 \end{bmatrix}$      $[A] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & L \\ 1 & 1 & 0 \\ -L & 0 & 1 \end{bmatrix}$     c)  $[F] = \frac{1}{EJ} \begin{bmatrix} 8L^3/3 & 5L^3/6 & -3L^2/2 \\ 5L^3/6 & L^3/3 & -L^2/2 \\ -3L^2/2 & -L^2/2 & L \end{bmatrix}$

2) Para a viga apresentada abaixo, pede-se:

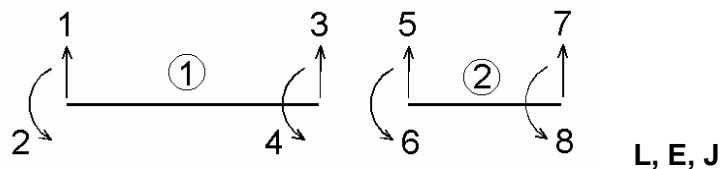


a) Obter a matriz de flexibilidade referente ao sistema de coordenadas globais adotado, pelo princípio dos trabalhos virtuais;

Considerando agora a um novo sistema de quatro coordenadas globais, e a discretização da estrutura nos elementos apresentados abaixo, determine:



b) A matriz de compatibilidade estática [B] para o sistema de coordenadas locais apresentado acima;  
 c) A matriz de compatibilidade cinemática [A] para o sistema de coordenadas locais apresentado abaixo:



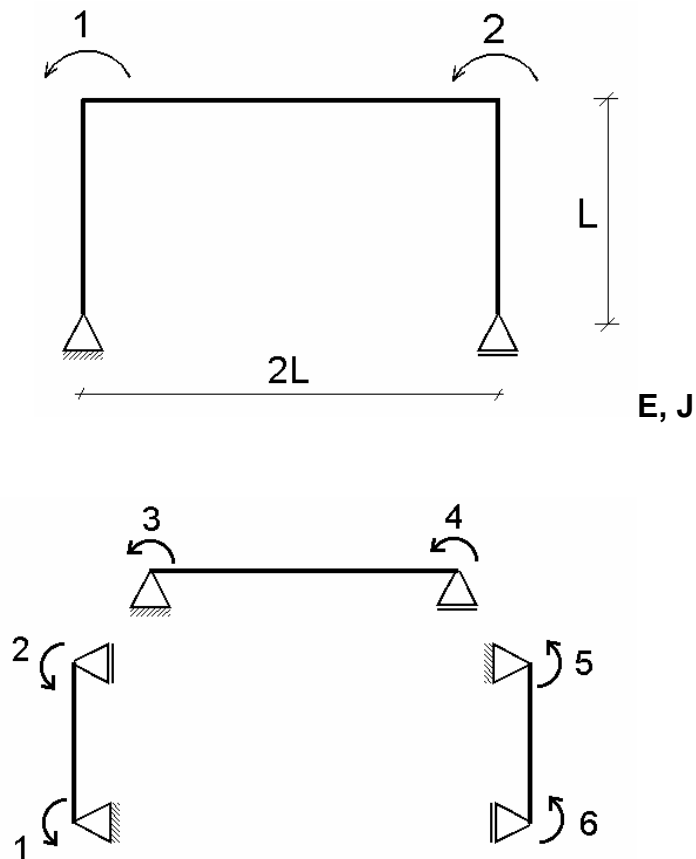
$$[k_e] = \frac{2EJ}{L^3} \begin{bmatrix} 6 & 3L & -6 & 3L \\ 3L & 2L^2 & -3L & L^2 \\ -6 & -3L & 6 & -3L \\ 3L & L^2 & -3L & 2L^2 \end{bmatrix}$$

d) Dada a matriz de rigidez elementar apresentada acima, obter a matriz de rigidez da estrutura integrada [K].

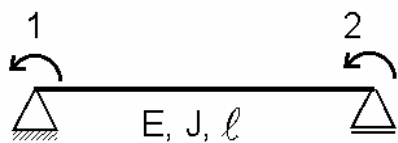
**Respostas:**

$$\mathbf{a)} [f] = \frac{1}{EJ} \begin{bmatrix} L^3/8 & L^2/6 \\ L^2/6 & L/3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b)} [B] = \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c)} [A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{d)} [K] = \frac{2EJ}{L^3} \begin{bmatrix} 2L^2 & L^2 & 0 & 0 \\ L^2 & 6L^2 & -12L & 2L^2 \\ 0 & -12L & 48 & -12L \\ 0 & 2L^2 & -12L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

3) Para a estrutura apresentada abaixo, seu sistema de coordenadas globais, desmembramento adotado e respectivas coordenadas locais, pede-se:



- a) A matriz de compatibilidade estática [B] e para os sistemas de coordenadas estabelecidos;
- b) A matriz de compatibilidade cinemática [A] para os sistemas de coordenadas estabelecidos;
- c) Dada a matriz de rigidez elementar, obter a matriz de rigidez da estrutura integrada (global) [K].



$$[k_e] = \frac{2EJ}{l} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

**Respostas:**

**a)**  $[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 
**b)**  $[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 
**c)**  $[K] = \frac{EJ}{l} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$