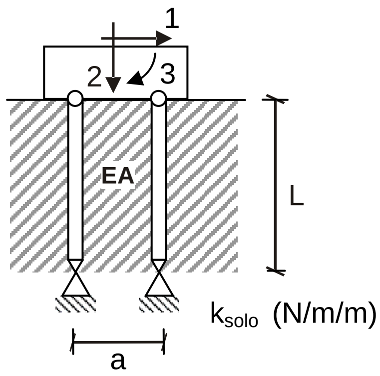
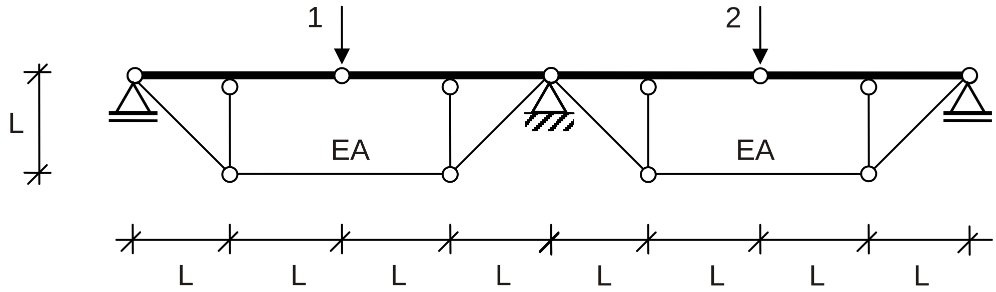
LISTA DE EXERCÍCIOS PARA VE

1) A partir das relações de primeira ordem entre ações e deslocamentos da barra bi-articulada e da definição de coeficiente de rigidez, pede-se a matriz de rigidez da estrutura abaixo segundo as coordenas estabelecidas:

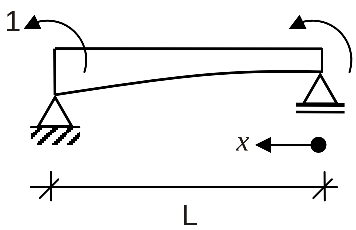


2) Para as estruturas apresentadas abaixo e o sistema de coordenadas indicado, obtenha a matriz de flexibilidade pelo princípio dos trabalhos virtuais:

a) Vigas Langer:

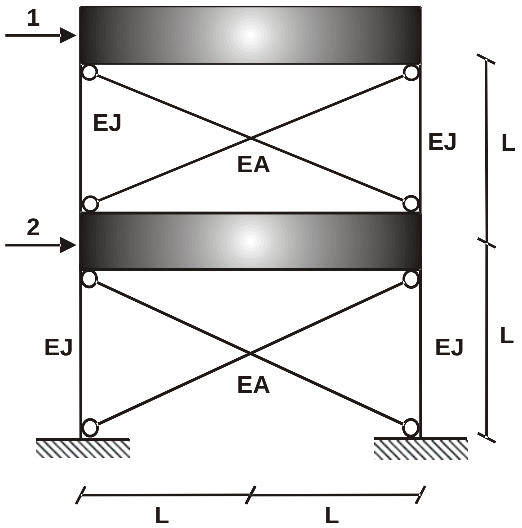


b) Viga com momento de inércia variável **J(x)**:



3) A partir das relações entre ações e deslocamentos da barra plana bi-engastada (disponibilizadas em anexo) e da definição de coeficiente de rigidez, pede-se:

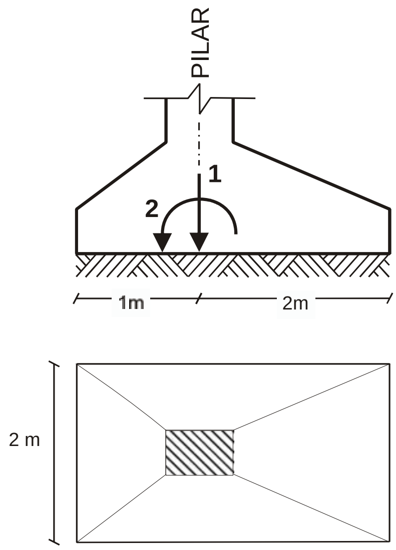
a) A matriz de rigidez da edificação representada abaixo com pavimentos rígidos, pilares e tirantes esbeltos segundo as coordenas estabelecidas:



b) Admitindo-se L=4m, EJ=32.000kN·m², EA=12.000 kN, qual o deslocamento horizontal provocado no topo do edifício para uma carga de vento $\{F\} = \begin{Bmatrix} 50 \\ 50 \end{Bmatrix} kN$, **com e sem** os tirantes.

4) O elemento de fundação da figura ao lado, está apoiado sobre solo elástico, apresentando reação de 50.000 kN/m² por metro de abaixamento.

Considerando a fundação como rígida, obtenha diretamente (a partir da definição de coeficiente de rigidez) a matriz de rigidez do elemento estrutural segundo as coordenadas apresentadas (com unidades).

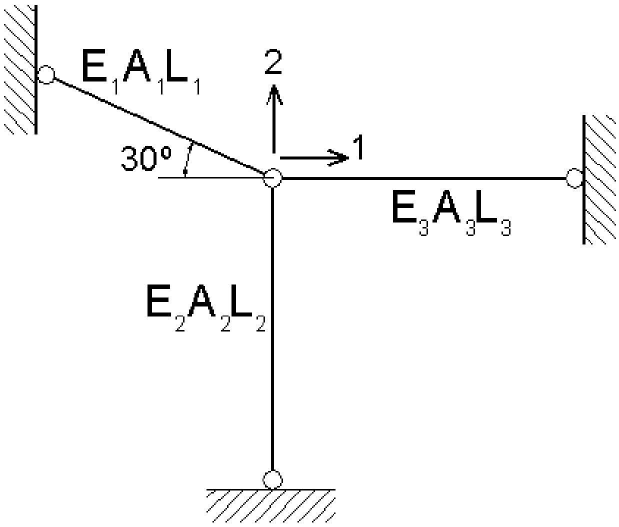


Vista em planta

5) Obter a matriz de rigidez $[K]$ da estrutura abaixo para o sistema de coordenadas estabelecido.

Dicas:

- Obtenção da energia de deformação do sistema estrutural e aplicação do 1º Teorema de Castigliano;
- Desconsideração dos efeitos de 2ª ordem, ou seja, desprezar os esforços axiais despertados pela imposição dos deslocamentos na direção transversal à barra.



Resposta:

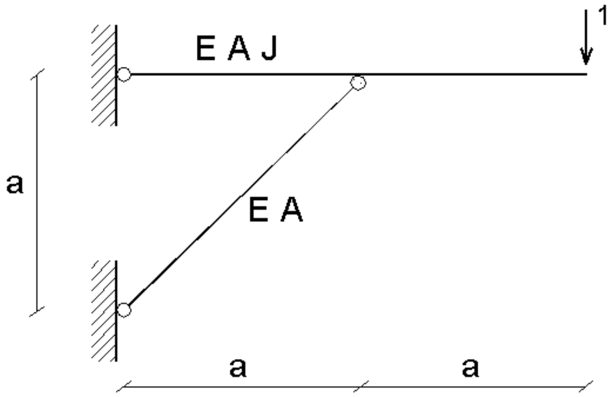
$$[K]=\begin{bmatrix} \frac{3}{4}\cdot\frac{E_1A_1}{L_1}+\frac{E_3A_3}{L_3} & -\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{E_1A_1}{L_1} \\ -\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{E_1A_1}{L_1} & \frac{1}{4}\cdot\frac{E_1A_1}{L_1}+\frac{E_2A_2}{L_2} \end{bmatrix}$$

6) Dada a estrutura abaixo, obter:

a) A flexibilidade do grau de liberdade (GL) apontado (coordenada 1);

b) O deslocamento vertical da extremidade livre da estrutura ao se aplicar uma carga vertical **P** (↓) na mesma extremidade;

c) Considerando-se a trave horizontal como rígida e inextensível, determine pelo cálculo da energia de deformação o deslocamento vertical da extremidade livre da estrutura causado pela aplicação de uma força vertical concentrada **P** no mesmo ponto.



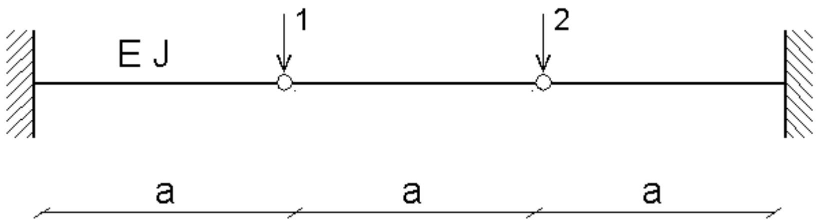
Resposta:

a) $\delta = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{EJ} + \frac{(8\sqrt{2} + 4) \cdot a}{EA}$

b) $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{EJ} + \frac{(8\sqrt{2} + 4) \cdot a}{EA} \right) \cdot P$

c) $\frac{8\sqrt{2} \cdot a \cdot P}{EA}$

7) Obter as matrizes de flexibilidade e rigidez da estrutura abaixo pelo P.T.V.:



Resposta:

$$[F] = \begin{bmatrix} \frac{a^3}{3EJ} & 0 \\ 0 & \frac{a^3}{3EJ} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{3EJ}{a^3} & 0 \\ 0 & \frac{3EJ}{a^3} \end{bmatrix}$$

8) Um desenho esquemático de uma ponte provisória é apresentado na figura (1). A fim de se solucionar tal estrutura será adotada a modelagem analítica apresentada na figura (2).

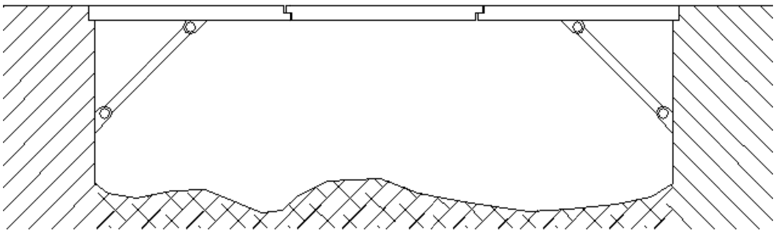


Figura 1

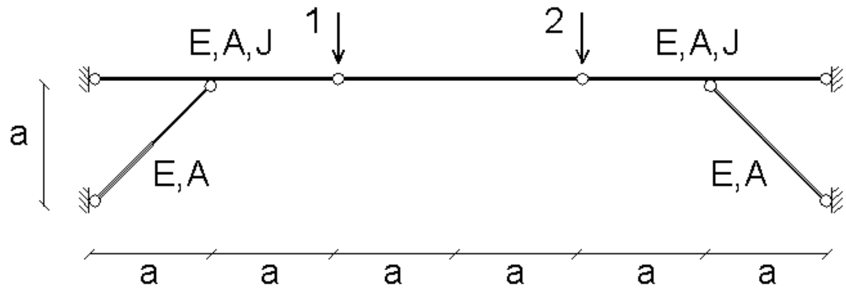


Figura 2

Para a estrutura e sistema de coordenadas apresentados, obter:

a) A matriz de flexibilidade a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais;
b) A matriz de rigidez;
c) O deslocamento vertical da estrutura segundo a coordenada 1 para o carregamento $\{R\} = \begin{Bmatrix} P \\ P \end{Bmatrix}$;
d) O deslocamento vertical da estrutura segundo a coordenada 2 para o carregamento apresentado na figura (3);

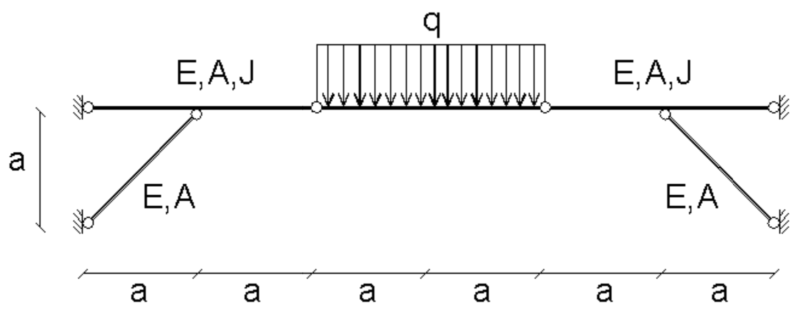
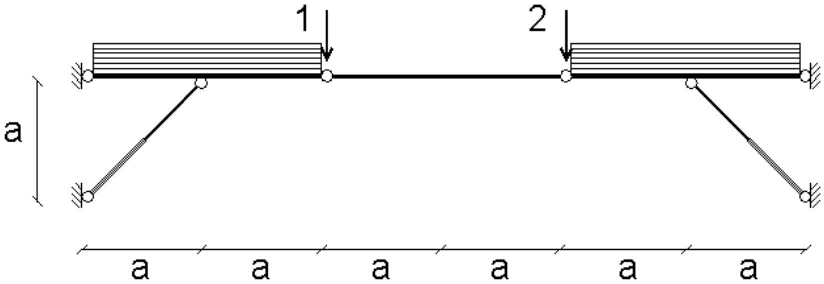


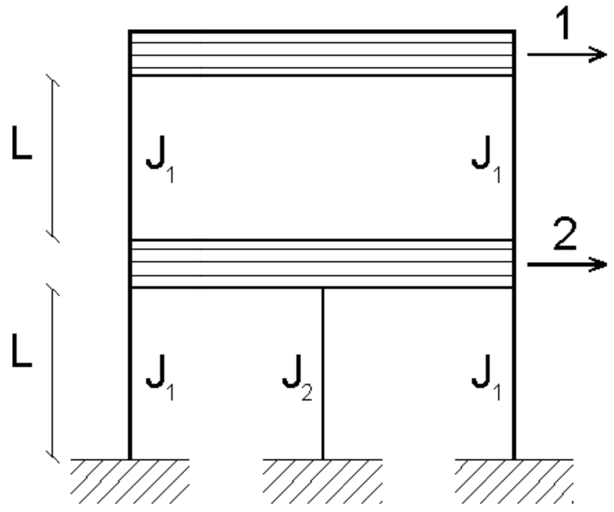
Figura 3

9) Considerando-se como rígido e inextensível parte do tabuleiro da ponte apresentada na questão anterior, conforme ilustra a figura abaixo, calcule a matriz de rigidez da estrutura ilustrada a partir da obtenção da expressão da energia de deformação do sistema e aplicação do 1º Teorema de Castigliano, desconsiderando-se os efeitos de 2ª ordem:



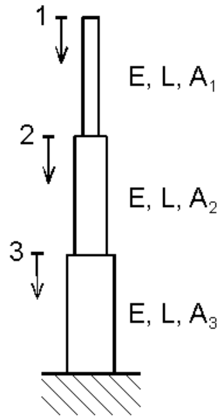
E, A, J

10) A partir da tabela de ações/deslocamentos da barra bi-engastada e da definição de coeficiente de rigidez, obtenha a matriz de rigidez do pórtico abaixo, o qual apresenta traves horizontais rígidas:



Para a estrutura acima, determine ainda qual sistema de ações externas seria capaz de imprimir um deslocamento horizontal de L/100 no topo da estrutura (coordenada 1) e L/200 segundo a coordenada 2.

11) Um pilar intermediário de um edifício com 3 pavimentos possui diferentes seções ao longo de seu comprimento, conforme indica a figura:



$A_1 = A$
$A_2 = 2\,A$
$A_3 = 3\,A$

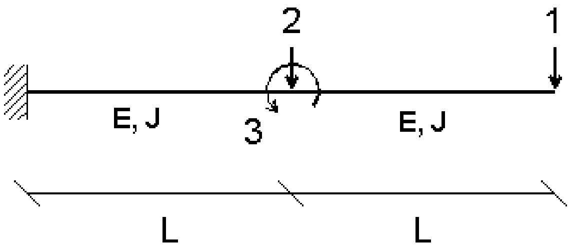
Considerando que a referida peça estrutural recebe apenas cargas verticais centradas, determine:

a) A expressão da energia de deformação da estrutura em função dos deslocamentos segundo as coordenadas 1, 2 e 3;

b) A matriz de rigidez da estrutura a partir da aplicação do Teorema de Castigliano;

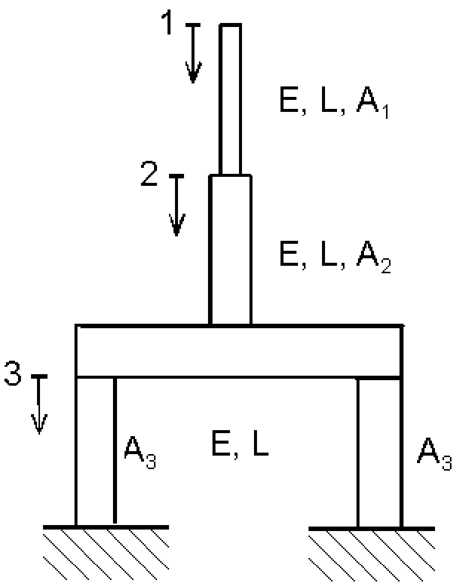
c) Após a aplicação do carregamento, leituras em *strain-gages* (extensômetros) aplicados ao longo do pilar, indicaram que a deformação da estrutura é constante e igual a 2%o. Qual é então o carregamento (nodal) imposto por cada um dos pavimentos?
Obs: desprezar o peso próprio, e utilizar a notação matricial.

12) Para a viga apresentada abaixo, pede-se:



Obter a matriz de flexibilidade referente ao sistema de coordenadas globais adotado, pelo princípio dos trabalhos virtuais;

13) Um pilar intermediário de um edifício com 3 pavimentos possui diferentes seções ao longo de seu comprimento, sendo ainda desviado no primeiro pavimento, para fins de viabilidade de garagem, conforme indica a figura:



A_1 = A
A_2 = 2 A
A_3 = A

Considerando que o referido sistema estrutural recebe apenas cargas verticais centradas, e a viga da figura como rígida, determine:

a) A expressão da energia de deformação da estrutura em função dos deslocamentos segundo as coordenadas 1, 2 e 3;

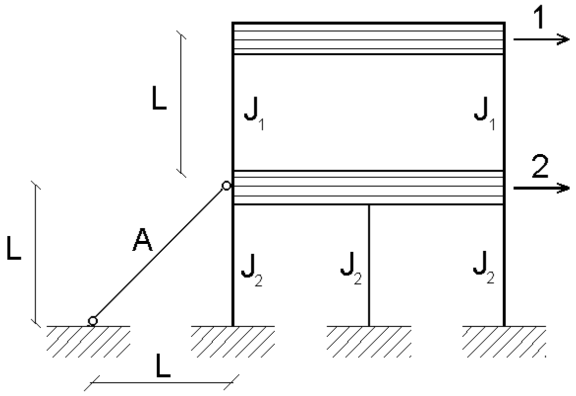
b) A matriz de rigidez da estrutura a partir da aplicação do 1º Teorema de Castigliano;

c) Após a aplicação do carregamento, leituras em *strain-gages* (extensômetros) aplicados ao longo do pilar, indicaram que a deformação da estrutura é constante e igual a 0,5%o. Qual é então o carregamento (nodal) imposto por cada um dos pavimentos?

Obs: desprezar o peso próprio e utilizar a notação matricial.

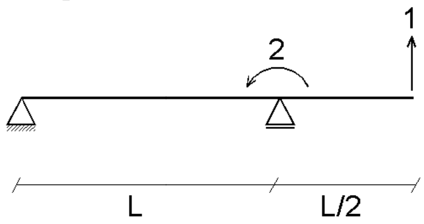
14) A partir da tabela de ações/deslocamentos em anexo, e da definição de coeficiente de rigidez:

a) obtenha a matriz de rigidez do pórtico abaixo, o qual apresenta traves horizontais rígidas:



b) Para a estrutura acima, determine qual sistema de ações externas seria capaz de imprimir um deslocamento horizontal de L/50 no topo da estrutura (coordenada 1) e L/100 segundo a coordenada 2.

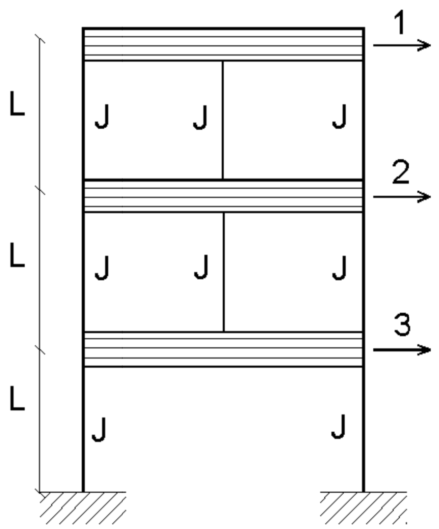
15) Para a viga apresentada abaixo, pede-se:



E, J

Obter a matriz de flexibilidade referente ao sistema de coordenadas globais adotado, pelo princípio dos trabalhos virtuais;

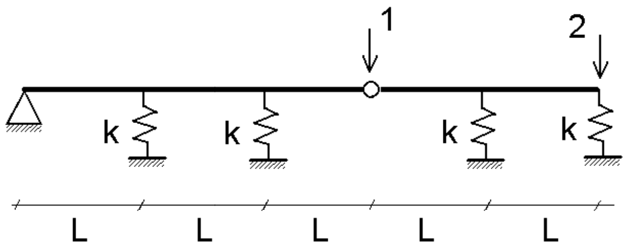
16) A partir da tabela de ações/deslocamentos em anexo, e da definição de coeficiente de rigidez, para o pórtico plano apresentado abaixo, o qual apresenta traves horizontais rígidas, obtenha:



a) Sua matriz de rigidez, para o sistema de coordenadas estabelecido;

b) O sistema de ações externas horizontais que seria capaz de imprimir um deslocamento horizontal de L/50 no topo da estrutura (coordenada 1), L/100 segundo a coordenada 2 e L/200 segundo a coordenada 3.

17) Para a estrutura apresentada abaixo, onde as vigas são supostas rígidas e os apoios elásticos têm rigidez k = 10 tf/cm, pede-se:



a) A expressão da energia total de deformação em função dos abaixamentos r_1 e r_2 dispostos segundo as coordenadas 1 e 2 respectivamente;

b) A matriz de rigidez da estrutura, a partir da aplicação do 1º Teorema de Castigliano;

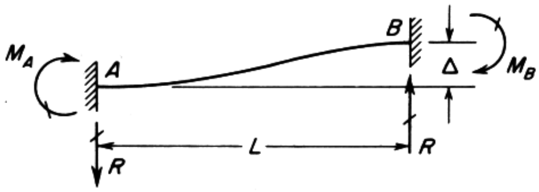
c) A matriz de flexibilidade da estrutura.

LISTA DE EXERCÍCIOS PARA VE

FORMULÁRIO

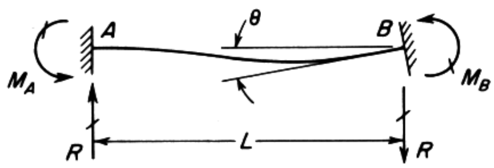
Tabela de Ações/Deslocamentos no Engastamento

2



$$M_A = M_B = \frac{6EI\Delta}{L^2} \qquad R = \frac{12EI\Delta}{L^3}$$

3



$$M_A = \frac{2EI\theta}{L} \qquad M_B = \frac{4EI\theta}{L} \qquad R = \frac{6EI\theta}{L^2}$$

Cálculo de $J_C/J \int M\bar{M}ds$, **para barras retas de comprimento** l **e inércia** J. $\left(l' = l \frac{J_C}{J} \right)$

	 $\bar{M}$	 $\bar{M}_B$
 M	$l' M\bar{M}$	$\frac{1}{2} l' M\bar{M}_B$
 M_B	$\frac{1}{2} l' M_B\bar{M}$	$\frac{1}{3} l' M_B\bar{M}_B$
 M_A	$\frac{1}{2} l' M_A\bar{M}$	$\frac{1}{6} l' M_A\bar{M}_B$