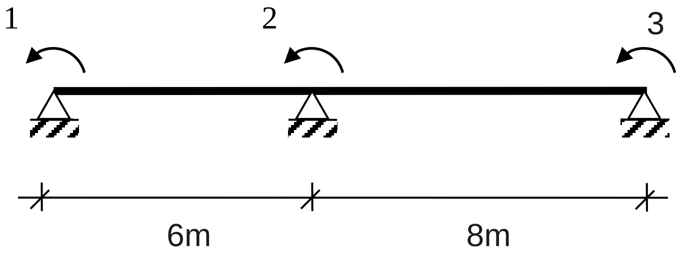
EXERCÍCIO DE MÉTODO DA RIGIDEZ – SOLUÇÃO GERAL

Uma viga de dois vãos foi modelada conforme desenho apresentado abaixo:



A partir da solução geral do método da rigidez pedem-se:

a) A matriz de rigidez global da estrutura;

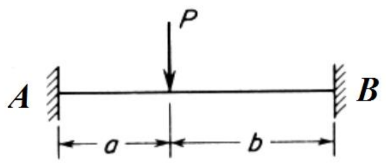
b) O DMF para um carregamento uniformemente distribuído de 12kN/m aplicado sobre a viga.

Dados:

$$[k_e] = \frac{2EJ}{L}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

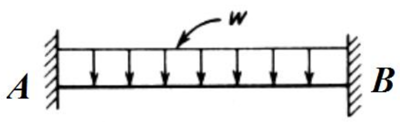
FORMULÁRIO

1) Reações de fixação:



$$M_A = \frac{Pab^2}{L^2} \quad M_B = -\frac{Pa^2b}{L^2}$$

$$R_A = \frac{Pb^2}{L^3}(3a+b) \quad R_B = \frac{Pa^2}{L^3}(a+3b)$$



$$M_A = -M_B = \frac{wL^2}{12}$$

$$R_A = R_B = \frac{wL}{2}$$

2) Formulação do método da rigidez:

Solução Geral:

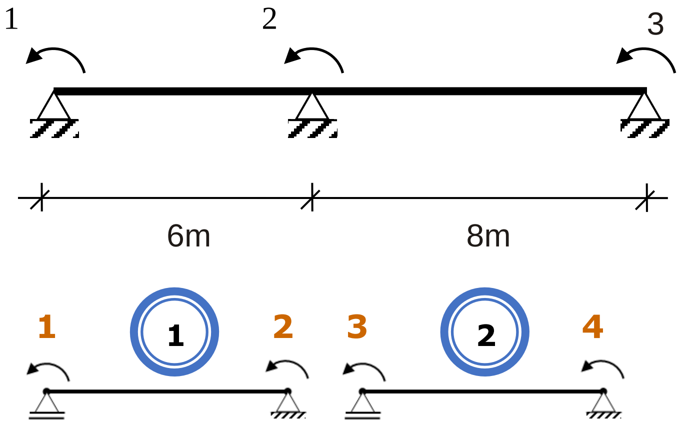
$$\{F\} = [K]\cdot\{r\}$$

$$[K] = [A]^t \cdot [K_\ell]\cdot[A]$$

$$\{S\} = \{S_0\} + [K_\ell]\cdot[A]\cdot\{r\}$$

Solução:

1) Desmembramento da viga contínua em elementos e coordenadas locais:



2) Determinação da matriz de compatibilidade cinemática:

Coor global 1 = Coor local 1

$$[A]_{1,1} = 1$$

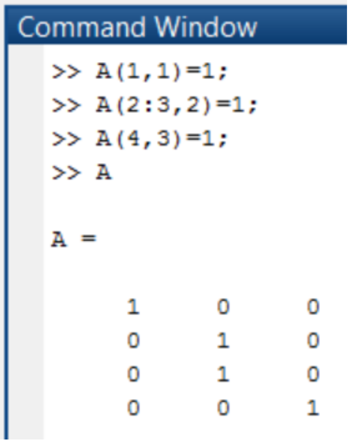
Coor global 2 = Coor locais 2 e 3

$$[A]_{2,2} = [A]_{2,3} = 1$$

Coor global 3 = Coor local 4

$$[A]_{4,3} = 1$$

$$\Rightarrow [A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Command Window

```
>> A(1,1)=1;
>> A(2:3,2)=1;
>> A(4,3)=1;
>> A

A =

     1     0     0
     0     1     0
     0     1     0
     0     0     1
```

3) Determinação das matrizes de rigidez dos elementos:

$$[k_e] = \frac{2EJ}{L}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Elmto 1 (L = 6 m, rigidez EJ): $\Rightarrow [k_{e1}] = \frac{2EJ}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{EJ}{3}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Elmto 2 (L = 8 m, rigidez EJ): $\Rightarrow [k_{e2}] = \frac{2EJ}{8}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{EJ}{4}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Command Window

```
>> E=sym('E');J=sym('J');
>>
```

Command Window

```
>> k1=E*J/3*[2 1;1 2]

k1 =

[ (2*E*J)/3,    (E*J)/3]
[   (E*J)/3,  (2*E*J)/3]

>> k2=E*J/4*[2 1;1 2]

k2 =

[ (E*J)/2, (E*J)/4]
[ (E*J)/4, (E*J)/2]
```

4) Determinação da matriz de rigidez global:

$$[K_\ell] = \begin{bmatrix} [k_{e1}] & \\ & [k_{e2}] \end{bmatrix}$$

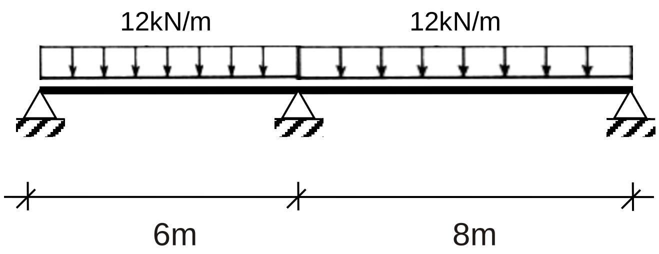
$$[K] = [A]^t \cdot [K_\ell] \cdot [A]$$

Command Window

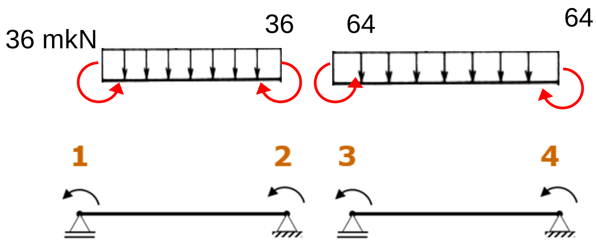
```
>> Kl=blkdiag(k1,k2)

Kl =

[ (2*E*J)/3,   (E*J)/3,         0,         0]
[   (E*J)/3, (2*E*J)/3,         0,         0]
[         0,         0,   (E*J)/2,   (E*J)/4]
[         0,         0,   (E*J)/4,   (E*J)/2]

>> K=A'*Kl*A

K =

[ (2*E*J)/3,   (E*J)/3,         0]
[   (E*J)/3, (7*E*J)/6,   (E*J)/4]
[         0,   (E*J)/4,   (E*J)/2]
```

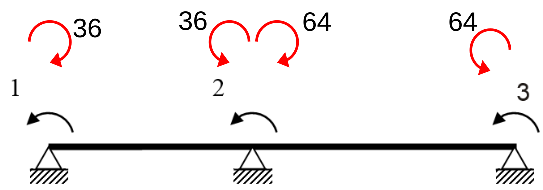
5) Carregamento:

Carregamento distribuído:



Reações de Fixação + Carregamento Nodal Equivalente





$$\{S_0\} = \begin{Bmatrix} 36 \\ -36 \\ 64 \\ -64 \end{Bmatrix} m \cdot KN$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} -36 \\ -28 \\ 64 \end{Bmatrix} m \cdot KN$$

Command Window

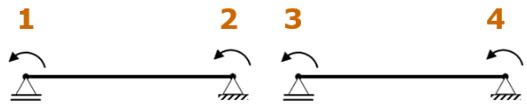
```
>> S0=[36 -36 64 -64]';F=[-36 -28 64]';
>> S0'

ans =

    36   -36    64   -64

>> F'

ans =

   -36   -28    64
```

6) Equilíbrio:

$$\{F\}=[K]\cdot\{r\}$$

```
Command Window
>> r=inv(K)*F

r =

 -30/(E*J)
 -48/(E*J)
 152/(E*J)
```

7) Esforços:



$$\{S\}=\{S_0\}+[K_\ell]\cdot[A]\cdot\{r\}$$

```
Command Window
>> S=S0+Kl*A*r

S =

    0
  -78
   78
    0
```

Diagrama de Momentos Fletores: