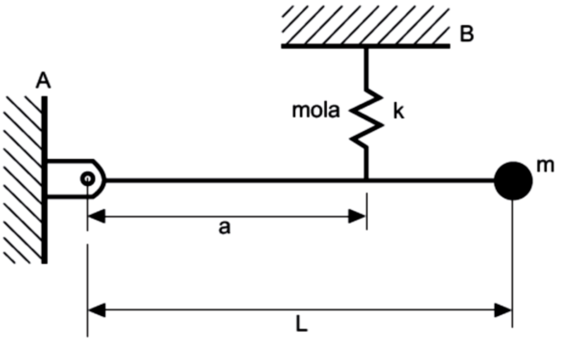
	ESTUDO DIRIGIDO #1	DISCIPLINA: DINÂMICA DAS ESTRUTURAS CURSO: ENGENHARIA DE FORTIFICAÇÃO E CONSTRUÇÃO ( ) SEM CONSULTA (X) COM CONSULTA	FOLHA: 1 / 4
	NOME: **GABARITO**		

QUESTÃO	RESPOSTA
1	D
2	B
3	B
4.1	A
4.2	C
5.1	C
5.2	D

3ª QUESTÃO

A figura abaixo apresenta uma barra esbelta e infinitamente rígida (massa, momentos de inércia e deformações desprezíveis) de comprimento L, articulada no suporte vertical (A), e que se encontra fixa ao suporte horizontal (B) por meio de um elemento estrutural flexível (mola) de constante de rigidez k. Na extremidade livre da barra encontra-se fixa uma esfera de massa m cujo respectivo momento de inércia não é significativo. O único grau de liberdade disponível do sistema é a rotação em torno do ponto de articulação da barra. O valor da frequência natural do sistema, em Hertz (Hz), para pequenas rotações da barra, é



(A) $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{kL^2}{ma^2}}$

(B) $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{ka^2}{mL^2}}$

(C) $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{kL^2}{m(a^2+L^2)}}$

(D) $\sqrt{\dfrac{kL^2}{ma^2}}$

(E) $\sqrt{\dfrac{ka^2}{mL^2}}$

$$M = I\ddot{\theta}$$

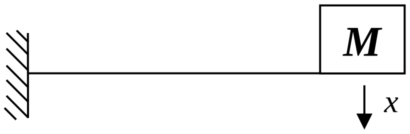
$$\Rightarrow -k\theta a^2 = mL^2\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow (mL^2)\ddot{\theta} + (ka^2)\theta = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{(ka^2)}{(mL^2)} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{ka^2}{mL^2}}$$

4ª QUESTÃO

Uma viga em balanço com rigidez ***EI*** suporta uma massa ***M*** na extremidade livre. Uma massa ***m*** cai de uma altura ***h*** sobre a massa ***M*** e adere a ela plasticamente. Admitindo:



$$k = 3\frac{EI}{L^3}$$

M *= 40 kg*   ***m*** *= 5 kg*   ***L*** *= 1,0 m*   ***h*** *= 1,0 m*   ***g*** *= 10 m/s²*   ***EI*** *= 1,5 kNm²*   ***L*** *= 1m*

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$mv = (m + M)\,\dot{x}_0 \Rightarrow \dot{x}_0 = \frac{m\sqrt{2gh}}{(m+M)} = \frac{5\sqrt{20}}{45} = 0{,}497 m/s$$

$$k = 3\frac{EI}{L^3} = 3\frac{1500}{1} = 4.500 N/m$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4500}{45}} = 10{,}0\, rad/s$$

$$x_0 = -\frac{mg}{k} = \frac{50}{4.500} = 11{,}1 \cdot 10^{-3} m$$

$$x = A \cdot cos(\omega t + \varphi)$$

$$x_0 = A \cdot cos\,\varphi$$

$$\dot{x} = -A\omega \cdot sen(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{x}_0 = -A\omega \cdot sen\,\varphi$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x_0}{A}\right)^2 + \left(-\frac{\dot{x}_0}{A\omega}\right)^2 = 1 \Rightarrow A = \sqrt{{x_0}^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega}\right)^2} = \sqrt{(11{,}1 \cdot 10^{-3})^2 + \left(\frac{0{,}497}{10{,}0}\right)^2} = 0{,}0509 = 51 mm$$

1) a frequência circular natural de vibração da viga acima é:

a) 10,0 rad/s

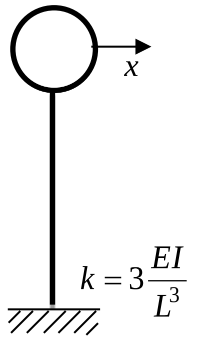
2) A amplitude do movimento é, aproximadamente:

c) 51 *mm*

NOME: **GABARITO**

5ª QUESTÃO

A coluna da caixa d'água mostrada na figura tem ***300 ft*** de altura e é feita de concreto armado com uma seção tubular de ***8 ft*** de diâmetro interno e ***10 ft*** de diâmetro externo. A caixa d'água pesa 6×10^5 ***lb*** quando está cheia.



Dado: g=386,4 in/s²

Para as questões a seguir, despreze a massa da coluna e admita que o módulo de elasticidade do concreto armado seja ***4.000 kpsi***, determine:

Solução

$$E = 4000 \cdot kpsi = 4000 \cdot 10^3 \frac{lbf}{in^2}$$

$$d_{ext} = 10ft = 10 \cdot 12in = 120in$$

$$d_{int} = 8ft = 8 \cdot 12in = 96in$$

$$I = \frac{\pi}{64}\left(d_{ext}^4 - d_{\text{int}}^4\right) = \frac{\pi}{64}(120^4 - 96^4) = 600{,}96 \cdot 10^4 in^4$$

$$L = 300ft = 300 \cdot 12in = 3.600in$$

$$k = 3\frac{EI}{L^3} = 3\frac{4 \cdot 10^6 \cdot 600{,}96 \cdot 10^4}{3.600^3} = 1.545{,}67 \cdot \frac{lbf}{in}$$

$$mg = 6 \cdot 10^5 lbf$$

$$g = 386{,}4 in/s^2$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1.545{,}67 \cdot 386{,}4}{6.10^5}} = 0{,}998 \cdot rad/s$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0{,}998} = 6{,}30s$$

$$\Rightarrow x = 10 \cdot cos(0{,}998 \cdot t)in$$

$$\Rightarrow \dot{x} = -10 \cdot 0{,}998 \cdot sen(0{,}998 \cdot t)\ \text{in/s} \Rightarrow \dot{x}_{max} = 9{,}98in/s$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = -10 \cdot 0{,}998^2 \cdot cos(0{,}998 \cdot t)\ \text{in/s}^2 \Rightarrow \ddot{x}_{max} = 9{,}95in/s^2$$

1) O período natural de vibração transversal da caixa d'água é

   c) 6,3 *s*

2) O valor máximo da aceleração experimentado pela caixa d'água ao se estabelecer um deslocamento inicial de ***10 in***;

   d) 10,0 *in/s²*