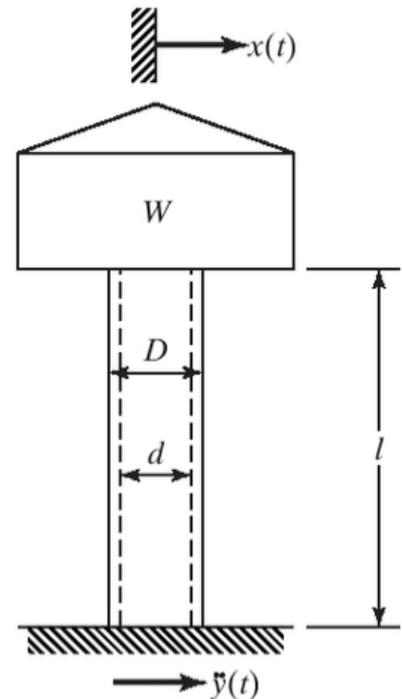


EXERCÍCIO RESOLVIDO #1 – VIBRAÇÕES FORÇADAS

Verifique a segurança da coluna circular de aço, vazada, com diâmetro externo $D = 2000$ mm e diâmetro interno $d = 1900$ mm, para o reservatório de água mostrado na Figura. A massa do tanque cheio W é 60.000 kg e a altura é 15 m. A tensão induzida na coluna não deve exceder a resistência ao escoamento do material, que é 250 MPa, quando sujeito a uma aceleração harmônica do solo (devido a um terremoto) de amplitude 0,5 g e frequência 3 Hz. Suponha um fator de amortecimento de 2% para a coluna.

**SOLUÇÃO:**

- a frequência natural:

$$m = 60.000 \text{ kg}$$

$$I = \frac{\pi(2,0^4 - 1,9^4)}{64} = 0,146 \text{ m}^4$$

$$k = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot I}{15^3} = 2,59 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20,78 \text{ rad/s} = 3,31 \text{ Hz}$$

- a equação do movimento:

$$m\ddot{x}_{inercial} + c\dot{x}_{relativo} + kx_{relativo} = 0$$

$$x_{inercial} = x_{solo} + x_{relativo}$$

$$\ddot{x}_{solo} = 0,5g \cdot \text{sen}(\bar{\omega}t) = 0,5 \cdot 9,8 \text{ sen}(\bar{\omega}t) \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}_{relativo} + m\ddot{x}_{solo} + c\dot{x}_{relativo} + kx_{relativo} = 0$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}_{relativo} + c\dot{x}_{relativo} + kx_{relativo} = -m\ddot{x}_{solo} = p_0 \text{ sen}(\bar{\omega}t)$$

$$\Rightarrow |p_0| = m \cdot 0,5 \cdot 9,8 = 60 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 9,8 = 294 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow x_{relativo}(t) = \frac{p_0}{k} D \text{ sen}(\bar{\omega}t - \theta)$$



EXERCÍCIO RESOLVIDO #1 – VIBRAÇÕES FORÇADAS (Continuação)

- esforços solicitantes máximos:

$$F_{max} = p_0 D$$

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = 0,907 \quad \xi = 0,02$$

$$D = \left[\frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \right] = 5,54$$

$$F_{max} = p_0 D = 1.661 kN$$

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{F \ell D_{ext}}{2I} + \frac{mg}{\pi \frac{(D^2 - d^2)}{4}} \\ &= 171,1 + 2,0 = 173,1 MPa < 250 MP \end{aligned}$$