SEÇÃO DE ENSINO DE ENGENHARIA DE FORTIFICAÇÃO E CONSTRUÇÃO

Dinâmica das Estruturas

Aula #4

Isolamento de Vibrações

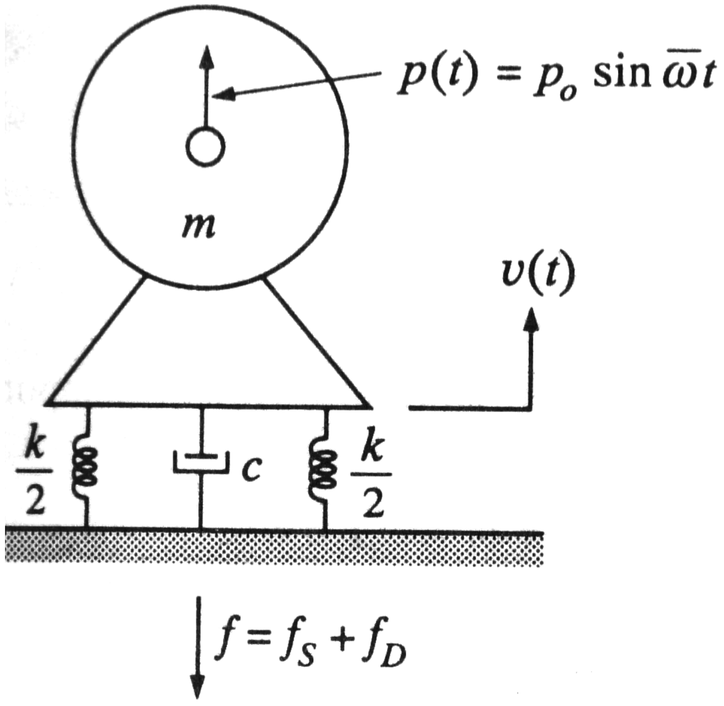
Cel Luiz Augusto C. Moniz de Aragão Filho

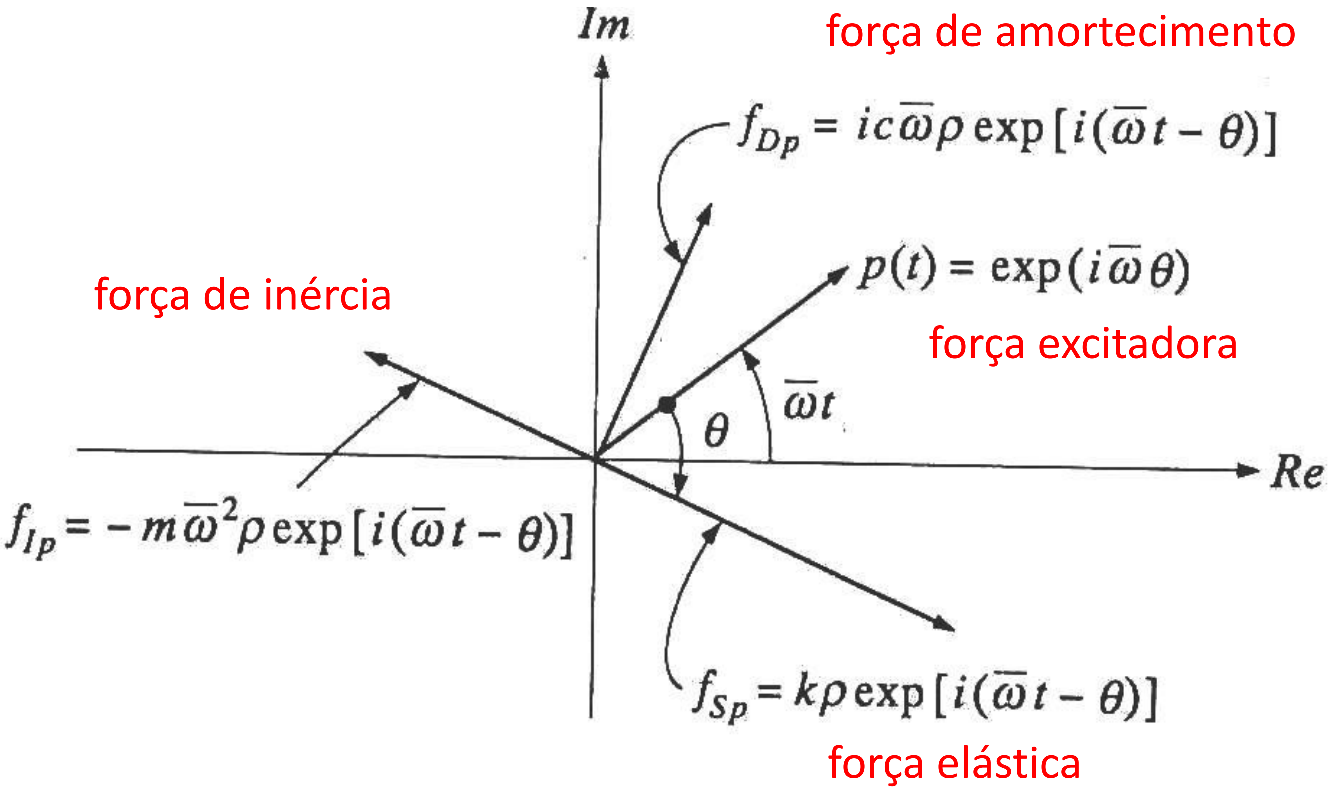
Isolamento de vibrações

1º caso: Excitação sobre base rígida

Isolamento de vibrações

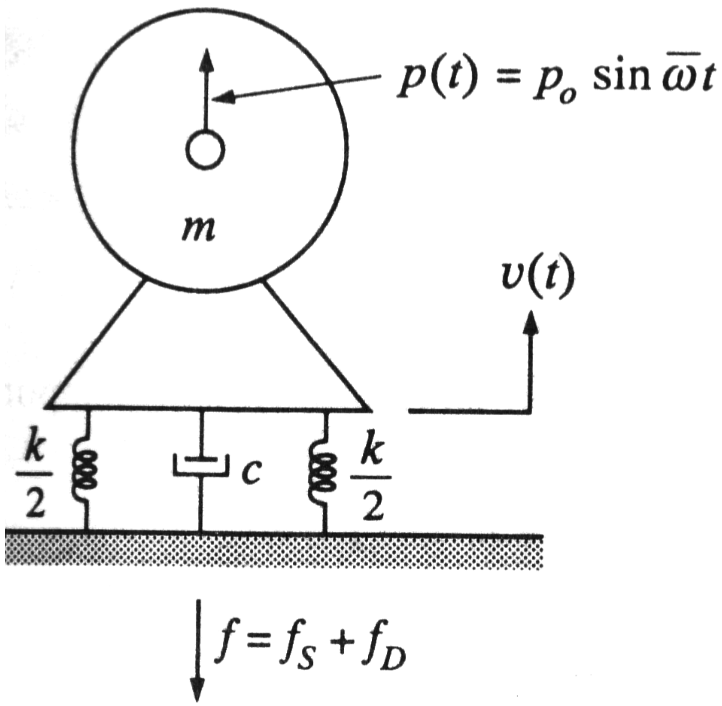
1º caso: Excitação sobre base rígida





Isolamento de vibrações

1º caso: Excitação sobre base rígida



Resposta no regime permanente: $x_p(t) = \frac{p_0}{k} D \sin(\bar{\omega}t - \theta)$

Força elástica: $f_s(t) = k \cdot x(t) = p_0 D \sin(\bar{\omega}t - \theta)$

Força de amortecimento:

$$f_D(t) = c \cdot \dot{x}(t) = 2\xi \cdot \beta \cdot p_0 \cdot D \cos(\bar{\omega}t - \theta)$$

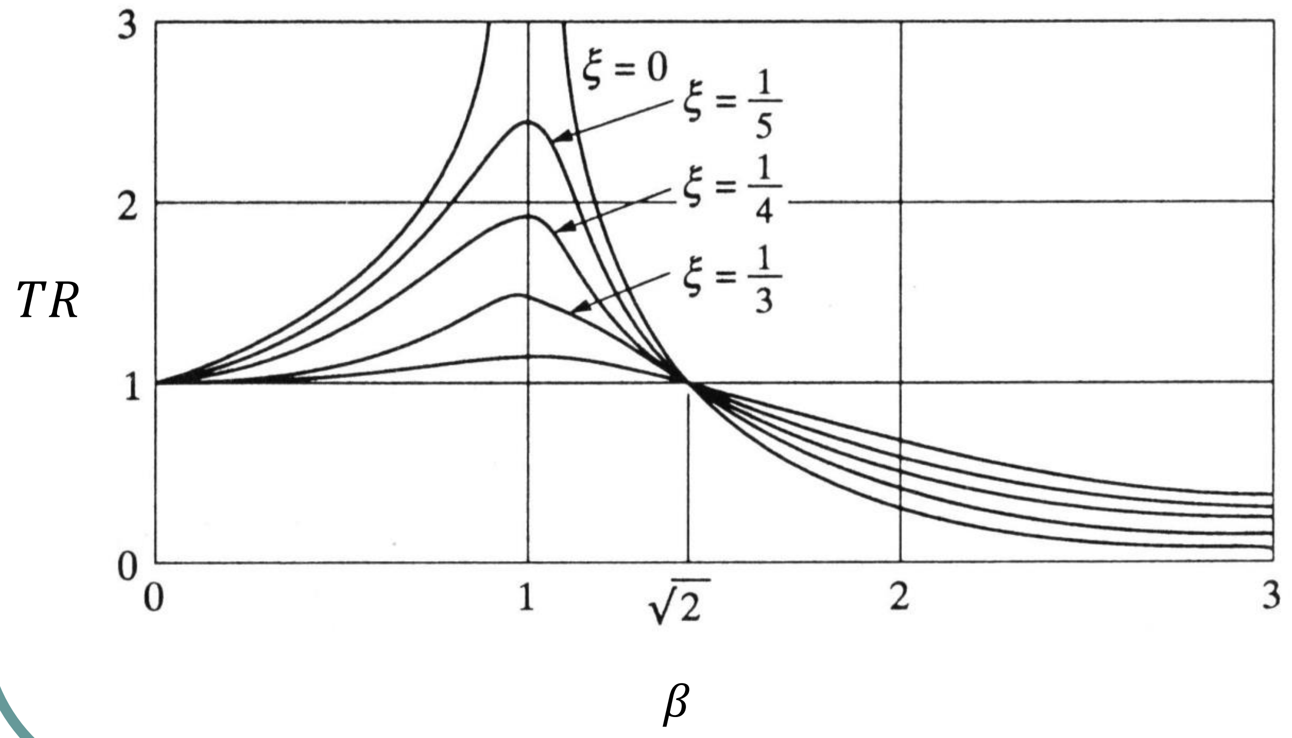
Força total: $\vec{\boldsymbol{f}} = \vec{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{s}} + \vec{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{D}} = \sqrt{f_S^2(t) + f_D^2(t)}$

$$\Rightarrow f_{\max} = p_0 D \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}$$

Isolamento de vibrações
1º caso: Excitação sobre base rígida

Transmissibilidade: $TR = \frac{f_{\max}}{p_0} = D\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}$

p_0= força aplicada caso o corpo (massa) estivesse fixo à base



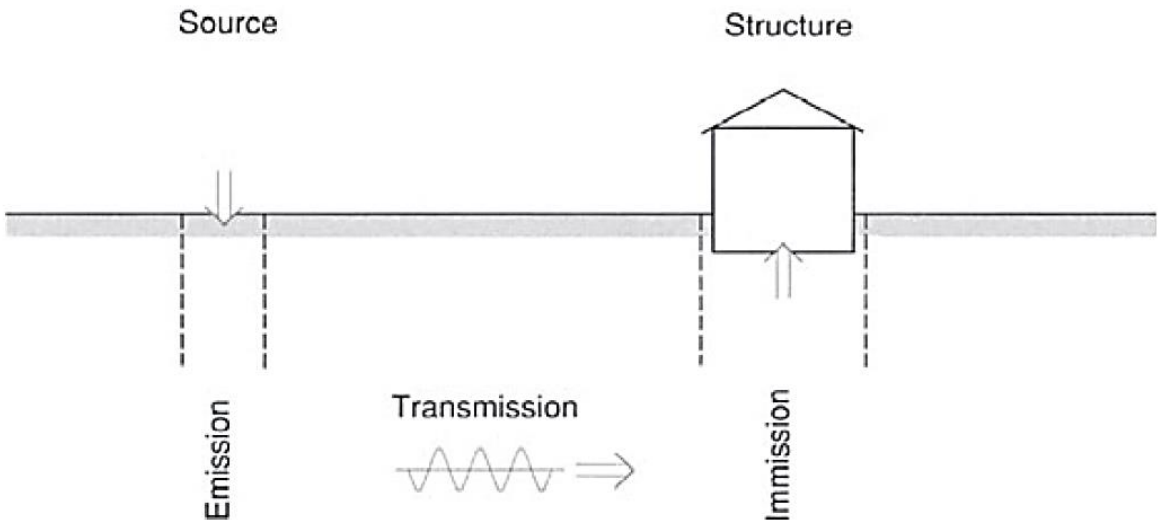
Isolamento: $IE = 1 - TR$

amortecimento pequeno:

$$TR \cong \frac{1}{(\beta^2 - 1)}$$

$$\Rightarrow \beta > \sqrt{2} \Rightarrow k \leq \frac{m\bar{\omega}^2}{2}$$ (molas macias)

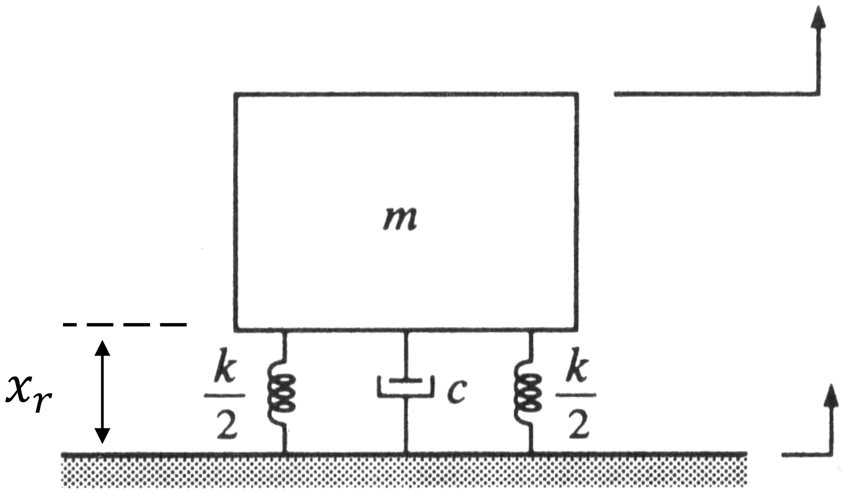
Isolamento de vibrações
2º caso: Excitação pela base



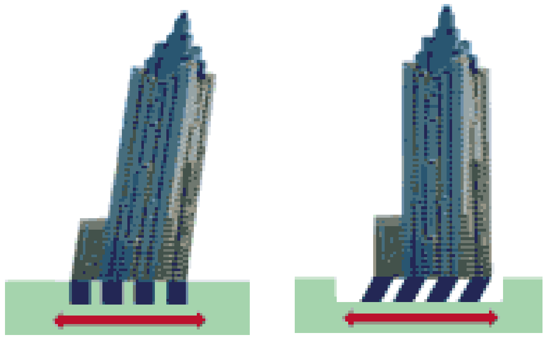
Isolamento de vibrações

2º caso: Excitação pela base

$$x_t(t) = x_s(t) + x_r(t)$$



$$x_s(t) = x_0 \operatorname{sen} \bar{\omega} t$$



$$m\,\ddot{x}_t + c\,\dot{x}_r + k\,x_r = 0$$

$$m\,\ddot{x}_t + c(\dot{x}_t - \dot{x}_s) + k\,(x_t - x_s) = 0$$

x_r = deslocamento relativo
x_s = deslocamento do solo
x_t = deslocamento total (ref. inercial)

Isolamento de vibrações

2º caso: Excitação pela base

$$\Rightarrow m\,\ddot{x}_t + c(\dot{x}_t - \dot{x}_s) + k\,(x_t - x_s) = 0$$

$$m\ddot{x}_t + c\dot{x}_t + kx_t = c\dot{x}_s + kx_s$$

$$m\ddot{x}_t + c\dot{x}_t + kx_t = c\overline{\omega}x_0 \cos\overline{\omega}t + kx_0 \operatorname{sen}\overline{\omega}t$$

$$= x_0\sqrt{(c\overline{\omega})^2 + k^2}\operatorname{sen}(\overline{\omega}t - \alpha)$$

$$= \underbrace{kx_0\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}}_{p_0}\operatorname{sen}(\overline{\omega}t - \alpha)$$

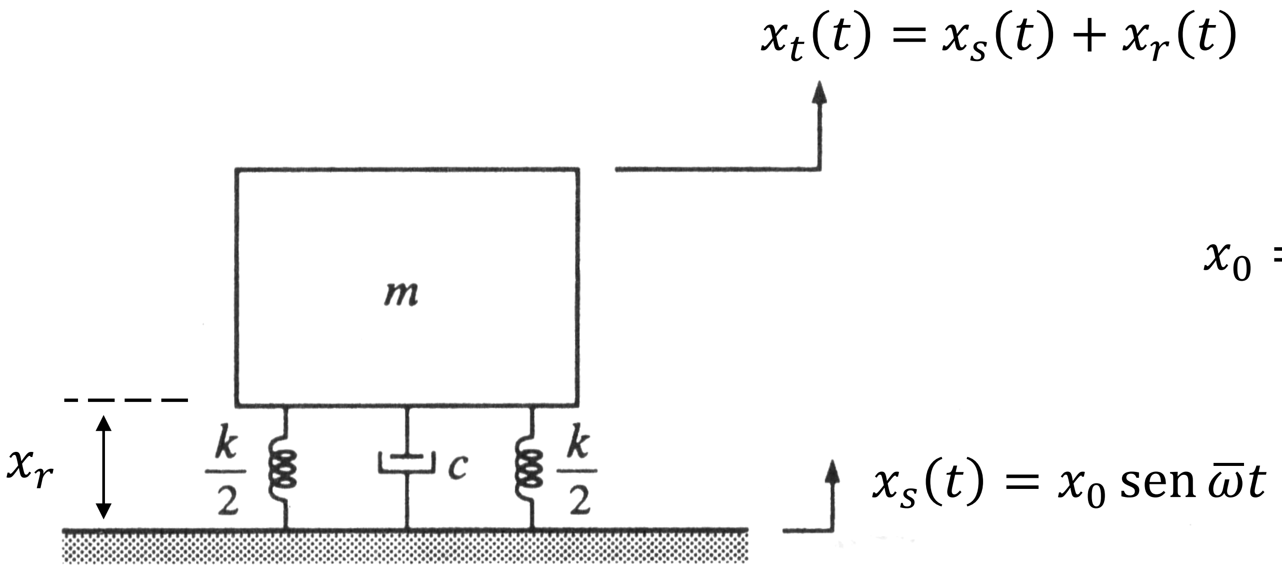
Solução da Vibração Forçada
em regime permanente:

$$x_t(t) = \frac{p_0}{k} D \operatorname{sen}(\bar{\omega}t - \theta) =$$

$$x_t(t) = \frac{kx_0\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}}{k} D \operatorname{sen}(\bar{\omega}t - \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{x_t^{max}}{x_0} = D\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}$$

Isolamento de vibrações
2º caso: Excitação pela base



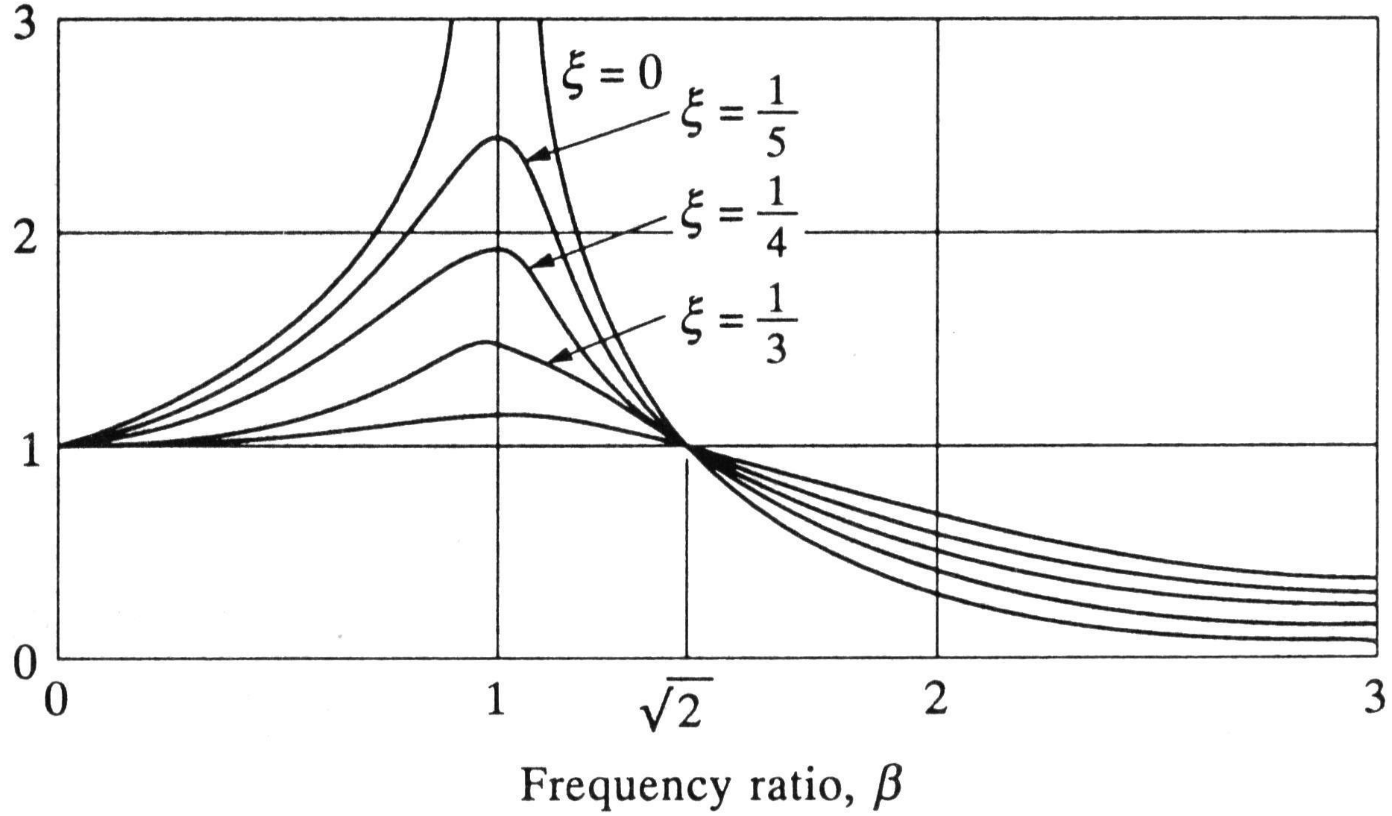
x_0 = deslocamento do corpo (massa) se ele estivesse fixo ao solo

$$TR = \frac{\text{desloc total máximo}}{\text{amplitude desloc base}} = \frac{x_t^{max}}{x_0} = D\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}$$

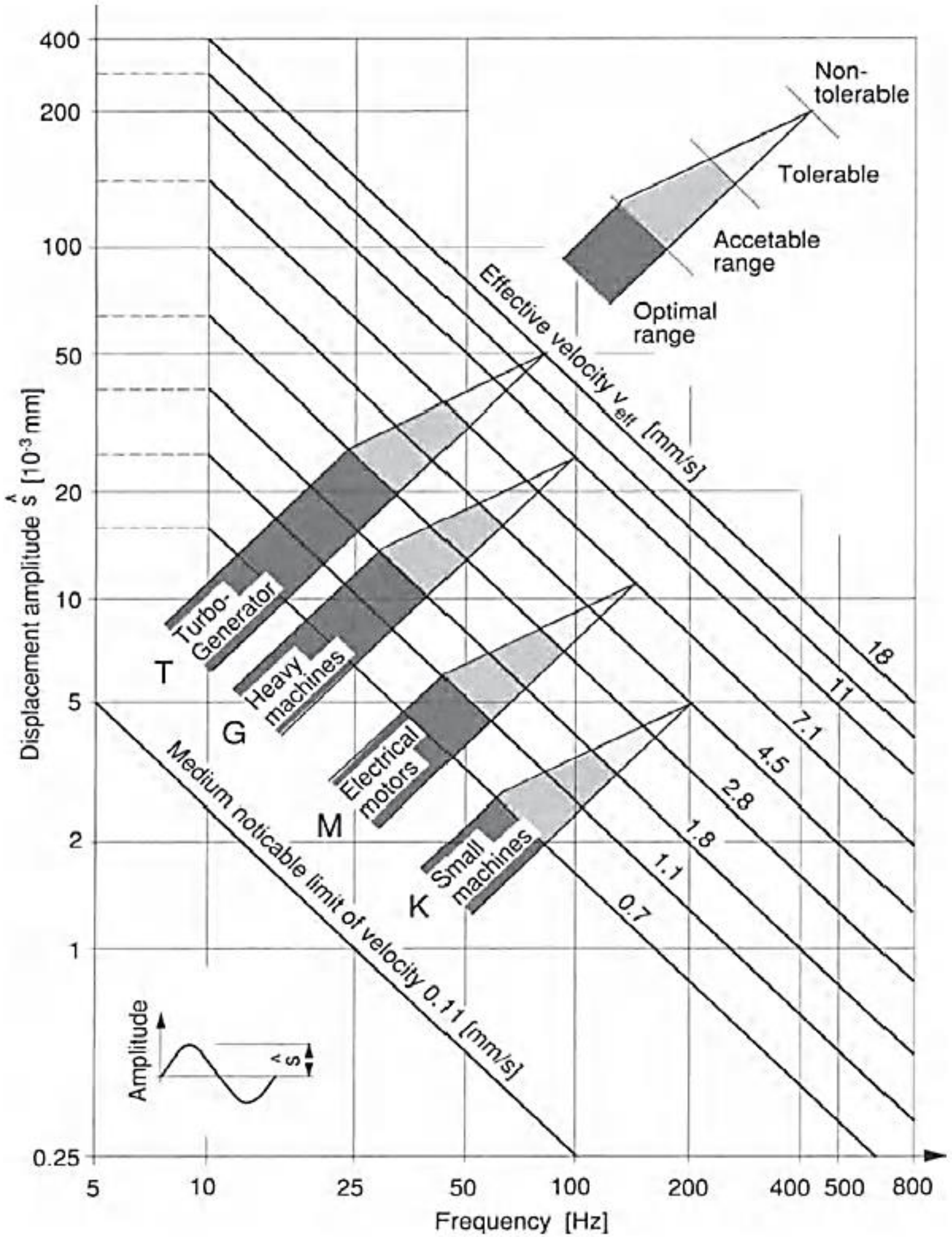
Isolamento de vibrações
Transmissibilidade

$$TR = \begin{cases} \dfrac{f_{\max}}{p_0} \\ \\ \dfrac{x_t^{max}}{x_0} \end{cases}$$

$$TR = D\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}$$



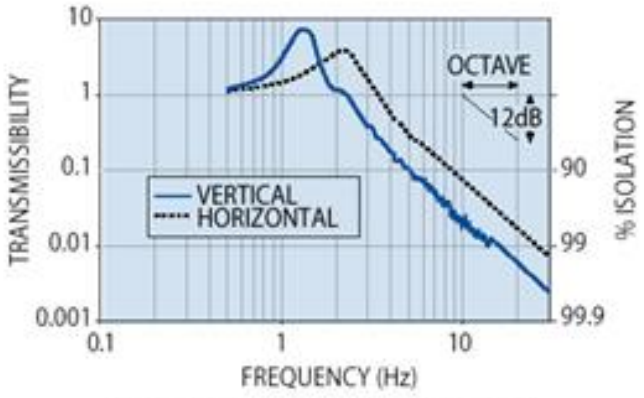
Isolamento de vibrações
Deslocamentos máximos



Effective velocity levels for operation of different machines (according to [VDI 2056J)

Ref.: *Vibration Problems in Structures – Practical Guidelines*, 1995, Bachmann, H. (Editor).

Isolamento de vibrações
Suportes isoladores



Performance data will vary with loads

Max. Load @ 80 psi	
Vertical Natural Frequency	**1.5 Hz**
Isolation Efficiency @ 5 Hz	89%
Isolation Efficiency @ 10 Hz	97%
Horizontal Natural Frequency	**2.1 Hz**
Isolation Efficiency @ 5 Hz	78%
Isolation Efficiency @ 10 Hz	94%