

Capítulo 8

Potência e Energia

Sumário

- Potência média e valores eficazes
- Potência no Estado Permanente em Corrente Alternada
- A Conservação das Potências Real e Reativa
- Armazenamento de Energia em Circuitos Ressonantes
- Máxima Transferência de Potência
- Circuitos Trifásicos
- Problemas

8.1 Potência Média e Valores Eficazes

- Potência (instantânea) fornecido ao circuito N é $p(t) = e(t) i(t)$, e é expressa em Watts.

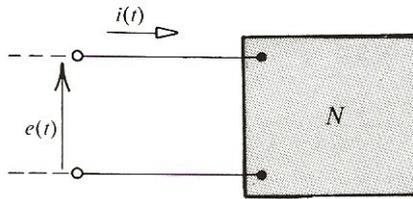


Fig. 8.1-1

- A energia líquida fornecida entre t_1 e t_2 é

$$w(t_2) - w(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$$

- Se $p(t)$ ou $e(t)$ for negativa, o circuito não está recebendo mas fornecendo potência ou energia.

- Considere o circuito da figura abaixo: se não houver carga inicial no capacitor e se $i(t) = U_{-1}(t)$, i.e., o degrau unitário, determine a potência fornecida à resistência, à capacitância e a energia líquida fornecida à capacitância até o instante t .

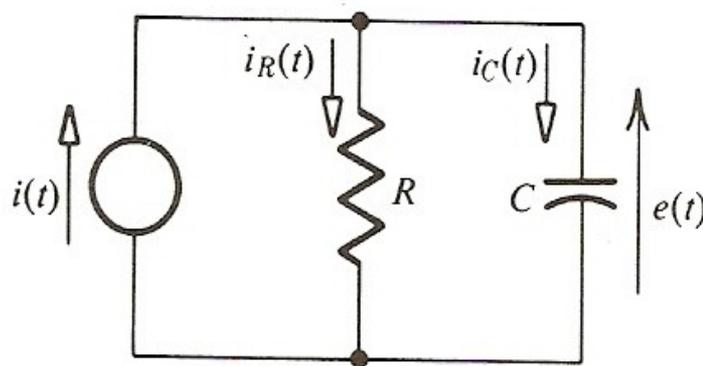


Fig. 8.1-2

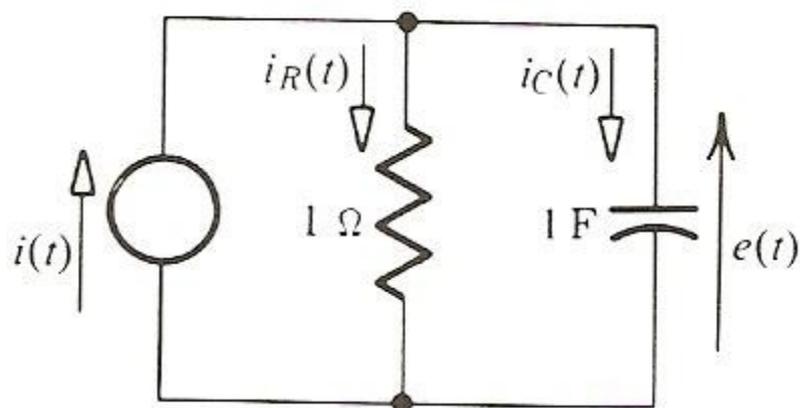
$p(t)$ X potência média $P_{\text{média}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$

- O restante do capítulo será limitado a tensões e correntes periódicas; logo, $p(t) = e(t)i(t)$ também será periódica e a potência média será definida num

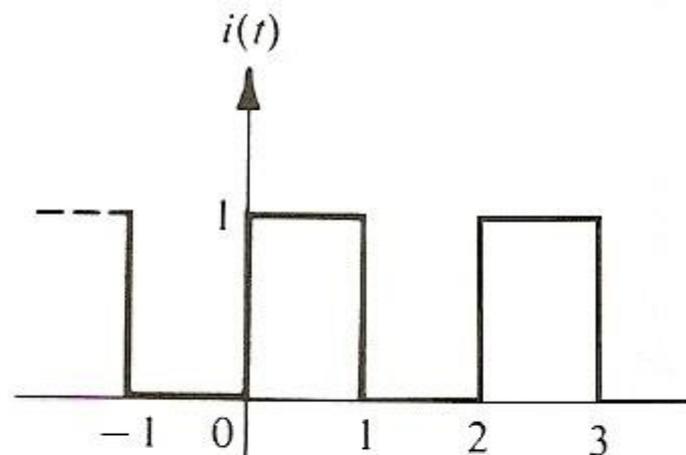
dado período $T = t_2 - t_1$: $P_{\text{média}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} p(t) dt$

- Percebam que $w_L = Li^2(t)/2$ e $w_C = Ce^2(t)/2$: se $i(t)$ e $e(t)$ são periódicos, a energia é a mesma no início de cada ciclo \rightarrow a potência média é nula (a energia não pode ser dissipada na forma de calor!) em C e L

- No circuito abaixo, a excitação é periódica.
- A potência média fornecida pela fonte é igual a $P = P_R + P_C$ (conservação da energia)
- $P_C = 0$ (energia armazenada no capacitor é devolvida ao circuito num mesmo ciclo) $\rightarrow P = P_R$



(a)



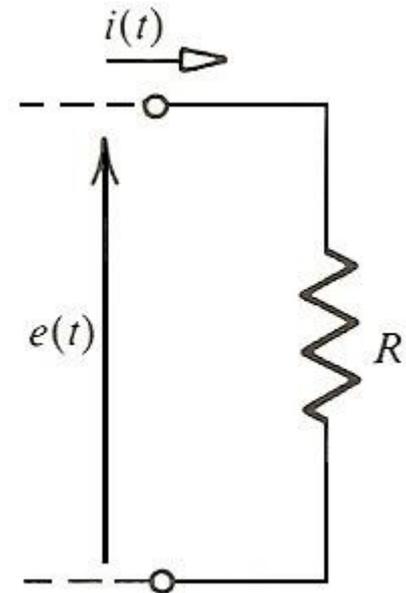
(b)

Fig. 8.1-4

Valor eficaz

- No circuito abaixo, a potência instantânea fornecida à R é $p_R(t) = e(t)i(t) = Ri^2(t) = e^2(t)/R$
- Para DC, os valores de potência média e instantânea são iguais
- O valor eficaz de uma corrente periódica é uma constante igual à corrente contínua que produziria mesma potência média em R:

$$P_R \text{ (pot. média em R)} = I_{\text{RMS}}^2 R$$



- Sabendo-se que $P_R = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2(t) dt$, temos:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

- A tensão eficaz é definida de maneira semelhante: $P_R = E_{rms} I_{rms} = E_{rms}^2 / R$

- Logo: $E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2(t) dt}$

- Ache o valor de pico-a-pico da tensão da rede (ENF=60Hz) cuja tensão eficaz é 110V.

- Quando dois elementos estão (por exemplo) em série, os fasores individuais de tensão (números complexos) podem ser somados mas os valores eficazes (reais) não podem.
- Para a figura seguinte, sejam:
 $i_1(t)$ em R com $e_1(t)$ ON e $e_2(t)$ OFF
 $i_2(t)$ em R com $e_2(t)$ ON e $e_1(t)$ OFF
 $p_1(t)$ em R com $e_1(t)$ ON e $e_2(t)$ OFF
 $p_2(t)$ em R com $e_2(t)$ ON e $e_1(t)$ OFF

- Superposição é válida para correntes e tensões!

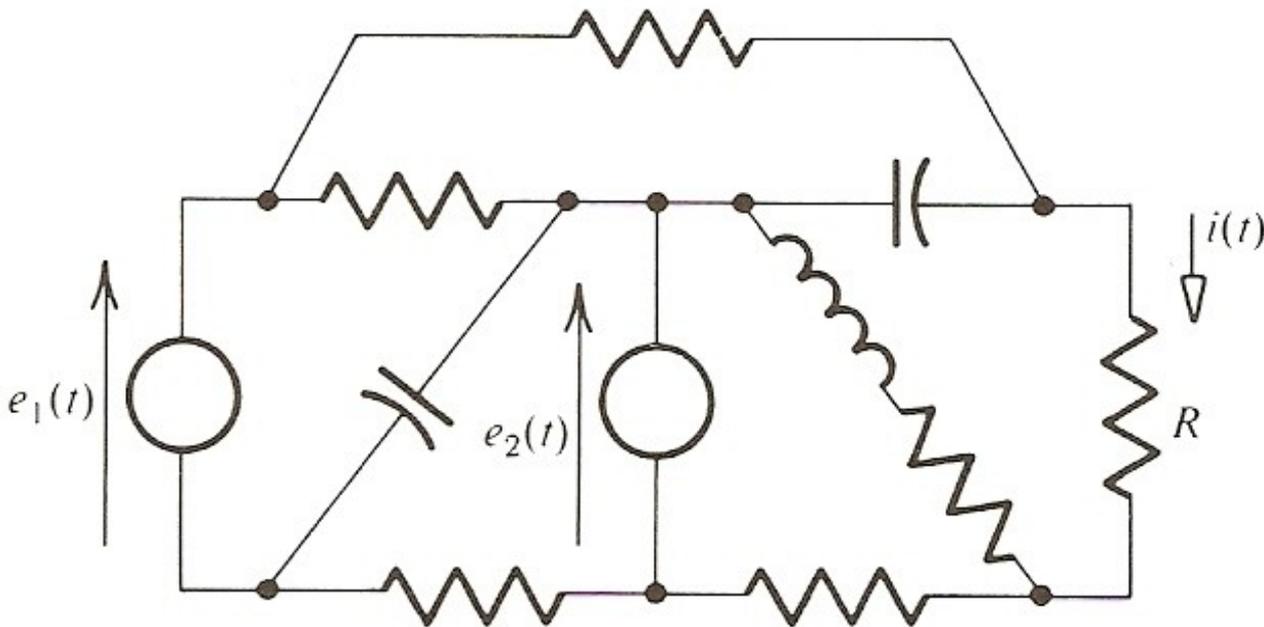


Fig. 8.1-7

8.2 Potência no Estado Permanente em Corrente Alternada

Seja $Z(j\omega) = R + jX = |Z|e^{j\theta}$

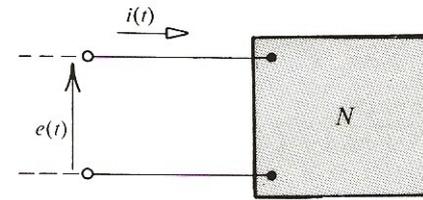


Fig. 8.1-1

- Triângulo das impedâncias:

$$|Z| = E_m / I_m = E_{rms} / I_{rms}$$

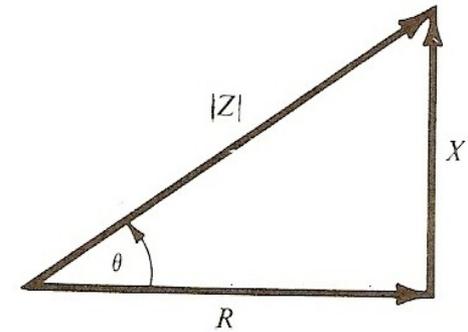


Fig. 8.2-1

- $e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi) = 2^{1/2} E_{rms} \cos(\omega t + \varphi)$
- $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi - \theta) = 2^{1/2} I_{rms} \cos(\omega t + \varphi - \theta)$
- $p(t) = e(t)i(t)$



$$P = E_{rms} I_{rms} \cos\theta$$

- Imagine θ próximo de 90 graus (potência instantânea pode ser alta mas $P \rightarrow 0$)
- Define-se $Q = E_{rms} I_{rms} \sin\theta$
- Q é positivo para circuito indutivo e negativo para circuito capacitivo
- Sendo $E_{rms} = I_{rms} |Z|$, Q pode ser expresso como $Q = I_{rms}^2 X$ e P (potência média) como $P = I_{rms}^2 R$ (estas equações são válidas para circuito cuja $V_{TH} = 0$)

- Exemplo: determine P se

$$e(t) = 1,5 \cos 100t$$

$$i(t) = 2 \sin(100t - 30^\circ)$$

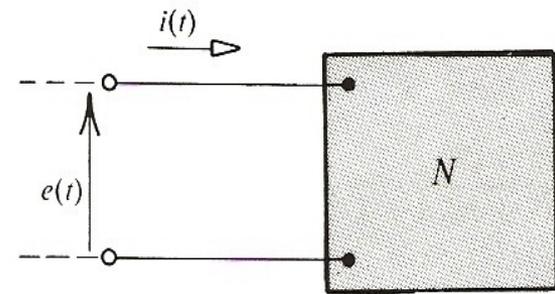


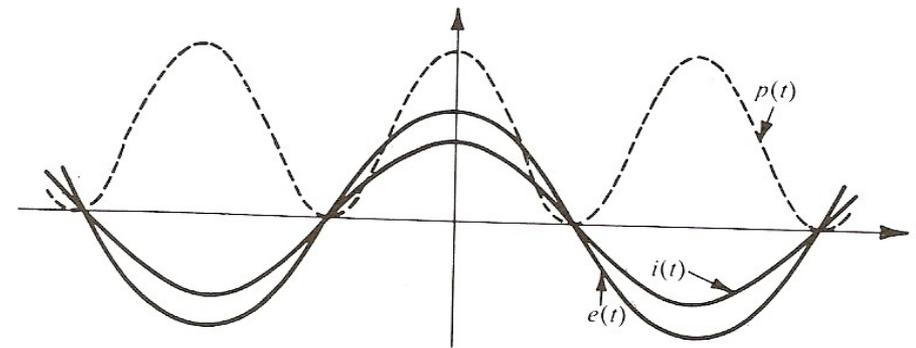
Fig. 8.1-1

- $\sin(a) = \cos(a - 90^\circ) \rightarrow i(t) = 2 \cos(100t - 120^\circ)$
- $Z = \text{fasor tensão} / \text{fasor corrente} = 1.25 e^{j120^\circ}$
- Logo, $\theta = 120^\circ$ e $P = E_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos \theta$
 $= (2/\sqrt{2}) \times (1.5/\sqrt{2}) \times (-1/2) = -3/4 \text{ W}$

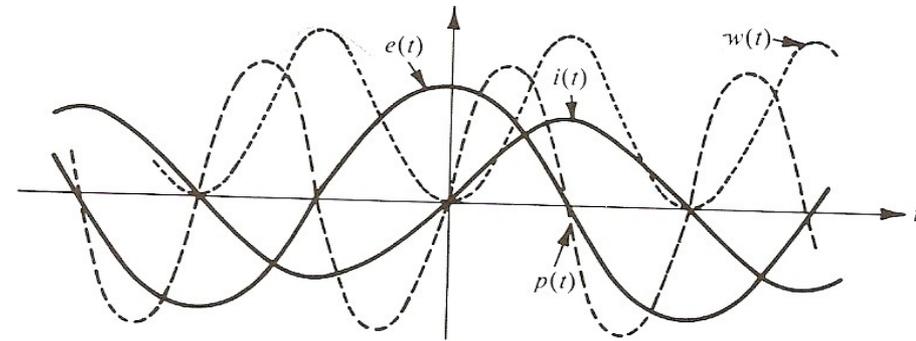
- Exercício: dados os valores de tensão e corrente do exemplo anterior, qual seria um possível equivalente de Thévenin para o circuito "N" considerando a fonte com a mesma fase de $e(t)$? O componente reativo seria capacitivo ou indutivo?

A green rectangular box with the text "Damn it!" written in white.

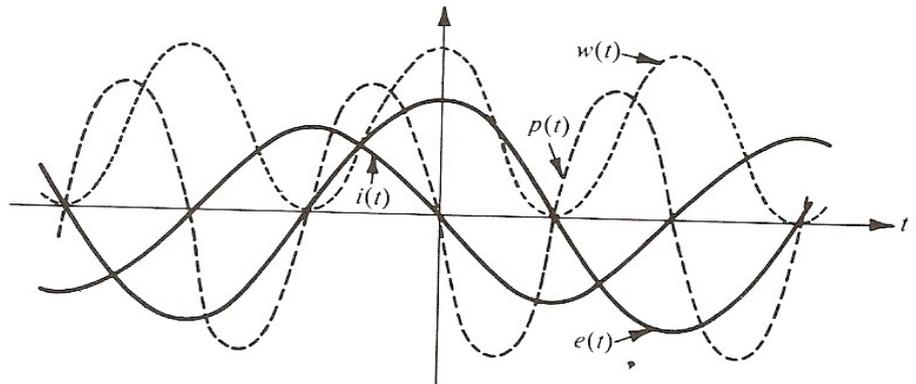
Para o caso do circuito consistir de um único elemento passivo



(a) resistência



(b) indutância



(c) capacitância

(observe as energias)

Fig. 8.2-2

- Os valores máximos de energia:

- no indutor: $(w_L)_{\max} = Li_m^2/2 = LI_{\text{rms}}^2$

$$Q_L = I_{\text{rms}}^2 [\omega L] = I_{\text{rms}}^2 \omega L$$

- no capacitor: $(w_C)_{\max} = Ce_m^2/2 = CE_{\text{rms}}^2$

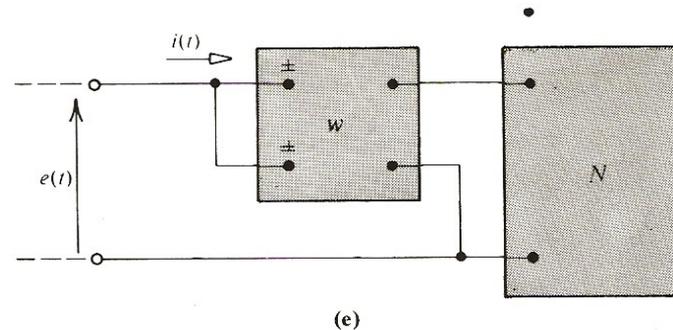
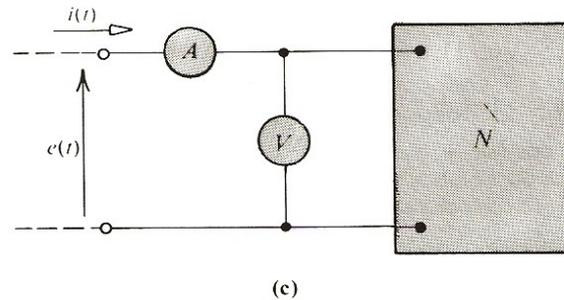
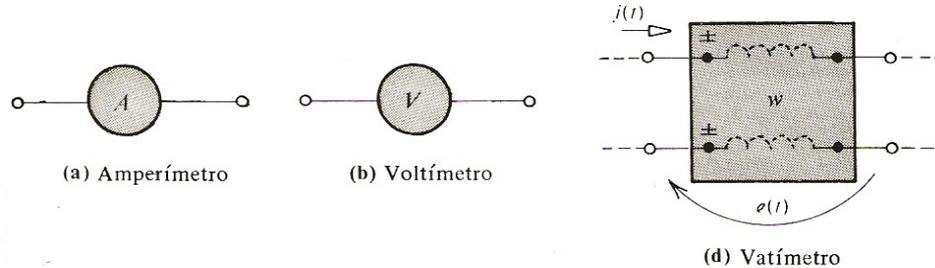
$$Q_C = I_{\text{rms}}^2 [-1/(\omega C)] = -E_{\text{rms}}^2 \omega C$$

- Q é diretamente relacionado à energia armazenada num elemento reativo → é chamado de POTÊNCIA REATIVA

p(t)	Potência Instantânea	W
P	Potência Média	W
Q	Potência Reativa	Var

- Instrumentos de medida: amperímetros e voltímetros de corrente alternada são calibrados para dar o valor eficaz.

SÍMBOLOS



- O vatímetro (da figura anterior) mede a potência média $P = \int_0^T e(t)i(t)dt/T$ ($= E_{rms} I_{rms} \cos \theta$ para senóides)

FASORES

- $e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi) = \sqrt{2} E_{rms} \cos(\omega t + \varphi)$
- $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi - \theta) = \sqrt{2} I_{rms} \cos(\omega t + \varphi - \theta)$

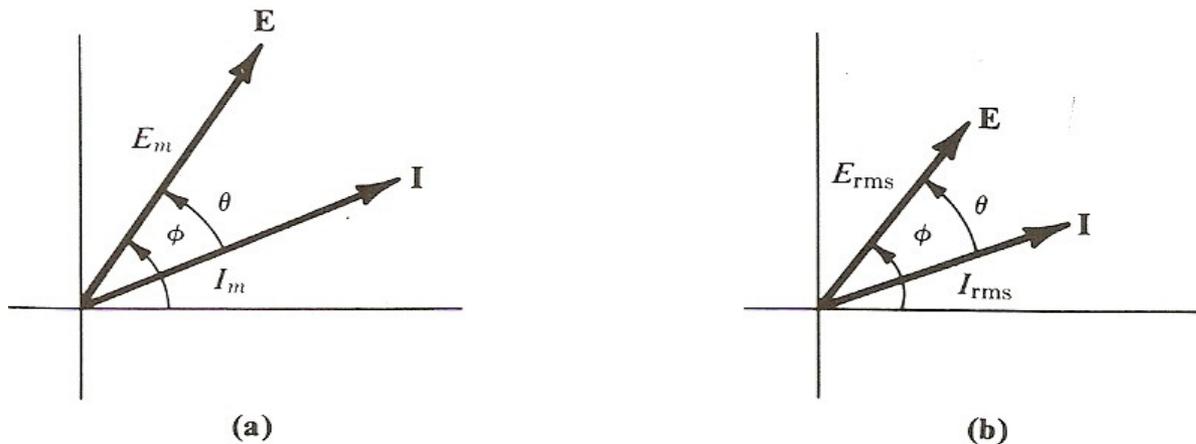
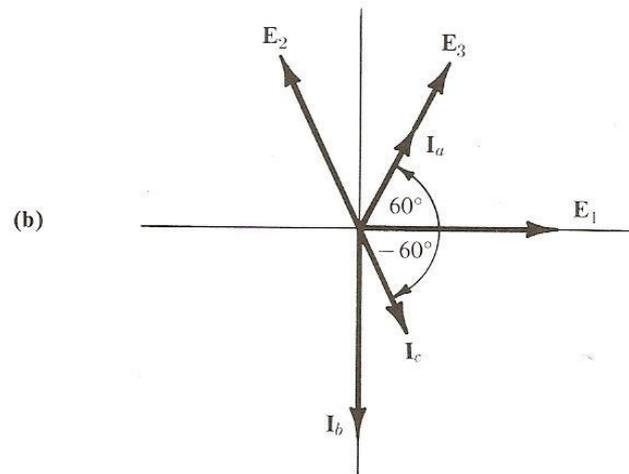
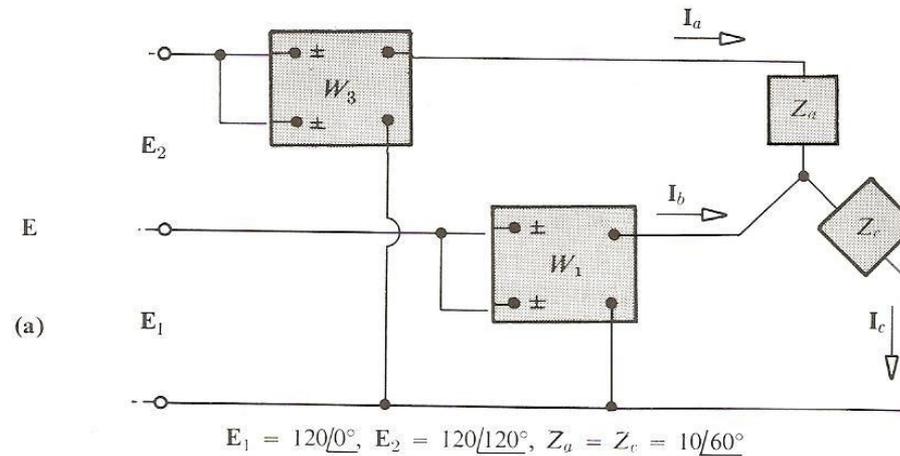


Fig. 8.2-4

- É comum definir-se o módulo do fasor como o valor eficaz ao invés do valor máximo: $|E| = E_{rms}$ $|I| = I_{rms}$

- Dados os fasores de tensão E_1 e E_2 da figura abaixo, determine a potência média consumida por cada uma das duas impedâncias de carga e as medidas de cada vatímetro.



8.3 A conservação das Potências Real e Reativa

- Sejam $\mathbf{E} = E_{rms} e^{j\varphi}$ e $\mathbf{I} = I_{rms} e^{j(\varphi-\theta)}$
- Então $\mathbf{EI} = |\mathbf{E}||\mathbf{I}|e^{j(2\varphi-\theta)}$:- (
- Mas, o produto $\mathbf{EI}^* = |\mathbf{E}||\mathbf{I}|e^{j\theta} = |\mathbf{E}||\mathbf{I}|\cos\theta + j|\mathbf{E}||\mathbf{I}|\sin\theta$
- Ou seja, $\mathbf{EI}^* = P + jQ$ conhecida como *potência complexa* e cujo valor absoluto é denominado *potência aparente* cuja unidade é o VA

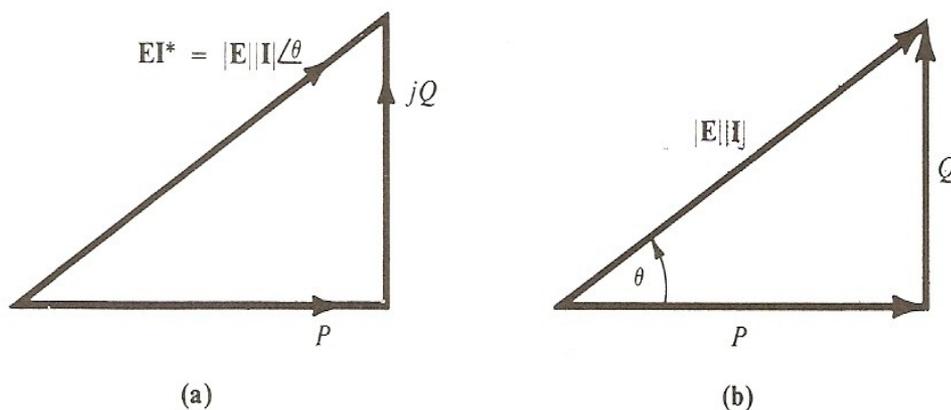


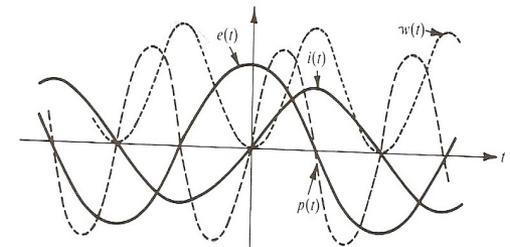
Fig. 8.3-1

- O ângulo θ (ângulo da impedância de entrada para um ckt sem fontes independentes) é chamado o ângulo do fator de potência definido como

- $fp = \cos\theta = P / |E||I|$

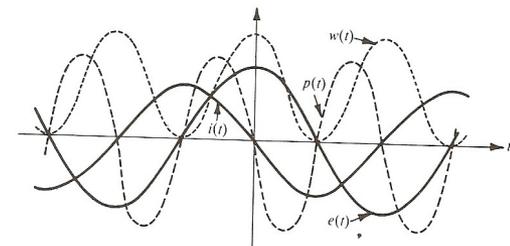
- Fator de potência atrasado:
 θ positivo

corrente atrasada da tensão
reatância indutiva



- Fator de potência adiantado
 θ negativo

corrente adiantada da tensão
reatância capacitiva

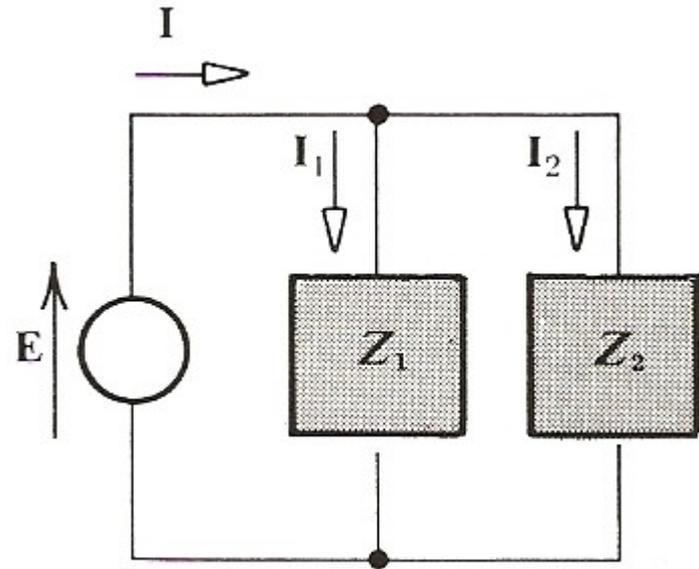


- A conservação de P e Q: se vários componentes forem ligados a uma fonte,

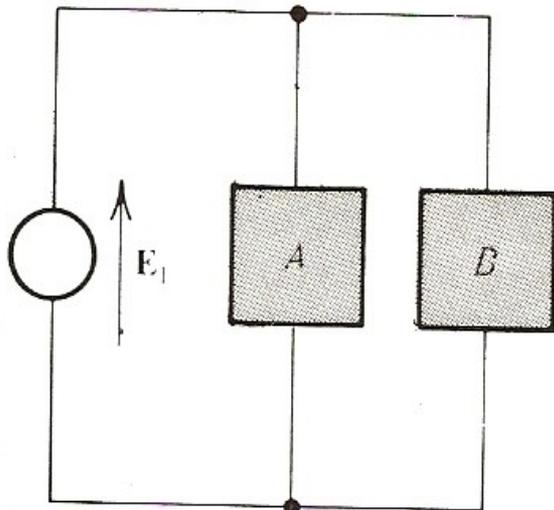
$$P_{\text{fonte}} = \sum p_i \quad (\text{princípio da conservação da energia})$$

$$\begin{aligned} P + jQ &= EI^* \\ &= E(I_1 + I_2)^* \\ &= EI_1^* + EI_2^* \\ &= (P_1 + jQ_1) + (P_2 + jQ_2) \\ &= (P_1 + P_2) + j(Q_1 + Q_2) \end{aligned}$$

tal que $P = P_1 + P_2$ e $Q = Q_1 + Q_2$



- Exemplo: no circuito seguinte, quanto vale a corrente na fonte?



(a)

Carga	P , kW	Q , kVAr	$E I$, kVA	$pf =$ $\cos \theta$
A	24	32	40	0,6 atrasado
B	8	-6	10	0,8 adiantado
$A e B$	32	26	41,23	0,776 atrasado

(b)

Fig. 8.3-3

8.4 Armazenamento de Energia em Circuitos Ressonantes

- No circuito abaixo, determine a energia armazenada e a potência média dissipada dentro do circuito, quando a tensão tem a forma $e(t) = \sqrt{2} E_{\text{rms}} \cos \omega t$.

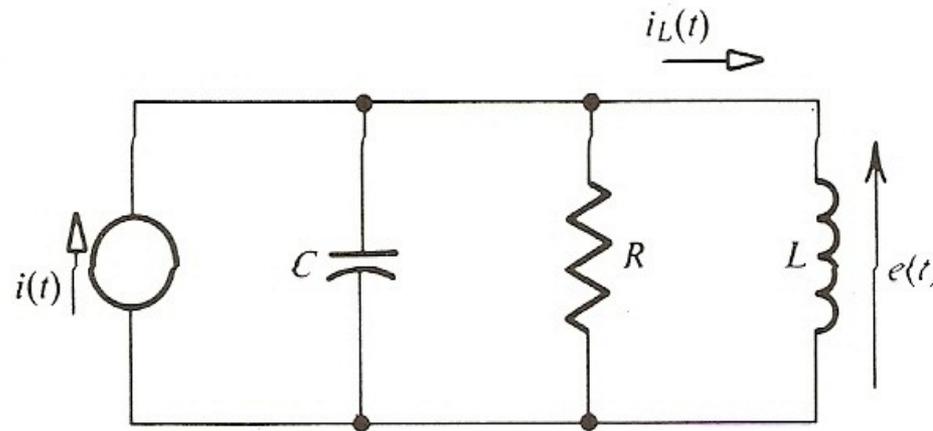


Fig. 8.4-1

- A ressonância tem uma medida denominada seletividade e definida (Cap. 6) como a razão $Q = \frac{\text{frequência de ressonância}}{\text{largura de faixa}}$
- Tal expressão, desde que $\alpha \ll \omega_0$, pode ser substituída por $Q = \frac{\omega_0 \times \text{energia armazenada}}{\text{potência média dissipada}}$
- Em circuitos de microondas, a definição precisa de tensão e corrente torna-se difícil e a segunda expressão é aplicável enquanto que a primeira não é usada

- Exemplo: calcule a seletividade Q para o circuito série da figura abaixo:

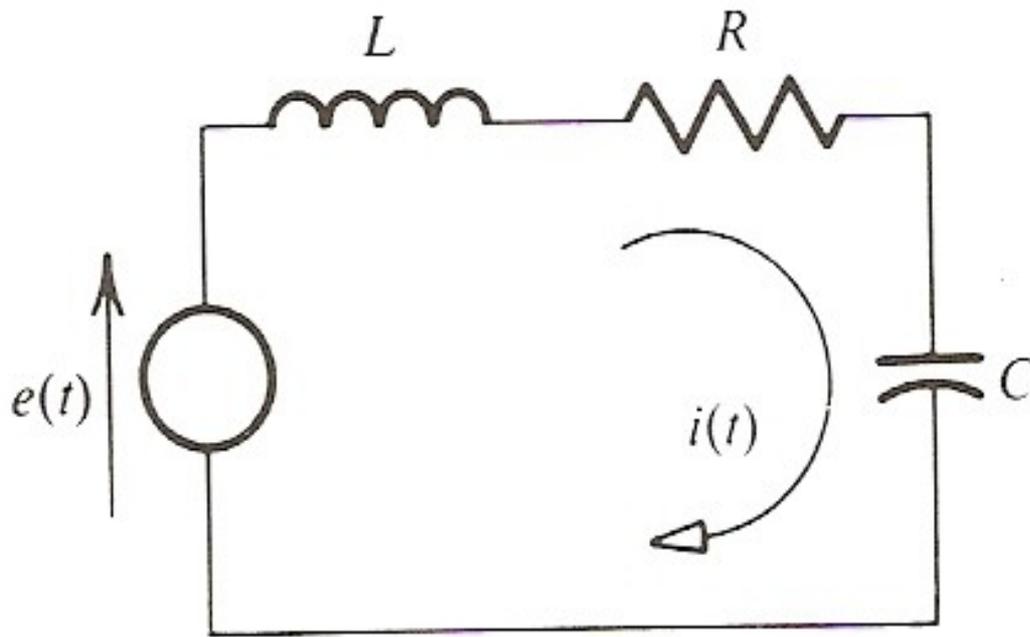


Fig. 8.4-2

8.5 Máxima Transferência de Potência

- Para o circuito abaixo, encontre R_2 e X_2 de maneira que a máxima potência seja fornecida à carga Z_2 .

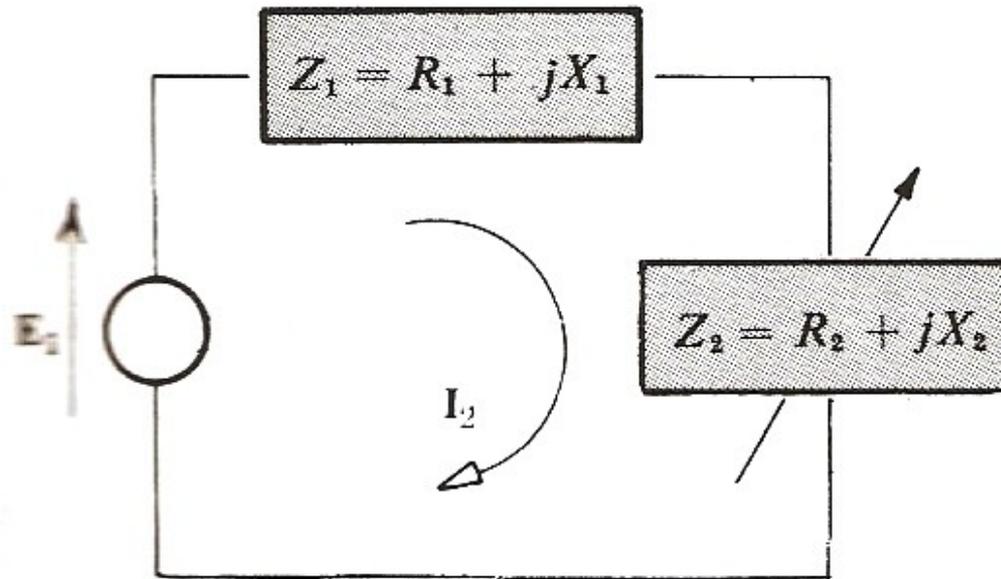


Fig. 8.5-2

- Vejamos o caso quando somente a resistância puder ser variada:

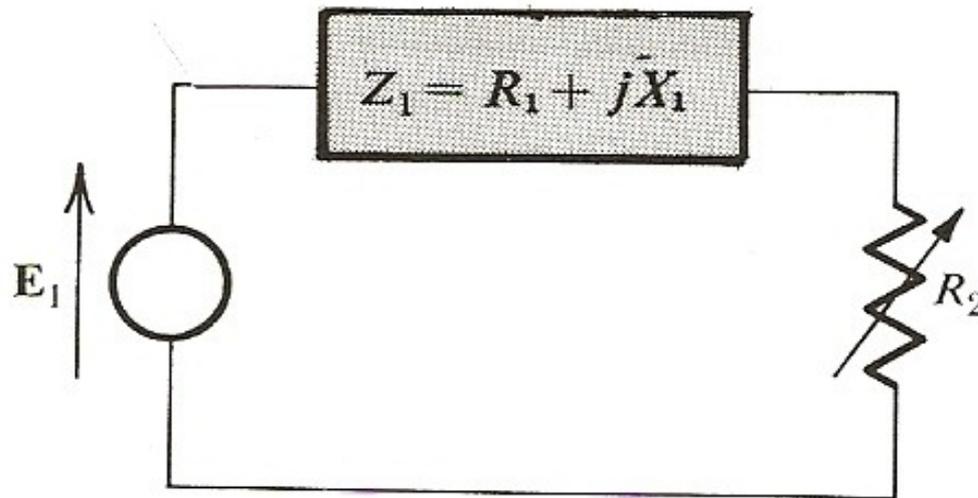


Fig. 8.5-3

MÁXIMA TRANSFERÊNCIA DE POTÊNCIA

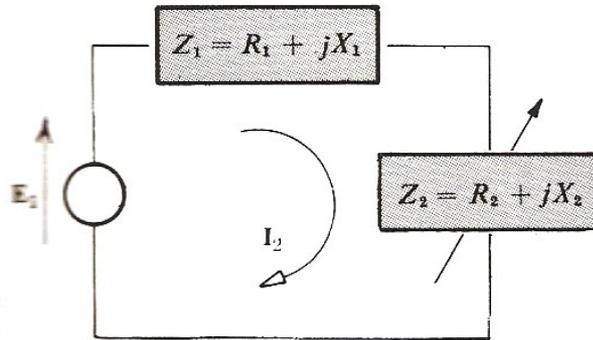


Fig. 8.5-2

- $X_2 = -X_1$ e $R_2 = R_1$

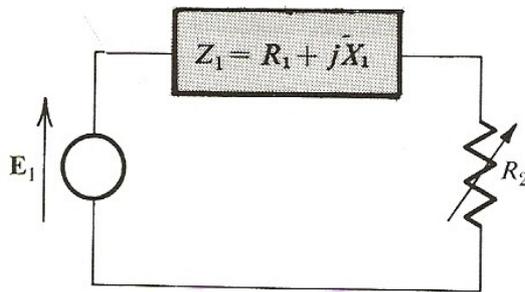
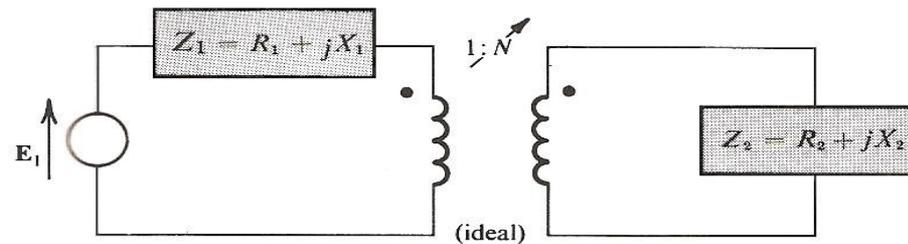


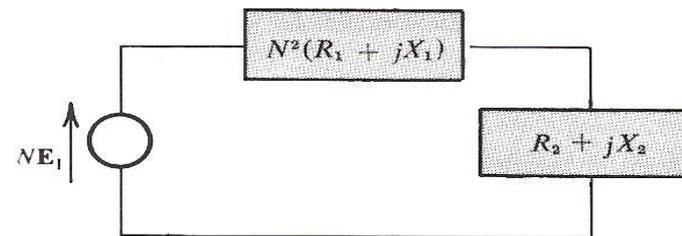
Fig. 8.5-3

- $R_2 = |Z_1|$

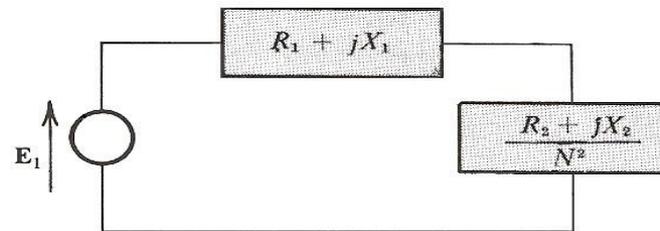
- Podendo-se variar somente N , a relação entre espiras, determine N para que haja a máxima transferência de potência à Z_2



(a)



(b)



(c)

Fig. 8.5-4

- Exercício: para o circuito da figura abaixo, determine N que resulta na TPM a R_0 . Determine a potência dissipada em R_0 com esta escolha (8.17).

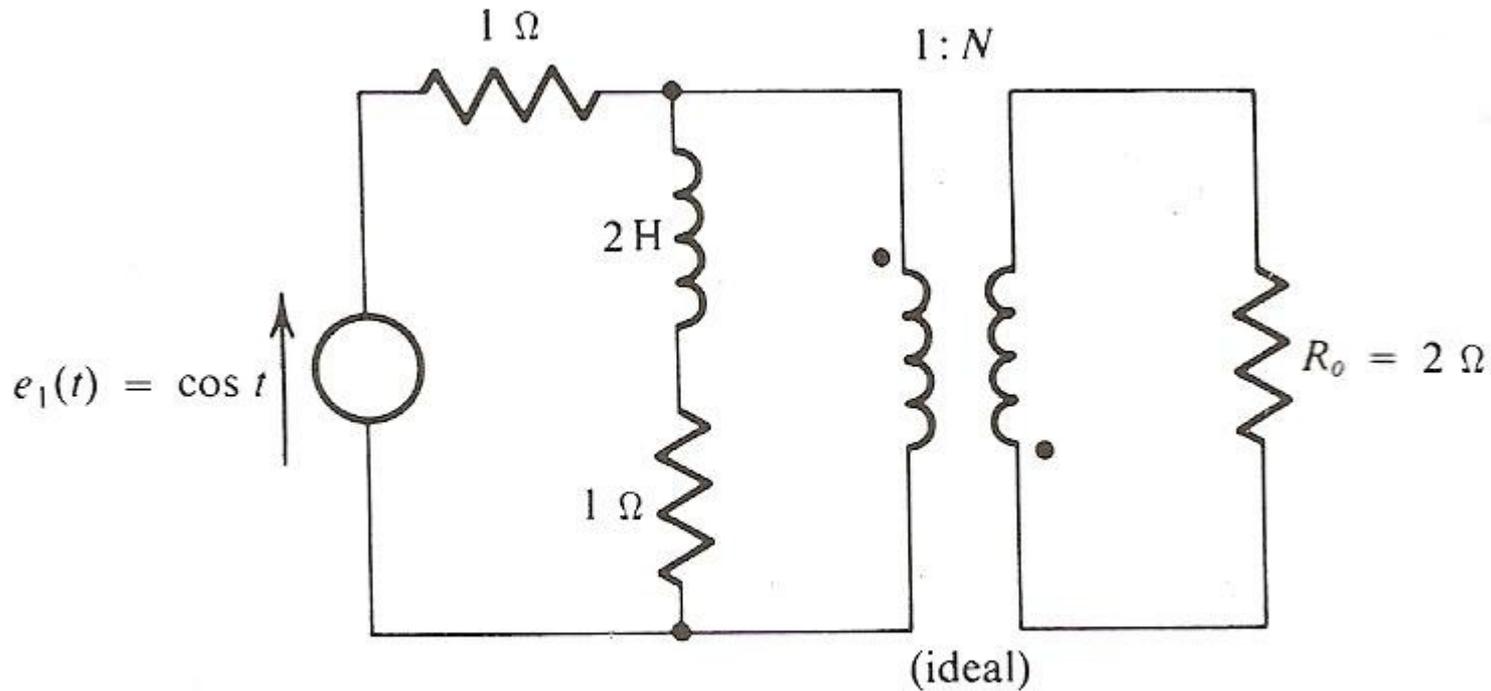


Fig. P8.17

8.6 Circuitos Trifásicos

- Um gerador trifásico é uma máquina girante que produz três tensões senoidais com mesma frequência e mesma amplitude mas deslocadas de 120°

- (a) Seqüência de fase a, b, c (clockwise)

- (b) Seqüência de fase a, c, b (clockwise)

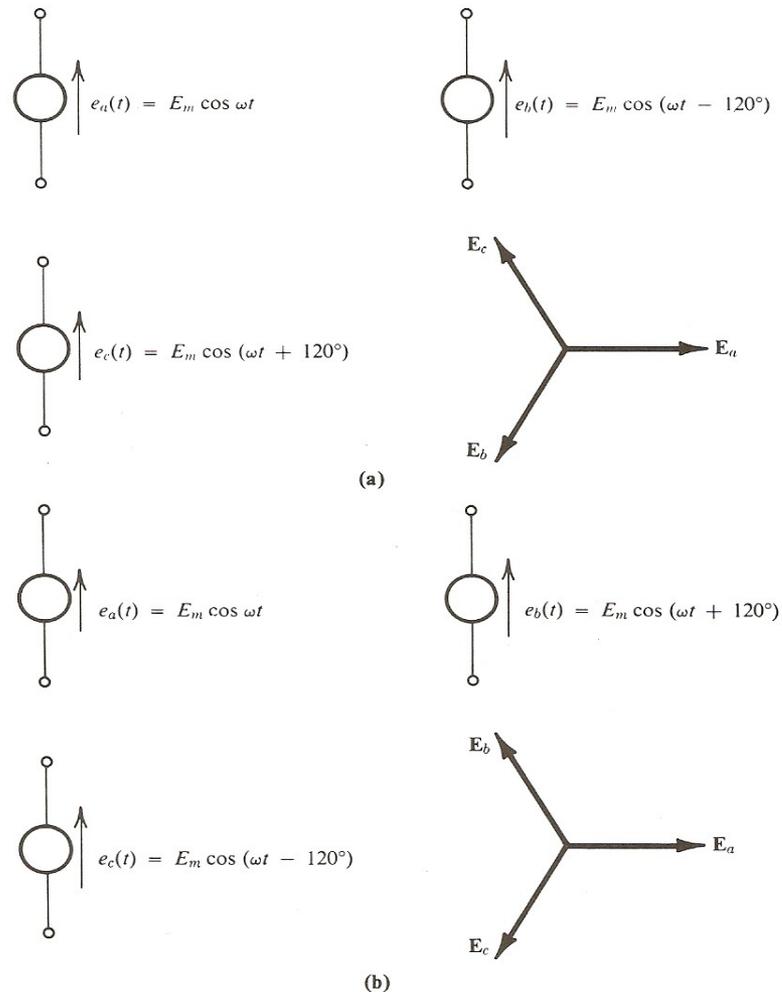


Fig. 8.6-1

- Máquina girante (gerador trifásico) pode ser representada como abaixo.

- Terminal comum: neutro (n) que pode ser ou não acessível externamente

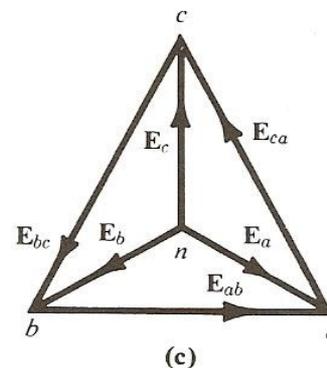
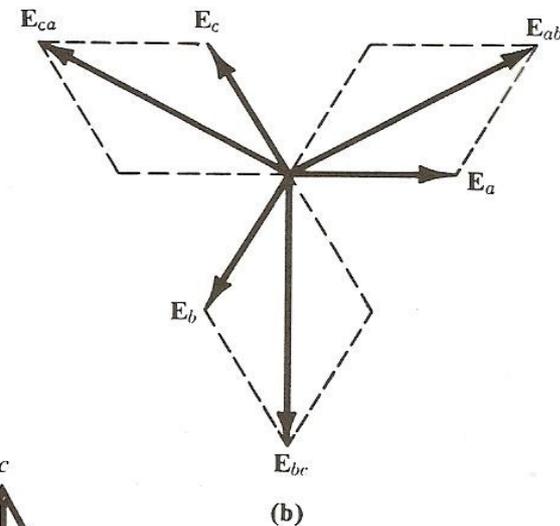
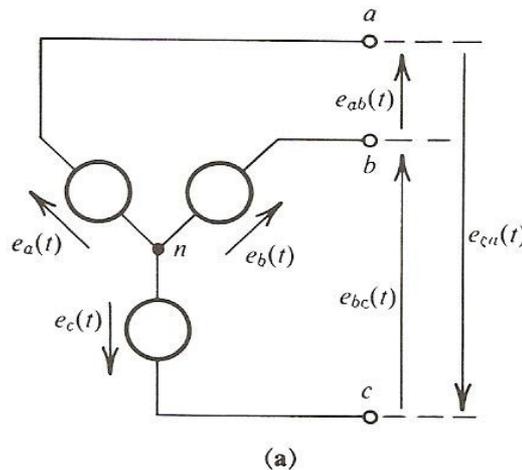
- Tensões de fase: $e_a(t)$, $e_b(t)$ e $e_c(t)$

- Tensões na linha (entre terminais):

$$e_{ab}(t) = e_a(t) - e_b(t)$$

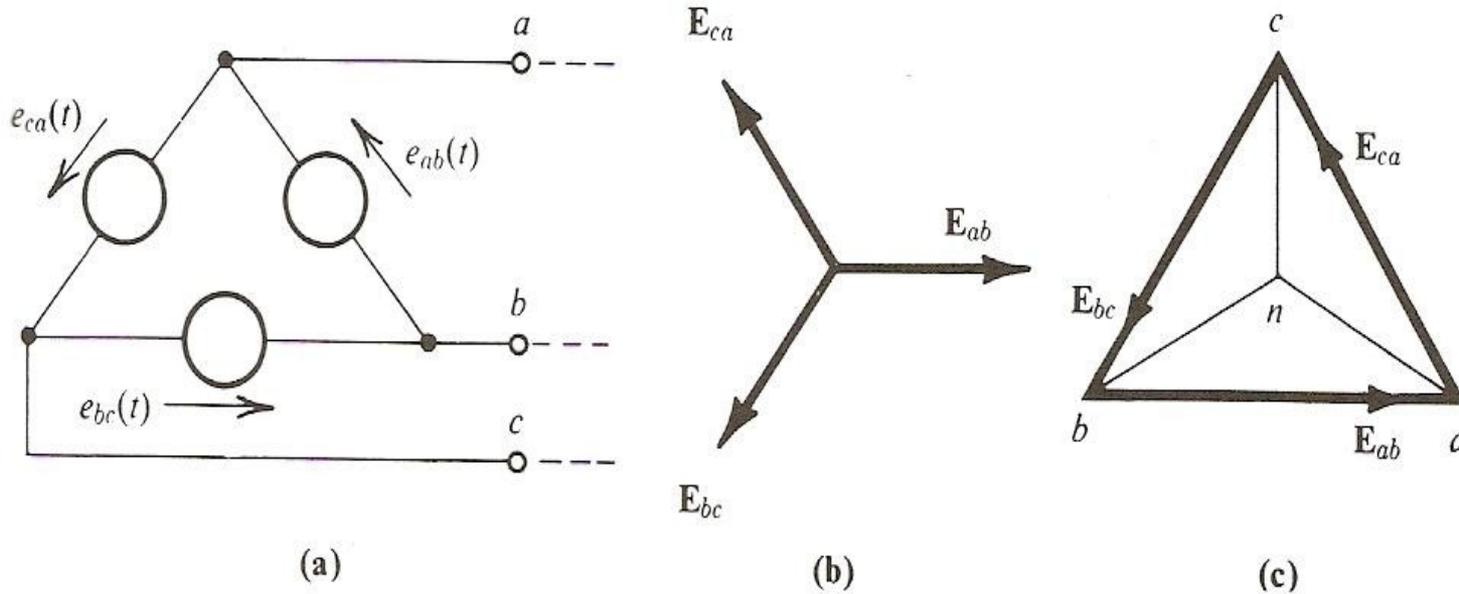
$$e_{bc}(t) = e_b(t) - e_c(t)$$

$$e_{ca}(t) = e_c(t) - e_a(t)$$

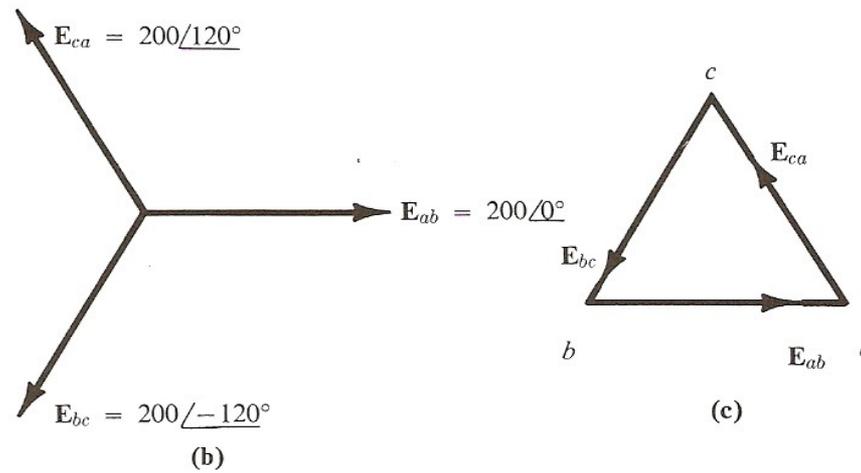
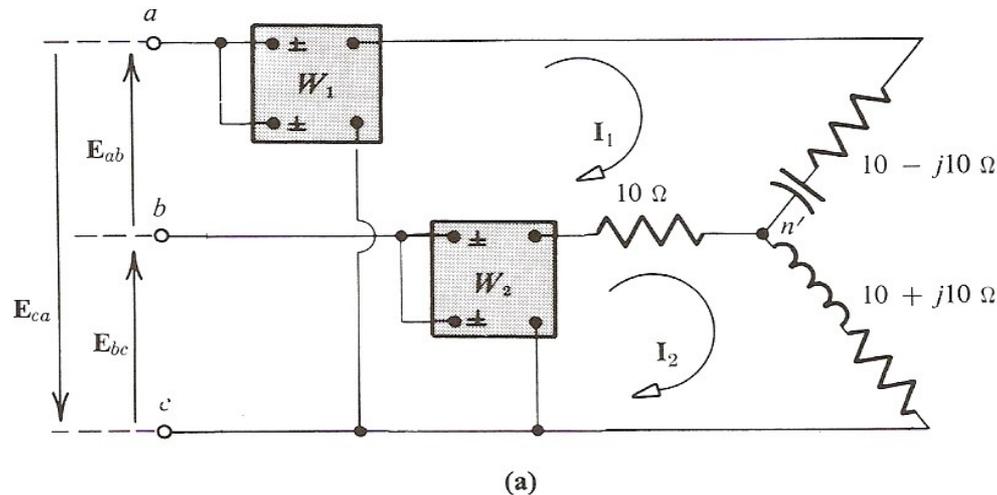


- Note que $|E_{ab}| = \sqrt{3}$ (lei cos)

- Configuração anterior: ESTRELA.
- Configuração abaixo: TRIÂNGULO
- Observe que não há desequilíbrio de fase $E_{ab} + E_{ca} + E_{bc} = 0$



- Em circuitos trifásicos, carga consiste usualmente de três impedâncias (triângulo ou estrela)
- Cargas equilibradas: impedâncias são iguais
- Ex: Seqüência de fase abc; determine a potência real e reativa fornecida à carga e a leitura de cada vatímetro.

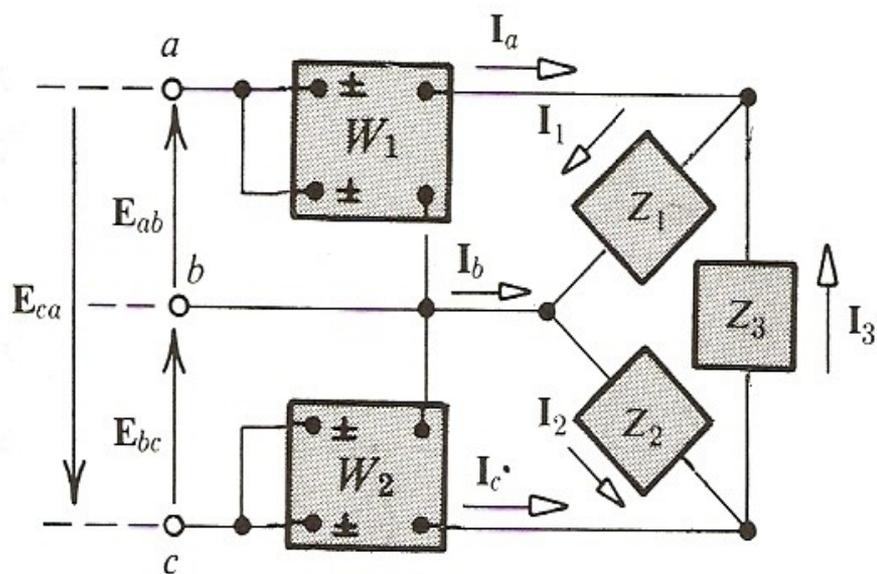


- No circuito abaixo, compute as potências real e reativa totais bem como as leituras dos vatímetros:

computamos I_1, I_2 e I_3

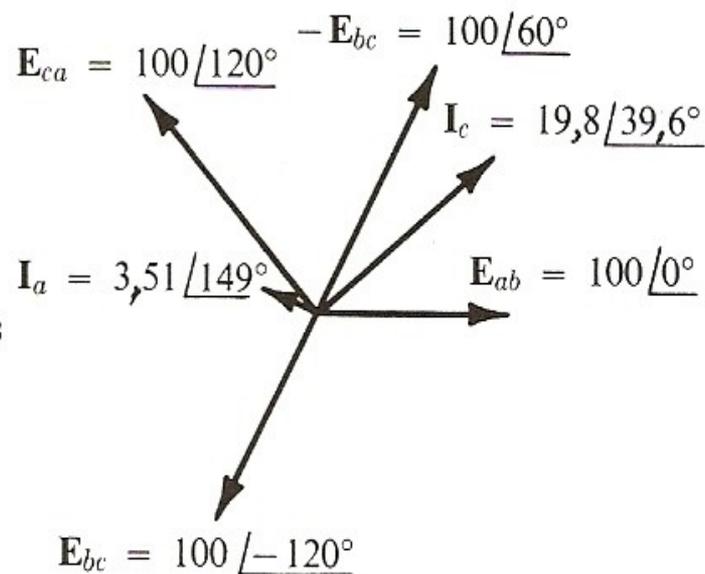
computamos $\Sigma p_i = |E_i| |I_i| \cos \theta_i = 1550W$ e $\Sigma Q_i = |E_i| |I_i| \sin \theta_i = 500VAr$

$W_1 = |E_{ca}| |I_1| \cos(-149^\circ) = -301W$ + $W_2 = |-E_{bc}| |I_2| \cos(20.4^\circ) = 1852W = \Sigma p_i$



$$Z_1 = 10 \angle -70^\circ, Z_2 = 10 \angle 30^\circ, Z_3 = 10 \angle 70^\circ$$

(a)



(b)

Fig. 8.6-5

- (a) os vatímetros medem as potências de cada carga:

$$\frac{1}{T} \int_0^T (e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3) dt$$

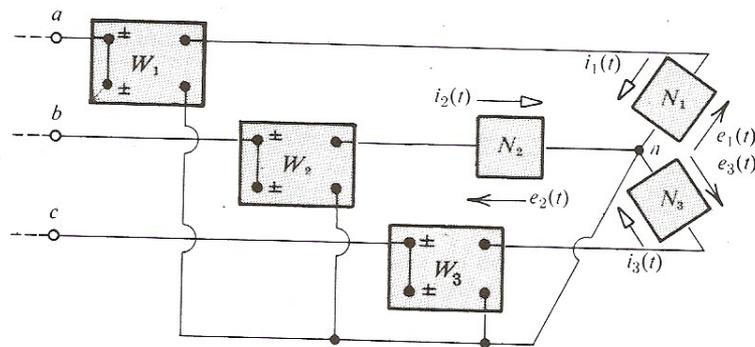
- (b) a soma dos valores fica:

$$\frac{1}{T} \int_0^T [(e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3) + e_{nx} (i_1 + i_2 + i_3)] dt$$

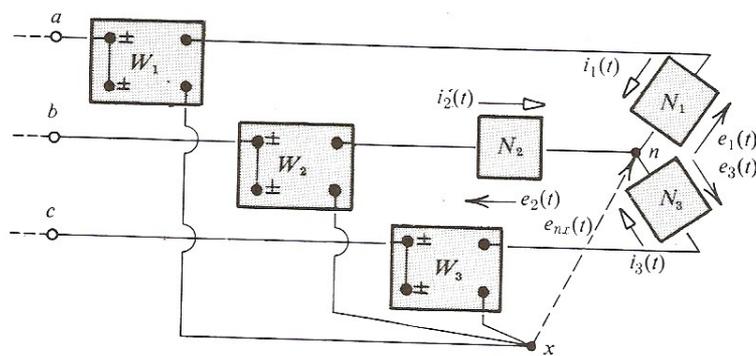
Como a soma $\sum i_i$ é igual a zero (KLT), a integral permanece igual (independente de "x").

- (c) colocando o ponto "x" num dos terminais da carga

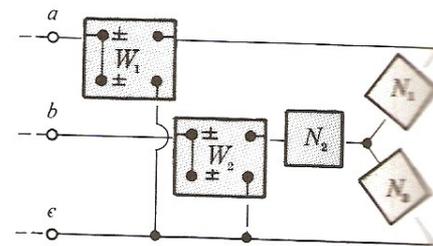
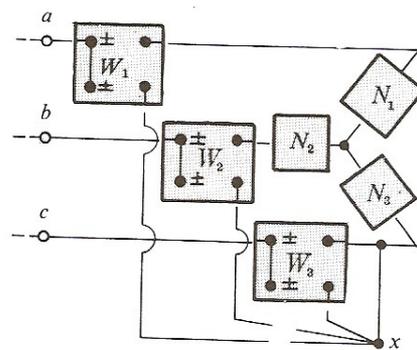
A potência total pode ser medida somente com dois vatímetros



(a)



(b)



(d)

Fig. 8.6-

- Cargas equilibradas em estrela

- $E_L = \sqrt{3}E_p$ e $I_L = I_p$

- A corrente I_n é nula

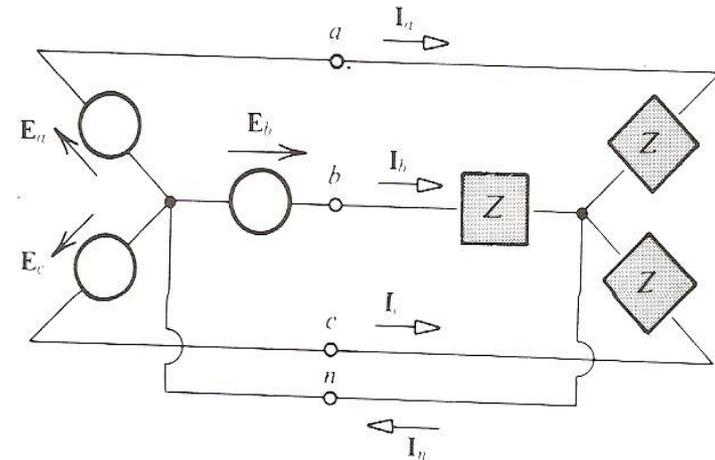
- $P_{total} = 3P_p = \sqrt{3}E_L I_L \cos\theta$

- $Q_{total} = 3Q_p = \sqrt{3}E_L I_L \sin\theta$

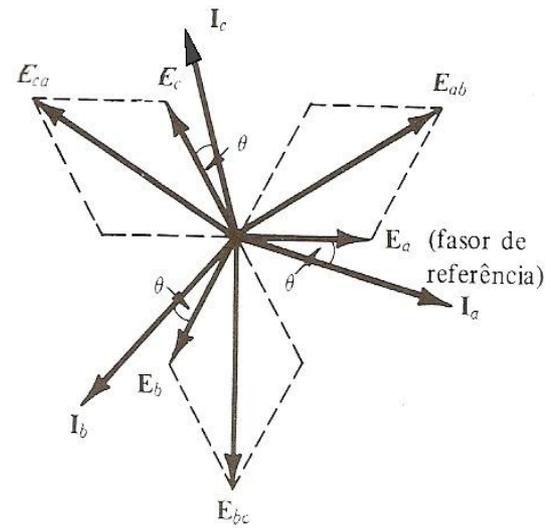
- $|EI| = \sqrt{3}E_L I_L$

- Fator de potência:

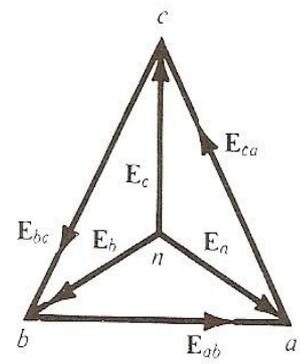
$$P_{total} / |EI| = \cos\theta$$



(a)



(b)



(c)

Fig. 8.6-8

- Sejam P_1 e P_2 as leituras de W_1 e W_2 .
 Mostre que, para a seqüência de fase a, b, c: $P_1 = E_L I_L \cos(30^\circ - \theta)$
 $P_2 = E_L I_L \cos(30^\circ + \theta)$

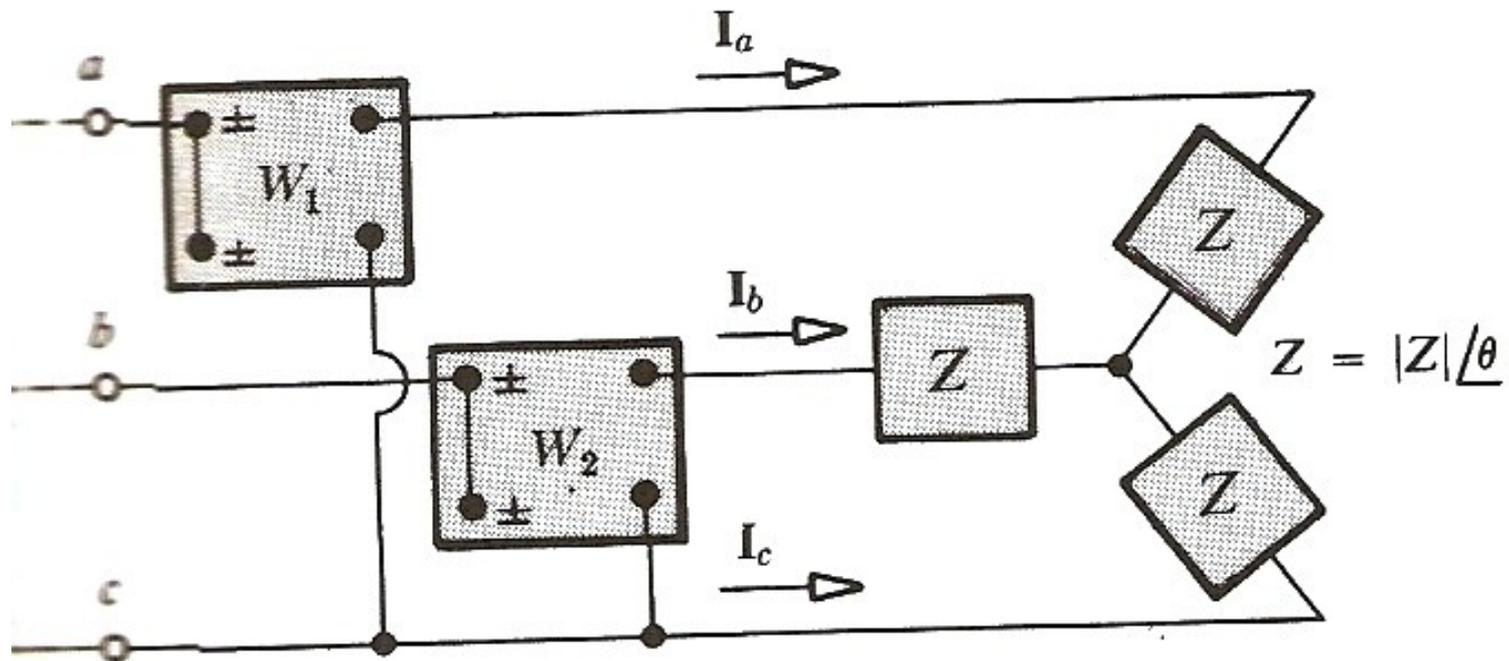
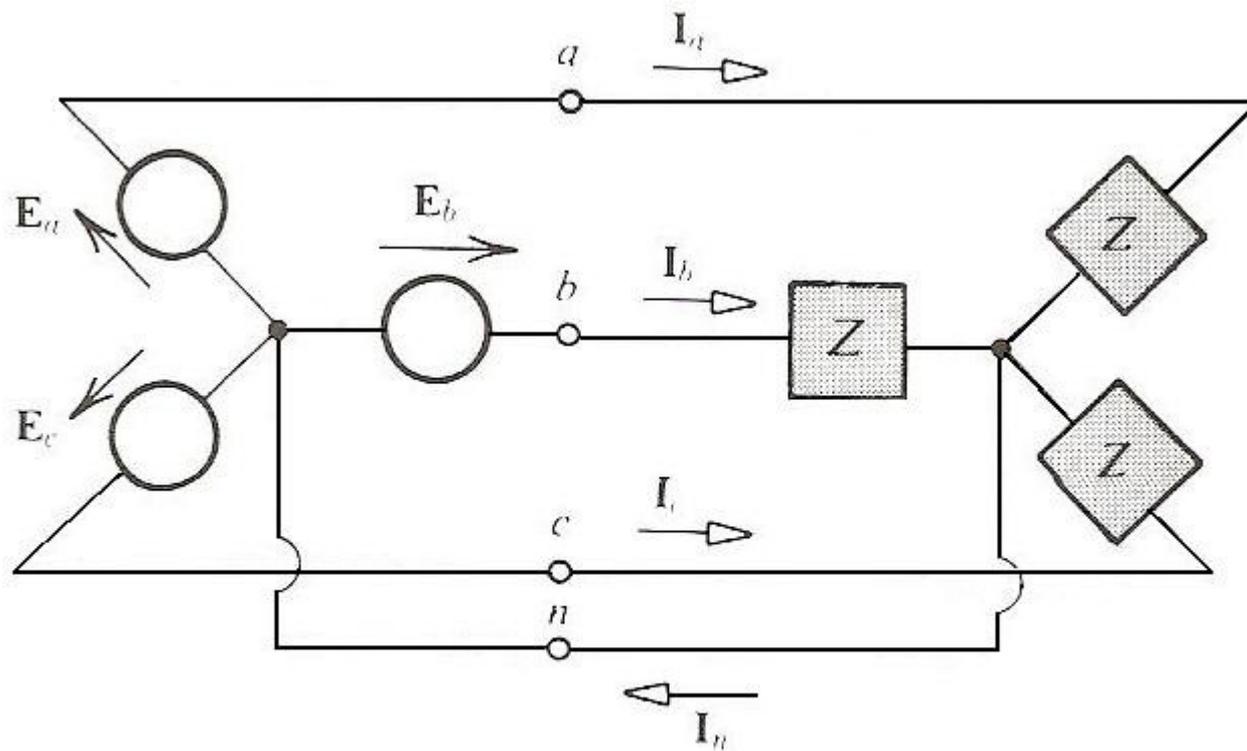


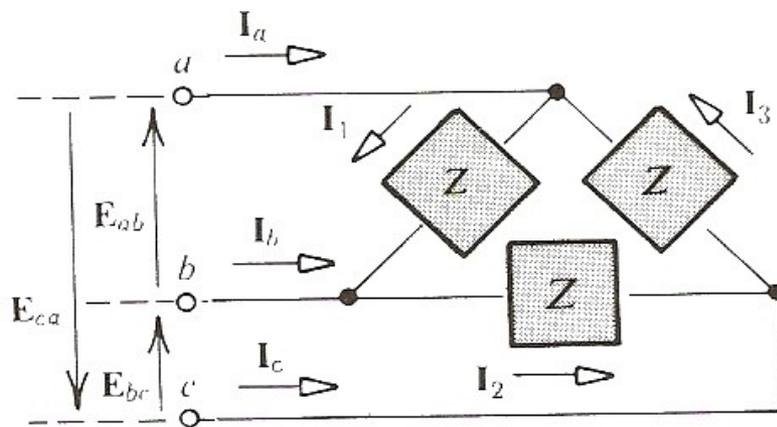
Fig. 8.6-10

- Carga equilibrada (com ou sem fio neutro): $p(t) = P \Rightarrow$ a potência instantânea total é constante (é uma vantagem de um sistema trifásico)

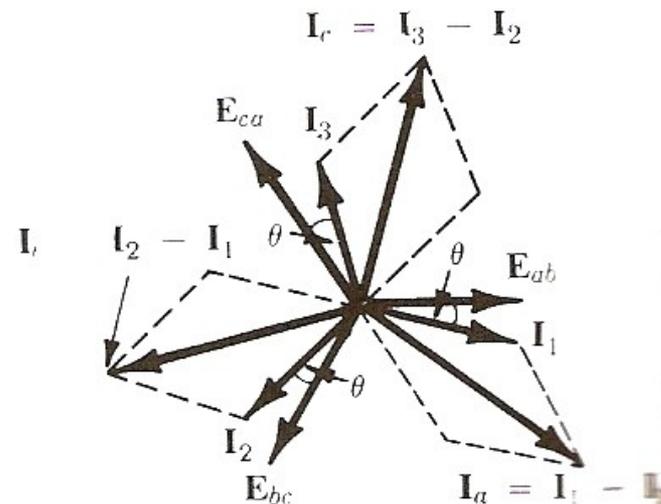


Cargas equilibradas em triângulo

- $E_L = E_p$ e $I_L = \sqrt{3}I_p$
- $P_{total} = 3P_p = 3E_p I_p \cos\theta$
- $Q_{total} = 3Q_p = 3E_p I_p \sen\theta$
- Fator de potência: $\cos\theta$
- $|EI| = \sqrt{3}E_L I_L$
- $I_a + I_b + I_c = 0$



(a)



(b)

Fig. 8.6-11

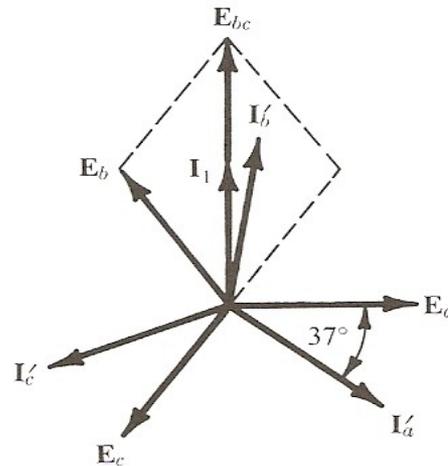
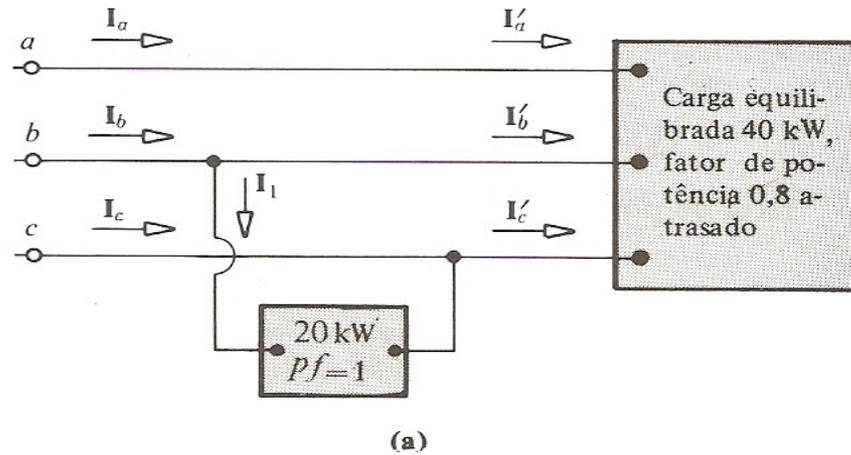
Transformações delta-estrela e vice-versa:

vide quadro-negro

... o assunto é do capítulo 7

(pags. 343 e 346)

Ex: determine o valor eficaz de cada corrente na linha do circuito abaixo cuja seqüência de fase é a,c,b e tensão de linha é de 208V.



Problemas