



RESISTÊNCIA DO CONCRETO À TRAÇÃO
MARIO BRANDI PEREIRA - 1937 / 1939

EDUARDO C. S.
 THOMAZ
 NOTAS DE AULA

**REVISTA
 MUNICIPAL
 DE
 ENGENHARIA**



N.º 5 SETEMBRO, 1939 VOL. VI

Prefeito do Distrito Federal:
 Dr. Henrique de Toledo Dodsworth

Secretário Geral de Viação, Trabalho e Obras Públicas:
 Engenheiro Edison Junqueira Passos

Diretor Gerente
ARNALDO DA SILVA MONTEIRO JUNIOR

Redator chefe
FELICIANO PENNA CHAVES

Redatores:

Arquitetura	Herminio Andrade e Silva
Estruturas	Luiz O. Pinheiro Guedes
Materiais	A. Raposo de Almeida
Organização e Administração	H. Castro Faria
Saneamento	J. Oliveira Reis
Urbanismo	J. Oliveira Sampaio
Viação	Luiz Ribeiro Soares
Vários	J. H. S. Queiroz

SUMÁRIO

RIO MODERNO (fotografia)	496
PAÇO MUNICIPAL DE S. PAULO — Herminio de Andrade e Silva, Edwaldo M. de Vasconcellos, Armando Stamile e Domingos de Paula Aguiar	497
ESTUDO DE UM "STAND PIPE" — Oscar de Niemeyer Filho	510
DEPOSITO CENTRAL DE MATERIAL SANITÁRIO E CIRURGICO DO EXERCITO — Manfredo de Araujo Carvalho	512
INSOLAÇÃO DOS EDIFICIOS NO RIO DE JANEIRO — Herminio de Andrade e Silva	515
RESISTÊNCIA DO CONCRETO A TRAÇÃO; SUA CORRELAÇÃO COM A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO — Mario Brandi Pereira	526
NOTAS SOBRE O "FERRO DE PACOTE" — E. Orosco	537
CALCULO ESTATICO COM MODELOS ELASTICOS — William J. Eney	542
2.ª REUNIÃO DOS LABORATORIOS DE ENSAIO — Augusto Hormeyll	551
O PATRIMONIO HISTÓRICO E ARTISTICO NACIONAL — Rodrigo Mello Franco de Andrade	552
O CODIGO CIVIL E O DIREITO DA PROPRIEDADE IMÓVEL — Waldemar Paranhos de Mendonça	557

**RESISTÊNCIA DO CONCRETO À TRAÇÃO E SUA
CORRELAÇÃO COM A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO**

Eng^o Mario Brandi Pereira

L.F.O.C.S - Laboratório Federal de Obras Contra a Seca.

A) — INTRODUÇÃO

1) Sob o ponto de vista de resistência mecânica, sempre se deu mais atenção, no concreto, à compressão, uma vez que tal material, por si só, não era considerado como destinado a trabalhar à tração.

Entretanto ultimamente, a atenção dos especialistas volta-se para a resistência à tração do concreto; e para isso ha poderosas razões.

Entre as principais, figura a questão da segurança contra o fendilhamento quasi inevitavel na zona tendida das peças em concreto armado. E' necessario evitar essas fissuras, ou mantê-las em um estado inofensivo à segurança da obra.

No "Deuxieme Congrès de L'Association Internationale des Ponts et Charpentes", essa questão foi debatida sob o titulo: "Moyens d'augmenter la resistance a la traction et diminuir la formation de fissures dans les bétons".

Em trabalho apresentado sobre este objeto, diz E. Bornemann (1):

“Eviter les fissures dans le béton et maintenir dans des limites qui les rendent non nuisibles les fissures inévitables, tel est devenu le but de l’investigation des matériaux et du développement de la construction en béton et en béton armé dont l’importance a augmenté encore avec l’effort fait pour admettre de plus fortes sollicitations. Il faut souligner encore la relation qui existe entre la fissuration et la résistance a la traction du béton et la nécessité d’augmenter cette dernière.”

2) O processo de fissuração em uma peça de concreto armado é de dificultosa determinação, sendo objeto de estudos intensivos de varios cientistas da atualidade, como Emperger, e outros.

Ha varios fatores que influem na questão do fendilhamento na zona tracionada: a extensibilidade do concreto; sua capacidade de escoamento por viscosidade; o desenvolvimento da aderencia entre ferro e concreto, a superficie total dos ferros, e finalmente a **resistência à tração do concreto**.

(1) — La Resistance a la traction et la fissuration du béton, E. Bornemann, Deuxieme Congrès.

Quando for possível evitar as fissuras devidas às sobrecargas, a **resistência à tração** é que prepondera na questão de segurança contra o fendilhamento; e essa será tanto maior quanto mais alta fôr a citada resistência.

3) No dimensionamento dos revestimentos rodoviários de concreto simples, é a resistência a tração que intervém; quanto maior seja ela, menor será a espessura do revestimento, e mais econômico portanto o seu custo. É pois de grande importância, aqui, o seu conhecimento perfeito (2).

4) Outro grande campo, e importantíssimo, onde se faz mister conhecer-se a resistência à tração do concreto, é o dimensionamento dos tubos de concreto armado, trabalhando a pressão interna, hoje, de grande aplicação na condução de água. O cálculo de tais tubos mostra, com efeito, que os principais esforços a que estão submetidos, são de tração; sendo necessário o conhecimento dessa resistência para seu dimensionamento.

5) Nestas ligeiras considerações, mostrámos três vastos campos onde se faz mister o conhecimento da resistência à tração do concreto. Isto justifica o interesse que tem havido nas pesquisas concernentes à mesma.

(2) — A esse respeito veja-se: Mario Brandi Pereira, Rodovias de Concreto. Separata do Boletim D. E. R., Outubro de 1937 — São Paulo.

B) — FATORES QUE INFLUEM NA RESISTÊNCIA A TRAÇÃO DO CONCRETO

1) Na procura de qualquer lei ou características relativas a resistência à tração, ou a sua ligação a resistência à compressão, devemos observar dois pontos primordiais:

- 1º) Ou a resistência à tração "F" se acha pura e simplesmente ligada, por uma lei dada, à resistência à compressão R, de modo que a um valor de uma corresponda um só valor de outra:

T ou $F = f(R)$ seria a expressão analítica dessa função.

T ou $F =$ resistência à tração simples e na flexão $R =$ resistência à compressão.

- 2º) Ou a resistência à tração se acha ainda ligada por uma lei à resistência a compressão, porém ha outros fatores que influem especialmente na resistência à tração, fazendo com que a um mesmo valor de R corresponda mais de um valor de F. Nesse caso, para cada tipo de concreto com características próprias (natureza e dimensões do agregado, natureza do cimento, etc.) haveria uma relação definida:

$$F = \varphi(R, C)$$

sendo C, uma grandeza definidora das outras variáveis.

Analizemos separadamente cada hipótese:

No primeiro caso, os fatores que influenciariam na resistência à tração, seriam evidentemente os mesmos que na resistência à compressão.

Deste modo, com o fim de proporcionar concreto de elevada resistência à tração, deveríamos adotar os mesmos princípios que são impostos nas regras clássicas concernentes à compressão: baixo fator água/cimento, granulometria adequada, consistência compatível com o sucamento e dimensões da estrutura e outras bem conhecidas.

No segundo caso, além desses já citados, poderiam ainda intervir outros fatores especiais.

Exemplificando: com um mesmo fator a/c o uso de pedra britada em vez de pedregulho, a adoção de diferentes diâmetros máximos, poderiam modificar a resistência à compressão. Passemos pois em revista, dentro desses dois princípios, as conclusões já tiradas:

Em nosso trabalho citado, "Rodovias de Concreto", salientámos alguns resultados dos estudos que foram levados a efeito por Kellerman nos EE. UU. e Ferét, na França.

Ferét (3), nos estudos que fez, conclue principalmente que: para uma dada resistência à compressão, a resistência à flexão diminui se se aumentar a dimensão do diâmetro máximo do agregado gráudo; bem assim diminui a resistência à tração com o emprego de materiais rolados, em vez de britados.

Bornemann, em sua obra citada, também afirma a melhoria da resistência à tração com o uso de materiais britados.

Resumindo, são dadas como principais causas particulares, capazes de melhorar a resistência à tração:

- a) — o uso de agregado graúdo britado;
- b) — o uso de agregado graúdo calcáreo;
- c) — o uso de menores diâmetros máximos.

Relativamente à primeira conclusão, objetiva-se que a pedra britada usada como agregado graúdo, exige mais água para uma mesma consistência, prejudicando, assim, a vantagem decorrente da melhoria da resistência à tração.

Quanto à segunda conclusão, não vimos nada que se lhe objetasse; aceitamos essa afirmativa como verdadeira, embora não fizessemos tal verificação.

A terceira conclusão foi verificada em vários ensaios de laboratório; porém não parece ter sido levado em conta a dimensão dos corpos de prova. De fato, com um diâmetro máximo de 50 mm, não se póde comparar o resultado com o diâmetro de 22 mm, em fôrma apropriada para este ultimo. Resulta, para o primeiro, um máu acamamento dos corpos de prova que traz, como consequência uma diminuição da resistência à tração. Quando se empregar tais fôrmas, deve-se corrigir o fato, socando-se mais energeticamente o corpo de prova de maior diâmetro máximo, afim de provocar um acamamento completo, que evite a criação de zonas fracas.

2) As outras condições que influem no aumento da resistência à tração são de ordem geral:

- a) o uso de melhor cimento: quanto maior fôr

- a) o uso de melhor cimento: quanto maior fôr a resistência à tração do cimento, tanto maior será a do concreto com ele feito. Segundo afirma Bornemann é preciso que o ensaio à tração do cimento seja feito com areia graduada e consistência plástica para que se possa compara-lo ao ensaio do concreto.

Em geral, a resistência à tração do cimento cresce com sua resistência à compressão; segundo Féret tal afirmativa não se aplica aos cimentos de alta resistência inicial, que, para uma mesma resistência à compressão, possuem menor resistência à flexão que os "portland" normais;

- b) a resistência à tração cresce diminuindo o teor a/c, cresce com uma cura bem feita, cresce com a idade, cresce com o melhor socamento, cresce com uma granulometria adequada (análoga às curvas para compressão). São causas, pois, comuns às que influem sobre a resistência à compressão.

C) — RELAÇÃO ENTRE AS RESISTÊNCIAS Á TRAÇÃO E Á COMPRESSÃO

Vamos passar agora ao que mais nos interessa nesse estudo: a relação entre as duas fórmulas citadas de resistência mecânica.

Como a resistência à compressão é mais comumente determinada, com a relação que se obtiver, ter-se-á sempre o valor da resistência à tração.

Por ser a que mais interessa, a resistência aqui a ser considerada, é a tração na flexão, cujo valor é dado pela formula

$$F = \frac{6M}{bh^2}$$

sendo **b** e **h** as dimensões da secção do corpo de prova, e **M** o momento de flexão.

Segundo Bornemann (op. cit.) ainda não havia sido até então (1936) determinada uma lei ligando as duas resistências.

(3) — Resistance a la traction et a la compression des mortiers et Betons. Revue de Materiaux de Constructions, todos os numeros de 1936.

“Dans toutes les relations que l'on a proposées, la dispersion est forte”.

Assim, cita resultados de Graf, Gutmann, Dutron, nos quais não era possível a distinção de uma lei definida.

Entretanto, continua Bornemann, reduzindo as diversas variáveis, Hummel conseguiu determinar uma relação:

$F = R^x$, onde x variava entre 0,55 e 0,75 que representava com mais regularidade a relação.

No entretanto, Féret, em seu trabalho citado,

No entretanto, Féret, em seu trabalho citado, estudando longamente a ligação das duas resistências, mostrou a existência nítida de uma lei geral $F = aR^x$, cuja pintura geométrica era uma curva parabólica.

A expressão é $F = aR^x$; em vez de $F = R^x$; devido aos já citados fatores que influem na resistência à tração; "a" será um parâmetro definindo cada tipo de concreto caracterizado por estas particularidades (qualidade do cimento, natureza e dimensão do pedregulho, etc.).

Essa relação póde porém ser substituída por uma mais simples:

$F = a\sqrt{R} + b$, que é a equação de uma linha réta.

Aqui, **a** e **b** são parâmetros a determinar debaixo de diversas condições.

Nos ensaios que Féret executou, bem como nos feitos por outros, os valores de **a** e **b** variavam bastante, fornecendo assim várias relações diferentes ou diversas rétas.

Assim sendo, haveria mais de uma relação definida entre as duas resistências; cada concreto teria sua relação própria. É o que conclue o grande pesquisador francez.

Porque tal diversidade?

Em primeiro lugar, deve-se observar as condições do ensaio. Para cada formato de corpo de prova de flexão ou compressão, para cada tipo de carregamento, enfim, para cada processo de execução do ensaio, os valores de **F** e **R** são diferentes, acarretando, portanto, a divergência dos parâmetros.

E' de se esperar pois que, uma vez fixado completamente o método de ensaio em seus menores detalhes, os parâmetros **a** e **b** variem muito pouco.

Restam, entretanto, as influências que citámos atrás, ou sejam aquelas que definem cada tipo de concreto, como: diferentes diâmetros máximos, diferentes naturezas do agregado, etc.

Si essas influências forem marcantes, teremos então uma lei para cada caso, conforme o tipo de concreto, isto é, temos sempre a necessidade da determinação dos parâmetros, sem poder apresentar uma relação média, de equilíbrio ou de primeira aproximação, como conclue Féret.

Impõe-se, porém, uma observação. Os métodos de ensaio de corpos de prova de concreto, por mais bem estudados e perfeitos que sejam, são ainda envolvidos de defeitos inevitáveis, de modo que, desde a execução até a rutura dos corpos de prova vão-se acumulando uma série de erros. Assim sendo, nunca se póde esperar o mesmo resultado, no sentido puro, no ensaio de dois corpos idênticos. Ha sempre uma tolerância, que, aqui, gira em torno de 10%, já com severidade.

Ora, si a variação que citámos atrás, dos diversos parâmetros, **fôr também d'esta ordem de grandeza ou pouco maior**, podemos despreza-la, e considerar uma relação média de ligação entre as duas resistências; a qual, **dentro de condições definidas de ensaio**, seja a representativa da **lei média geral**, que fôra pesquisada.

Isto não impede, porém, que se pesquize para cada concreto a lei mais particular e exata; porém já se tendo, em primeira aproximação, a ligação procurada.

Com o fim de verificar a existência desta lei, bem como o de constatar a grandeza das variações citadas, resolvemos executar uma série de ensaios de pesquisa: o resultado dos mesmos é do que vamos tratar.

D) — DETERMINAÇÃO DA LEI LIGANDO F a R

Por ocasião da primeira reunião de Laboratórios de Ensaio de Materiais, no Rio de Janeiro, em Setembro de 1937, apresentámos os resultados primeiros dos estudos que vínhamos empreendendo.

N'essa mesma ocasião, o engenheiro Fernando Carneiro, do Instituto Nacional de Tecnologia, apresentou identico estudo e com resultados analogos ao nosso.

Este ultimo estudo está publicado na revista "Concreto n.º 1", e ambos nos Anais da 1ª Reunião.

No entretanto, nos guardámos de julgar tais resultados como definitivos; primeiro porque não foi muito grande o número de determinações feitas, e depois porque resolvemos modificar o método de execução do ensaio.

Tais resultados, porém, confirmaram exatamente a lei proposta por Féret.

Constatámos a existência da relação

$$F = 3.47 \sqrt{R} - 13.70$$

Determinação análoga fez o engenheiro Fernando Carneiro; os parâmetros que achou eram pouco diferentes dos acima, e as duas rétas, quasi se confundiam.

No seu trabalho citado, o Engenheiro Fernando Carneiro publicou a relação em forma de curva, onde em vez de \sqrt{R} figuravam os próprios valores de R.

Animados por essa primeira série de resultados, resolvemos executar então uma grande série de ensaios, em que fizéssemos intervir varias condições, abrangendo um campo extenso do emprego dos concretos.

Assim, executámos diversos traços, com pedra britada e pedregulho, e com diâmetros máximos variando de 25 a 50 mm.

Desta fórma, levámos em consideração os factores já citados atrás, e que nos permitiram uma interpretação mais completa do problema.

E) — ENSAIOS EFETUADOS

Conforme ficou dito, o fim visado com estes ensaios foi o da obtenção de pontos representativos dos valores de F e R, afim de estabelecer sua correlação; bem como o de examinar as possíveis influências, nessa relação, da variação da natureza do agregado (brita ou pedregulho), e dos diversos diâmetros máximos do agregado graúdo.

Assim foi estabelecido o programa dos ensaios:

Cimentos: "Portlands" normais, nacionais, de endurecimento lento, e duas marcas distintas: A e B.

Agregado miúdo: Areia rolada, do rio Tieté, limpa e com os seguintes característicos:

Diâmetro máximo	4.80 mm
Módulo de finura	2.85

A composição granulométrica é a constante da tabela 1.

Agregado graúdo: Pedra britada e pedregulho rolado do rio Tieté, com diâmetros máximos de 25, 38 e 50 mm, e com as seguintes características:

Pedregulho:

Diâmetro máximo	25 mm
Módulo de finura	6.76

A composição granulométrica é a constante da tabela 2.

Diâmetro máximo	38 mm
Módulo de finura	6.90

A composição granulométrica é a constante da tabela 3.

Diâmetro máximo	50 mm
Módulo de finura	7.50

A composição granulométrica é a constante da tabela 4.

Pedra britada: as mesmas características granulométricas.

Número de traços: Quatro traços distintos em peso 1:4; 1:5; 1:6; 1:7; ou ainda, 1:1, 2:3.8; 1:1.6:3.4; 1:2.22:3.78; 1:2.94:4.06.

Nestes traços a porcentagem do agregado miúdo foi de 30, 32, 37 e 42%, respectivamente.

Número de ensaios: Com cada tipo de cimento, e cada diâmetro máximo, foram executados os quatro traços citados para ruturas em idades distintas.

Foram assim feitos 16 corpos de prova de compressão e 16 de flexão, dando um total de 8 pontos, em cada tipo de concreto. Como são três diâmetros máximos e duas qualidades de cimentos, ter-se-á um total de 48 pontos.

Cada ponto é a média de duas resistências a tração e duas a compressão; assim foram feitas...
 $48 \times 4 = 192$ determinações.

Resumindo: para o pedregulho, executou-se:

A_{25}	7 dias 14 dias	A_{38}	7 dias 28 dias	A_{50}	3 dias 28 dias
----------	-------------------	----------	-------------------	----------	-------------------

B_{25}	3 dias 28 dias	B_{38}	7 dias 28 dias	B_{50}	14 dias 28 dias
----------	-------------------	----------	-------------------	----------	--------------------

A e B são as marcas dos cimentos, os índices são os diâmetros diversos usados.

E para pedra britada, foi feito um menor número de determinações:

A_{25}	7 dias	A_{50}	3 dias
	14 dias		28 dias

B_{25} 7 dias
28 dias; em um total de 22 pontos ou 88 determinações.

O número total de pontos achados foi pois de $48 + 22 = 70$, correspondendo a 280 determinações. Desse número já é licito esperar-se qualquer coisa de positivo.

Comparação dos resultados: A influência da variação dos diâmetros máximos foi estudada, observando-se o concreto feito com o cimento "B"; os traços que se compararam foram executados rigorosamente com o mesmo fator a/c, afim de só intervir a dita variação.

A comparação dos concretos de pedregulho e pedra britada, foi feita observando-se o resultado conjunto dos dois materiais.

Consistência do concreto: Em todos os ensaios a consistência, determinada por observação visual, foi medianamente plástica; havendo pequenas variações para mais ou menos, conforme o tipo de concreto estudado.

Método de execução do ensaio: Os ensaios de compressão foram executados segundo o método M¹ do I. P. T., e já bastante divulgado entre nós. Para o ensaio de flexão, guiamo-nos por algumas recomendações do Regulamento Francez de Concreto Armado, (4) e por outros que a prática nos indicou, conforme se segue:

Formato do corpo de prova: Prisma réto da base quadrada.

Dimensões: 55 x 12 x 12 cm. O vão de rutura foi $l = 48$ cm. ou seja 4 vezes a dimensão do lado da secção transversal conforme recomenda o citado Regulamento.

Natureza das fôrmas: Usámos fôrmas de madeira, assentes sobre chapas metálicas. As paredes da fôrma foram impermeabilizadas com uma pintura de parafina e óleo quente; as juntas tornadas com uma mistura de cêra virgem e óleo mineral.

As fôrmas inteiramente metálicas são muito caras, devido à grande espessura que deverão ter suas paredes para não se deformarem elasticamente sob a ação do socamento.

(4) — Regulamento da Câmara Sindical.

Confecção dos corpos de prova: Foram executados, enchendo-se a fôrma com duas camadas de concreto; cada camada recebeu 100 golpes do soquete "standard" usado nos ensaios de compressão. O número de golpes foi fixado de modo que o socamento total fosse o mesmo que nos ensaios de compressão.

Após 12 horas de permanência nas fôrmas o corpo de prova era arrematado com pasta de cimento.

Ruturas dos corpos de prova: Em máquinas de flexão Amsler, sob a ação de uma carga concentrada no meio do vão. A velocidade de carga foi de 0.5kg/cm²/seg; a face tendida foi a que esteve em contáto com a chapa metálica.

F) — RESULTADOS OBSERVADOS

Afim de permitir a comparação a que nos referimos atrás, grupámos separadamente os resultados referentes aos diâmetros máximos de 25,38 e 50 mm. E' o que mostram, respectivamente, as figs. 1, 2 e 3. Grupámos, outrosim, os resultados referentes a pedra britada (fig. 4). Como se vê, todos os pontos se situaram em torno de uma linha réta, afirmando mais uma vez a existênciá nitida da lei citada.

Influência dos diferentes diâmetros máximos na resistência à flexão:

Nestes ensaios por nós efetuados, não se constatou de modo sensível tal influência.

A variação máxima obtida, partindo-se de pequena resistência a compressão utilizável ($R=64\text{kg/cm}^2$) foi de 3kg/cm^2 na flexão, ou seja $F = 23$ a 26kg/cm^2 . Esta variação, do menor para o maior, foi de 11.5% , sendo muito menor a da média para os extremos (fig. 5).

Assim, dentro das condições expostas, dentro dos limites que marcaram nossos ensaios, dentro do número de experiências feitas, podemos dizer que não há influência sensível pela variação dos diâmetros máximos, na resistência à flexão.

É preciso porém notar: O socamento dos corpos de prova de flexão deve ser feito **sempre com energia suficiente para dar a compactação necessária, sendo, pois, mais energético para maiores diâmetros máximos.**

Influência da natureza do agregado (Brita ou Pedregulho): Em nossos ensaios também não notamos tal. Houve mesmo quasi coincidência das retas representativas dos concretos feitos com pedra britada e pedregulho com o diâmetro máximo de 25 mm .

A' vista dos resultados acima expostos, juntamos todos os pontos em um só gráfico, para com eles determinar uma única relação, que seria a relação média, de equilíbrio, de que já falamos.

Afim de eliminar o critério pessoal, que permitiria obter varias retas fazendo ao conjunto ou faixa de pontos, resolvemos aplicar, para determinação da réta, um critério estatístico.

Como já fizéramos por ocasião do citado estudo de nossa autoria, tivemos a idéa de verificar a correlação, no sentido estatístico, existente entre as grandezas F e R.

Intentemos dar uma ligeira noção do problema da correlação, de acôrdo com as notas de aula do Professor Luiz Mendonça, da Escola Politécnica de São Paulo.

Duas grandezas variaveis X e Y, estão em correlação perfeita, quando um determinado valor da variavel X só se associa com um particular valor da variavel Y e vice versa.

Desde que não haja nem uma possibilidade de tal, diz-se que ha independência entre as duas grandezas.

Representando graficamente o exposto temos a figura A.

Nessa figura, é mostrado o critério de independência, os pontos representativos de X e Y se agrupam sobre duas rétas normais entre si; não ha função alguma ligando X a Y.

Na figura B, temos a representação da correlação perfeita; os valores de X e Y se colocam sôbre a mesma curva (em casos particulares, uma réta — correlação linear).

Partindo-se porém da independência entre as duas variáveis X e Y, até a sua perfeita correlação, obtêm-se rétas cortando-se em angulos cada vez menores.

São as chamadas rétas de regressão; uma representando a regressão de X para Y e outra a regressão de Y para X.

Geralmente, em ciência experimental, nunca se obtem correlação perfeita entre duas variáveis, ainda que haja uma ligação matemática entre elas; as flutuações devidas aos erros dos ensaios determinam as oscilações dos pontos.

E' claro, porém, que quanto mais próximo se estiver do perfeito, mais agudo é o angulo que fazem entre si as duas rétas.

Segundo se deduz na Estatística Matemática, o ponto de intercessão das duas rétas, tem por coordenadas as médi as aritméticas dos XX e dos YY.

A correlação tem por medida um coeficiente:

$$r = \frac{\sum x y}{N(\sigma x)(\sigma y)} \quad (1), \text{ em que:}$$

x e y são os afastamentos dos diversos valores das variáveis em relação às respectivas médias aritméticas; N a frequência ou número de observações; σx e σy os desvios padrões de cada grupo.

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}} \quad (2) \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N}} \quad (3)$$

$r = + 1$, quando a correlação for perfeita e positiva
 $r = - 1$, quando a correlação for perfeita e inversa.

Quando "r" está entre 0.7 e 1.0, diz-se que a correlação vai de boa a perfeita; o valor "r" é o chamado Índice de Pearson.

Conforme explicamos, temos duas retas concorrentes para representar o fenômeno da correlação. Para fins práticos bastaria uma; ao nosso ver a bissetriz do ângulo formado pelas duas é a mais qualificada para tal.

Organizamos então o quadro das determinações feitas.

Efetuada os cálculos, achamos os seguintes valores:

$$\sigma_F = 10.59 ; \sigma_{\sqrt{R}} = 3.30$$

σ_F e $\sigma_{\sqrt{R}}$ são os desvios padrões respectivamente das variáveis F e \sqrt{R} .

Aplicando a formula (1) vem:

$$r = \frac{2245.43}{67 \times 10.59 \times 3.30} = 0,953, \text{ pois}$$

$$N = 67$$

$$\sum xy = \sum f \sqrt{r} = 2245.43,$$

onde "f" e \sqrt{R} são os afastamentos em relação á média.

O valor de "r" acusa uma alta correlação linear.

EQUAÇÕES DE REGRESSÃO

São dadas pelas formulas:

$$F - M_F = r \frac{\sigma F}{\sigma \sqrt{R}} \left(\sqrt{R} - M_{\sqrt{R}} \right)$$

$$R - M_{\sqrt{R}} = r \frac{\sigma \sqrt{R}}{\sigma F} \left(F - M_F \right)$$

onde M_F e $M_{\sqrt{R}}$ são as médias aritméticas dos FF e das \sqrt{R}

Calculando vem:

$$F = 3.04 \sqrt{R} - 1.70$$

$$F = 3.38 \sqrt{R} - 6.10 \text{ ou sejam}$$

$$a = 3.38 \text{ e } 3.04$$

$$b = 6.10 \text{ e } 1.70.$$

Essas duas retas se cortam em um ponto cujas coordenadas são:

$$\sqrt{R} = \frac{-6.10 + 1.70}{3.38 - 3.04} = -12.94$$

$$F = 3.04 \times -12.94 + 1.70 = -37.63$$

13.0 e 37.8 são os valores determinados das médias aritméticas; as diferenças. se prendem a erros de aproximação.

Equação da bissetriz

Calculando-se de acordo com a Geometria Analítica, tem-se para seu valor:

$$F = 3.21 \sqrt{R} - 4.01$$

Obs. de Eduardo Thomaz : Segundo a Geometria Analítica, a equação da bissetriz do menor ângulo formado por duas retas é obtido da igualdade :

$$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = (-) \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

$$\text{reta 1} = [F - 3,04 \text{ Raiz}(R) + 1,70 = 0] ; \text{ reta 2} = [F - 3,38 \text{ Raiz}(R) + 6,1 = 0]$$

CONCLUSÕES

Constatemos, agora, a importância prática dos ensaios de resistência à flexão. Em um país como o nosso, enorme e de difíceis comunicações, não é fácil, e é mesmo muito difícil, a instalação de um laboratório mais amplo de campo, junto à cada obra de concreto (pontes, túneis, canais), principalmente quando se faz mister a instalação de uma máquina de compressão para ruptura dos corpos de prova, pois tal máquina (para grande capacidade) exige corrente elétrica, às vezes com voltagem diferente da existente para os outros serviços da obra; sua aquisição é custosa, pois é necessária uma prensa que tenha capacidade de carga suficiente para romper um concreto que resista até 350 kg/cm^2 , resistência várias vezes obtida em alguns serviços nossos. Isto exige uma prensa com capacidade de 62 tons., com os nossos corpos de prova.

Si ha obras que comportam tais instalações, outras ha (e inúmeras), em que tal não é econômico, fazendo-se necessário enviar os c.p. a um Laboratório Central.

Esse transporte, em grandes distancias, apresenta dois inconvenientes: os corpos de prova têm que se submeter, primeiramente, no próprio local da obra, a um início de sazonalamento, no mínimo de 3 dias para suportar o transporte. Durante este, devem ir muito bem acondicionados em um meio úmido (areia molhada, serragem); em regiões muito quentes e secas e se o transporte for demorado, como é comum entre nós, ocorrerá, provavelmente evaporação da umidade, prejudicando a cura do concreto.

Os resultados só chegarão a obra no fim de varios dias, dada a dificuldade de comunicações, o que diminue sensivelmente a eficiencia do controle.

Será pois de toda conveniência um reforço do mesmo, feito no próprio local. E, para isso o ensaio de flexão se presta admiravelmente. Com efeito, é facil e econômica a obtenção de uma máquina de flexão manual (bomba a oleo, ou alavanca). A capacidade de carga da mesma será muito menor do que u'a de compressão, para o mesmo material, devido a diferença de grandeza das duas resistências.

O encarregado do serviço terá, assim, um controle permanente e imediato de seus corpos de prova; além desse controle diario, o ensaio de compressão, feito no Laboratório Central, confirmará ou não os resultados obtidos, permitindo verificar a exatidão da lei que liga as duas resistências.

Acresce notar que o controle do concreto empregado na verificação da resistência à compressão desde que o ensaio de flexão feito na obra seja em condições idênticas às descritas neste trabalho; si houver ao cabo de alguns ensaios uma discrepância importante achar-se-á, rapidamente, outra relação para o material que se esteja empregando, e a mesma será então a lei para o caso.

A vista do exposto, julgamos oportuno apresentar à aprovação do Congresso as seguintes:

Conclusões:

- 1º) O VII Congresso Nacional de Estradas de Rodagem aconselha aos Departamentos Especializados e Laboratórios de Pesquisas do país, o estudo da resistência à tração do concreto, e sua ligação com a resistência à compressão, visando a determinação de um método uniforme de ensaio de flexão e de uma lei que relacione as duas formas citadas de resistência.

- 2º) O VII Congresso Nacional de Estradas de Rodagem aconselha aos Departamentos Especializados que se procure experimentar o reforço do controle do concreto empregado em pontes, estradas, revestimentos, etc., com o ensaio de flexão executado no próprio local da obra; definindo-se convenientemente as condições de ensaio afim de se ter uma base de comparação.

TABELA 1
AGREGADO MIUDO
 Areia do Rio Tieté

PENEIRAS (aberturas em mm)	PORCENTAGENS EM PESO	
	RETIDAS	ACUMULADAS
4,8	5	5
2,4	11	16
1,2	17	33
0,6	22	55
0,3	27	82
0,15	12	94
0,15	6	

Módulo de finura: — 2,85
 Diâmetro máximo: — 4,80 mm

TABELA 2
PEDRA BRITADA E PEDREGULHO
DIAMETRO MÁXIMO — 25 MM

PENEIRAS (aberturas em mm.)	PORCENTAGENS EM PESO	
	RETIDAS	ACUMULADAS
70		
38		
25	1	
19	30	31
9,5	30	61
4,8	20	81
2,4	10	91
1,2	6	100
0,6		100
0,3		100
0,15		100
0,15		

Módulo de finura: — 6,76
 Diâmetro máxima: — 25mm

TABELA 3
PEDRA BRITADA OU PEDREGULHO
DIAMETRO MÁXIMO — 38 MM

PENEIRAS (aberturas em mm)	PORCENTAGENS EM PESO	
	RETIDAS	ACUMULADAS
50		
38	3	3
25	9	
19	18	30
9,5	42	72
4,8	18	90
2,4	5	95
1,2	5	100
0,6		100
0,3		100
0,15		100
0,15		100

Módulo de finura: — 6,90

Diâmetro máximo: — 38 mm

TABELA 4

PEDRA BRITADA E PEDREGULHO

DIAMETRO MÁXIMO — 50 MM

PENEIRAS (aberturas em mm)	PORCENTAGENS EM PESO	
	RETIDAS	ACUMULADAS
50		
38	10	10
25	40	
19		50
9,5	40	90
4,8	10	100
2,4		100
1,2		100
0,6		100
0,3		100
0,15		100
0,15		100

Módulo de finura: — 7,50

Diâmetro máximo: — 50 mm

DEPARTAMENTO DE ESTRADAS DE RODAGEM DO
ESTADO DE S. PAULO — RELAÇÃO ENTRE
AS RESISTÊNCIAS A' COMPRESSÃO E FLEXÃO
DO CONCRETO — ENSAIOS EFETUADOS NO
INSTITUTO DE PESQUISAS TÉCNOLOGICAS DE
DE S. PAULO

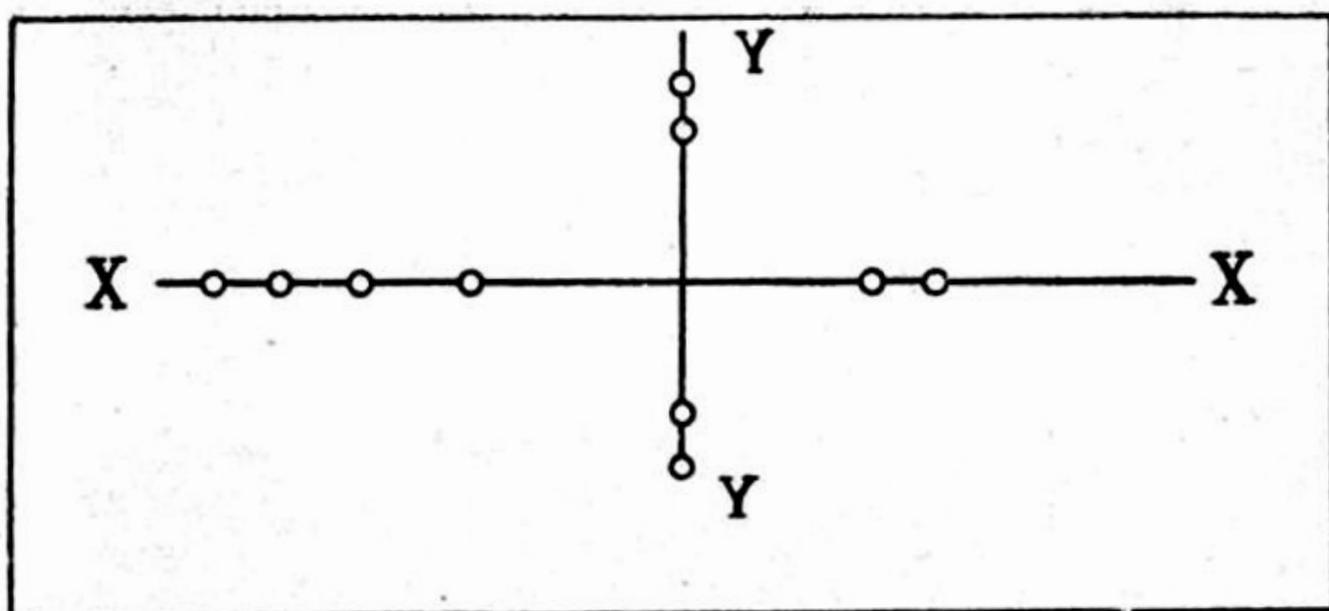


Fig. A

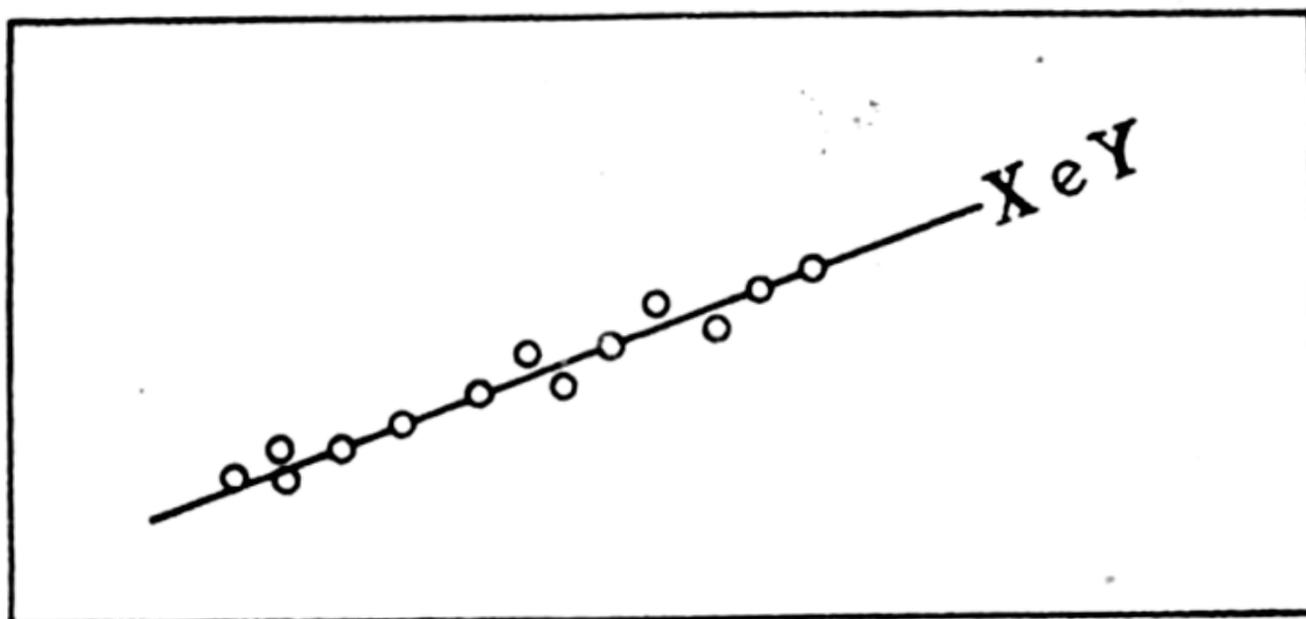


Fig. B

Quadro dos F e \sqrt{R}

F	√R	F	√R	F	√R
43.2	15.9	51.5	18.0	51.0	17.0
39.8	14.0	47.0	16.0	43.0	14.8
36.9	12.1	41.0	13.9	39.0	13.0
34.0	11.0	40.0	12.4	33.0	10.5
59.5	20.0	36.0	12.9	50.0	17.6
46.0	16.0	32.0	10.5	44.0	15.6
42.0	14.0	27.0	9.5	40.0	13.9
		23.0	8.3	37.0	13.0
39.5	13.6	47.0	16.5	36.0	11.1
33.5	11.0	39.0	14.0	26.0	8.0
24.0	10.0	31.0	12.0	17.0	7.1
				12.5	5.7
46.5	17.0	29.4	11.0	48.0	18.0
35.0	14.0	23.0	8.2	41.5	14.9
32.0	12.2	17.0	7.0	35.0	12.8
31.0	11.0	11.7	5.7	31.6	11.8
48.0	17.1	55.0	19.5	40.0	14.1
45.0	16.0	44.0	16.0	35.0	10.9
36.0	12.3	40.0	14.1	31.0	9.3
32.0	11.1			27.0	7.8
49.0	18.0	66.0	17.5	45.0	15.0
47.0	15.8	53.0	16.0	39.0	13.0
32.0	12.2	44.0	14.0	31.0	9.8
		40.0	13.0	25.0	8.2

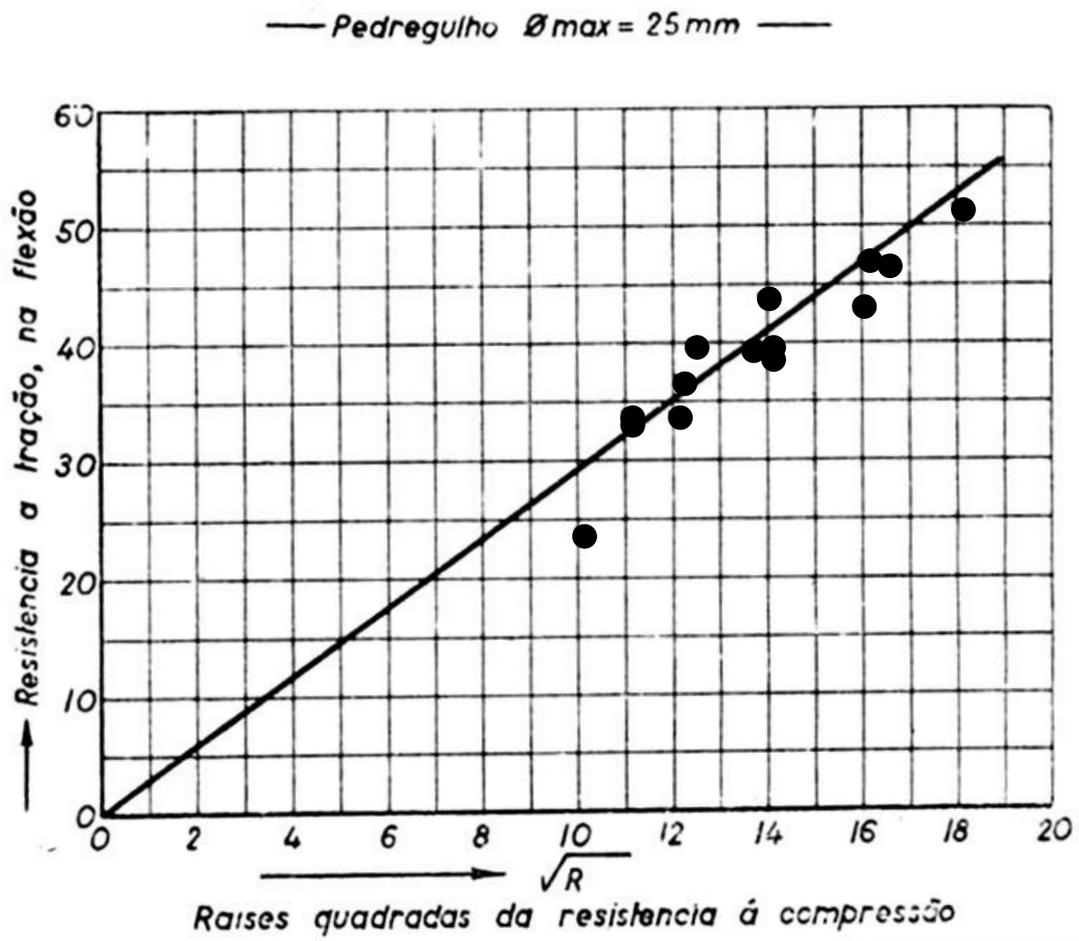


Fig.1

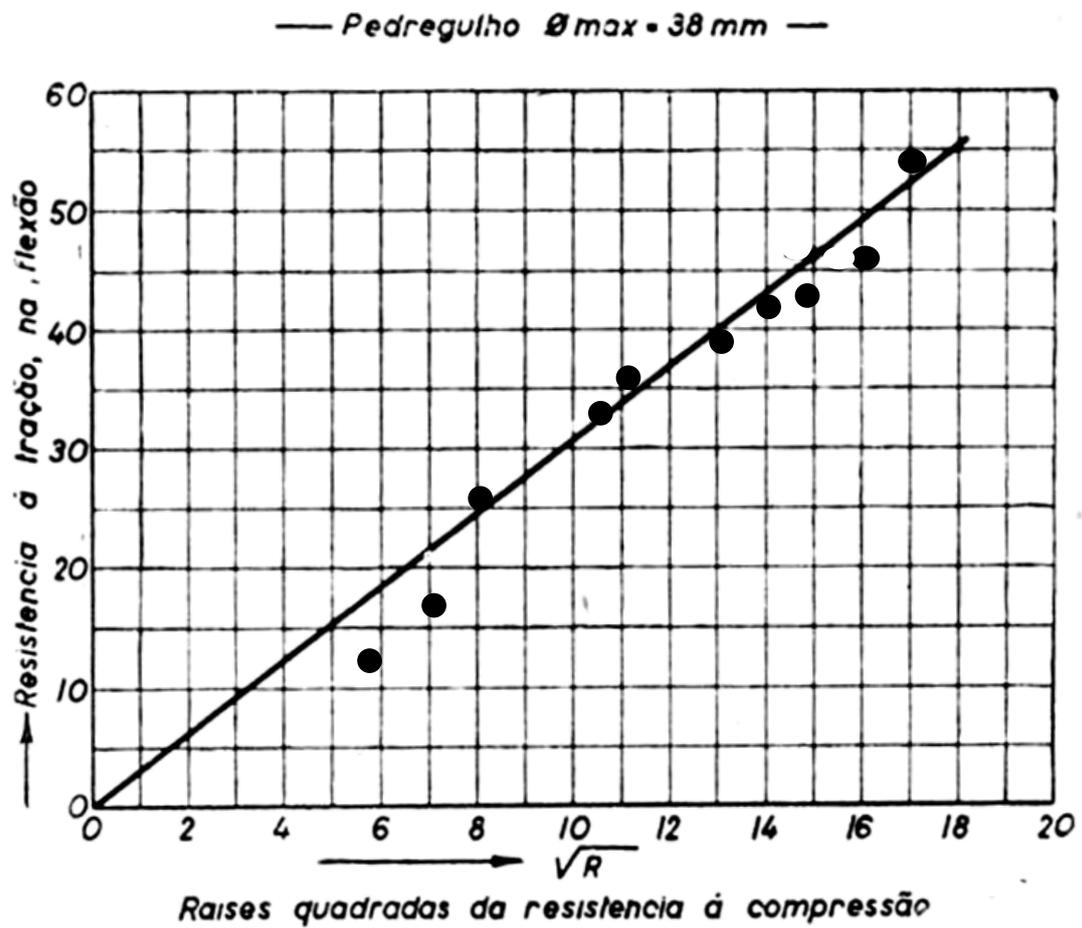


Fig.2

— Pedregulho \varnothing max = 50mm —

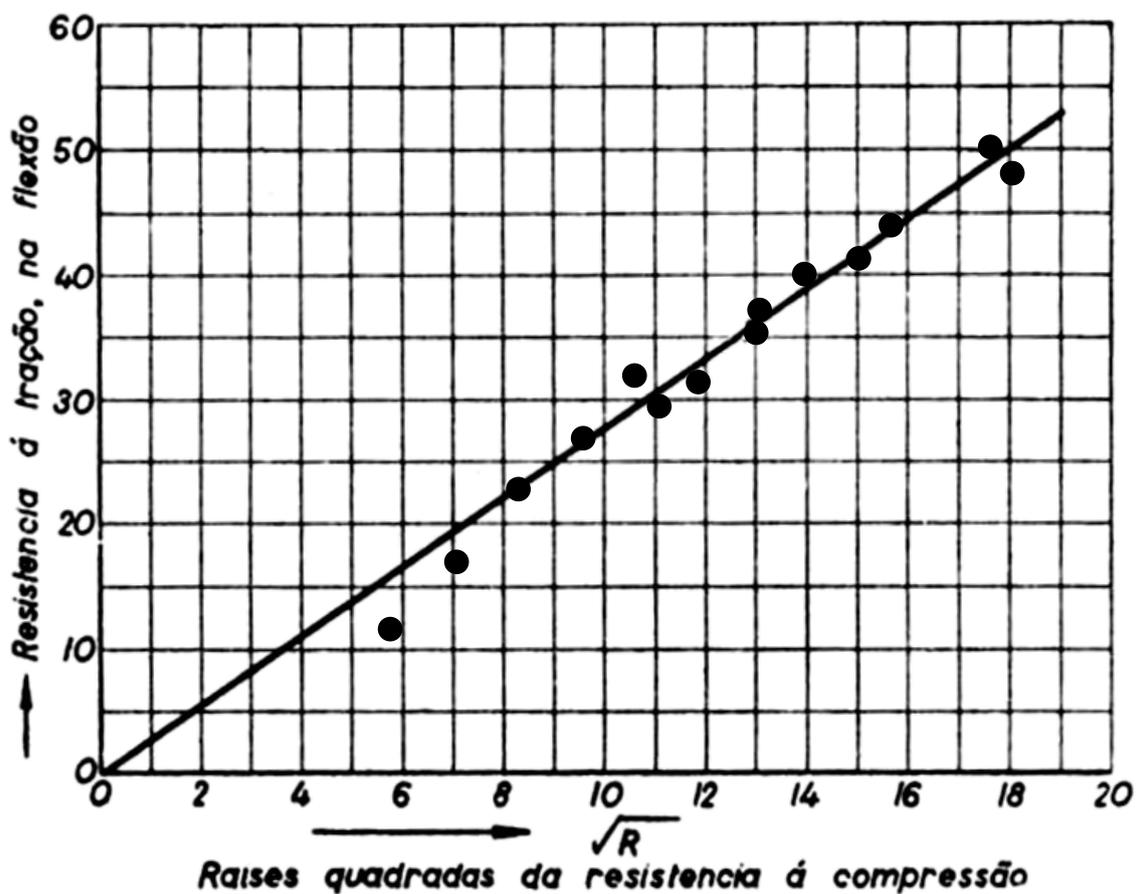


Fig.3

— Pedra Britada —

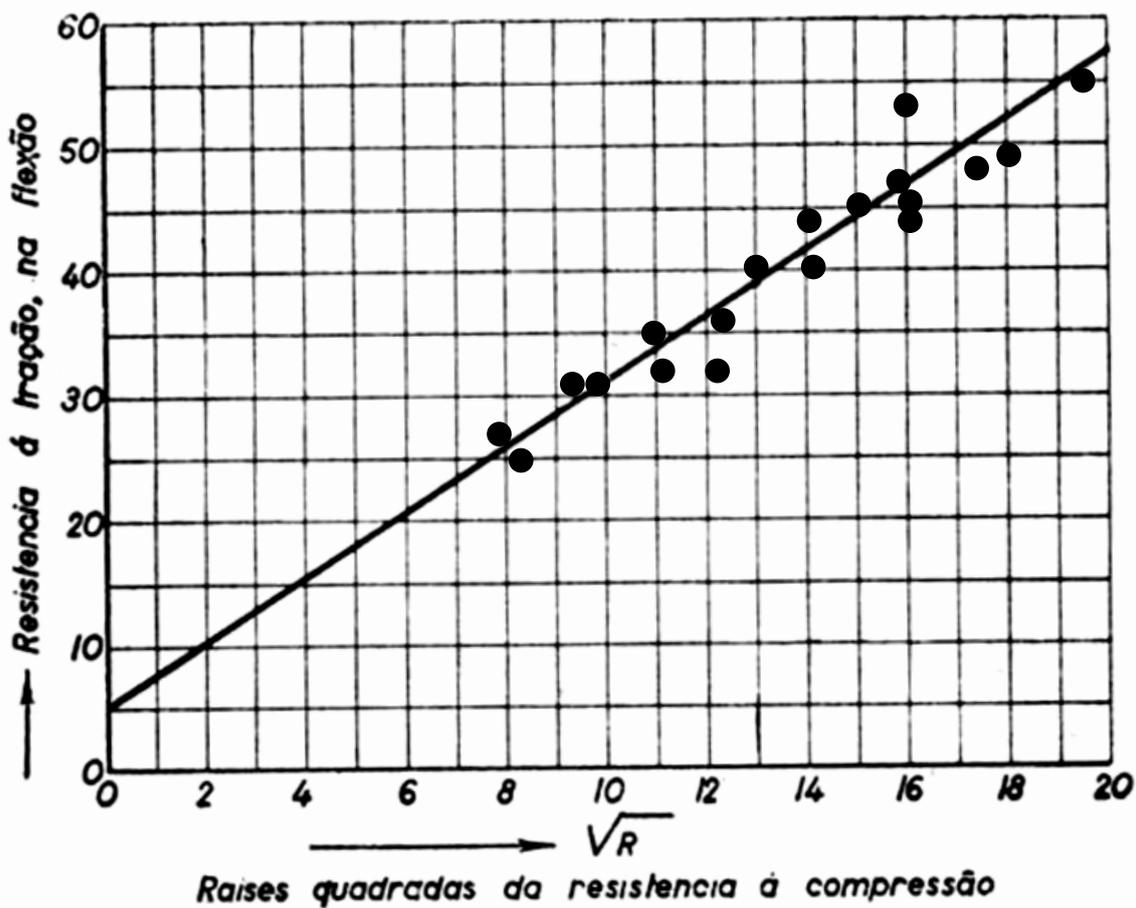


Fig. 4

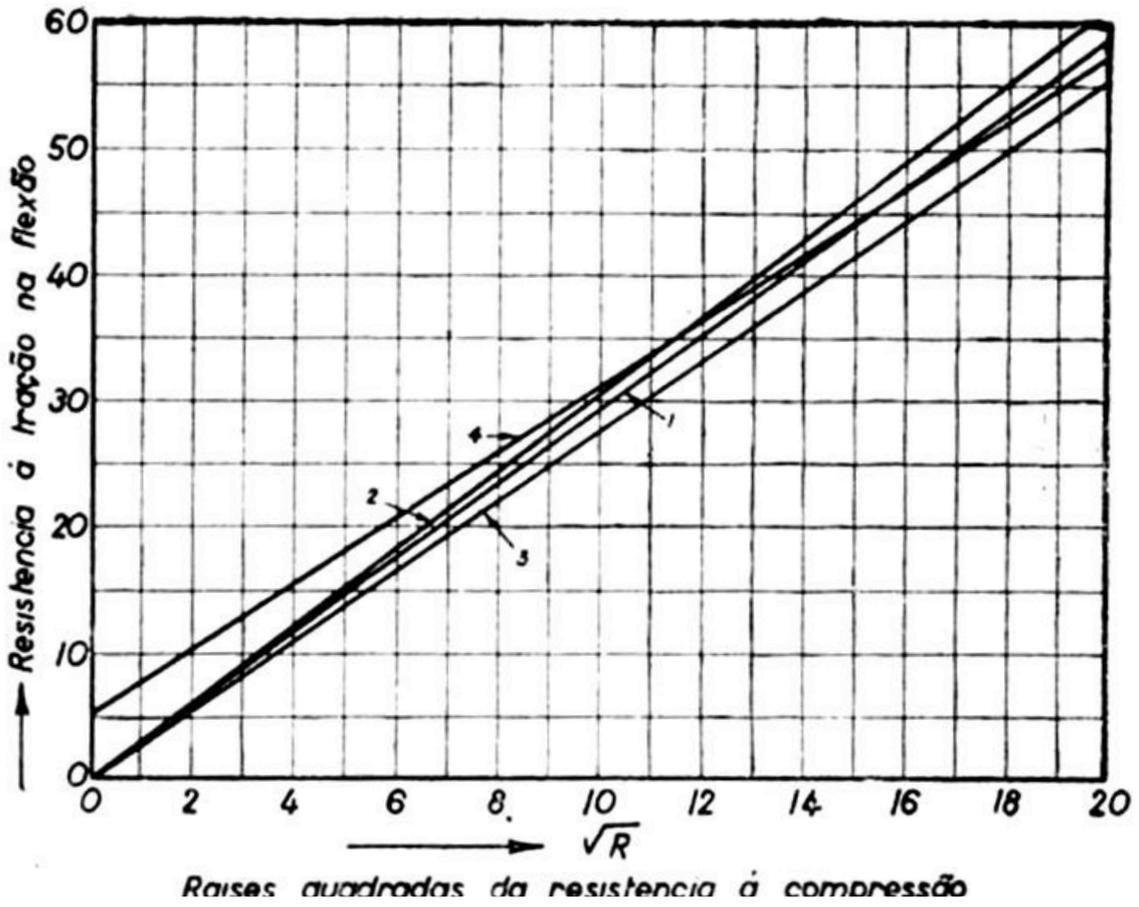


Fig. 5

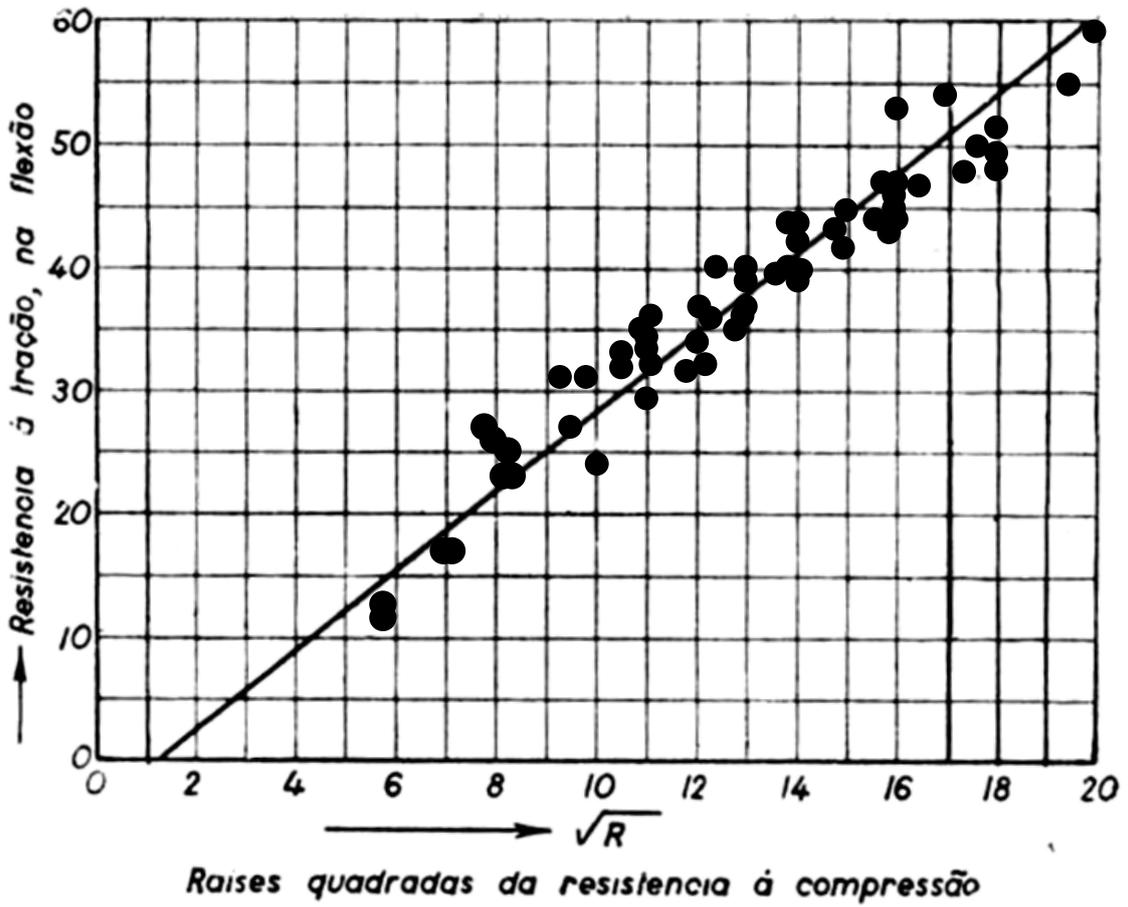
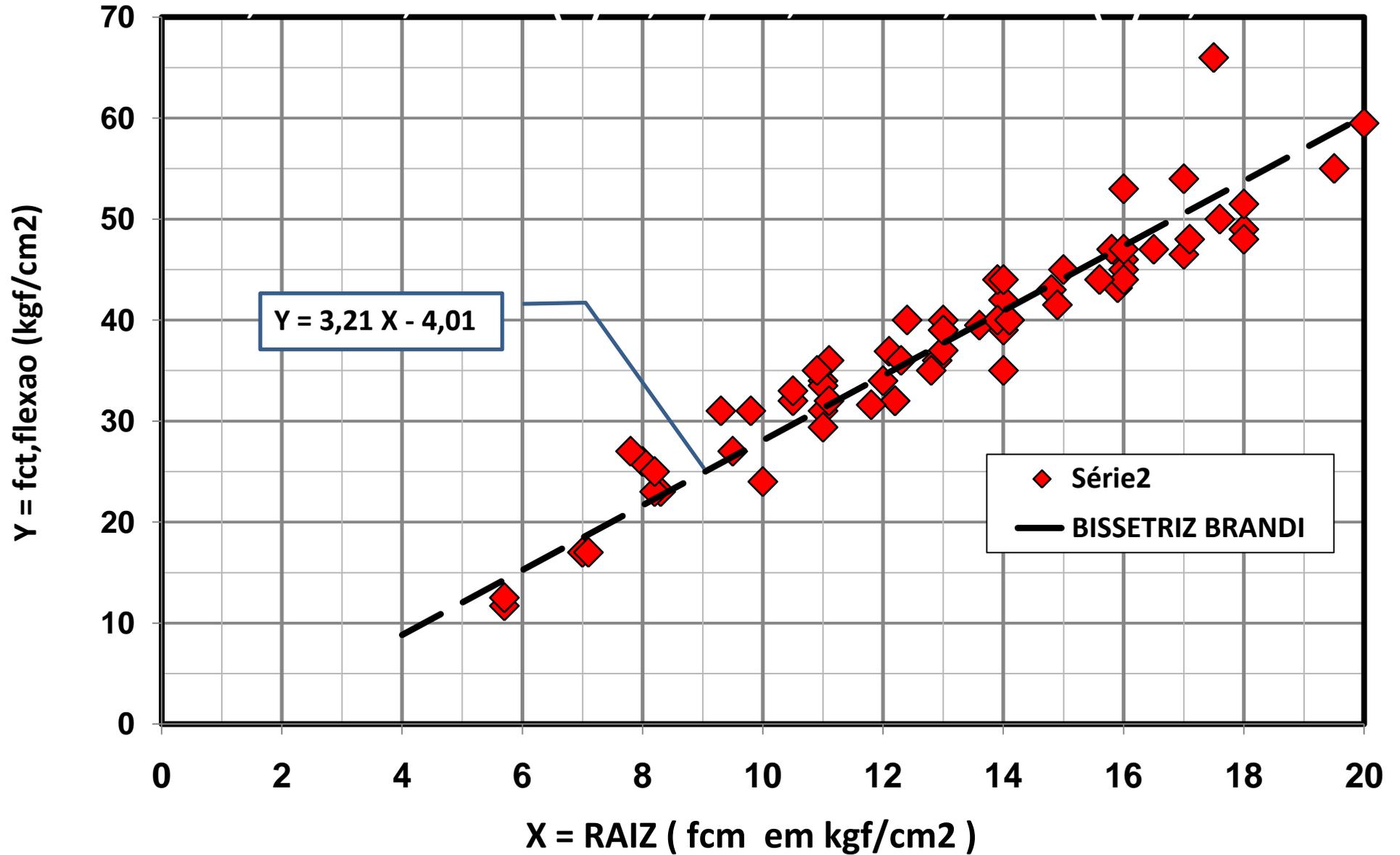


Fig 6

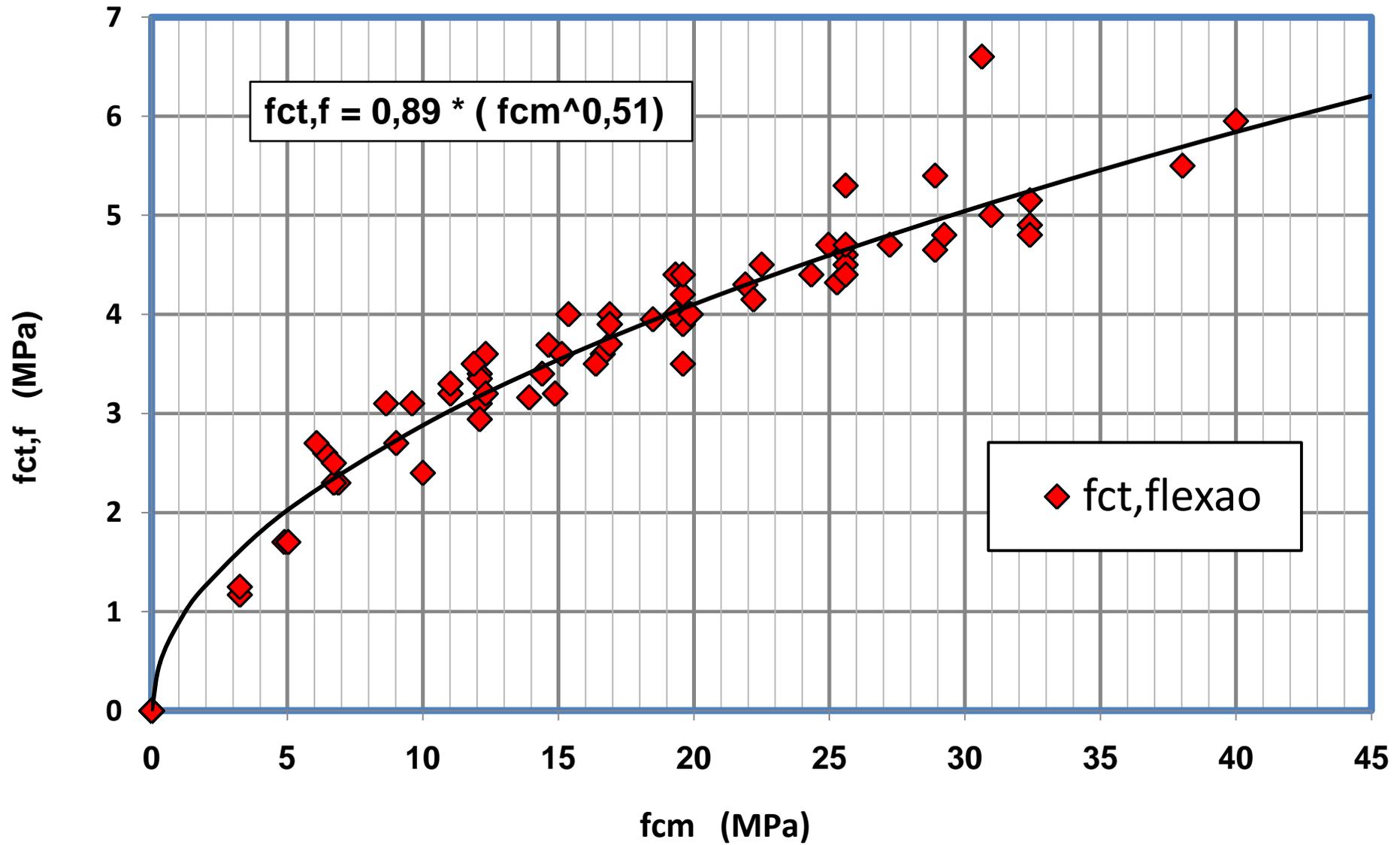
GRÁFICOS FEITOS POR PROF. EDUARDO THOMAZ

fct,f = Resistência à tração na flexão ; Mario Brandi - IPT/SP



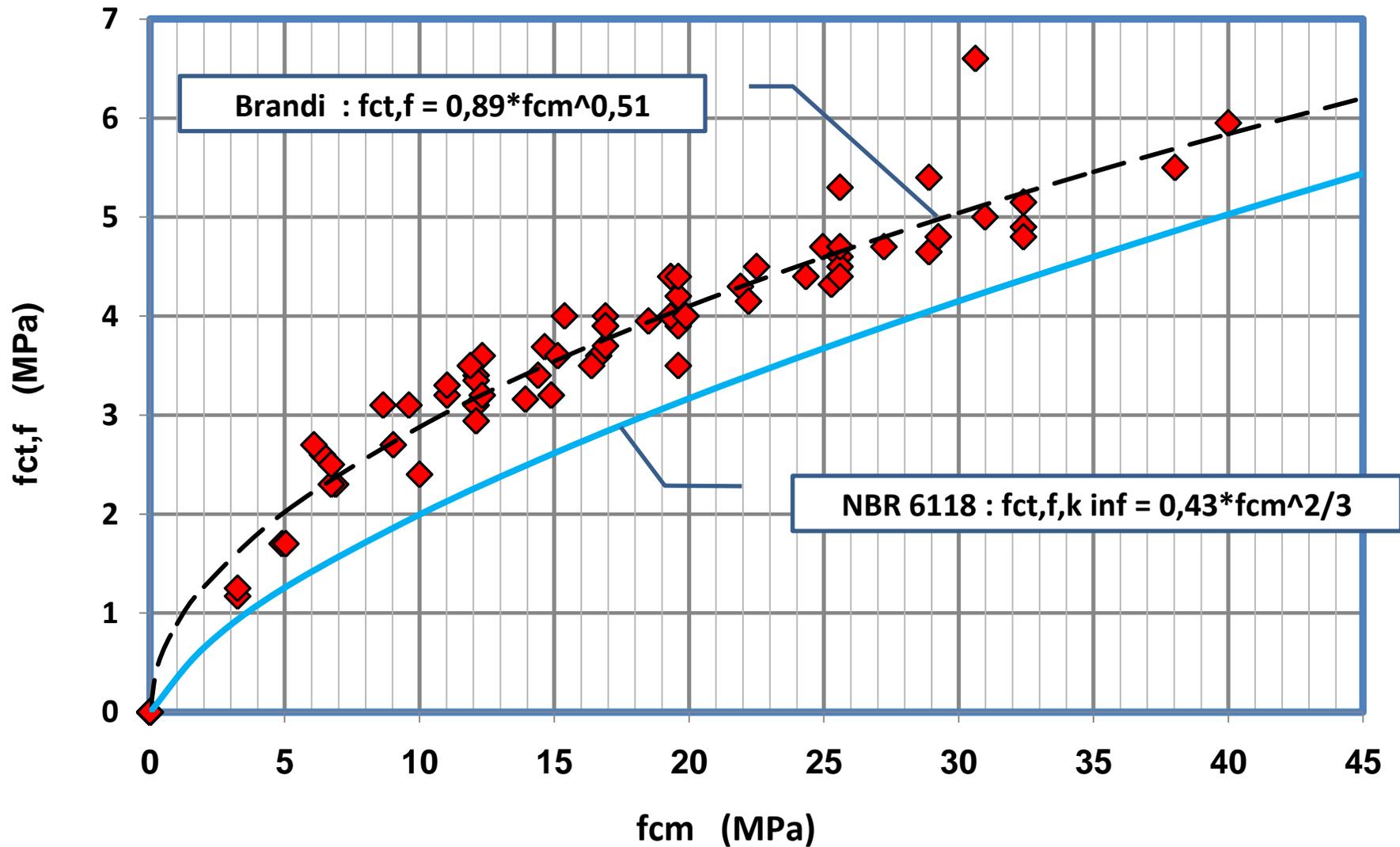
fct,f = Resistência à tração na flexão

IPT / SP - Mario Brandi - 1939



fct,f = Resistência à tração na flexão

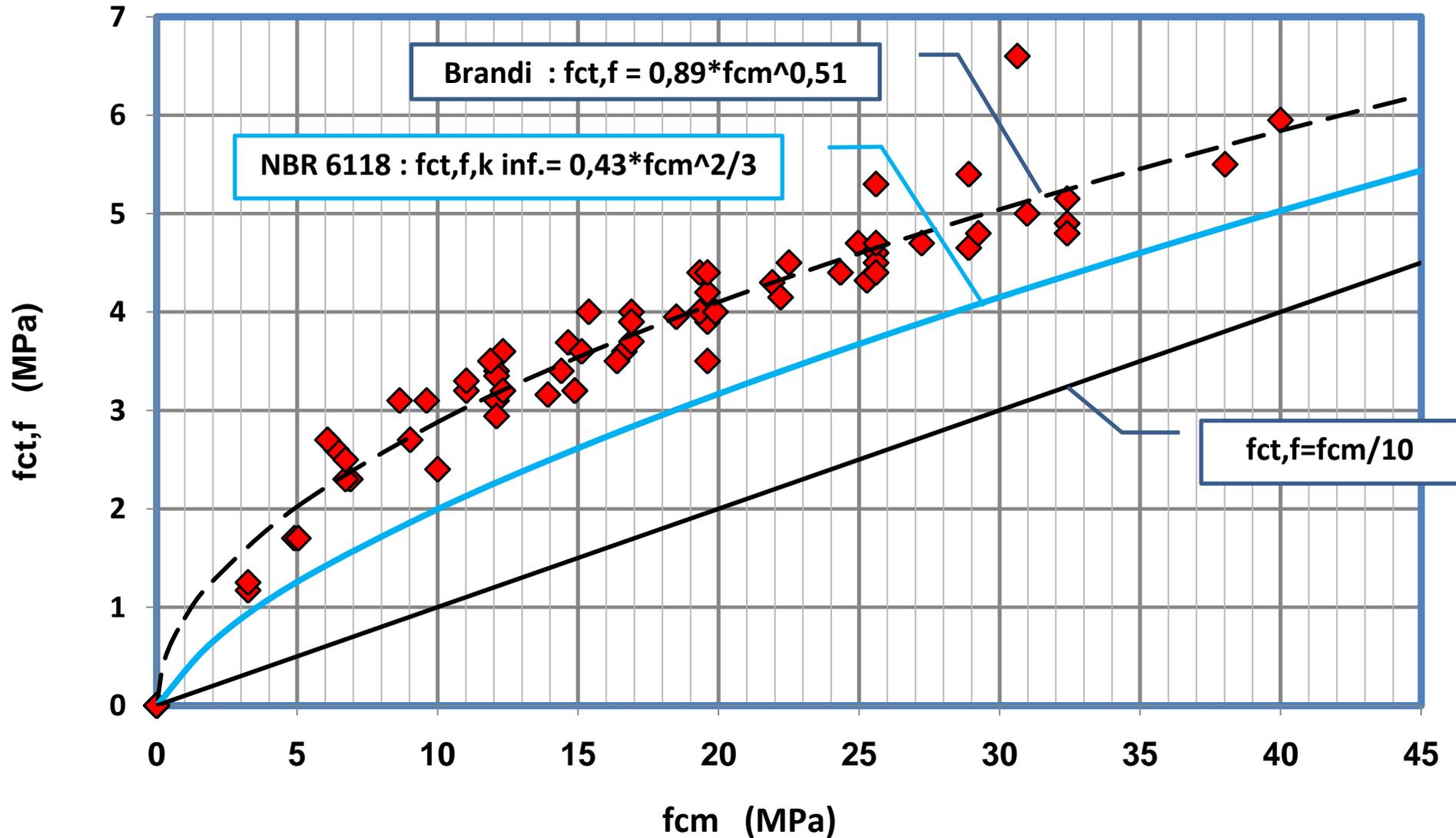
IPT / SP - Mario Brandi - 1939



NBR6118 : $f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} = 0,7 f_{ct,f}$; Usando $f_{ctm} = [0,3 f_{cm}^{2/3} = 0,7 f_{ct,f}]$ obtemos a curva indicada na figura acima, sendo um limite inferior para $f_{ct,f}$

fct,f = Resistência à tração na flexão

IPT / SP - Mario Brandi - 1939



Mostrada a regra prática usual : $f_{ct,f} = f_{cm} / 10$ - Muito conservadora

NBR 6118

Resistência do concreto à tração na flexão

8.2.5 Resistência à tração

A resistência à tração indireta $f_{ct,sp}$ e a resistência à tração na flexão $f_{ct,f}$ devem ser obtidas em ensaios realizados segundo as ABNT NBR 7222 e ABNT NBR 12142, respectivamente.

A resistência à tração direta f_{ct} pode ser considerada igual a $0,9 f_{ct,sp}$ ou $0,7 f_{ct,f}$, ou, na falta de ensaios para obtenção de $f_{ct,sp}$ e $f_{ct,f}$, pode ser avaliado o seu valor médio ou característico por meio das seguintes equações:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$$

— para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$$

— para concretos de classes C55 até C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln (1 + 0,11 f_{ck})$$

onde

$f_{ct,m}$ e f_{ck} são expressos em megapascal (MPa).

sendo

$f_{ckj} \geq 7$ MPa, estas expressões podem também ser usadas para idades diferentes de 28 dias.

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} = 0,7 f_{ct,f}$$

$$f_{ct,f} = 0,43 f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ct,f} (k \text{ ou } m ?) = 0,43 * (f_{ck} = f_{cm} - 6 ?)^{2/3}$$

$$\text{Usando } f_{ct,f, k \text{ inf}} = 0,43 * (f_{cm})^{2/3}$$

obtemos uma curva mostrada no gráfico, como sendo $f_{ct,f, k \text{ inf}}$ compatível com os ensaios de Mário Brandi Pereira.

PÁGINA EM BRANCO

ENG. MÁRIO BRANDI PEREIRA

Grande Engenheiro e Professor de Mecânica dos Solos e Fundações

Segundo o Prof. Fernando Emmanuel Barata

Mário Brandi Pereira nasceu em Belo Horizonte, MG, em 8 de Setembro de 1911. Era filho de Pedro Paulo Pereira (médico) e Henriqueta Brandi Pereira (cantora lírica), ele mineiro e ela fluminense.

Após infância, adolescência e sua formação básica em Belo Horizonte, veio estudar Engenharia na “Escola Politécnica” do Rio de Janeiro (Largo de São Francisco) onde se formou Engenheiro Civil, em Dezembro de 1934.

Mário Brandi – como era mais conhecido – é um dos principais pioneiros da moderna Mecânica dos Solos, no Brasil.

Formado em 1934, logo a seguir (1935-36) ingressou no INT (Instituto Nacional de Tecnologia), dirigido pelo Eng. Paulo Sá, grande incentivador da Tecnologia brasileira. Em 1937, casou com D. Celina Vianna, vindo a ter 4 filhos.

Em 1937, Mário Brandi vai estagiar no DER-SP e no IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas, de São Paulo). Seu interesse maior, na época, estava voltado para a Engenharia Rodoviária. Nesse estágio, esteve com Telemaco Van LANGENDONK e Odair GRILLO (este veio a ser o 1º Especialista de Solos do Brasil, companheiro de BRANDI).

Em fins de 1938, BRANDI foi convidado pelo Eng. Luiz Vieira (formado na Escola Politécnica da UFRJ, 1919) para trabalhar em construção de Barragens, pelo INFOCS, no Nordeste.

BRANDI trabalhou, então, na construção da Barragem de CUREMA, na Paraíba. Criou um laboratório de Solos nessa obra, e foi (segundo informa o Prof. Milton Vargas), provavelmente, o 1º engenheiro brasileiro a aplicar métodos de compactação (de solos), de acordo com a Mecânica dos Solos Terzaghiana.

Ficou no Nordeste de 1938 até 1941, quando volta para o Rio de Janeiro – para o INT, onde funda a Seção de Solos. No INT, trabalhou de 1941 a 1960, já dedicado à Mecânica dos Solos.

Em 1942, BRANDI organiza o “Simpósium de Solos”, promovido no Instituto Nacional de Tecnologia, presidido por Paulo SA. Foi uma realização pioneira de grande importância, onde se apresentaram Odair GRILLO, Mário BRANDI PEREIRA, Othelo MACHADO, ICARAHY da SILVEIRA, Márcio MELLO FRANCO ALVES, Antônio ALVES de NORONHA, Galileu de ARAUJO, Francisco de ASSIS BASÍLIO.

Por volta de 1948/49, fundou a firma SERMECSO, no Rio de Janeiro, juntamente com Icarahy da SILVEIRA. Foi (com a GEOTÉCNICA, de Odair GRILLO) a primeira firma de Projeto, Consultoria e Acompanhamento Geotécnico do Rio de Janeiro. Foi importante no desenvolvimento da Especialidade.

Em 1947, aproximadamente, BRANDI deu aulas de Mecânica dos Solos na Escola Técnica do Exército (atualmente IME), substituindo Dr. Raymundo de ARAUJO COSTA, seu antecessor.

Tem início, então, a fase muito significativa e importante de Mario BRANDI, que é a de grande professor de Mecânica dos Solos e Fundações. Isso acontece em 1951, quando BRANDI começa a dar aulas da matéria na PUC (Politécnica da Universidade Católica do Rio). A Cadeira se chamava “Mecânica dos Solos”. BRANDI convidou Homero Pinto Caputo (ENE-1946) para ser seu Assistente.

Ainda em 1951, BRANDI (com auxílio de CAPUTO) iniciou aulas da Disciplina (da Cadeira de Materiais de Construção, de Rufino PIZARRO) na Escola Nacional de Engenharia- ENE- no Largo de São Francisco.

Em 1955, Homero CAPUTO vai para a Faculdade Fluminense de Engenharia (em Niterói). BRANDI convida, então, o Engenheiro Fernando BARATA para ser seu Assistente, substituindo a Homero CAPUTO, que fora ser Catedrático na Fluminense. Em 1952, Mário BRANDI prestou Concurso de “Livre Docente”, recebendo o Título de Doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Sua Tese foi sobre “Características Tecnológicas do Solo” - área de “Mecânica dos Solos”, da Cadeira de “Materiais de Construção”. Mário BRANDI foi o Regente de Mecânica dos Solos I e II (3º e 4º anos de Engenharia Civil) até 1968, quando resolveu se afastar, passando a Regência para o Prof. Antônio José da COSTA NUNES, que manteve F. BARATA como seu Assistente.

Mário BRANDI continuou o seu trabalho profissional, de Projetista e Consultor na Especialidade, resolvendo problemas de Fundações, Barragens, Linhas de Transmissão, Obras de Terra. Participou sempre de Reuniões, Simpósios, Congressos (Nacionais e Internacionais) – fazendo-o de forma sempre ativa, inteligente e brilhante.

BRANDI escreveu e publicou diversos trabalhos técnicos, em revistas e anais de Congressos. Foi Presidente da ABMS no biênio 1954-1955. Recebeu o Título de Sócio Emérito da ABMS, em 1980.

Foi grande Engenheiro e excelente Professor de Mecânica dos Solos. É um dos 2 primeiros Especialistas Geotécnicos do Brasil.

Faleceu no Rio de Janeiro, em 11 de Junho de 1989.

Deixou uma marca intelectual e progressista imorredoura.

No CENTENÁRIO do seu nascimento (8 de Setembro 1911-2011), nossas homenagens e honrarias para Mário BRANDI PEREIRA, pioneiro da Mecânica dos Solos do Brasil. *Rio, Setembro 2011*

Fernando E. Barata - Engenheiro, Professor e Ex-presidente da ABMS