Capítulo 2

Circuitos Resistivos
(Parte 1)

Neste Capítulo

- Relações e x i para Resistências e Fontes
- Sistemas de Equações Algébricas
- Evidenciam-se os principais resultados da análise de circuitos sem entrar na complexidade da solução de sistemas de equações íntegro-diferenciais
- Os resultados serão 'exportados' para domínios mais complexos nos outros capítulos

Solução de Circuitos

- Variáveis de Interesse
  - Correntes, Tensões, Energias e Potências
- Equações de Base
  - Leis de Kirchhoff
  - Relações e x i para Resistências, Fontes, Indutâncias, Capacitâncias etc.
- Recai-se em Sistemas de Equações Algébricas ou Íntegro-Diferenciais

Seção 2.1

Resistência Equivalente

Equivalência de Circuitos de Dois Terminais

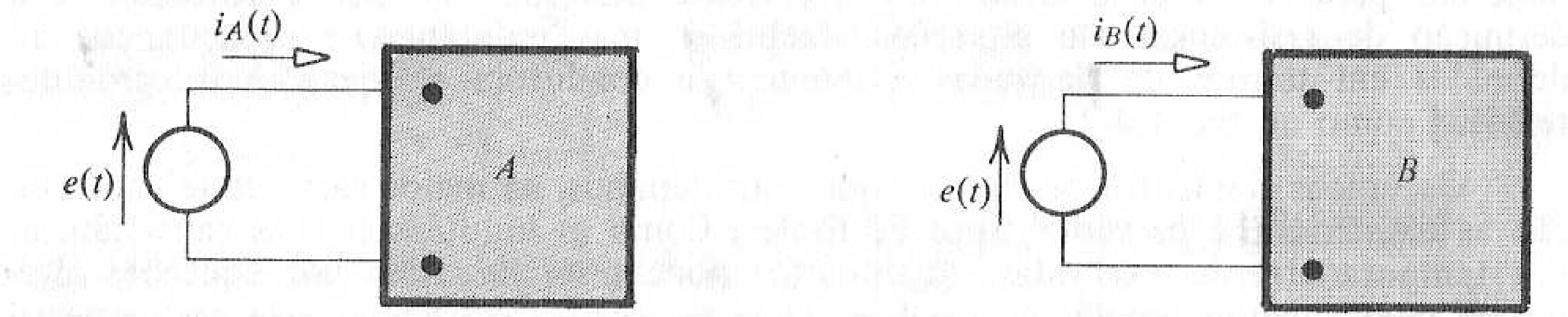


Fig. 2.1-1

Resistência Equivalente

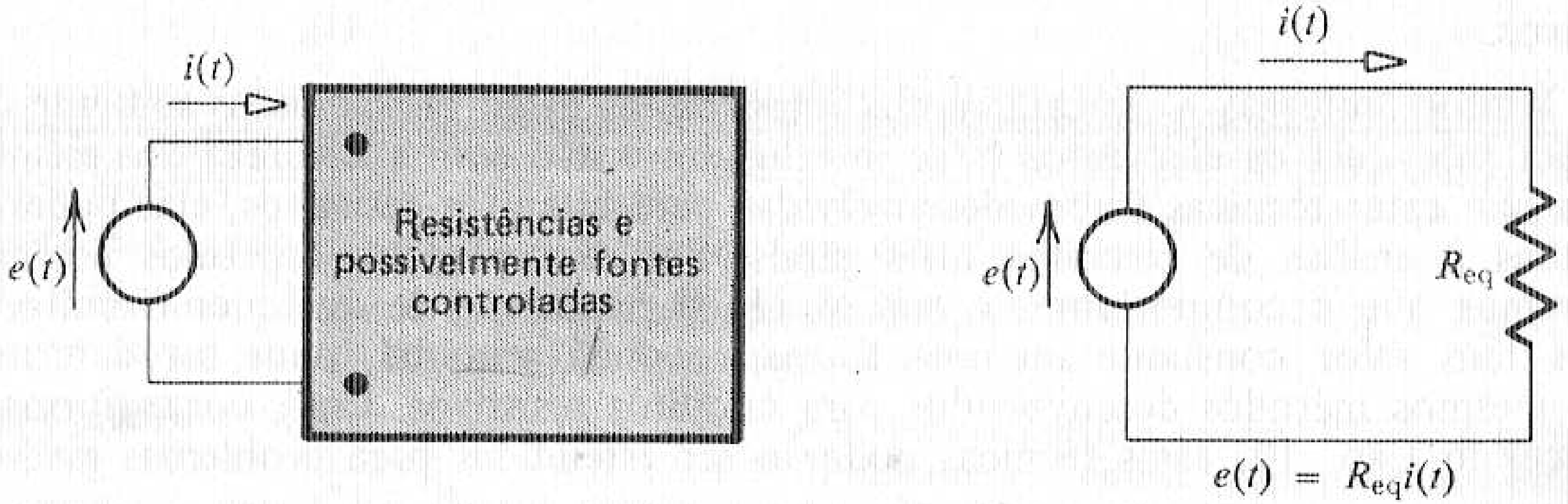


Fig. 2.1-2

Equivalentes Série e Paralelo

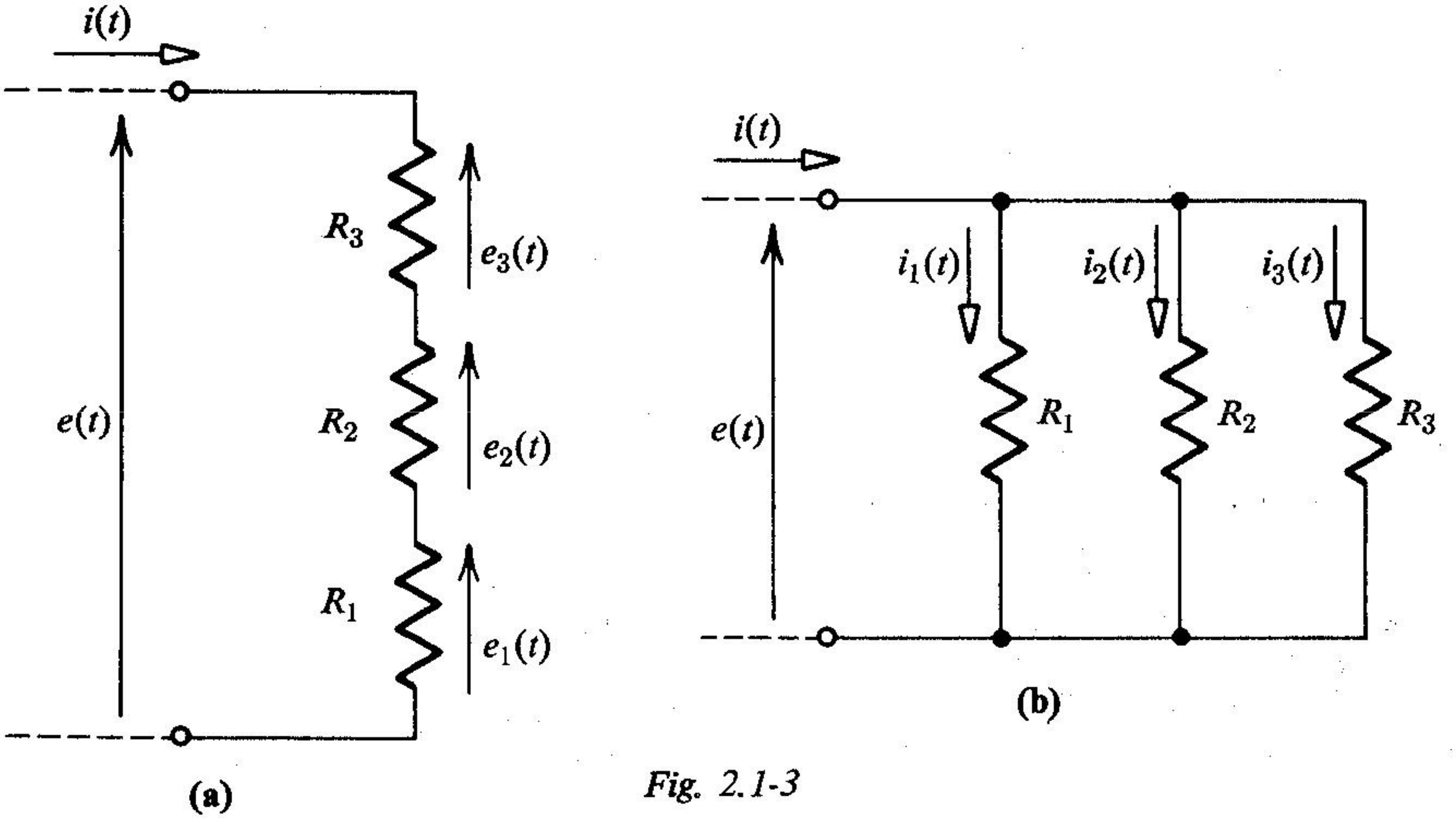


Fig. 2.1-3

Equivalentes Série e Paralelo

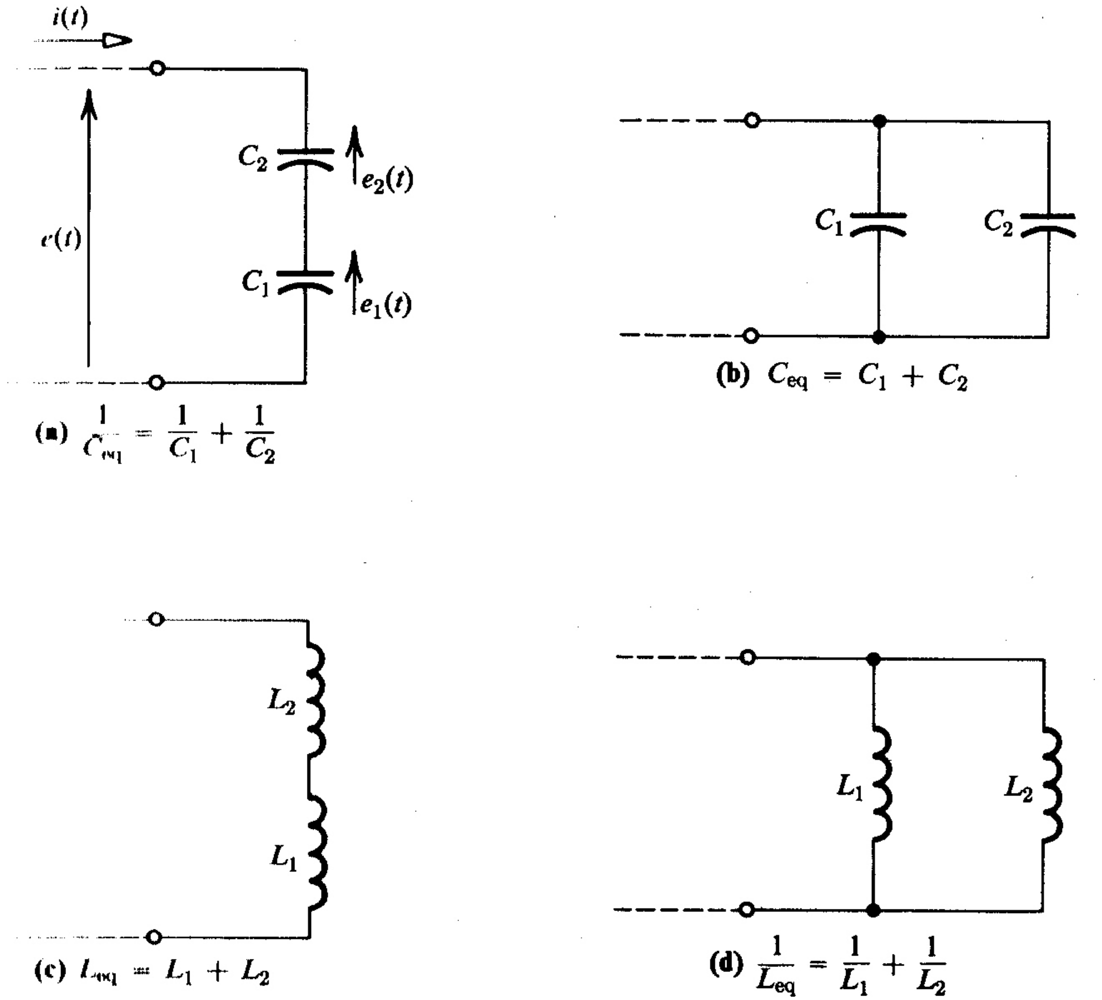


Fig. 2.1-4

Exemplo 2.1-1

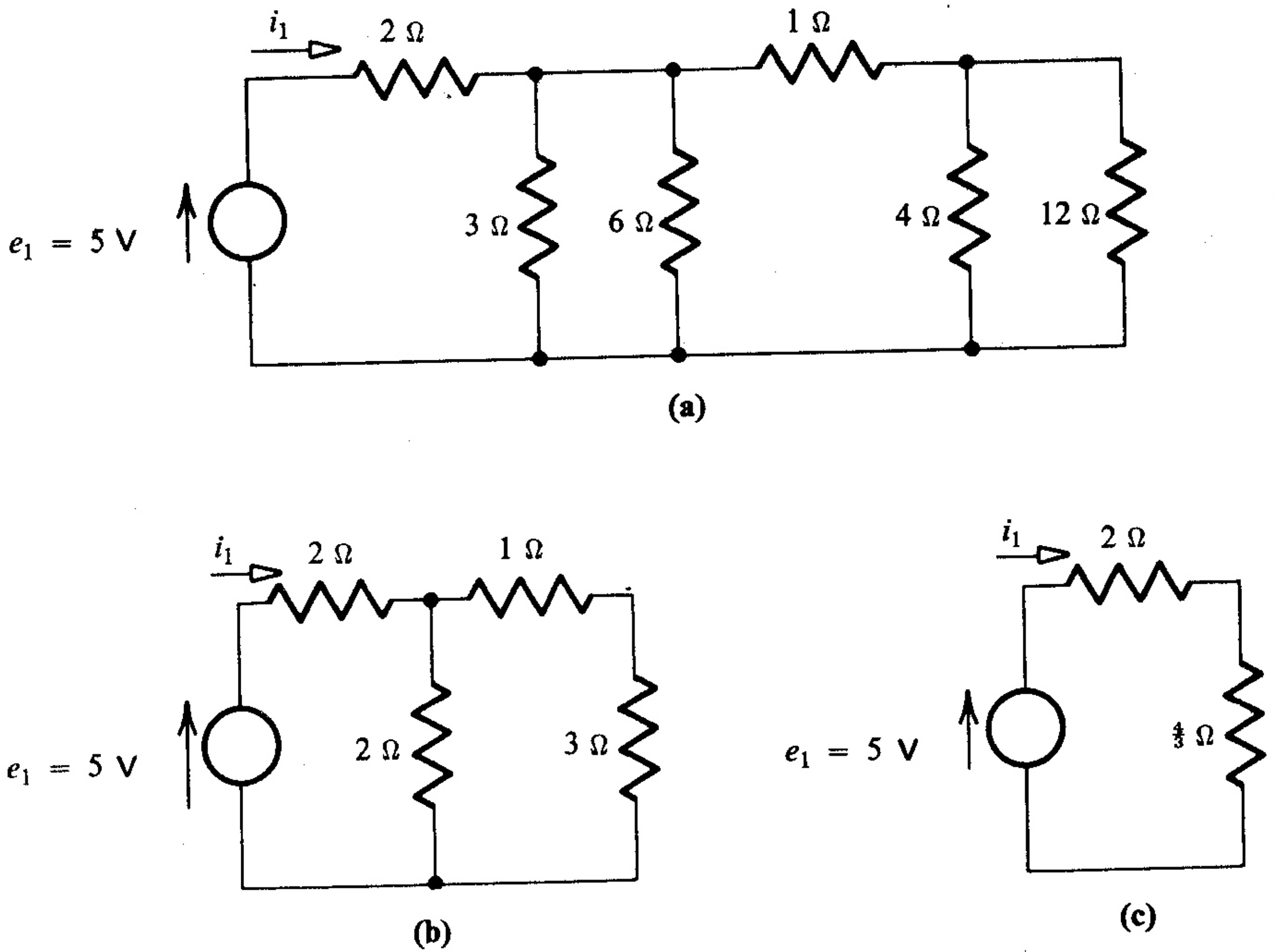


Fig. 2.1-5

Divisores de Tensão e Corrente

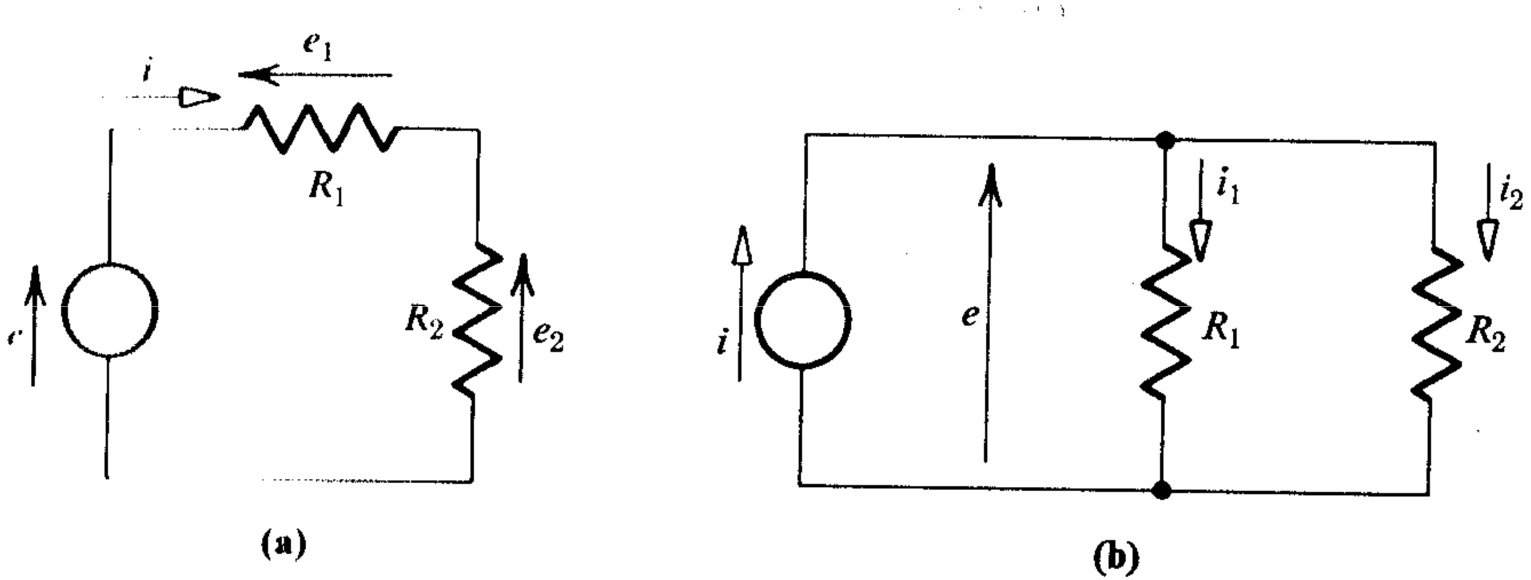
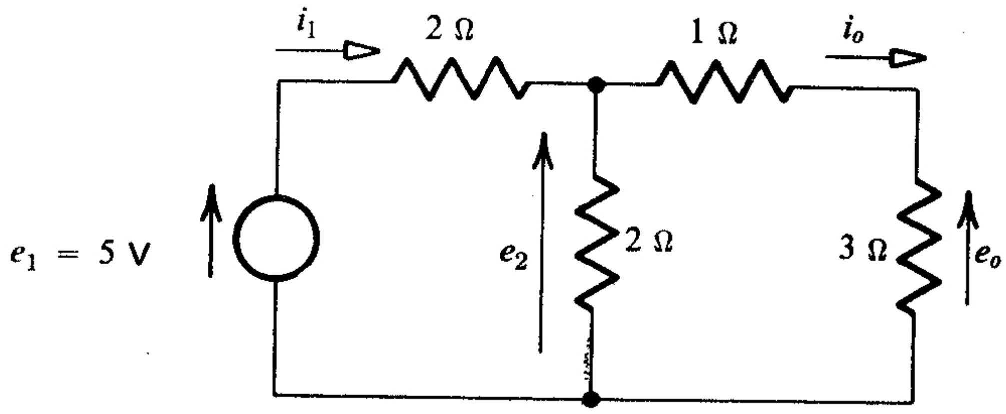
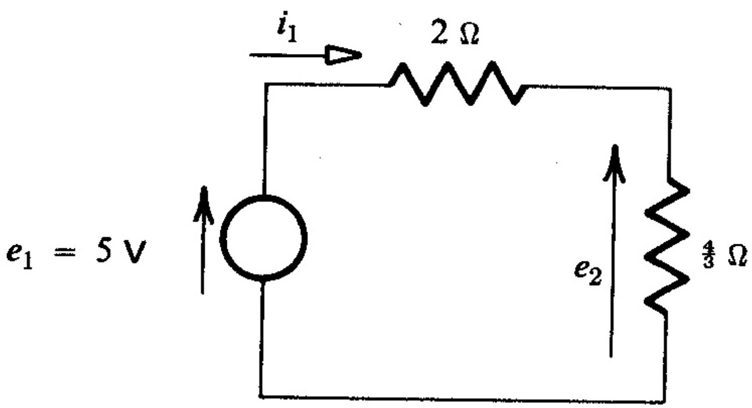


Fig. 2.1-6

Exemplo 2.1-3



(a)



(b)

Fig. 2.1-7

Exemplo 2.1-4

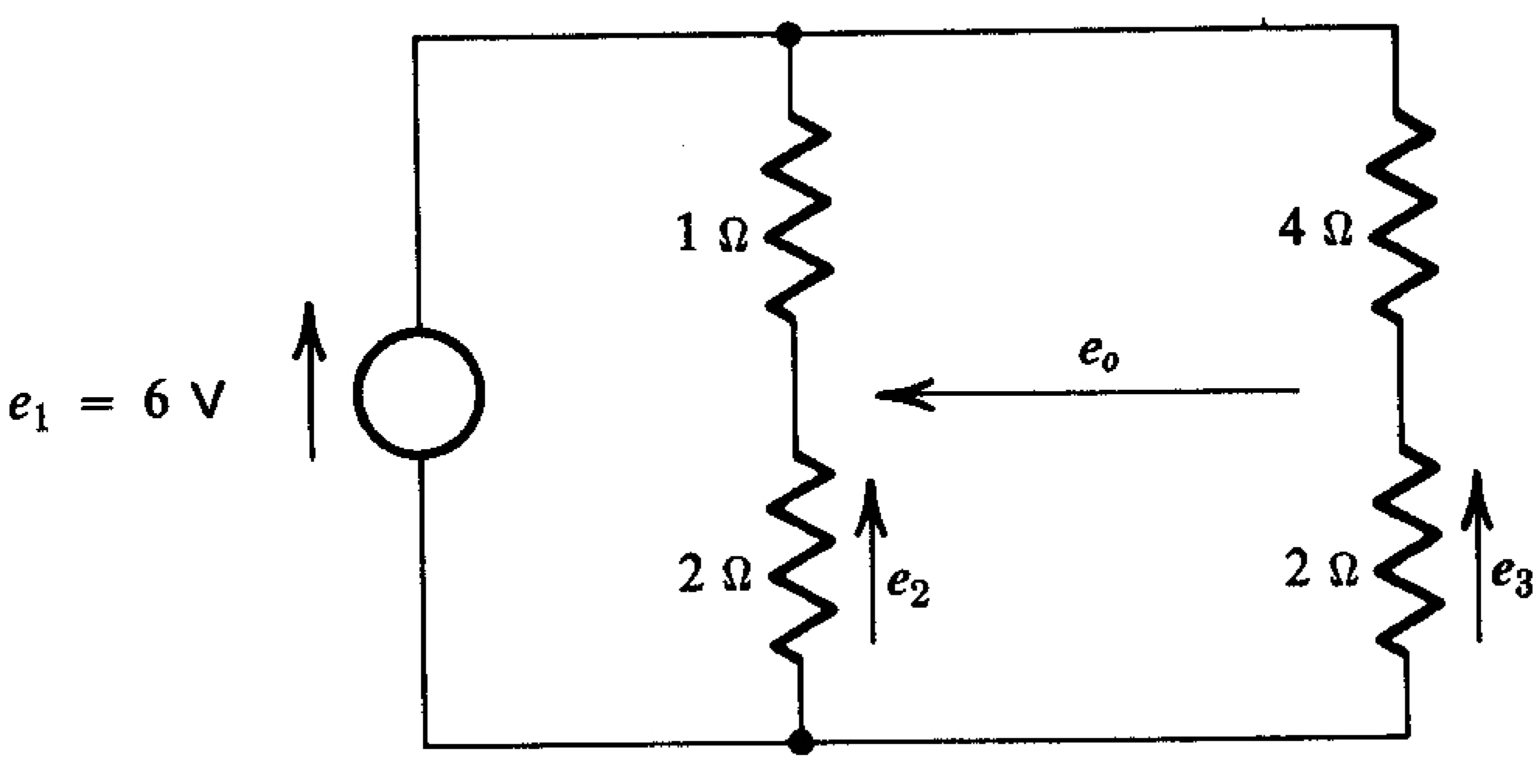


Fig. 2.1-8

Figura 2.1-9

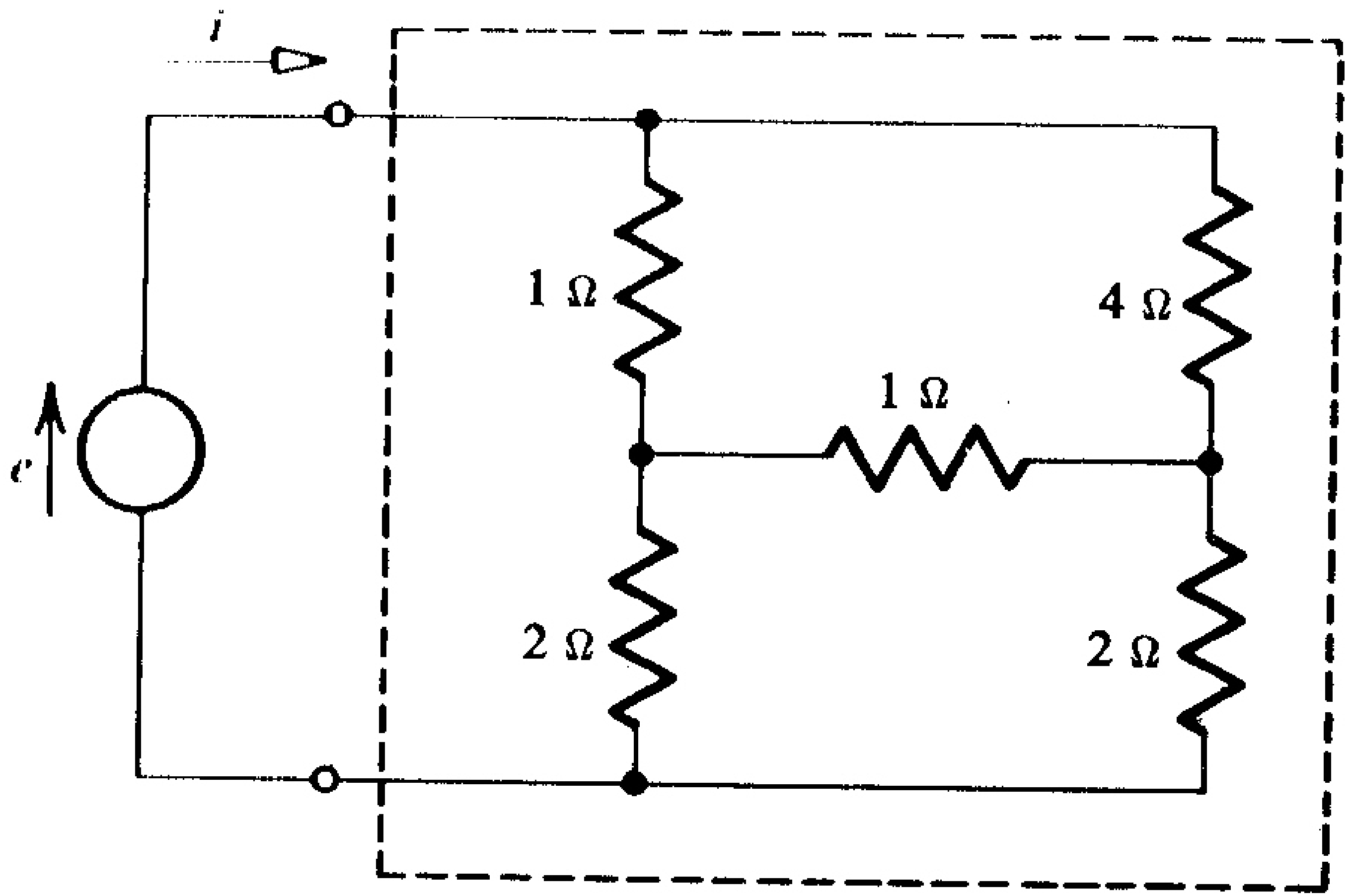


Fig. 2.1-9

Exemplo 2.1-6

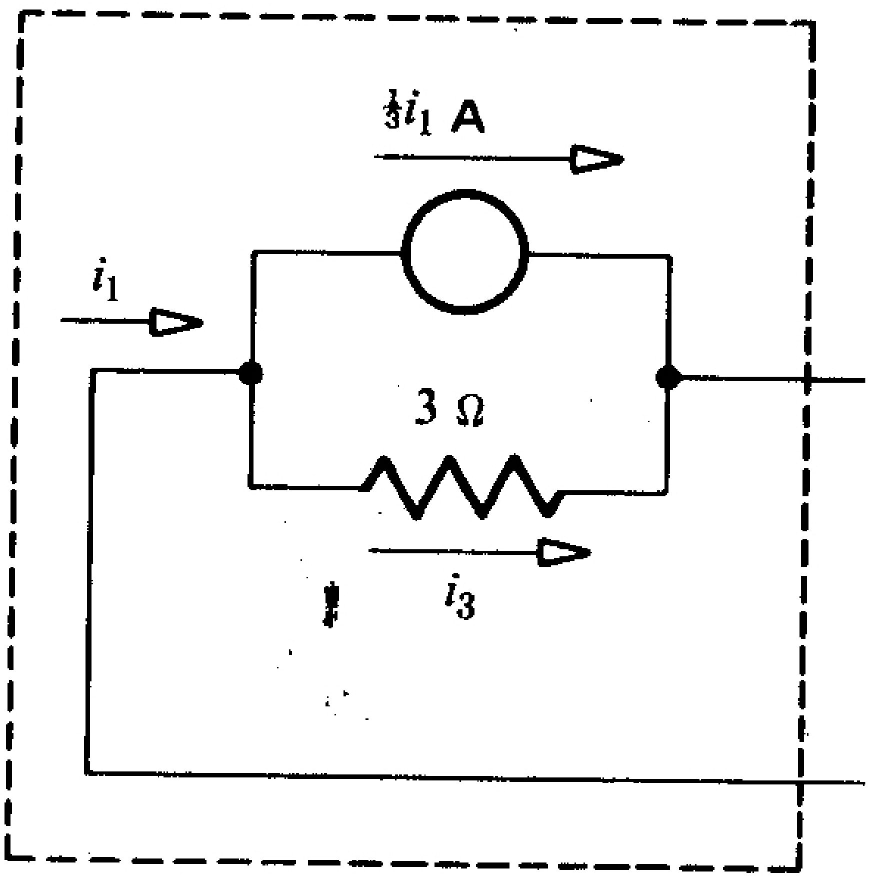


Fig. 2.1-10

Exemplo 2.1-7

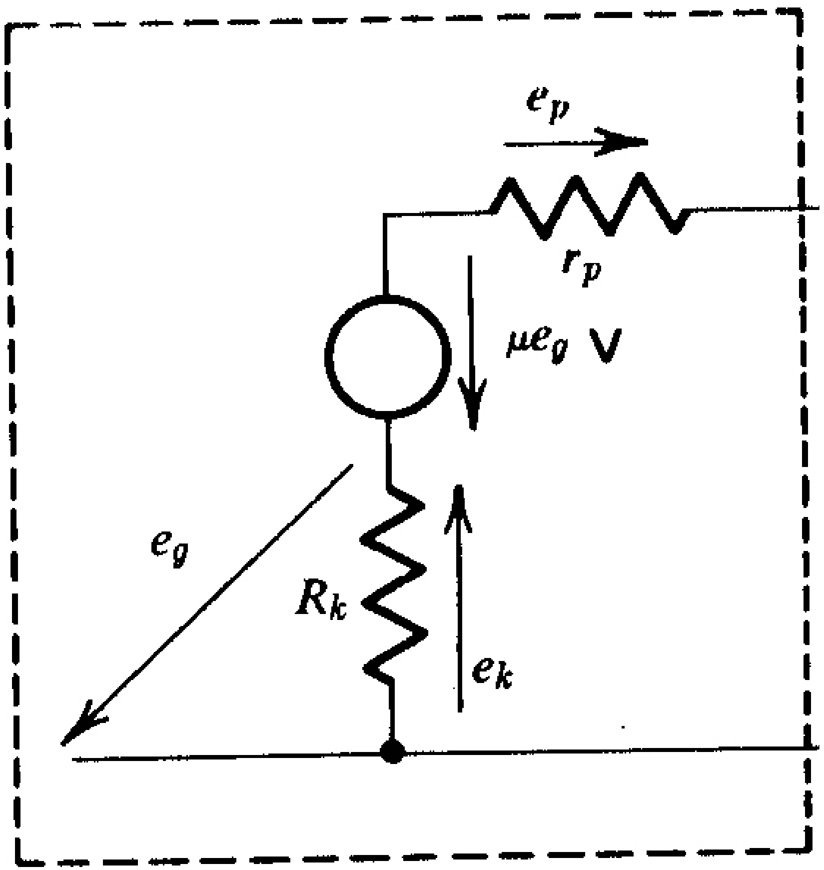


Fig. 2.1-11

Problemas Selecionados

- 2.1
- 2.2
- 2.3
- 2.5

- Anti-Quiz -> 2.2 letra (d)

Seção 2.2

Algumas Conseqüências da Linearidade

Conseqüência 1

- Em um circuito excitado por apenas uma fonte independente, se o valor da fonte for multiplicado por uma constante A, a resposta também o será.

Exemplo 2.2-1

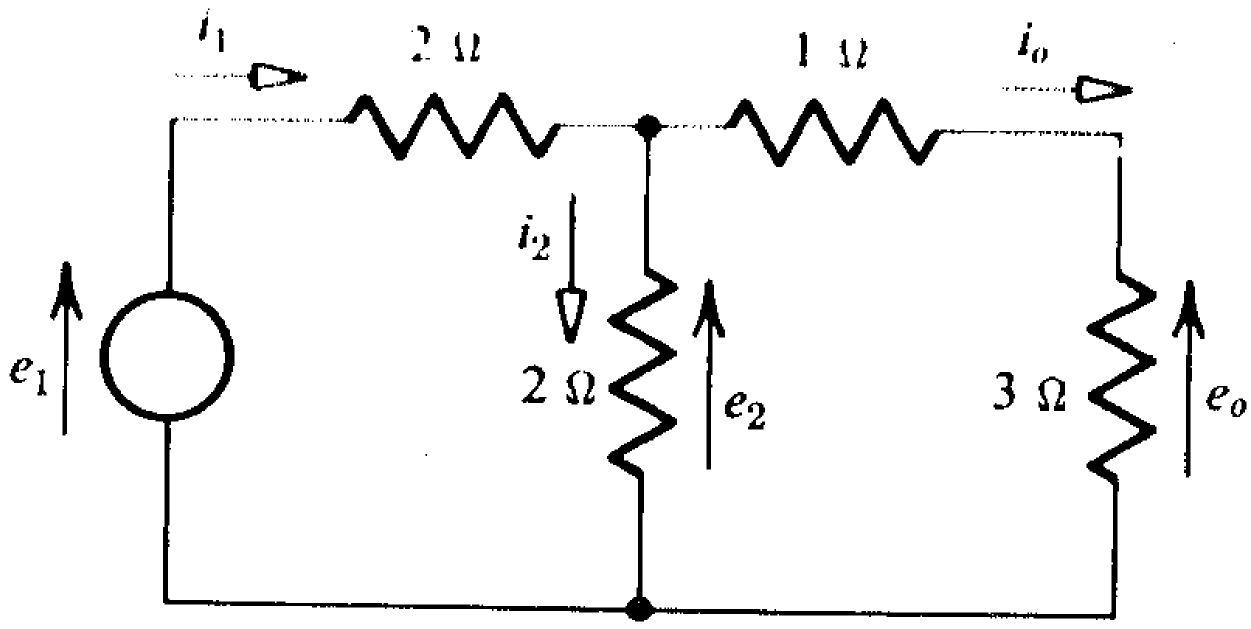


Fig. 2.2-1

Exemplo 2.2-2

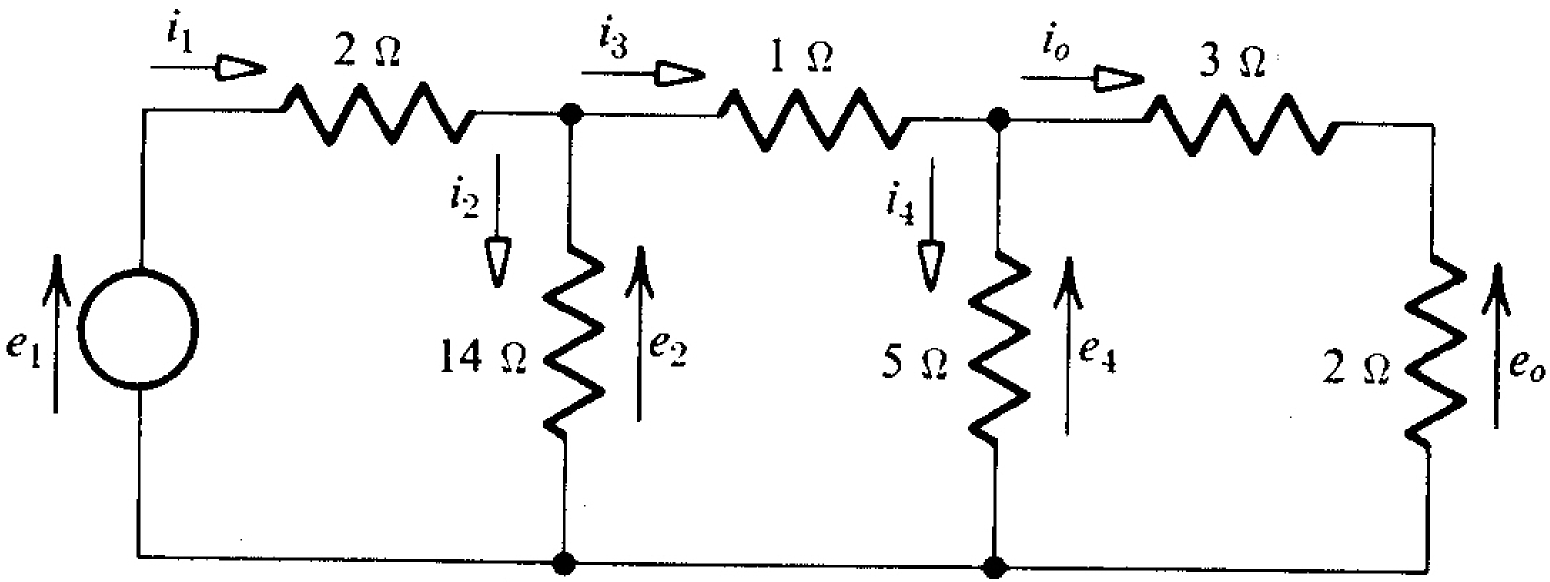


Fig. 2.2-2

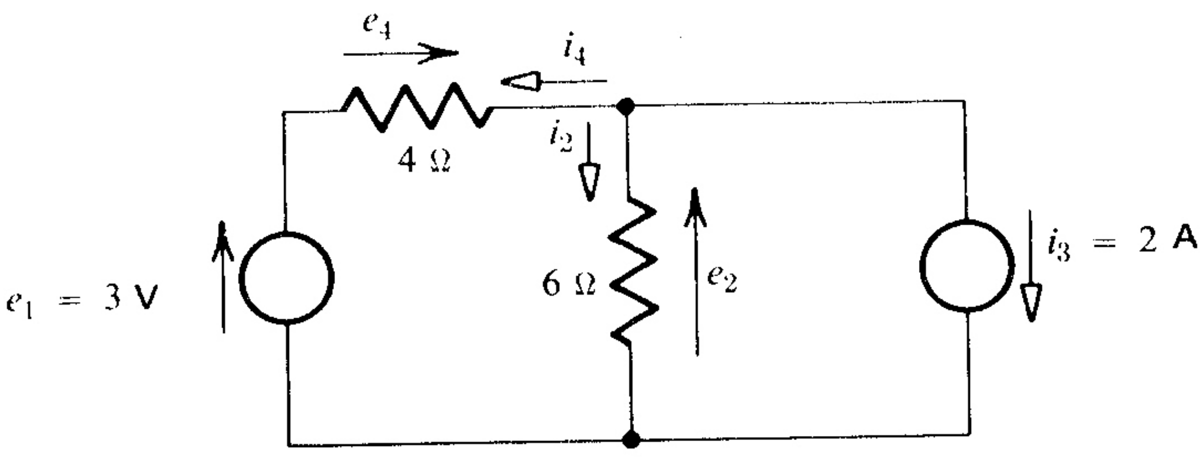
Conseqüência 2

- Teorema da Superposição
  - A resposta à várias fontes independetes é a soma das respostas de cada fonte independente com as outras fontes em repouso.

- Fonte em Repouso
  - Fonte de Tensão -> Curto-Circuito (e = 0V).
  - Fonte de Corrente -> Circuito Aberto (i = 0A).

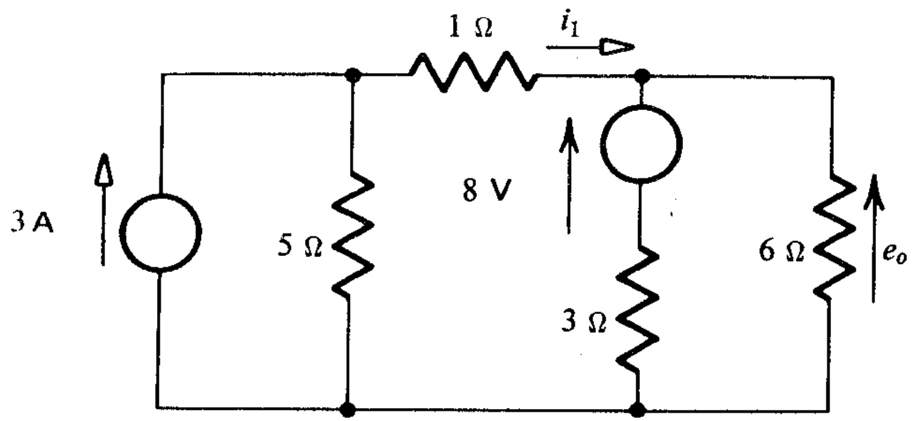
- Fontes Dependentes
  - Não podem ser postas em repouso no emprego da superposição, pois suas tensões/correntes controladas dependem de outras partes do circuito.

Exemplo 2.2-3



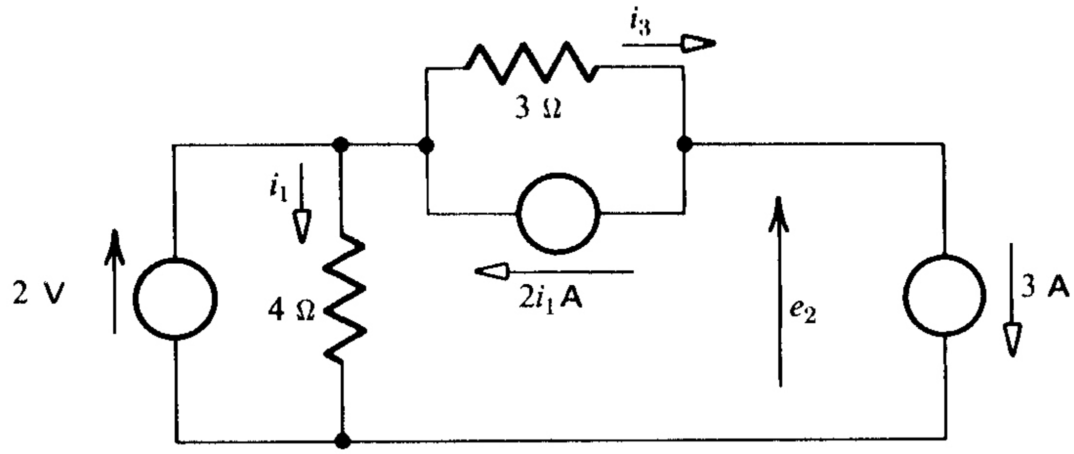
(a)

Exemplo 2.2-4



(a)

Exemplo 2.2-5



(a)

Problemas Selecionados

- 2.4
- 2.6
- 2.7
- 2.8
- 2.9

- Anti-Quiz -> 2.4

Seção 2.3

Teoremas de Thévenin e Norton

Teoremas de Thévenin e Norton

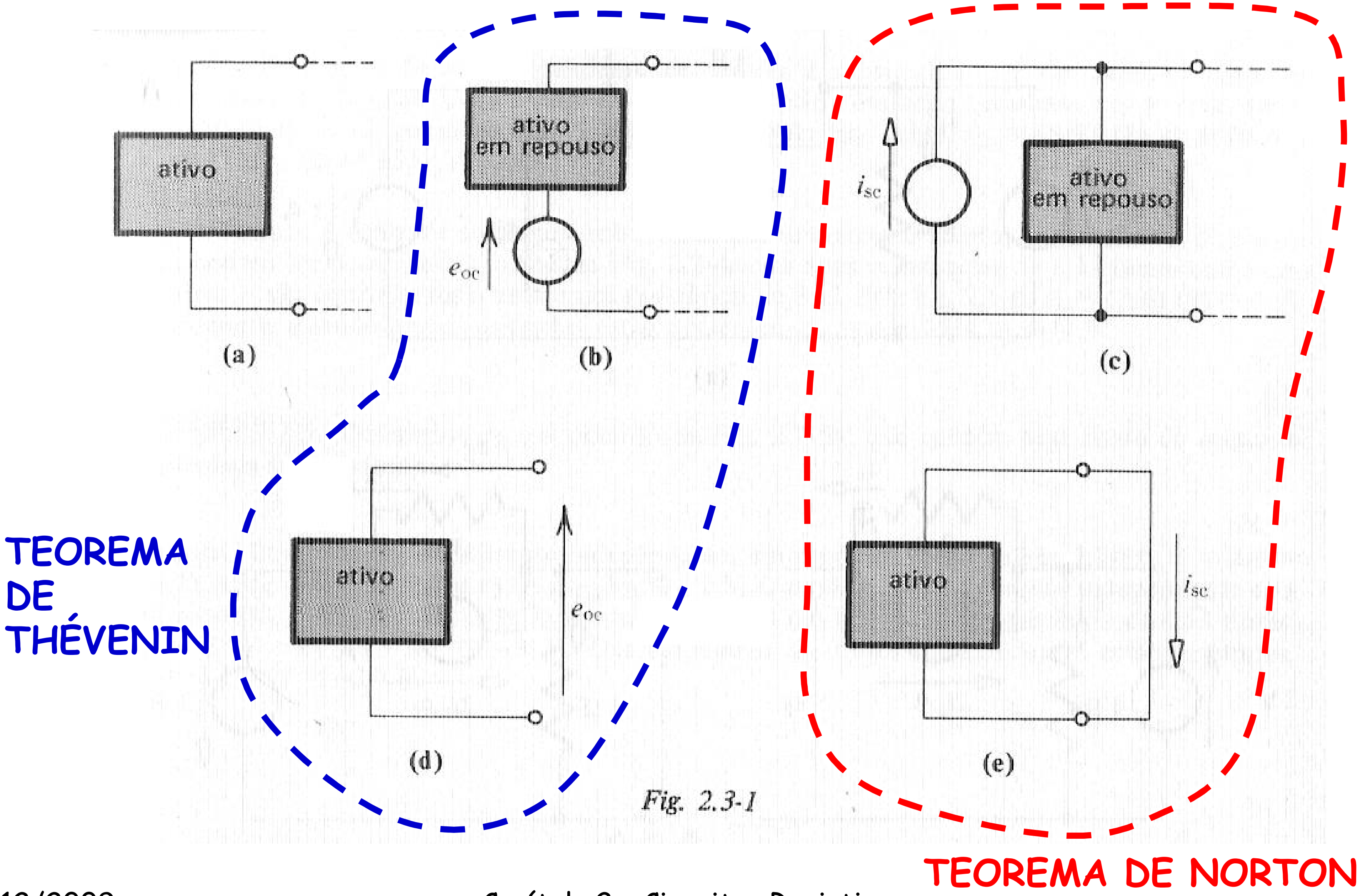


Fig. 2.3-1

Teoremas de Thévenin e Norton

- Demonstração
  - Livro-Texto -> Textos que acompanham as figuras:
    - 2.3-2 (pp.56-57),
    - 2.3-9 (pp. 62-63) e
    - 2.3-16 (pp. 65, 66 e 68).

  - Alternativa no quadro.

Exemplo 2.3-1

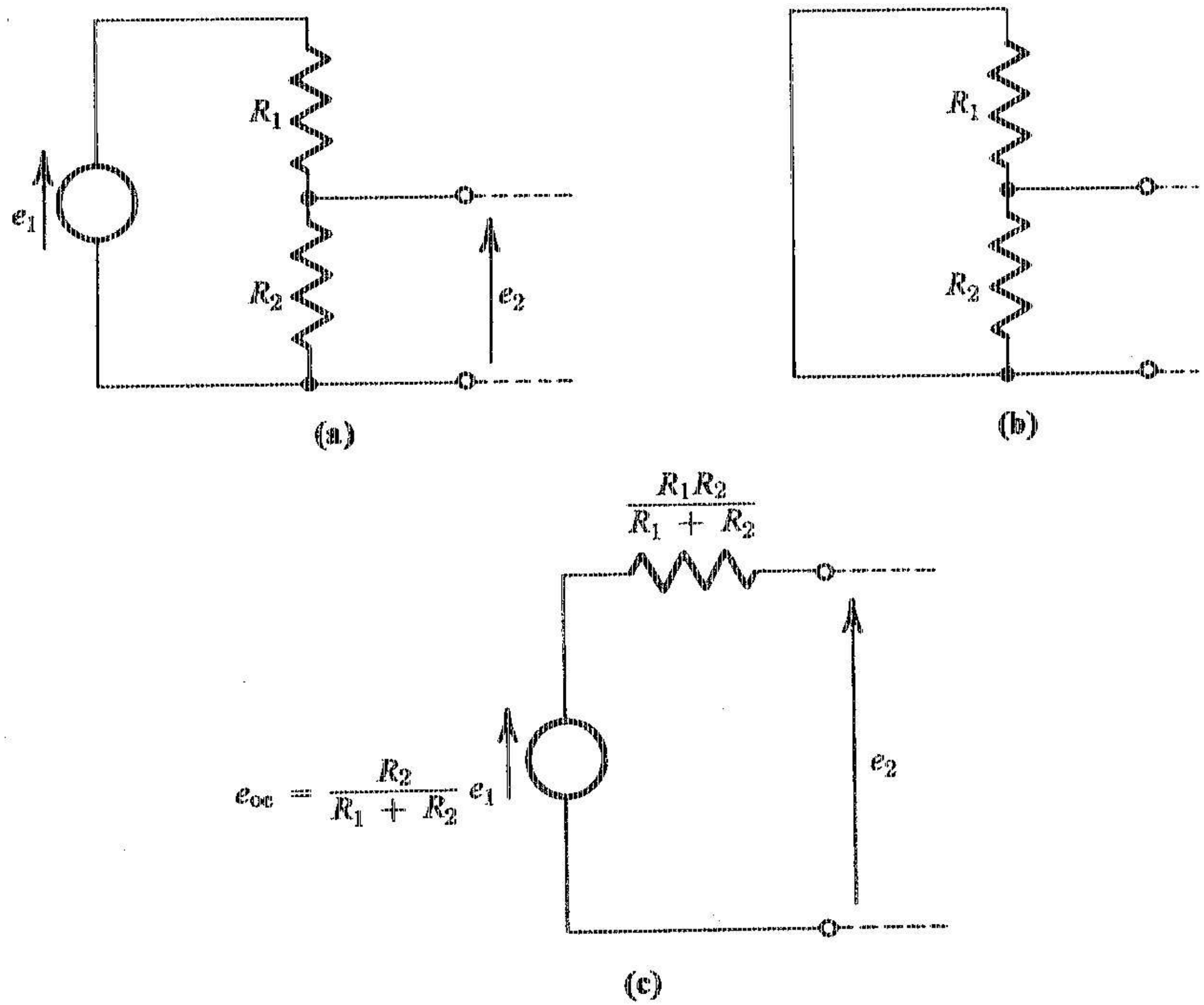
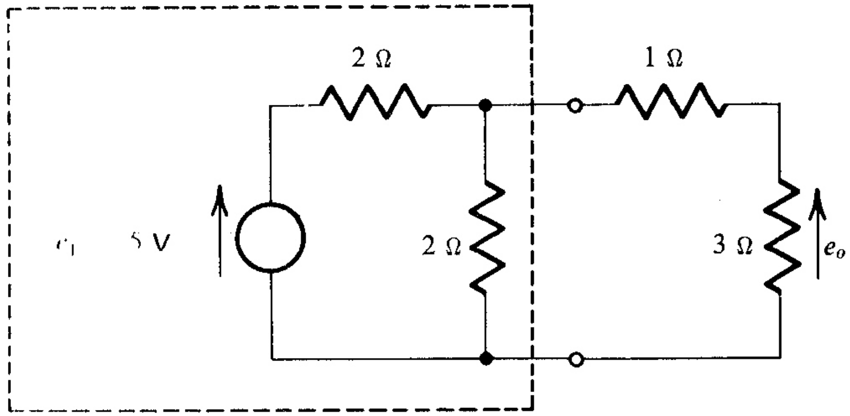


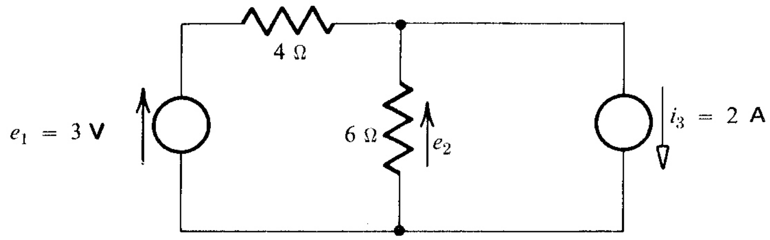
Fig. 2.3-3

Exemplo 2.3-2



(a)

Exemplo 2.3-3



(a)

Exemplo 2.3-4

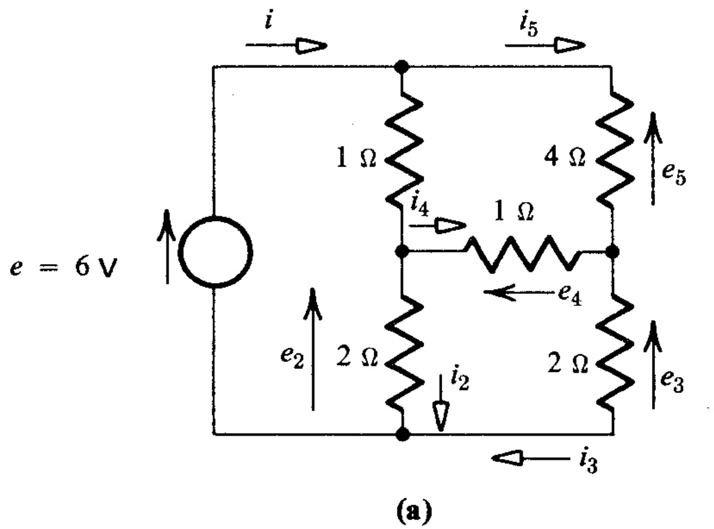
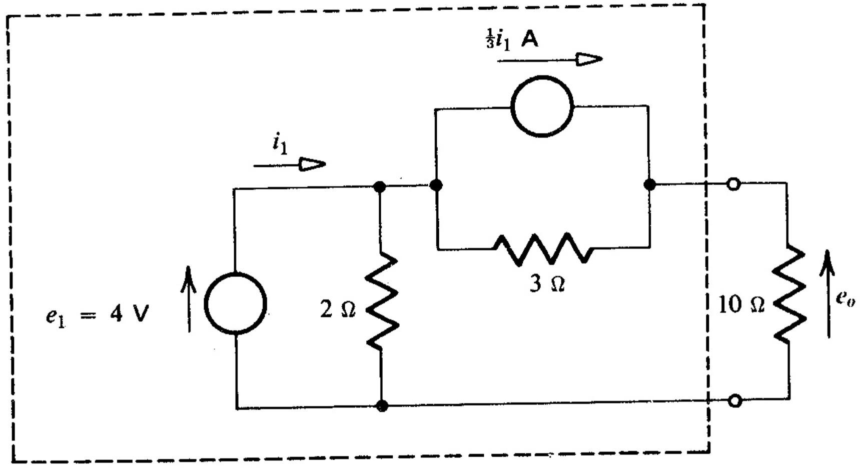


Fig. 2.3-6

Qual a resistência equivalente vista dos terminais da fonte de tensão?

Exemplo 2.3-5



(a)

Exemplo 2.3-6

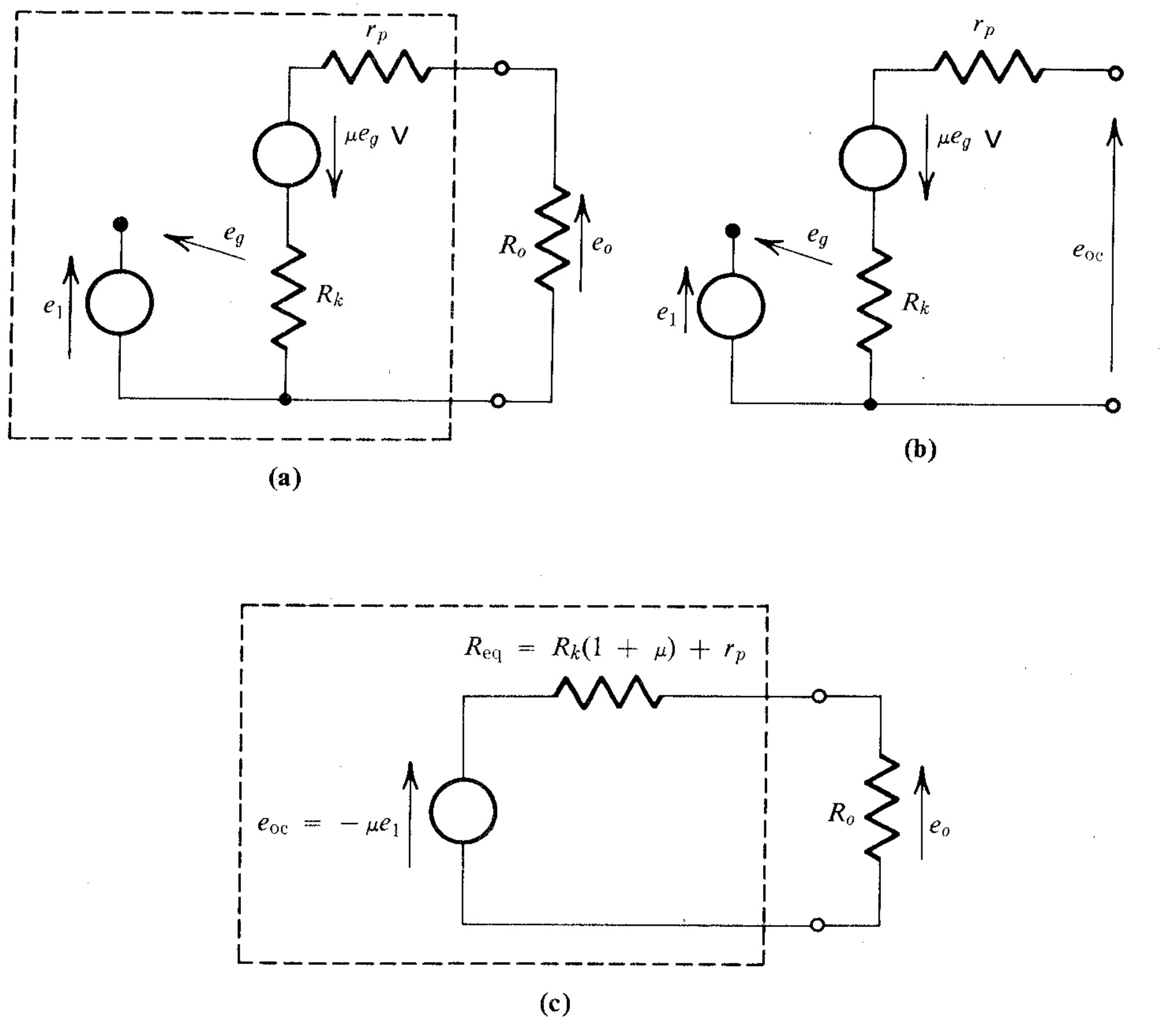


Fig. 2.3-8

Exemplo 2.3-7 (2.3-2)

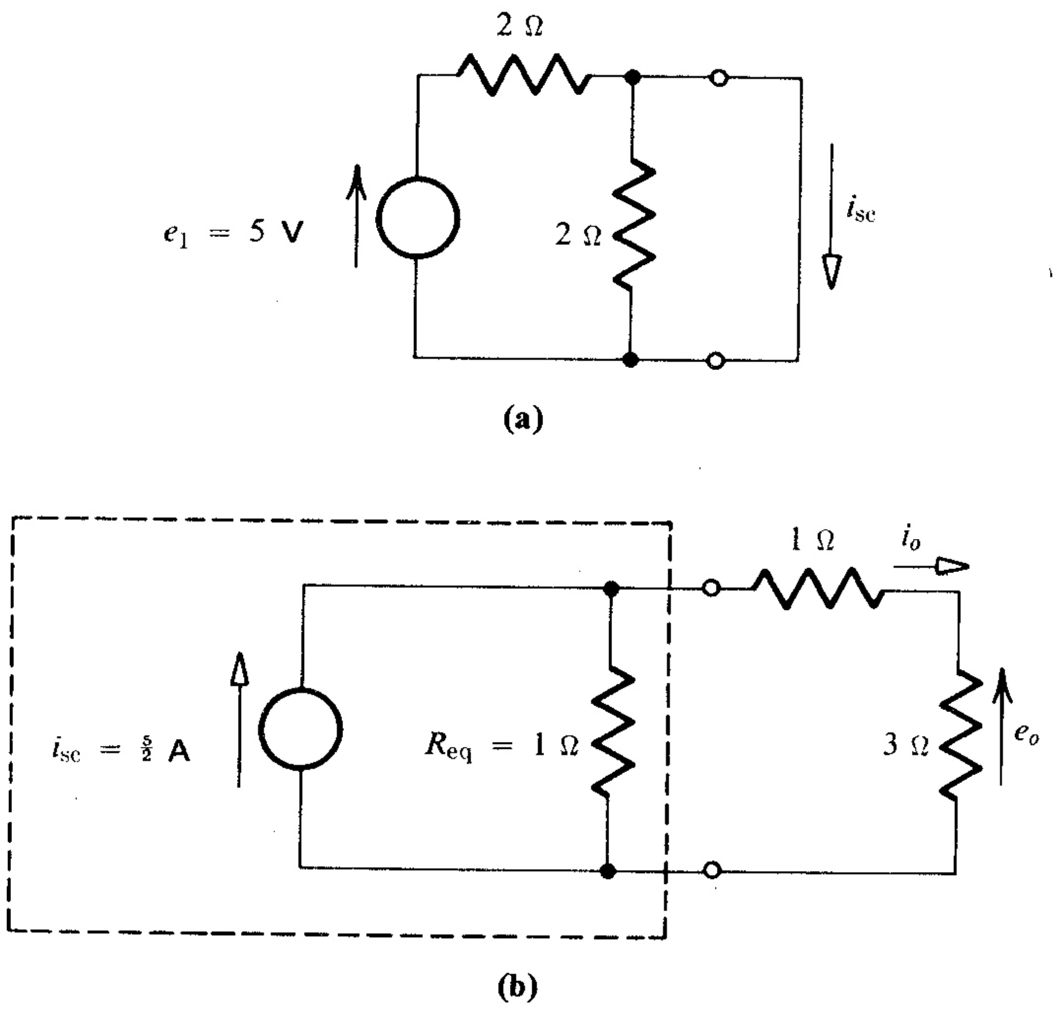


Fig. 2.3-10

Exemplo 2.3-7 (2.3-3)

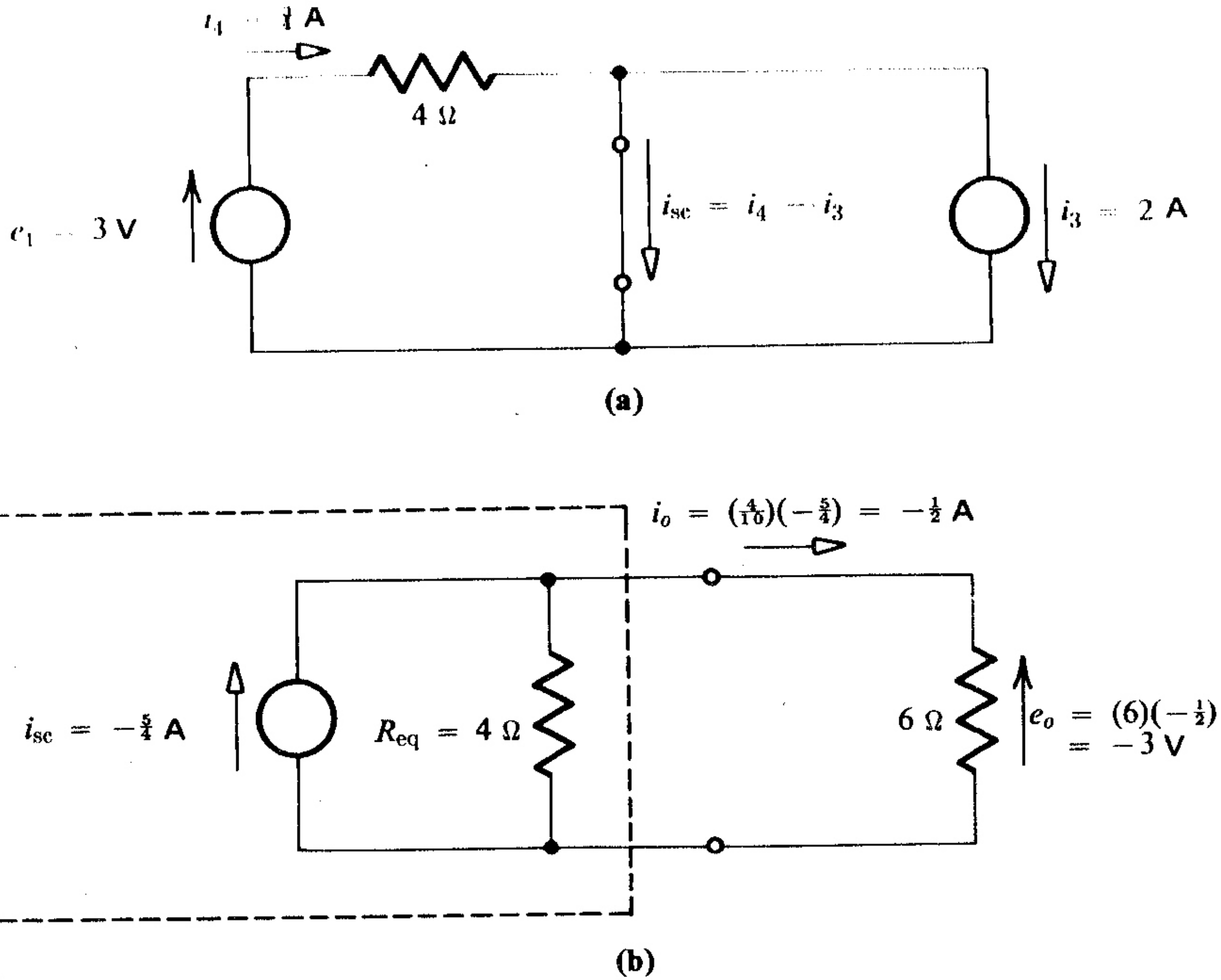


Fig. 2.3-11

Exemplo 2.3-7 (2.3-4)

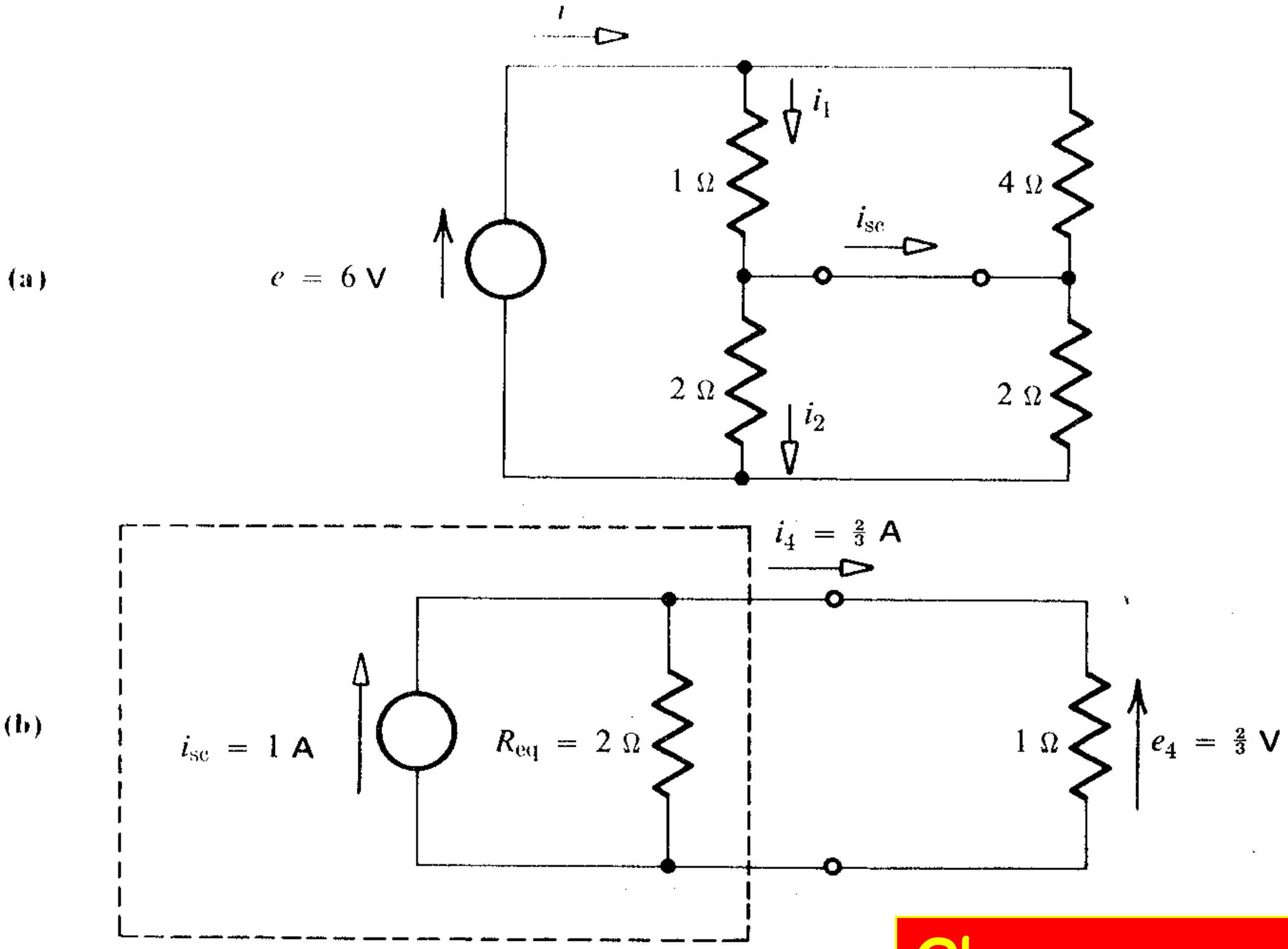


Fig. 2.3-12

Observe que
$R_{eq} = e_{oc} / i_{sc}$

Exemplo 2.3-7 (2.3-5)

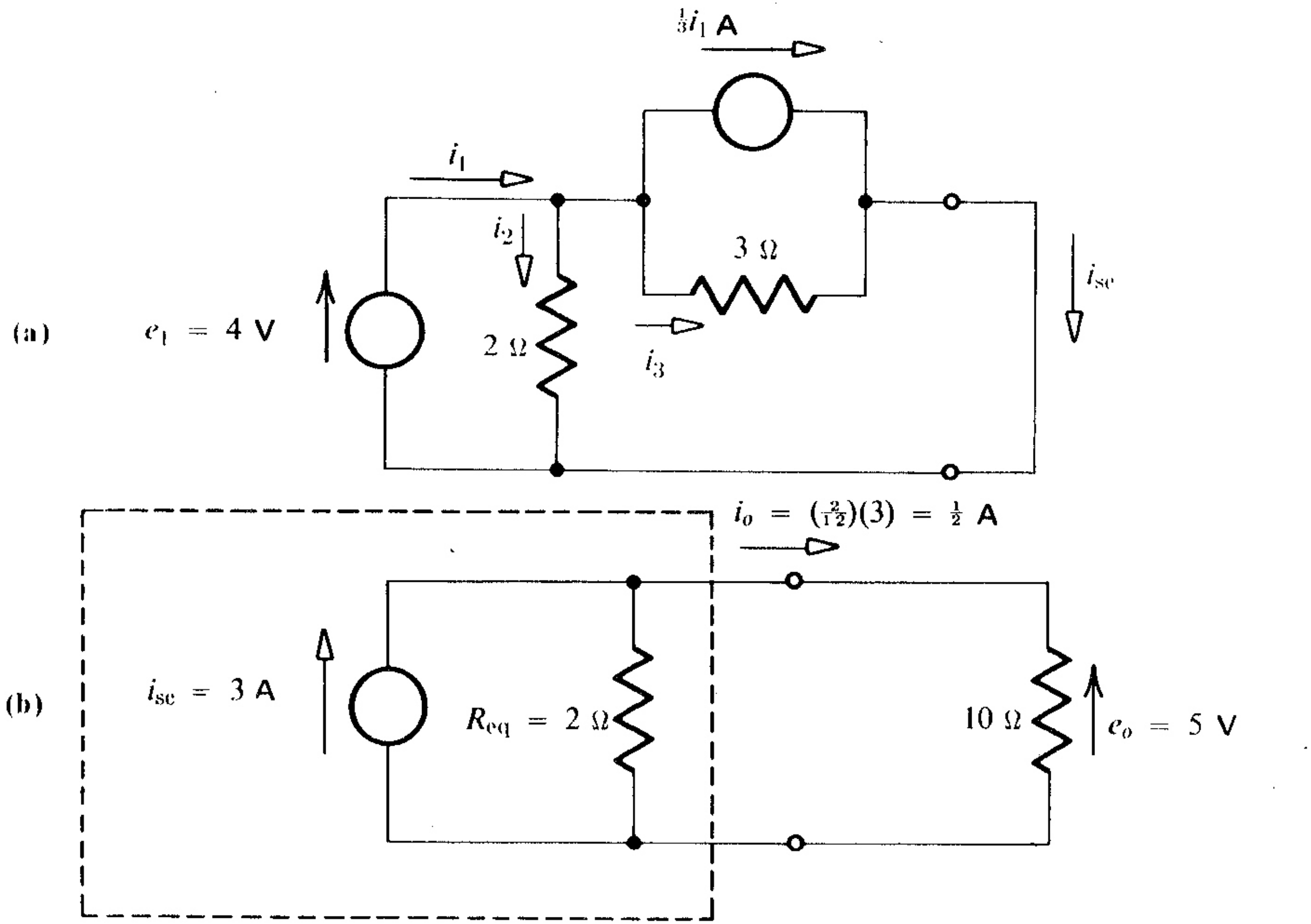
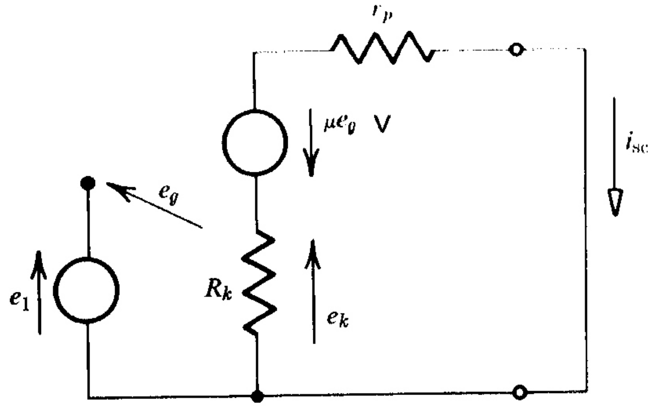


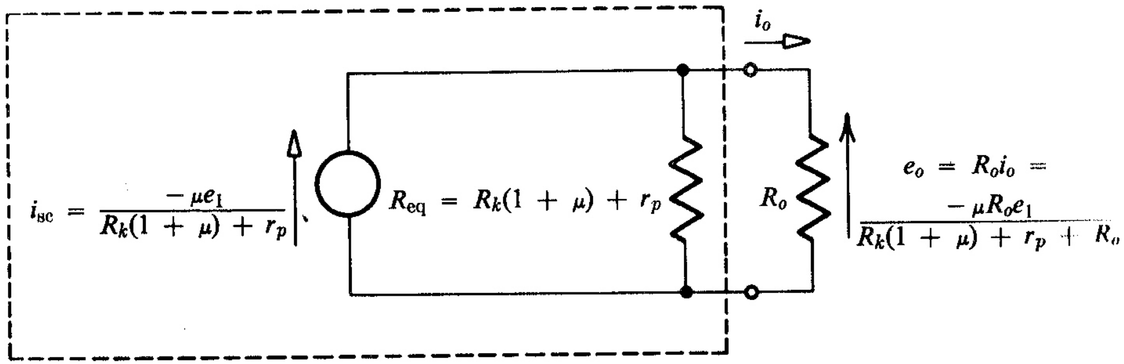
Fig. 2.3-13

FAZER !!!

Exemplo 2.3-7 (2.3-6)



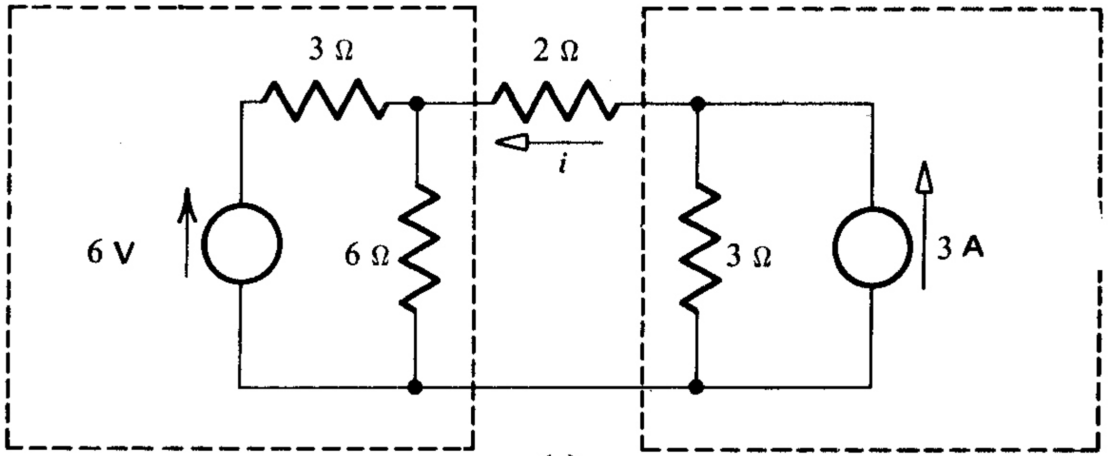
(a)



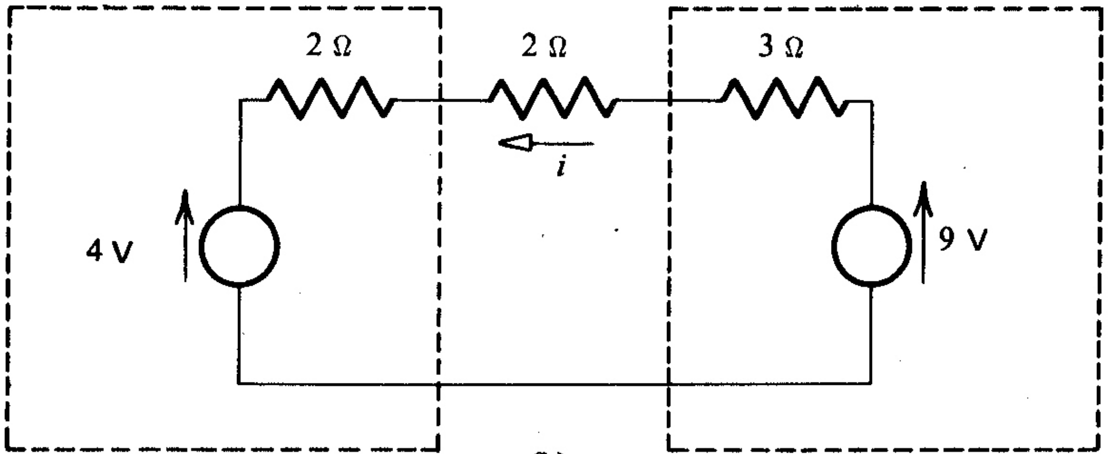
(b)

Fig. 2.3-14

Exemplo 2.3-8

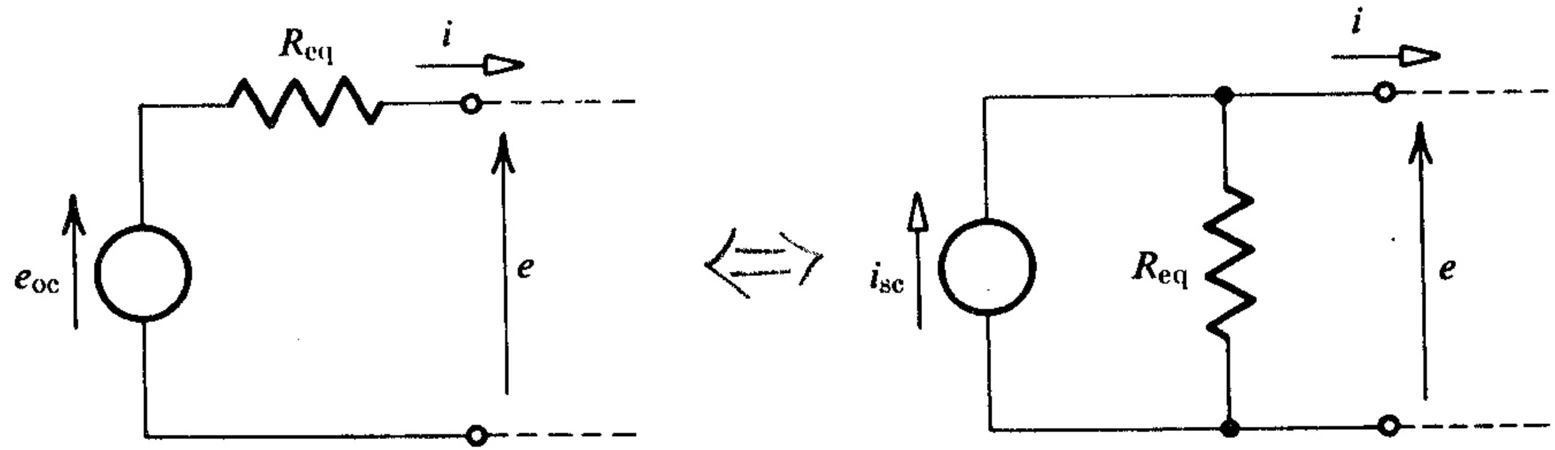


(a)



(b)

Equivalentes de Thévenin e Norton



Observe que
$R_{eq} = e_{oc} / i_{sc}$

Métodos para o Cálculo de R_{eq}

- Operações série e paralelo.
- Aplicação de uma fonte independente aos terminais e fazer $R_{eq} = e/i$ para a fonte.
- Cálculo de e_{oc} e i_{sc}.
- Obs: fontes independentes internas 'desligadas'.

Outros Teoremas

- Reciprocidade e Substituição - Priscilla e Andrés
- Milmann – Cardoso e Leandro Couto
- Compensação – Kamiroski e Groschoski
- Máxima Transferência de Energia - Carrilho
- Deslocamento – Santiago e Anderson
- Tellegen – Antônio David e Morelli
- Miller – Condé, Azevedo e de Freitas
- Livro: Desoer e Kuh

Problemas Selecionados

- Problemas de 2.10 a 2.21
- Anti-Quiz -> 2.21 (b)
- Pesquisa dos outros Teoremas
  - Enunciado
  - Exemplo Ilustrativo

Fim da Parte 1

Capítulo 2

Circuitos Resistivos
(Parte 2)

Seção 2.4

Topologia de Circuitos

Solução de Circuitos

- Variáveis de Interesse
  - Correntes, Tensões, Energias e Potências
- Equações de Base
  - Leis de Kirchhoff
  - Relações e x i para Resistências, Fontes, Indutâncias, Capacitâncias etc.
- Recai-se em Sistemas de Equações Algébricas ou Íntegro-Diferenciais

Neste Capítulo

- Relações e x i para Resistências e Fontes
- Sistemas de Equações Algébricas
- Evidenciam-se os principais resultados da análise de circuitos sem entrar na complexidade da solução de sistemas de equações íntegro-diferenicais
- Os resultados serão 'exportados' para domínios mais complexos nos outros capítulos

Métodos Formais

- É desejável o desenvolvimento de procedimentos gerais e sistemáticos para se resolverem circuitos de qualquer grau de complexidade.

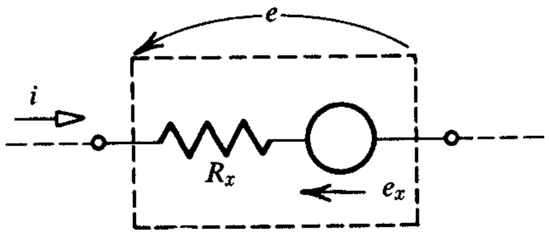
- As únicas relações necessárias devem ser as Leis de Kirchhoff e as Equações dos Elementos.

- Por que isso? Sistematização, Automatização ...

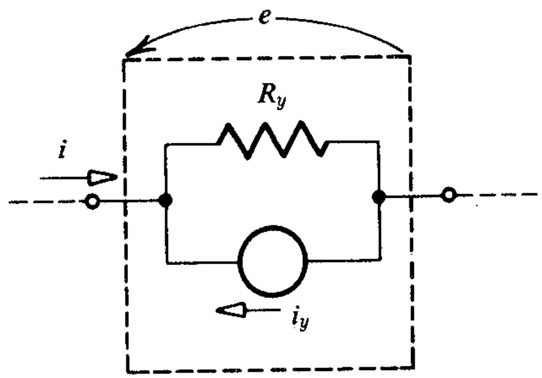
- Serão apresentados dois métodos:
  - Equações Nodais
  - Correntes de Laços

Organização de Circuitos em Ramos

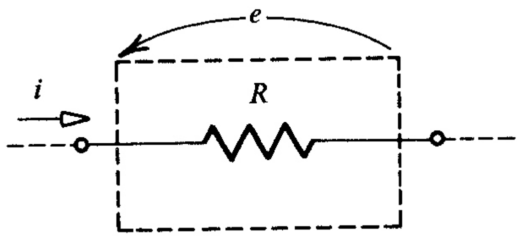
- Um circuito típico consiste em várias partes com dois terminais, cada uma das quais é caracterizada por uma relação corrente tensão conhecida.



(a) $e = e_x + R_x i$



(b) $e = R_y(i_y + i)$



(c) $e = Ri$

Observa-se que isso não se aplica a todos os casos (ilustrar).

Organização de Circuitos em Ramos

- Circuitos particionados em Ramos (partes com dois terminais) ligados por nós.
- Consideram-se em geral os ramos e nós essenciais.
- Letras:
  - B : número de ramos essenciais
  - N : número de nós essenciais

Exemplo de Equacionamento

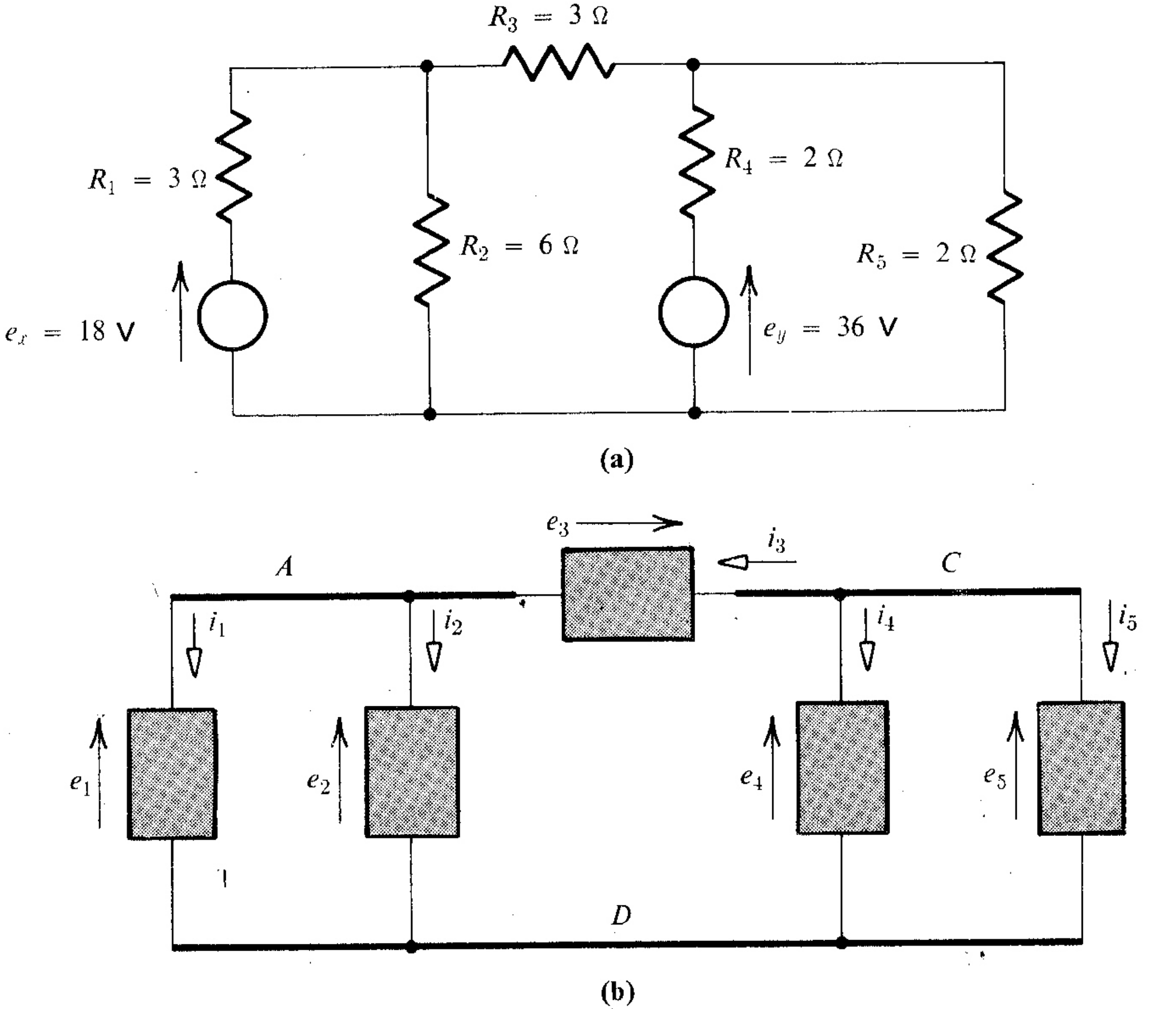


Fig. 2.4-2

B = 5
N = 3
2B = 10

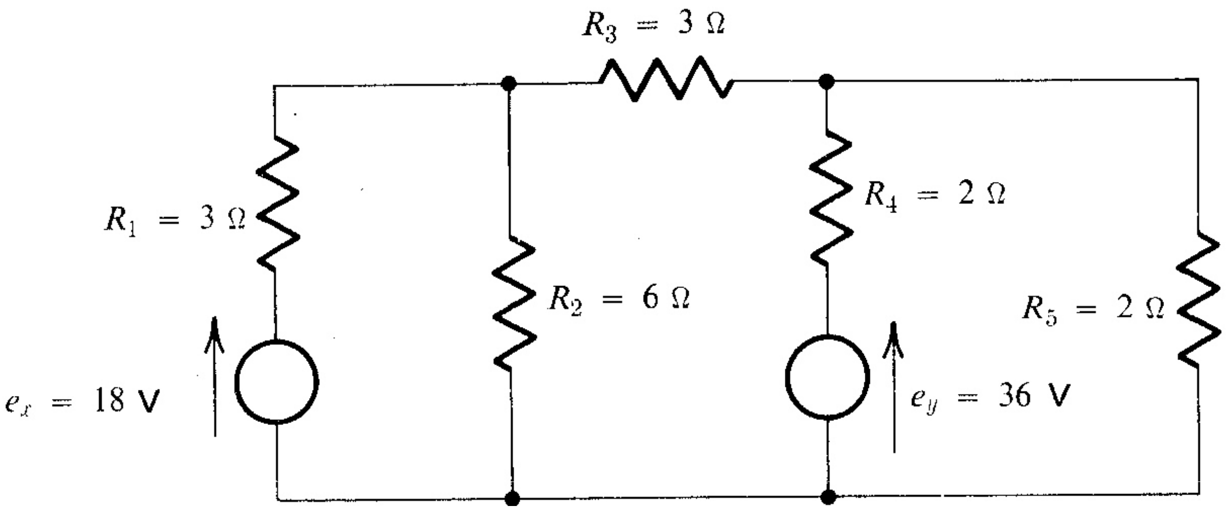
Exemplo de Equacionamento

- Circuito com B ramos contém 2B icógnitas.
  - B correntes de ramo e B tensões de ramo.

- Como encontrar 2B equações algébricas independentes para obter os valores das 2B icógnitas?
  - B equações pela lei de Ohm (lei dos elementos)
  - N-1 equações pela LKC
  - B-N+1 equações pela LKT

- A princípio, deve-se resolver um sistema com 2B equações e 2B icógnitas.

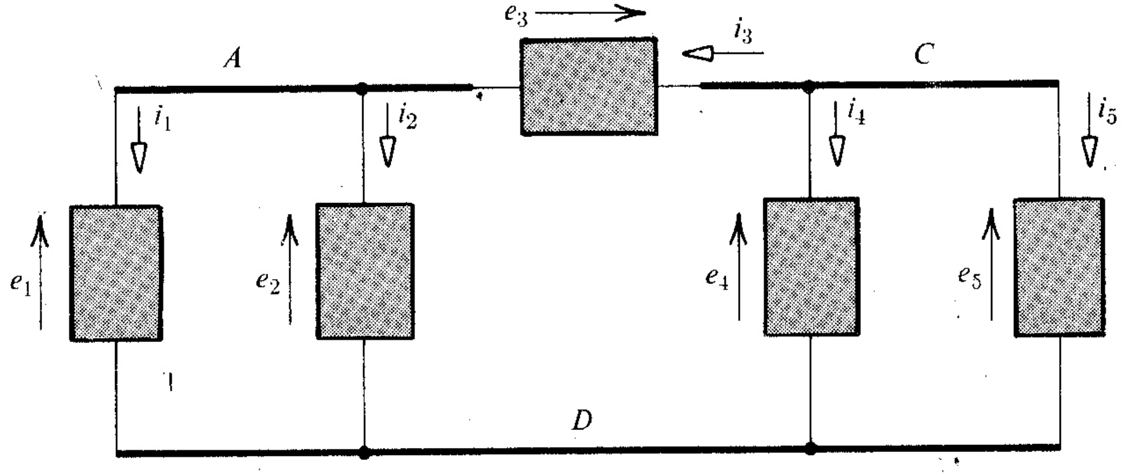
B=5 Equações LI pela Lei de Ohm



- $e_1 = 3i_1+18$
- $e_2 = 6i_2$
- $e_3 = 3i_3$
- $e_4 = 2i_4+36$
- $e_5 = 2i_5$

- $i_1 = (e_1-18)/3$
- $i_2 = e_2/6$
- $i_3 = e_3/3$
- $i_4 = (e_4-36)/2$
- $i_5 = e_5/2$

N-1=2 Equações LI pela LKC

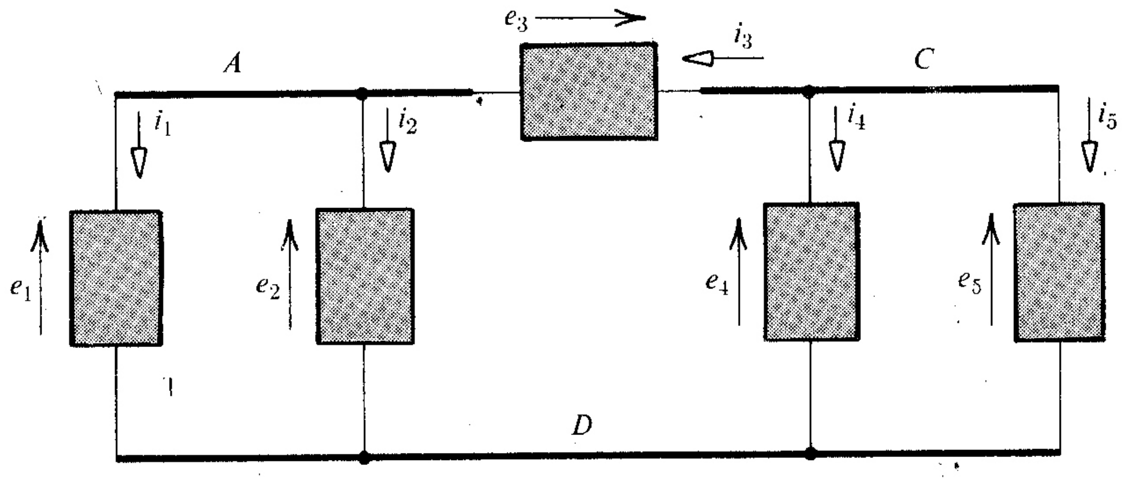


(b)

- $i_1 + i_2 + i_3 = 0$
- $-i_3+i_4+i_5 = 0$

- Outras ?

B-N+1=3 Equações LI pela LKT



(b)

- $e_1 = e_2$
- $e_2 = e_3 + e_4$
- $e_4 = e_5$

- Outras ?

Equações Nodais

- Três das cinco tensões de ramo podem ser expressas como funções das outras duas (desde que estas sejam LI).
  - Por exemplo, $\{e_2, e_4\}$

- Todas as correntes de ramo podem ser expressas em termos das tensões escolhidas.

- As correntes encontradas podem ser substituídas nas equações da LKC.

- Sistema com 2 equações e 2 icógnitas.

Equações de Laços

- Quaisquer duas correntes podem ser escritas em termos das outras três (desde que estas sejam LI).
  - Por exemplo, $\{i_1, i_3, i_5\}$
  - $\{i_1, i_2, i_3\}$ não

- Todas as correntes de ramo podem ser expressas pelas três correntes escolhidas.

- Reescrevem-se as equações da LKT pelas correntes escolhidas.

- Obtém-se um sistema com 3 equações e 3 icógnitas.

Teoremas para as Equações Nodais

- Há exatamente N-1 equações independentes pela LKC que podem ser obtidas fazendo-se a soma das correntes que saem de N-1 nós iguais a zero.

- Todas as tensões de ramo podem ser expressas em função de N-1 tensões independentes pela LKT.
  - Tensões de Nó.

Teoremas para as Correntes de Laços

- Há B-N+1 equações independentes pela LKT que podem ser escritas pela escolha conveniente de laços no circuito.

- Todas as correntes de ramo podem ser expressas em função de B-N+1 correntes independentes pela LKC.
  - Correntes de Malha.
  - Correntes de Ligação.

Circuito, Grafo e Grafo Orientado

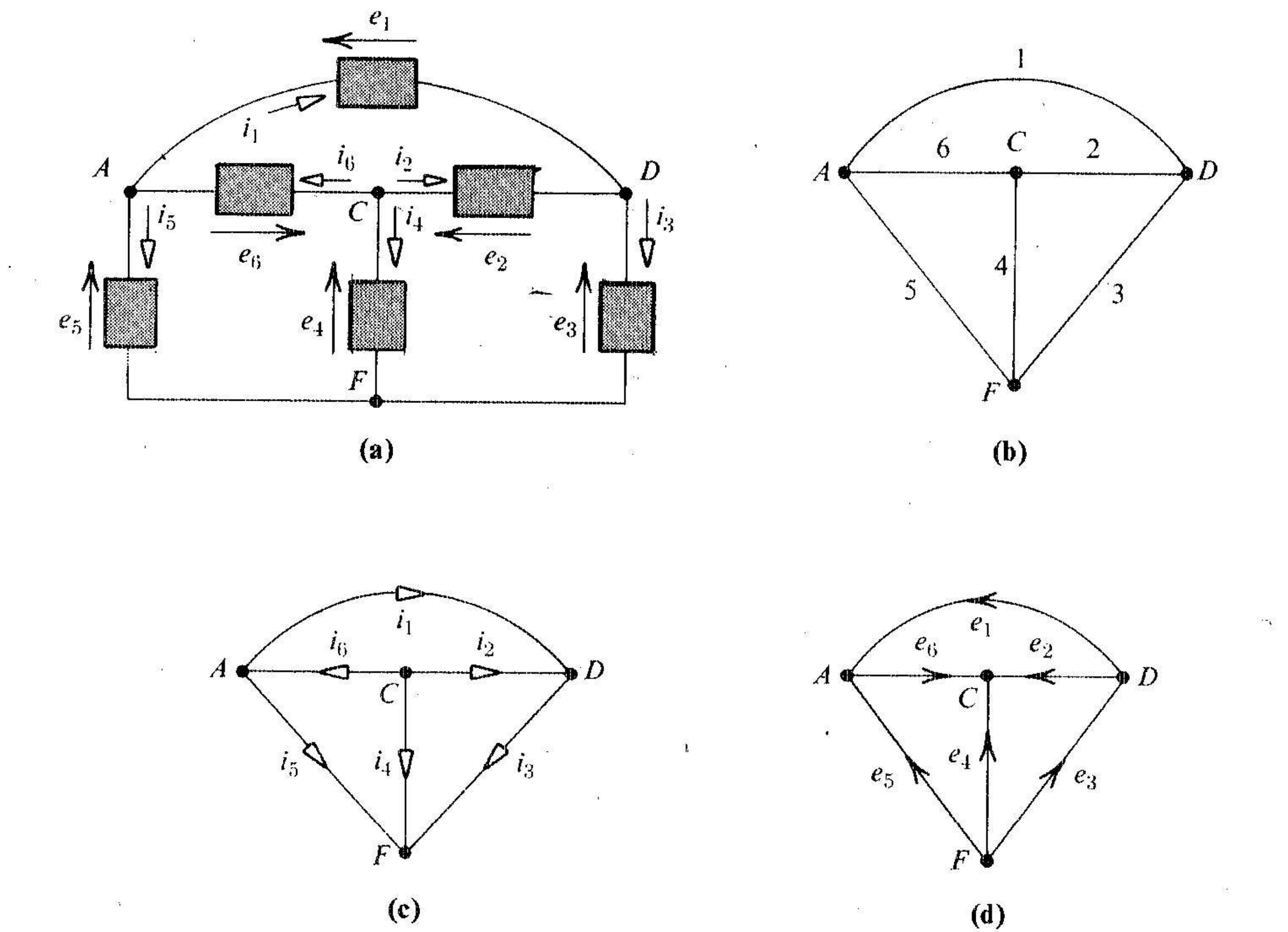


Fig. 2.4-3

Grafo Conectado, Laços

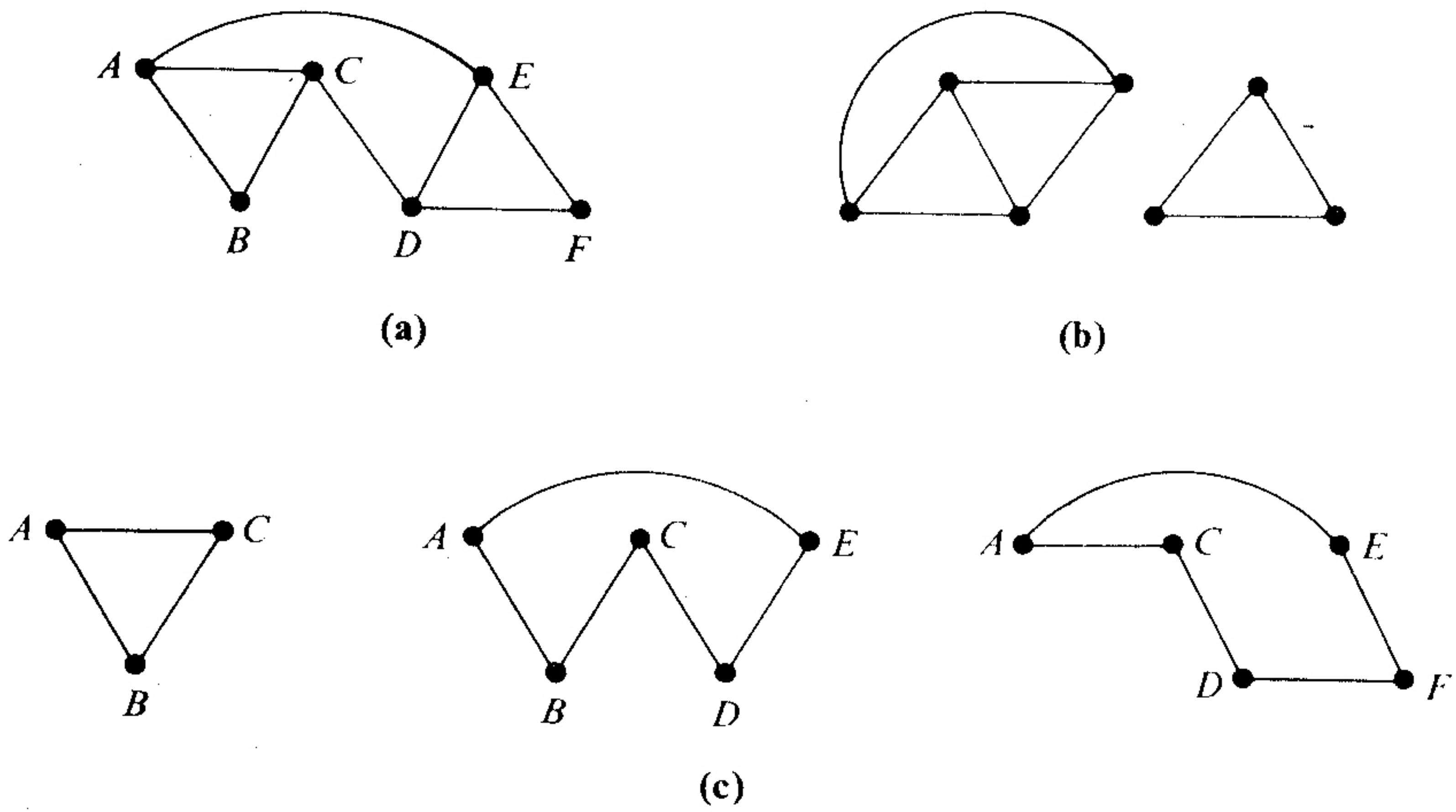


Fig. 2.4-4

Árvores e Ligações

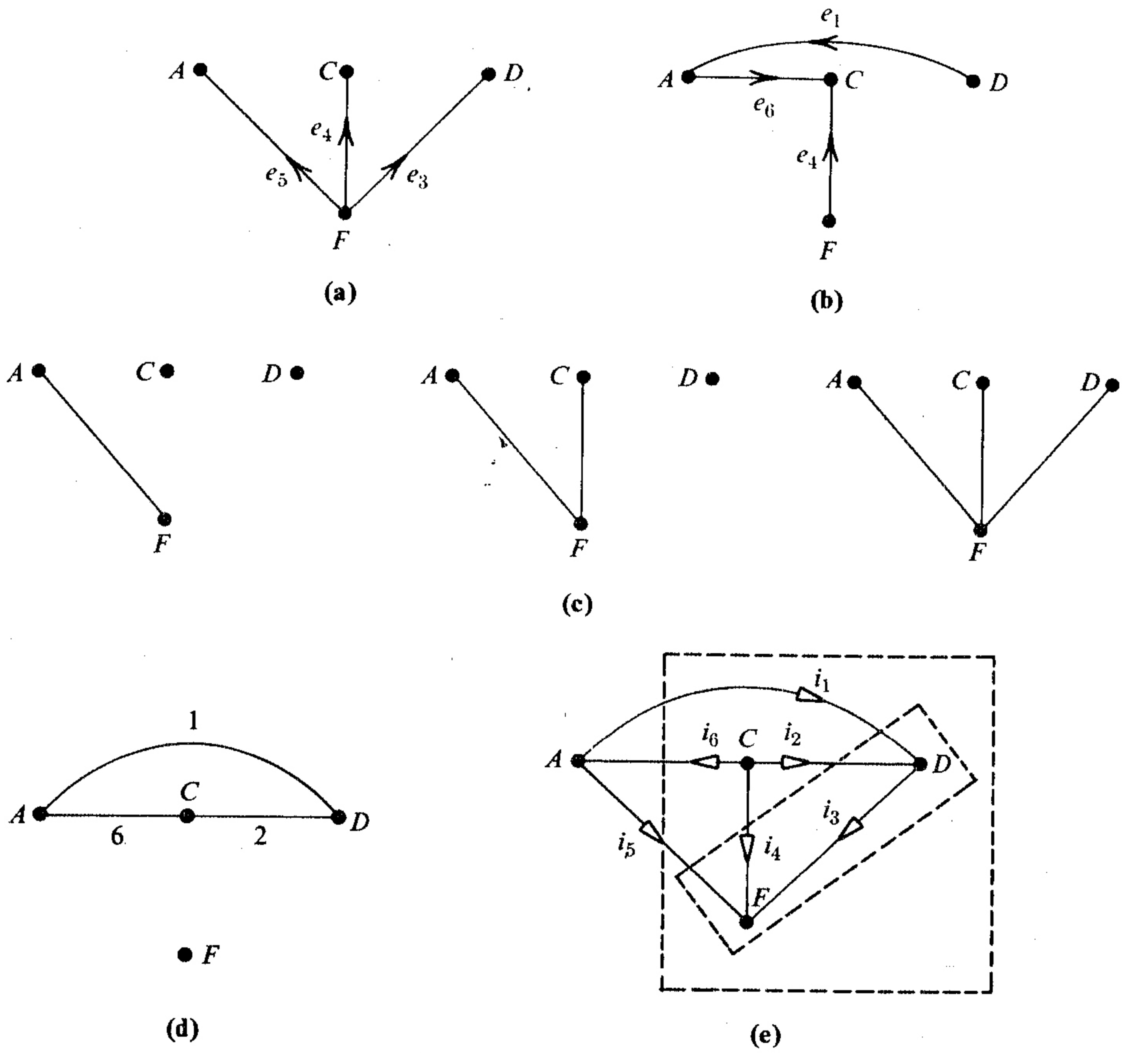


Fig. 2.4-5

Laços Independentes

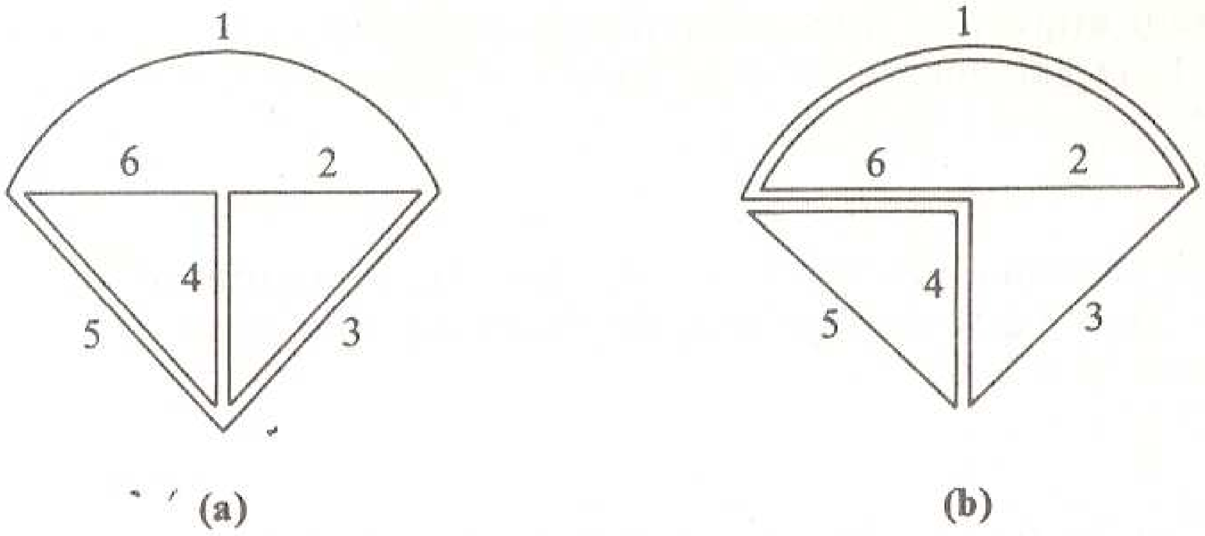


Fig. 2.4-6

Grafo Planar

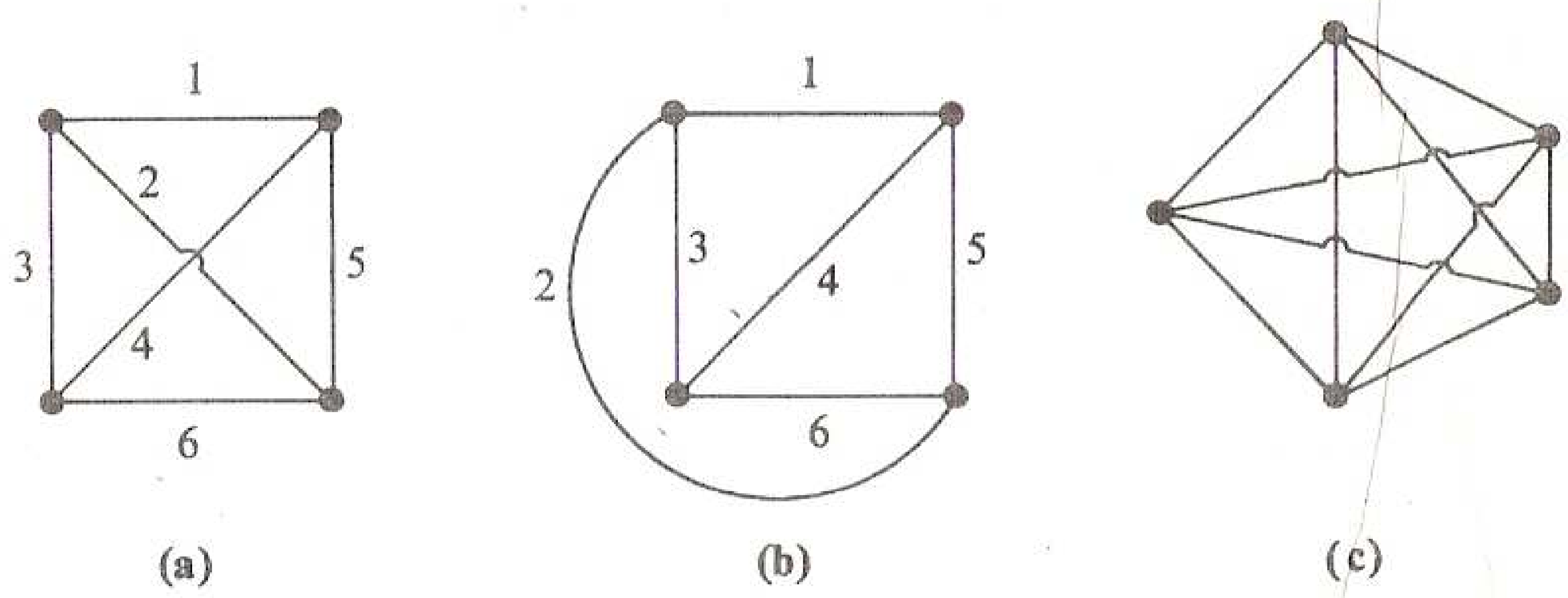
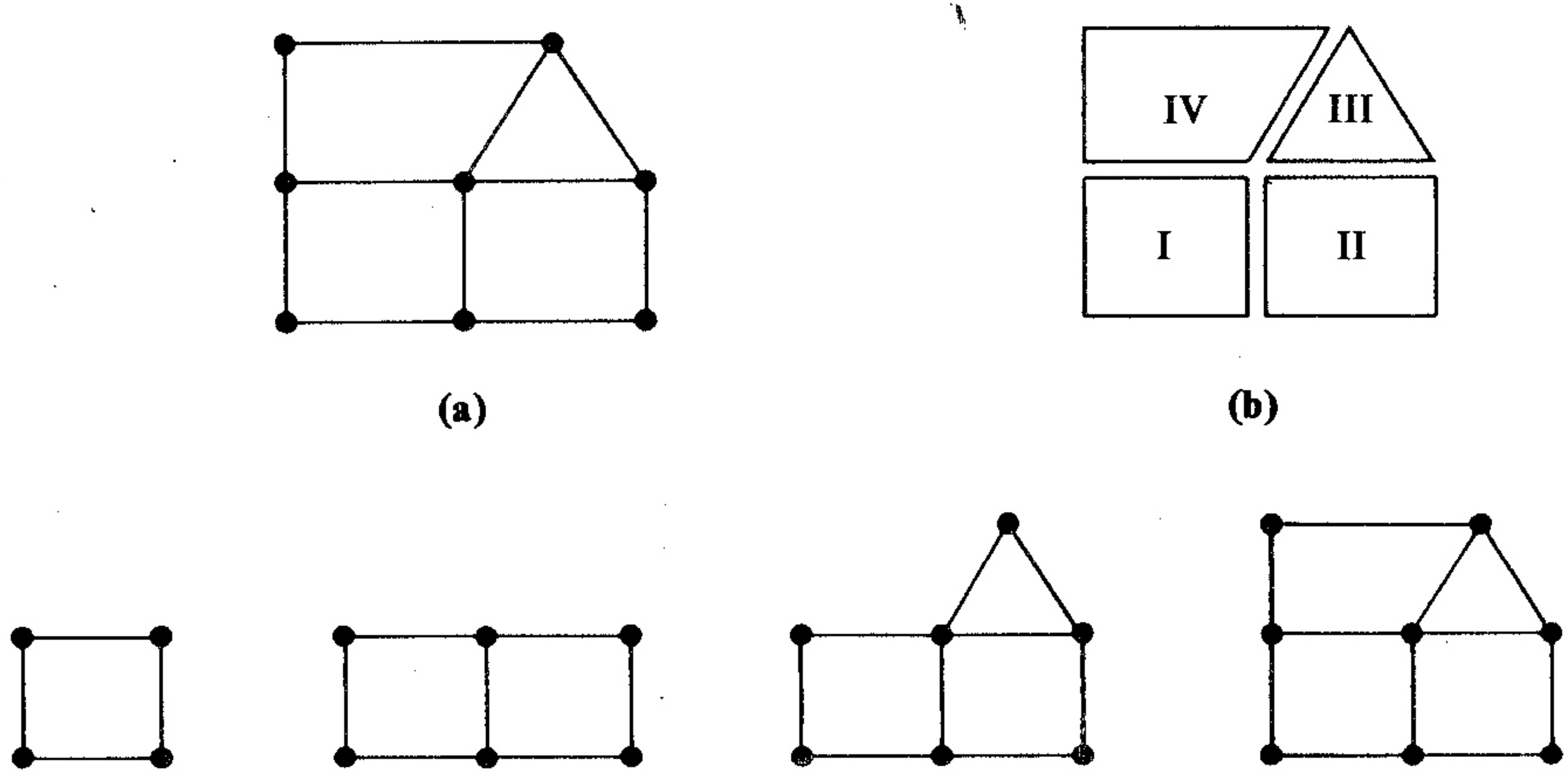


Fig. 2.4-7

Malhas



(a) (b) (c)

Fig. 2.4-8

Seção 2.5

Equações Nodais

Nó de Referência

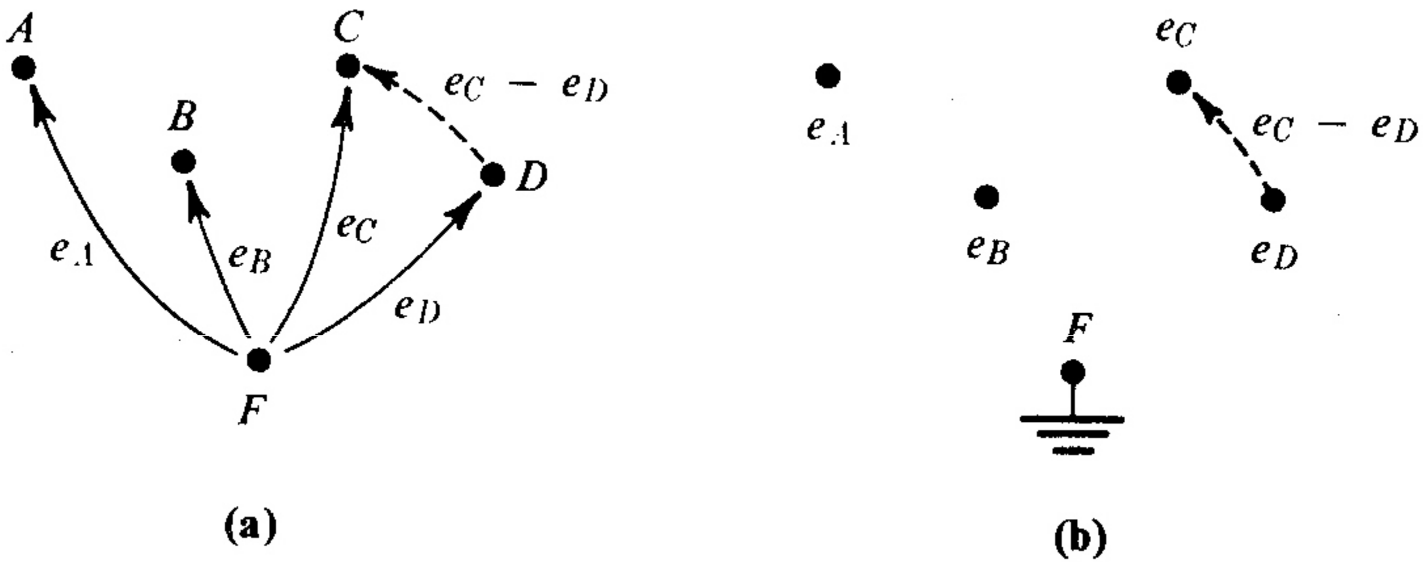
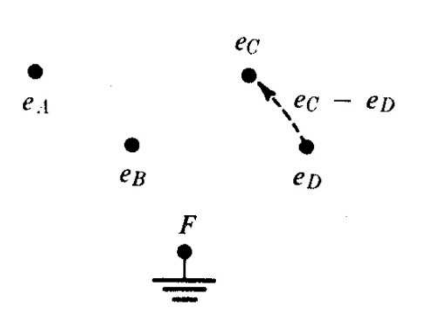


Fig. 2.5-1

Método das Equações Nodais

Escolhe-se um nó como referência para as tensões:

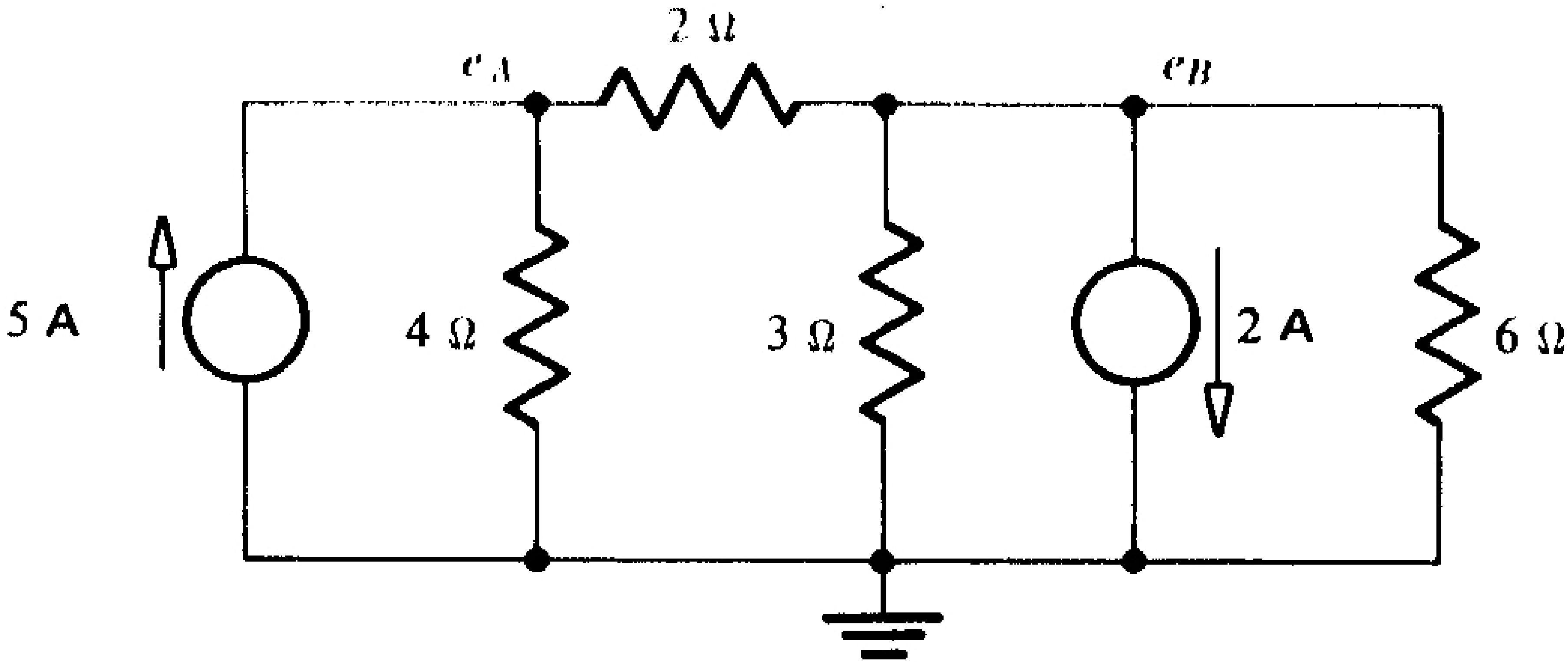


Definir
N-1 tensões de nó.

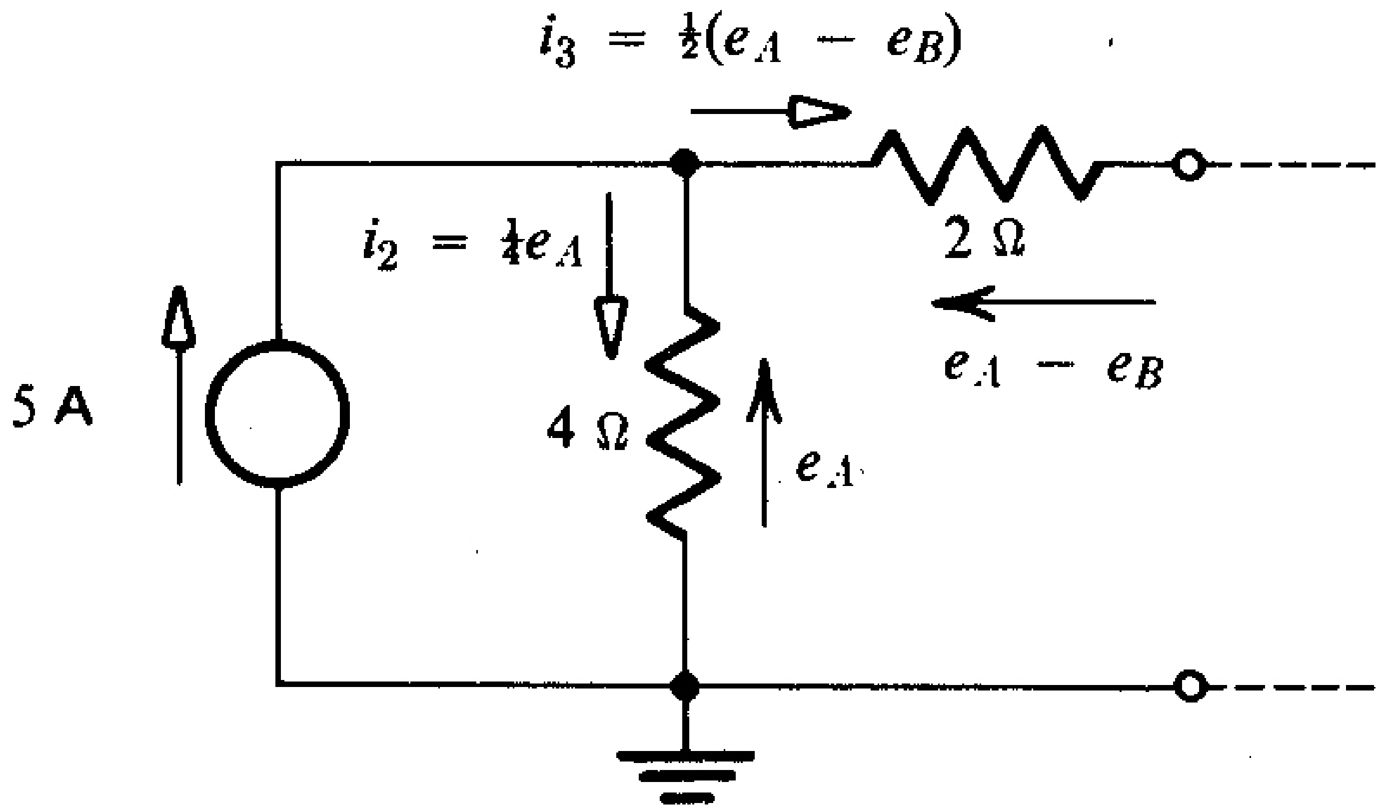
As outras tensões e correntes são expressas como funções das tensões de nó escolhidas.

Obter N-1 equações a partir das LKC sobre os nós escolhidos, tendo por icógnitas as N-1 tensões de nó, e resolver o sistema.

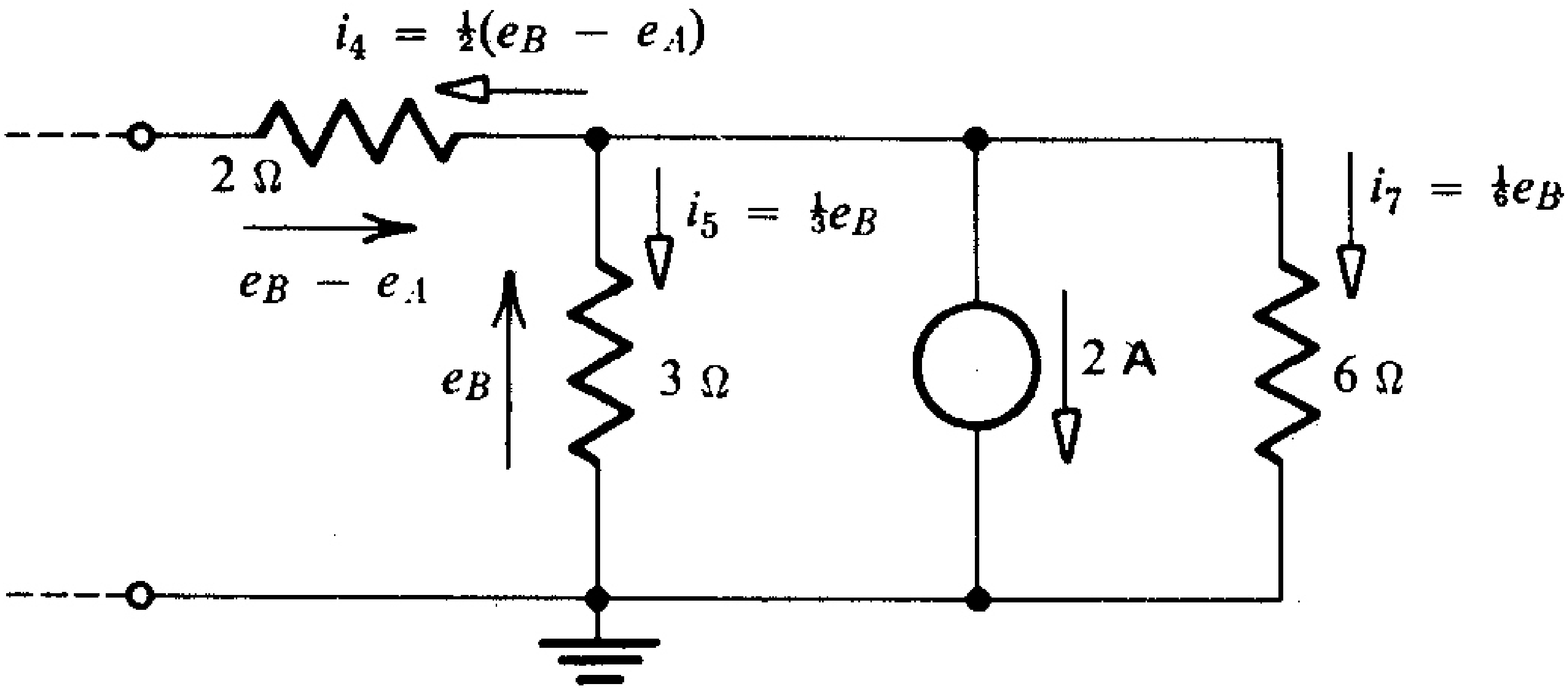
Exemplo 2.5-1



Exemplo 2.5-1



Exemplo 2.5-1



Equações Nodais

- Num circuito com N nós com somente fontes de corrente independentes, as equações nodais simplificadas têm a forma seguinte:

$$\begin{cases} G_{11}e_1 - G_{12}e_2 - \ldots - G_{1,N-1}e_{N-1} = i_1 \\ -G_{21}e_1 + G_{22}e_2 - \ldots - G_{2,N-1}e_{N-1} = i_2 \\ \ldots \\ -G_{N-1,1}e_1 - G_{N-1,2}e_2 - \ldots + G_{N-1,N-1}e_{N-1} = i_{N-1} \end{cases}$$

- Onde
  - e_j : tensão do nó j em relação ao nó de referência (j = 1,2,…,N-1)
  - G_{jj} : soma das condutâncias de todos os ramos resistivos que possuem um terminal no nó j
  - $G_{jk} = G_{kj}$: soma das condutâncias dos ramos resistivos entre os nós j e k
  - i_j : soma algébrica das correntes entrando no nó j, provenientes de fontes de corrente ligadas ao nó

Forma Matricial

- Matriz de Condutâncias:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & \ldots & -G_{1,N-1} \\ -G_{21} & G_{22} & \ldots & -G_{2,N-1} \\ & & \ldots & \\ -G_{N-1,1} & -G_{N-1,2} & \ldots & G_{N-1,N-1} \end{bmatrix}$$

Simétrica e Inversível

- Forma matricial das Equações Nodais:

$$GE = I$$

- Onde
  - E : vetor-coluna das tensões nodais
  - I : vetor-coluna das fontes correntes que entram/saem dos nós.

Método Nodal

- Funciona bem com ramos contendo fontes de corrente independentes, pois suas tensões são icógnitas.

- Dica: transformar fontes de tensão em série com resistência em fontes de corrente em paralelo com resistência.

- Casos especiais
  - Um ramo é uma fonte dependente.
  - Um ramo é uma fonte de tensão independente.

Exemplo 2.5-2

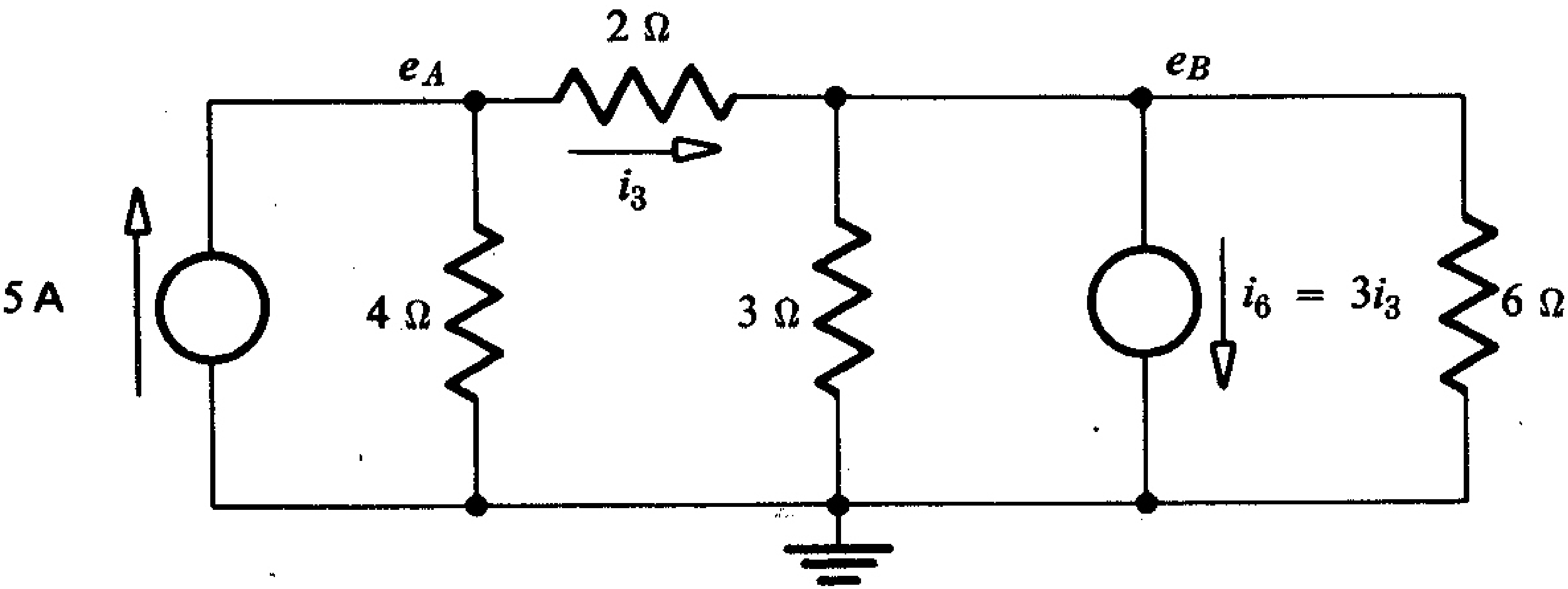


Fig. 2.5-3

Exemplo 2.5-3

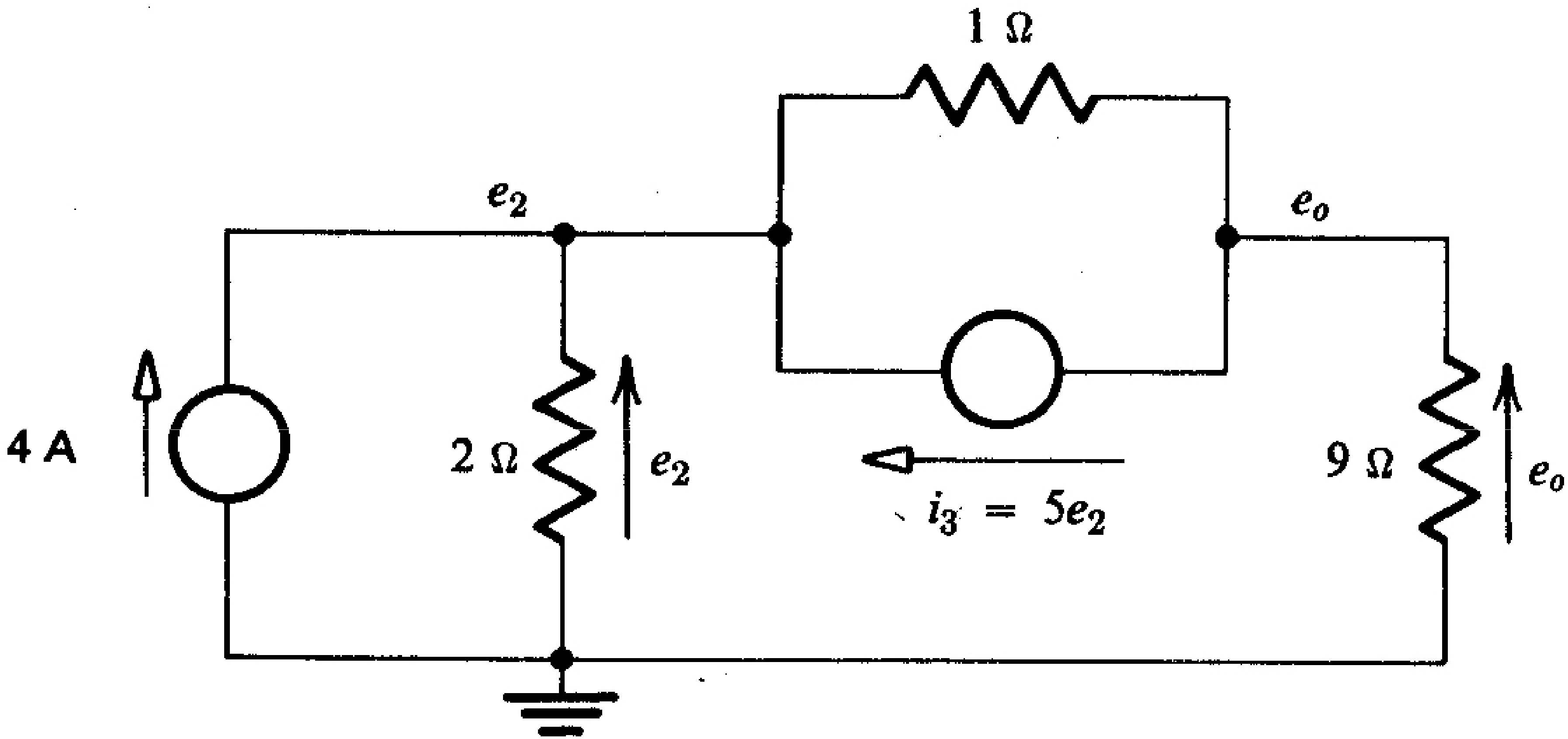
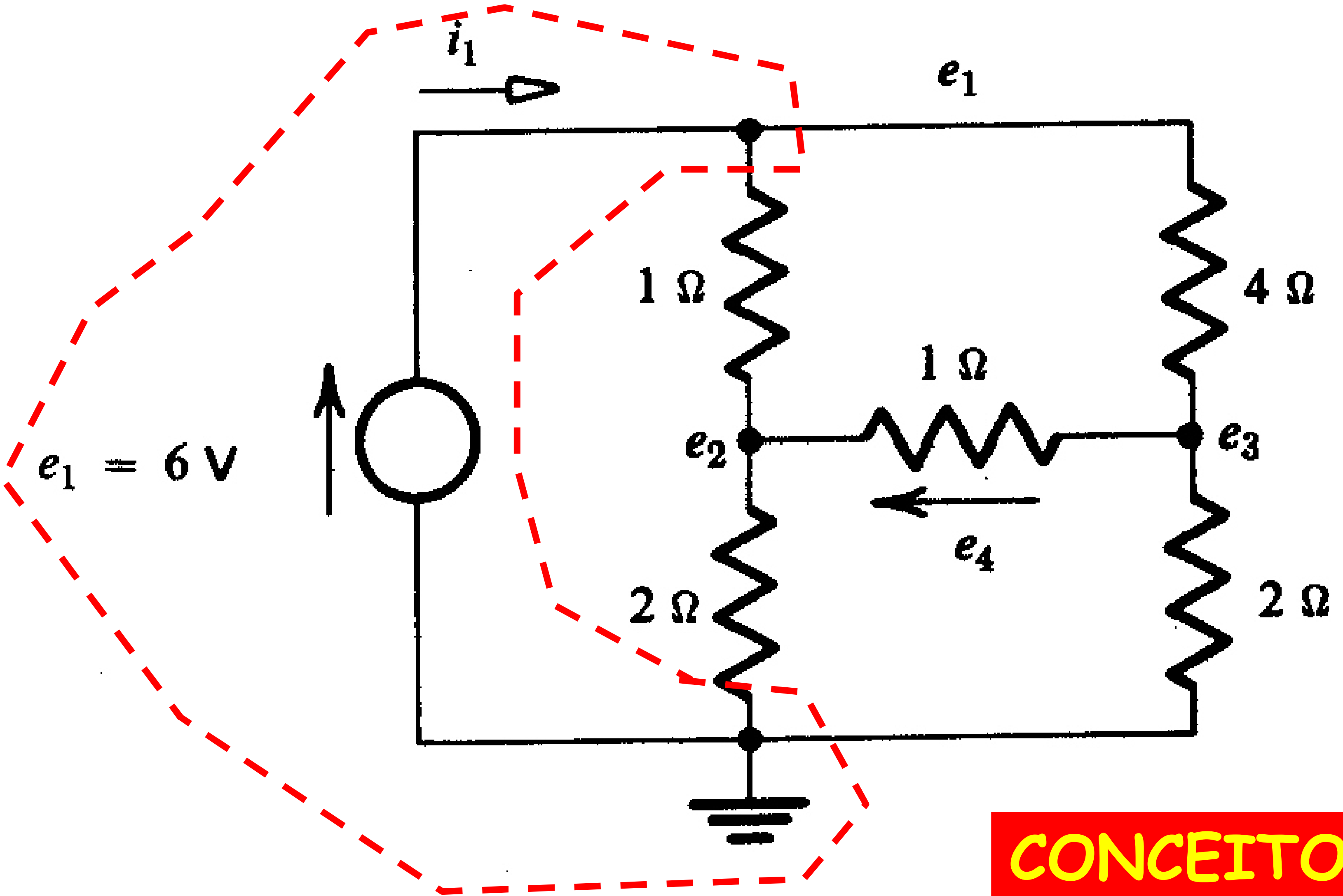


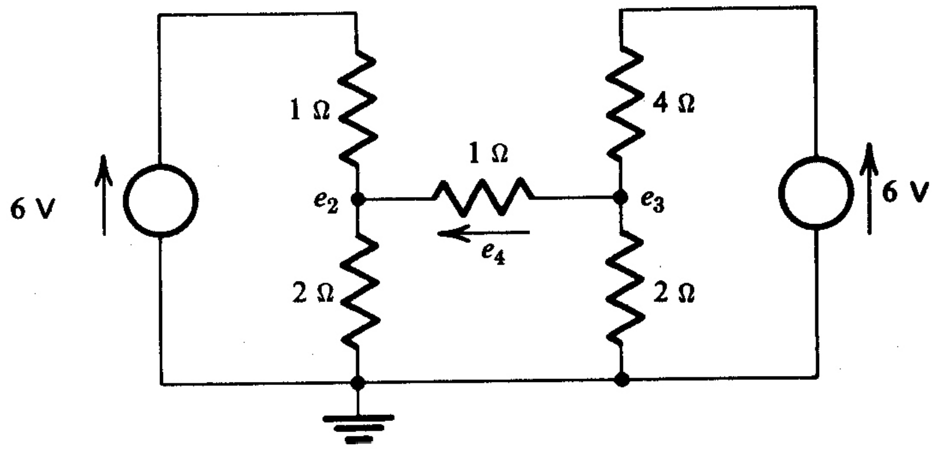
Fig. 2.5-4

Exemplo 2.5-4

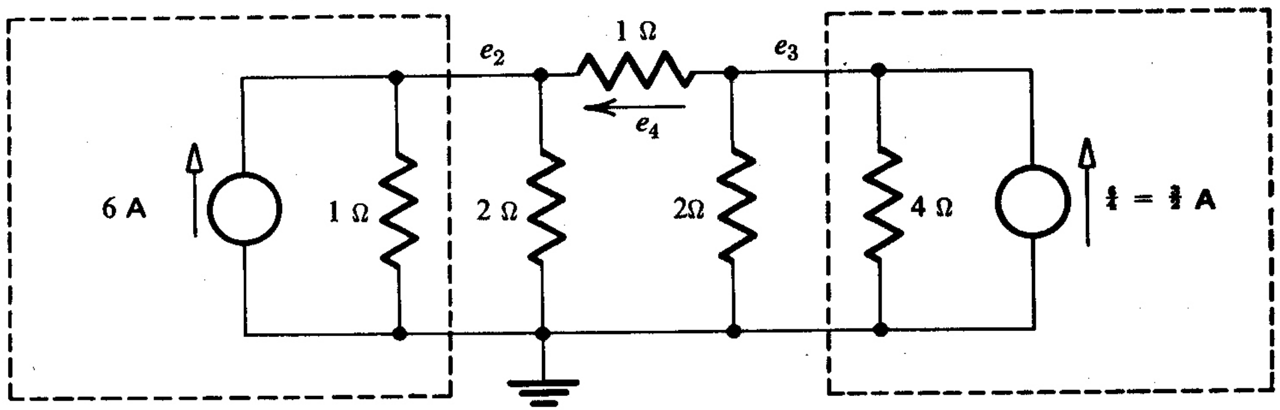


CONCEITO DE SUPERNÓ

Exemplo 2.5-4 – solução alternativa



(b)



(c)

Exemplo 2.5-5

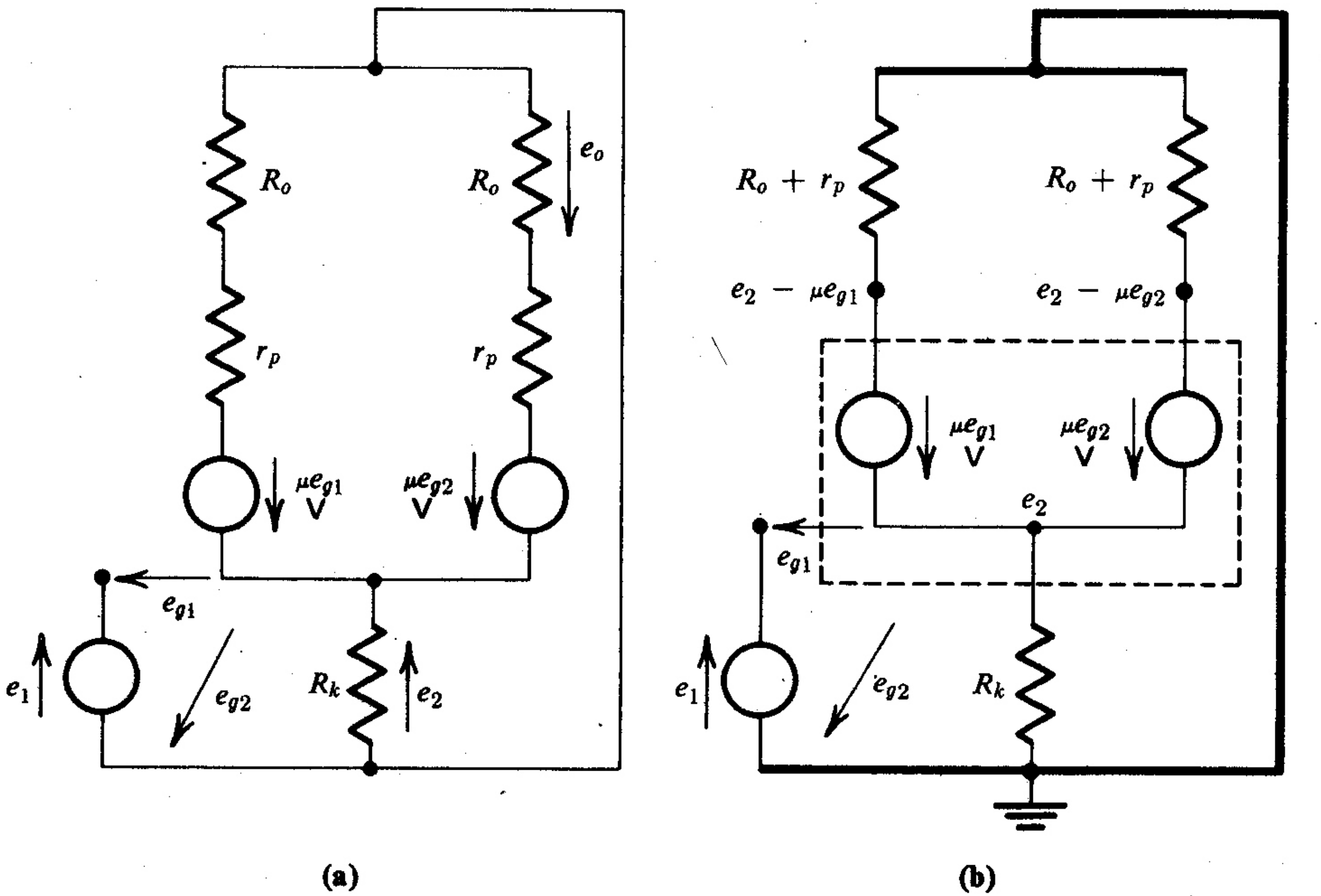
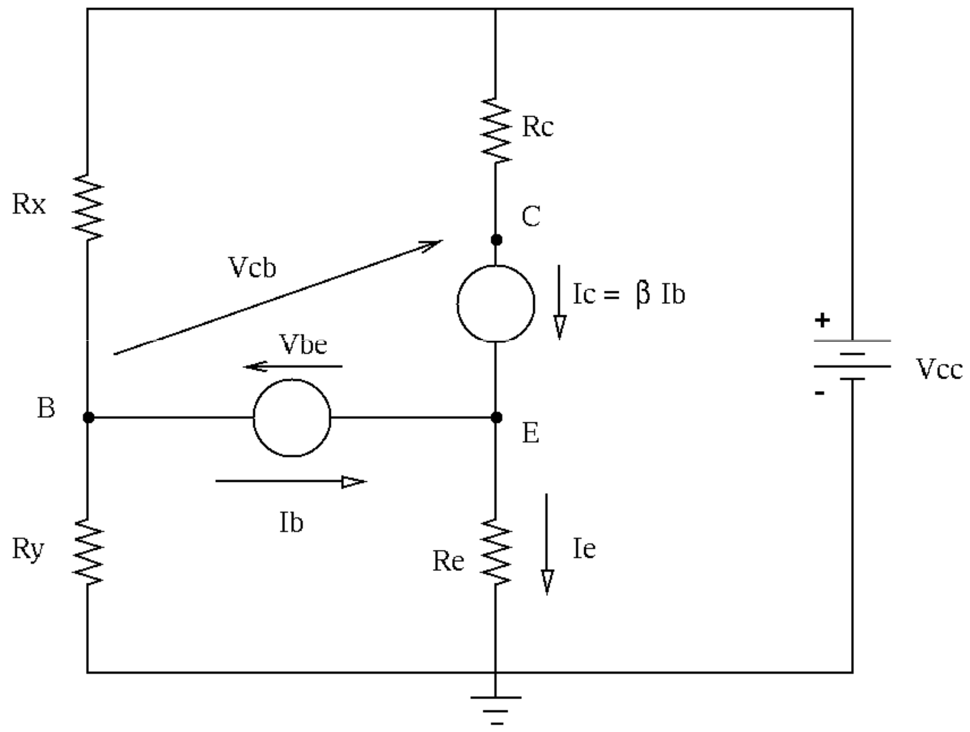


Fig. 2.5-6

Conceito de Supernó

Problemas Selecionados

- Fazer os todos os problemas que faltam no livro.
- Calcular V_{cb} e I_c, com R_x=20kΩ, R_y=80kΩ, R_c=0,82kΩ, R_e=0,20kΩ, V_{cc}=7,5V, V_{be}=0,6V e β=39.
- Usar o método das equações nodais.



Seção 2.6

Equações de Laços

Método das Equações de Laços

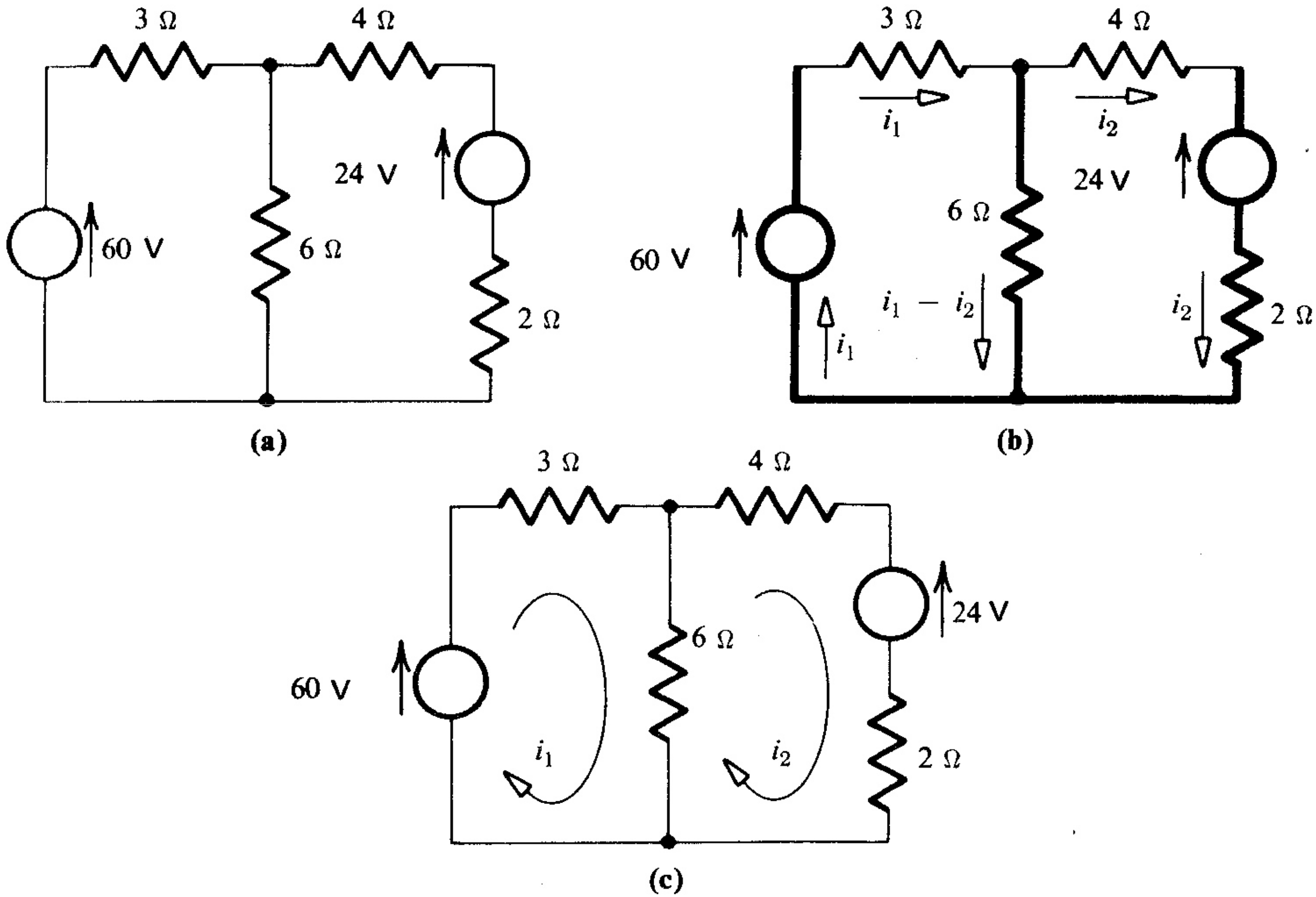
Correntes de ligação ou correntes de malha.

Selecionar L = B-N+1 correntes de laço LI.

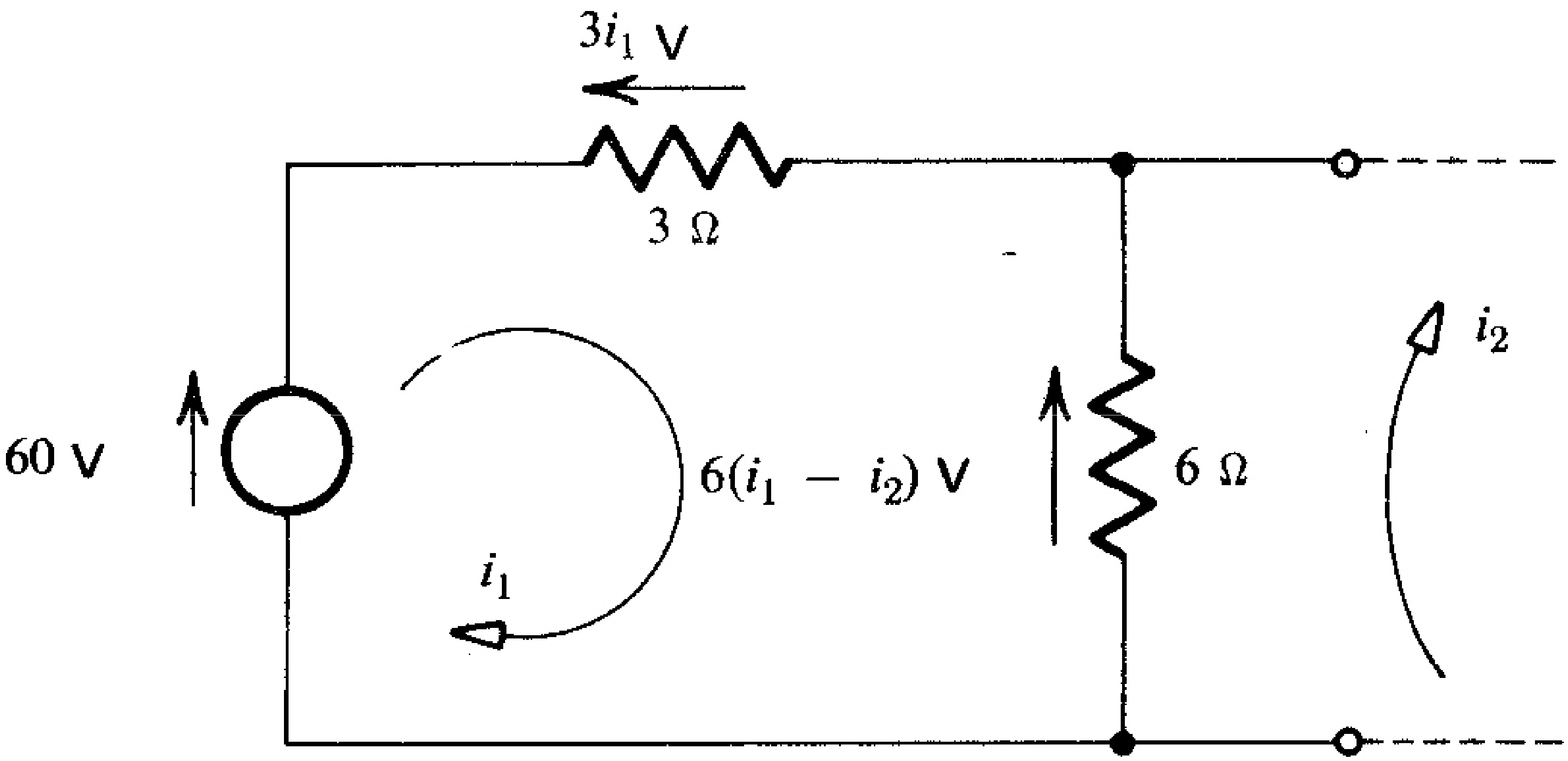
Obter L equações pela LKT associadas aos L laços, tendo por icógnitas às L correntes de laço, e resolver o sistema.

As outras correntes e tensões são funções das L correntes de laço.

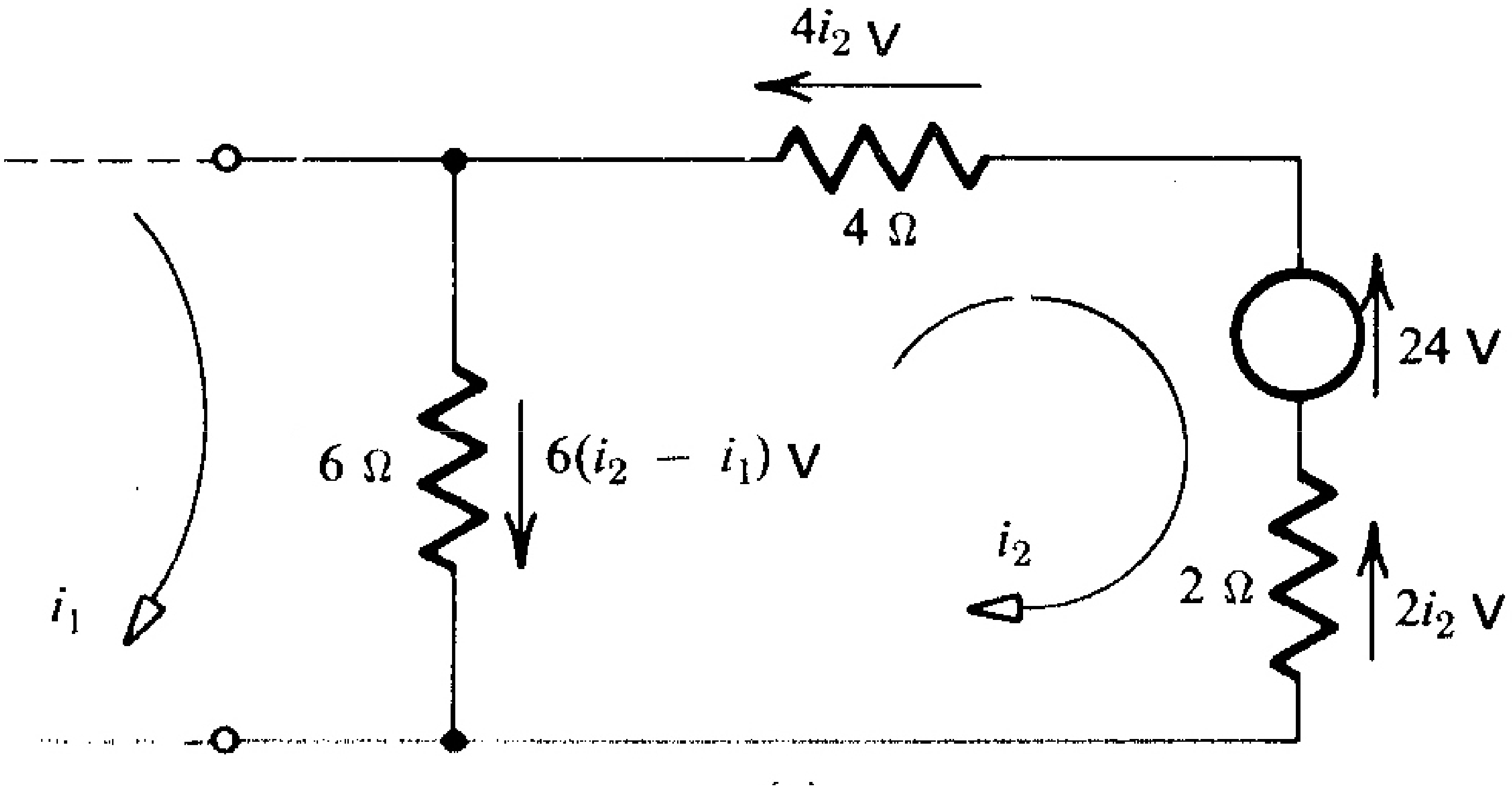
Exemplo 2.6.1


3 Ω
4 Ω
24 V
60 V
6 Ω
2 Ω
(a)
3 Ω
4 Ω
i_1
i_2
24 V
6 Ω
60 V
$i_1 - i_2$
i_2
2 Ω
i_1
(b)
3 Ω
4 Ω
24 V
6 Ω
60 V
i_1
i_2
2 Ω
(c)

Exemplo 2.6-1



Exemplo 2.6-1



Equações de Laços

- Num circuito que contém L laços/malhas e somente fontes independentes de tensão, as equações de laços têm a forma:

$$\begin{cases} R_{11}i_1 \pm R_{12}i_2 \pm \ldots \pm R_{1L}i_L = e_1 \\ \pm R_{21}i_1 + R_{22}i_2 \pm \ldots \pm R_{2L}i_L = e_2 \\ \ldots \\ \pm R_{L1}i_1 \pm R_{L2}i_2 \pm \ldots + R_{LL}i_L = e_L \end{cases}$$

- Onde
  - i_j : corrente de laço ($j = 1,2,\ldots,N-1$)
  - R_{jj} : soma das resistências no laço j
  - $R_{jk} = R_{kj}$: soma das resistências entre os laços k e j
    - Sinal + se as correntes de laço tiverem o mesmo sentido, e
    - Sinal – se as correntes de laço tiverem sentidos contrários.
  - e_j : soma algébrica das tensões de fontes no laço j
    - Sinal + se a fonte tende a produzir a corrente no laço j.

Forma Matricial

- Matriz das Resistências:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & \pm R_{12} & \ldots & \pm R_{1L} \\ \pm R_{21} & R_{22} & \ldots & \pm R_{2L} \\ & & \ldots & \\ \pm R_{L1} & \pm R_{L2} & \ldots & R_{LL} \end{pmatrix}$$

Simétrica e Inversível

- Forma matricial das Equações Nodais:

$$RI = E$$

- Onde
  - E : vetor-coluna das fontes de tensão nos laços.
  - I : vetor-coluna das correntes de laço.

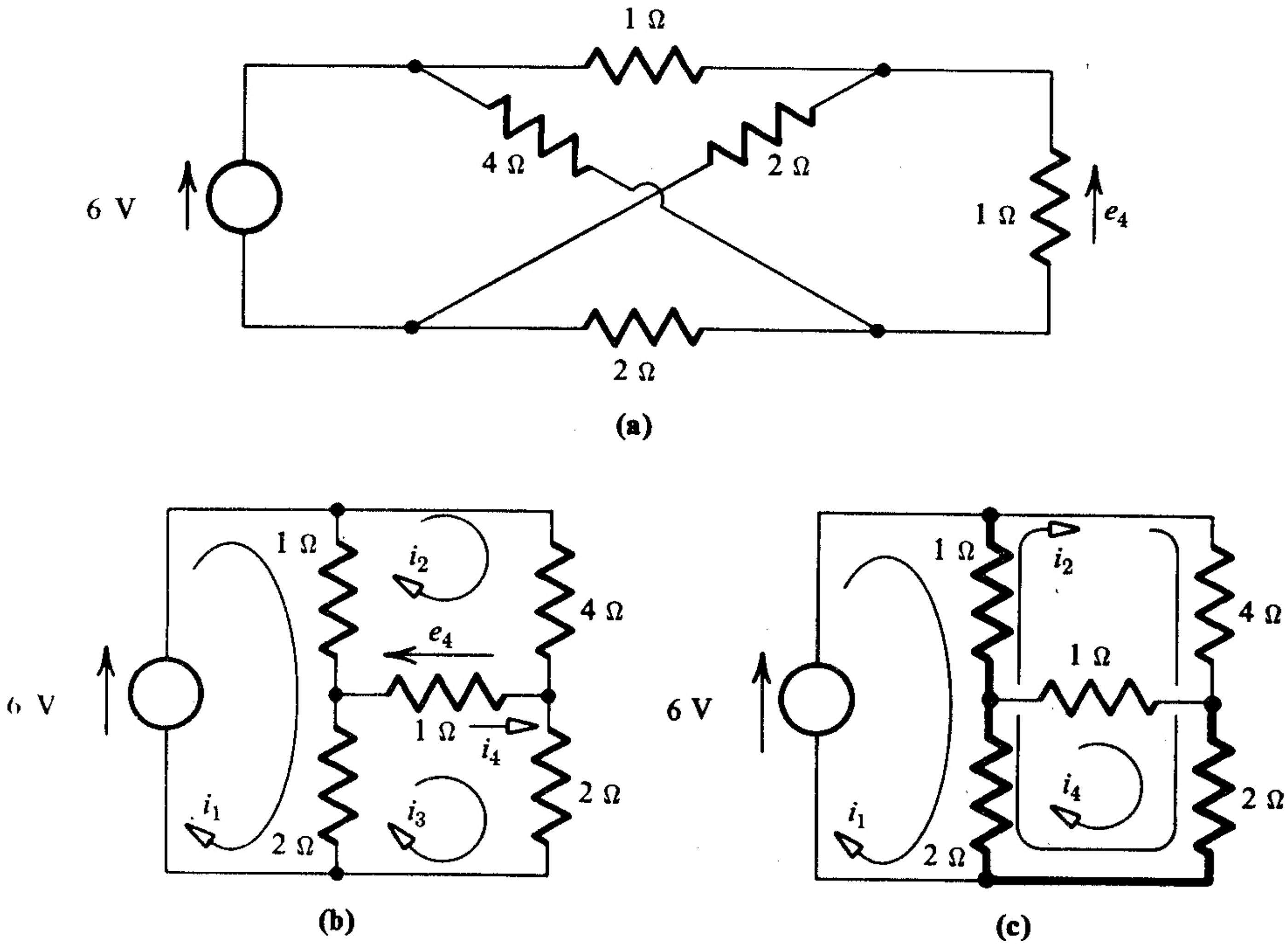
Método de Laços/Malhas

- Tudo OK com ramos contendo fontes de tensão independentes, pois suas correntes são icógnitas.

- É conveniente tratar cada elemento como um ramo separado e combinar resistências em paralelo em um único ramo.

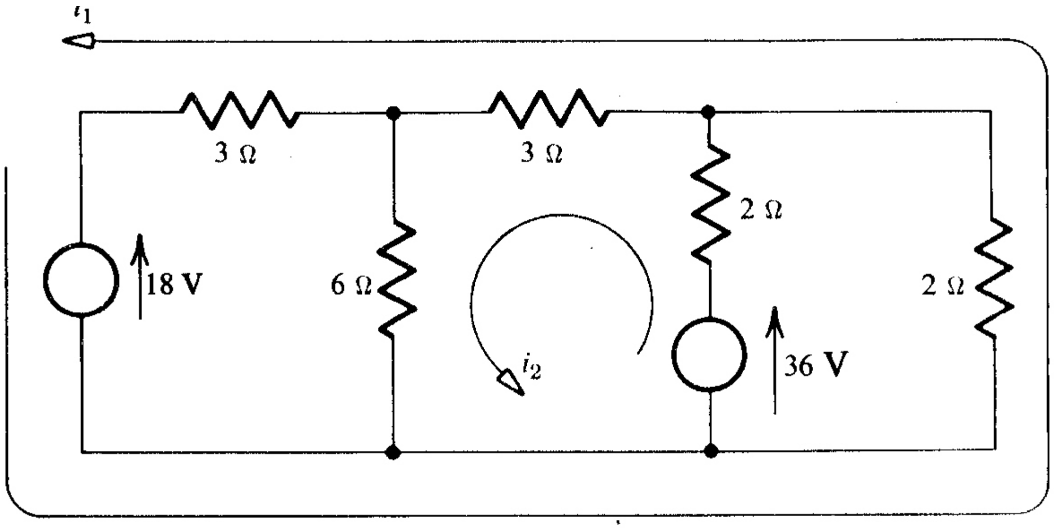
- Casos especiais
  - Ramos com fontes dependentes
  - Ramos com fontes de corrente independentes

Exemplo 2.6-2

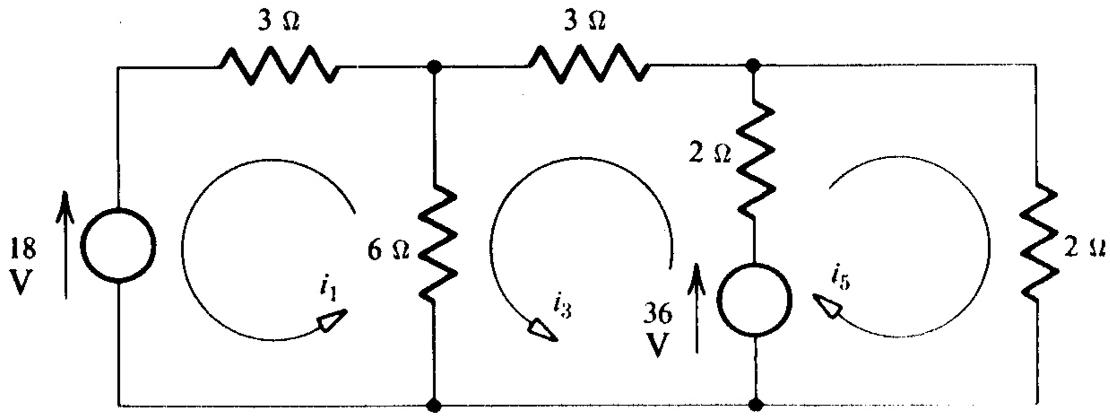


1 Ω
4 Ω
2 Ω
6 V
1 Ω
e_4
2 Ω
(a)
1 Ω
i_2
4 Ω
e_4
6 V
1 Ω
i_4
i_1
2 Ω
i_3
2 Ω
(b)
1 Ω
i_2
4 Ω
1 Ω
6 V
i_4
i_1
2 Ω
2 Ω
(c)

Escolha das correntes

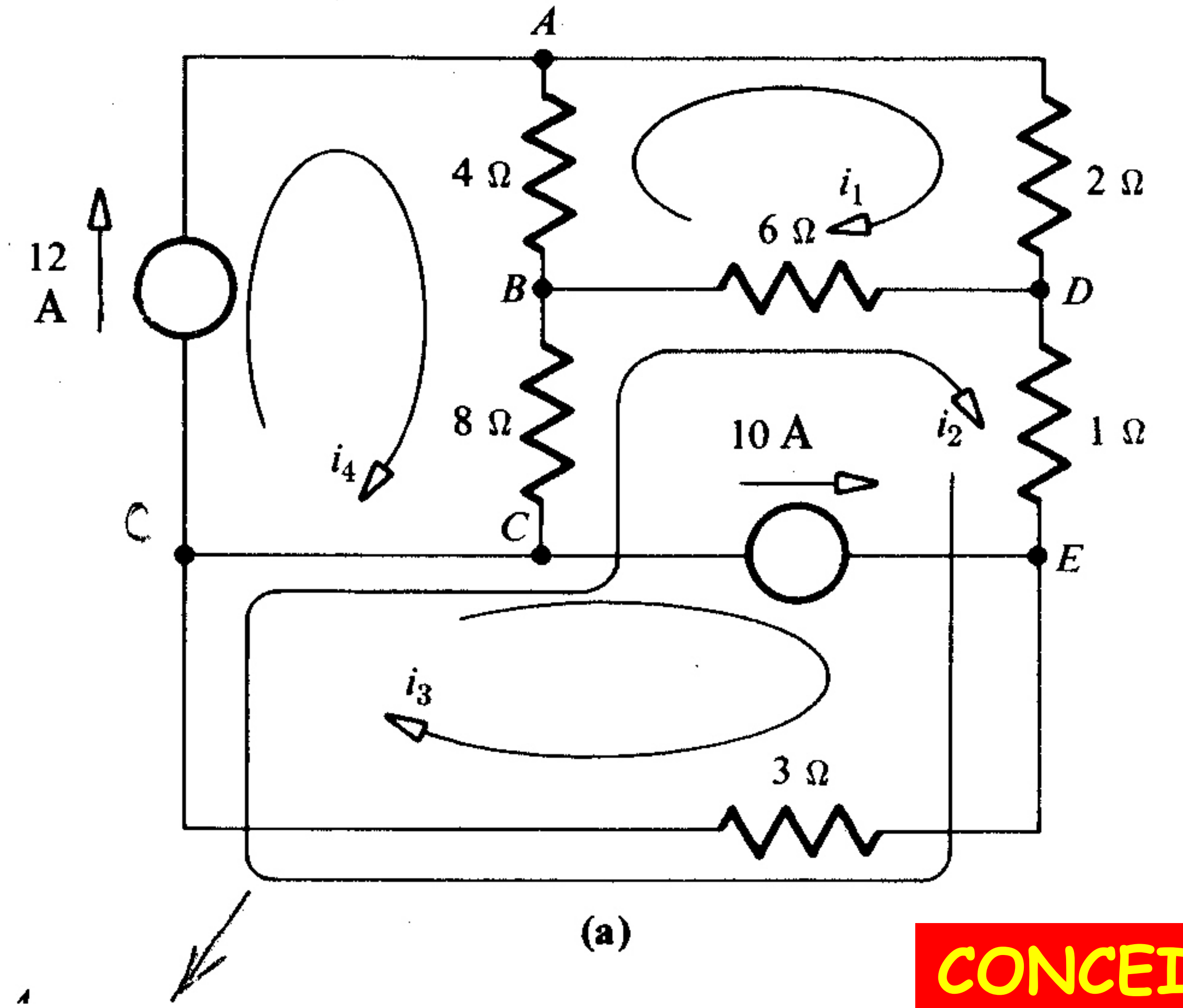


(a)



(b)

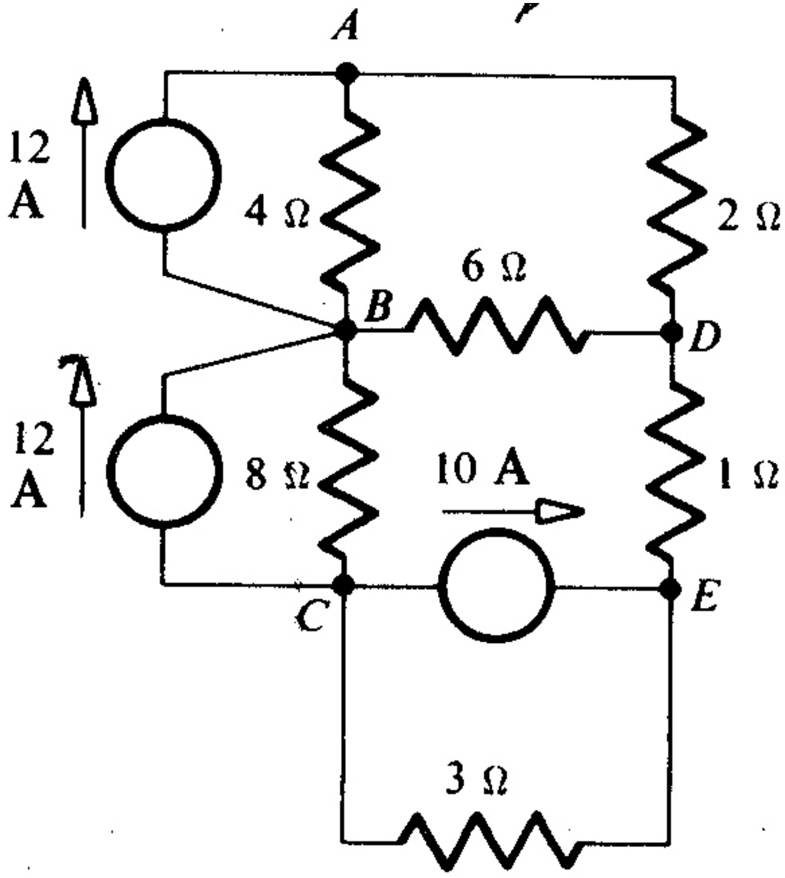
Exemplo 2.6-3



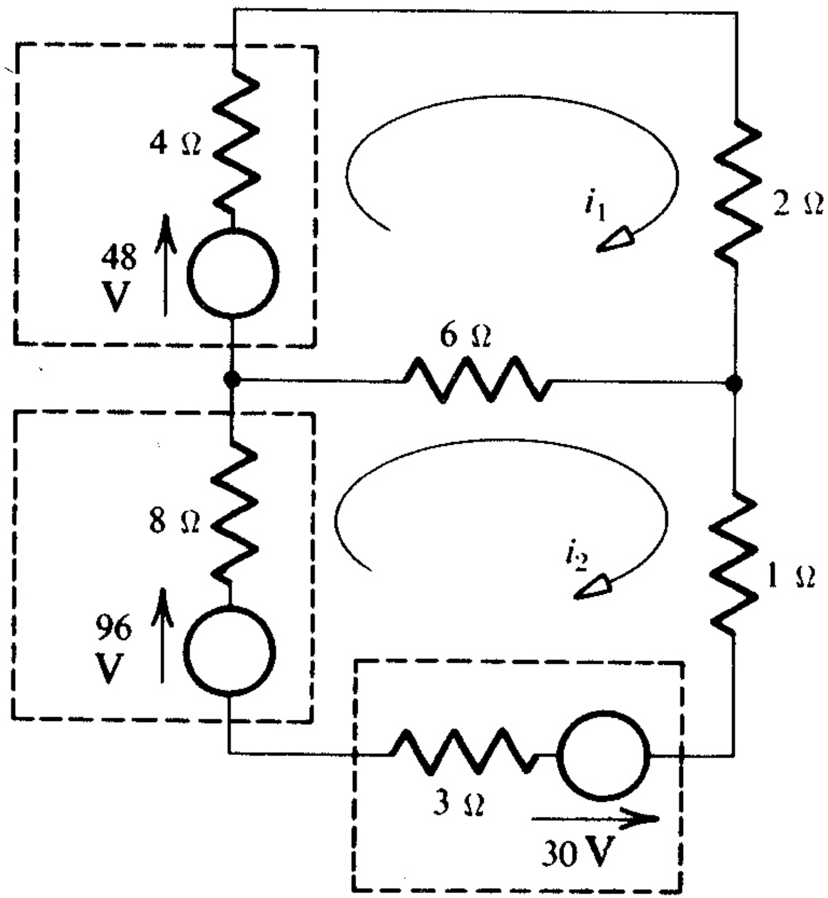
(a)

CONCEITO DE SUPERMALHA

Exemplo 2.6-3 – solução alternativa



(b)



(c)

Exemplo 2.6-4

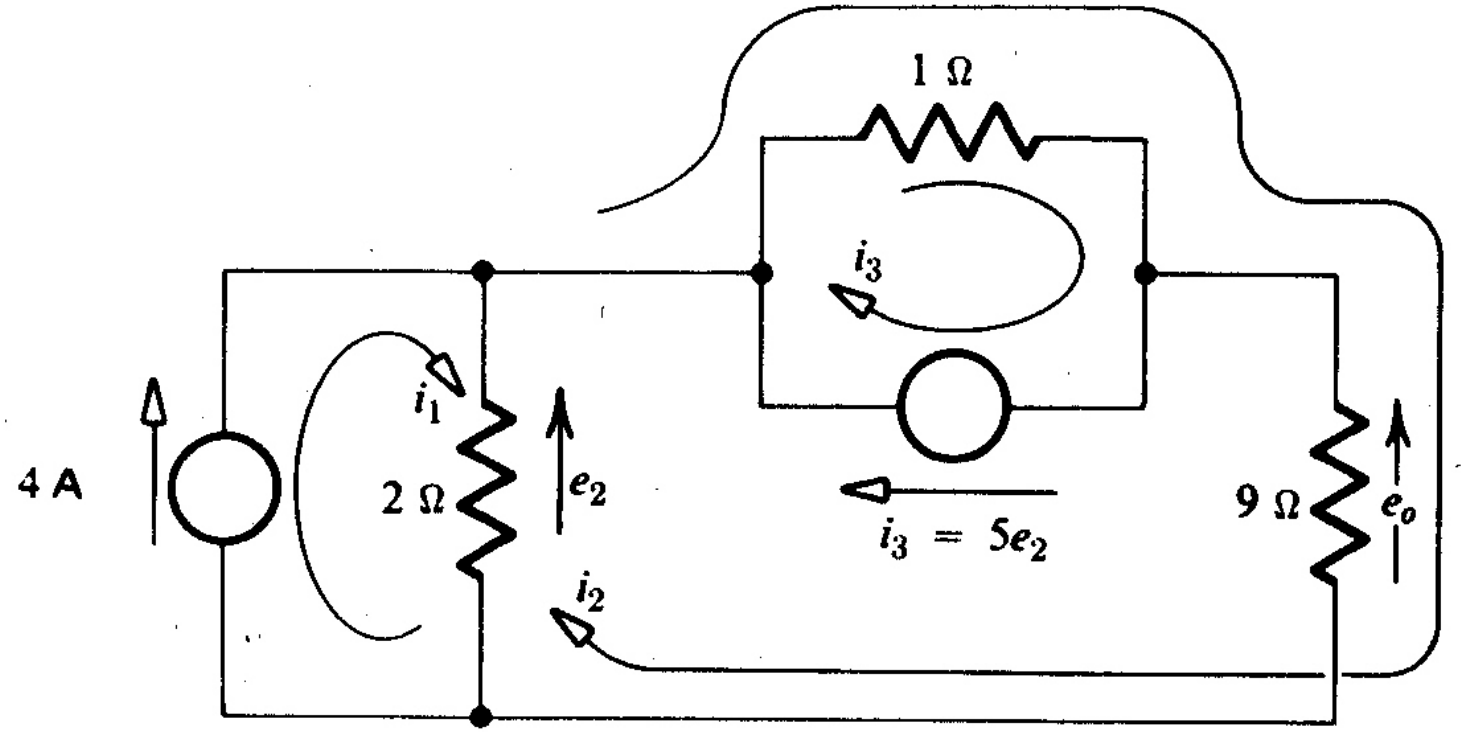


Fig. 2.6-5

Exemplo 2.6-5

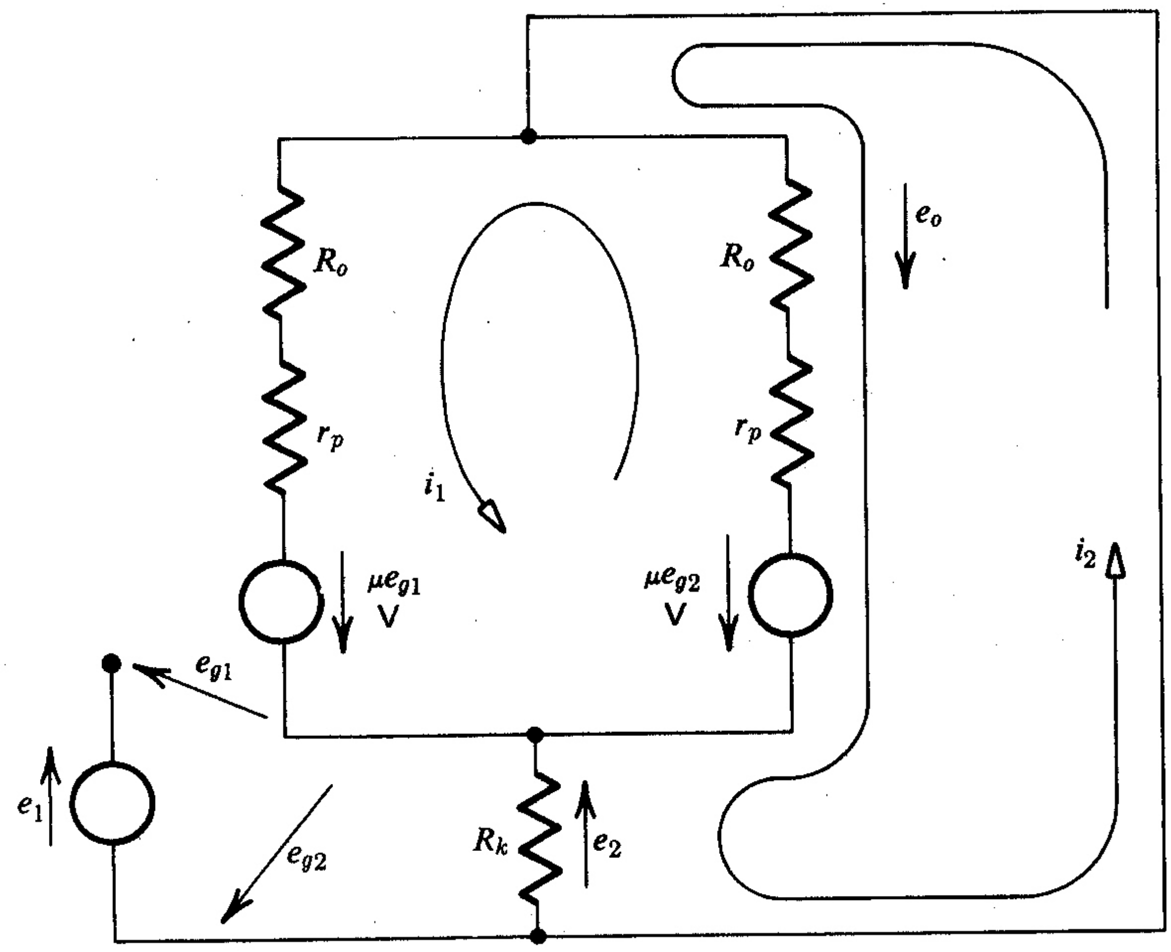
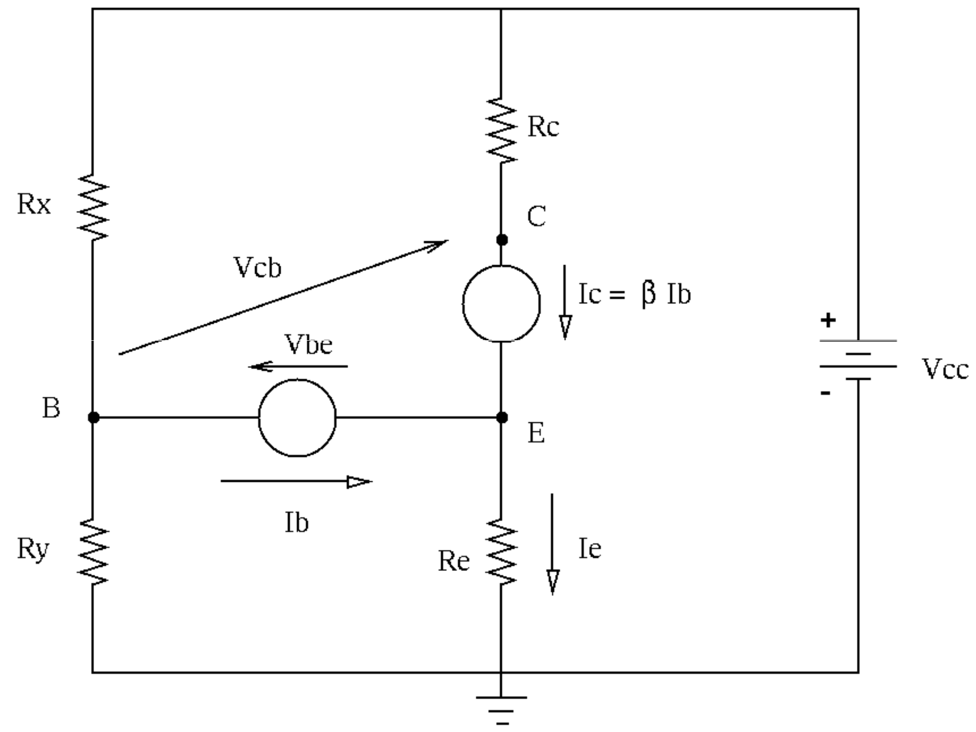


Fig. 2.6-6

Problemas Selecionados

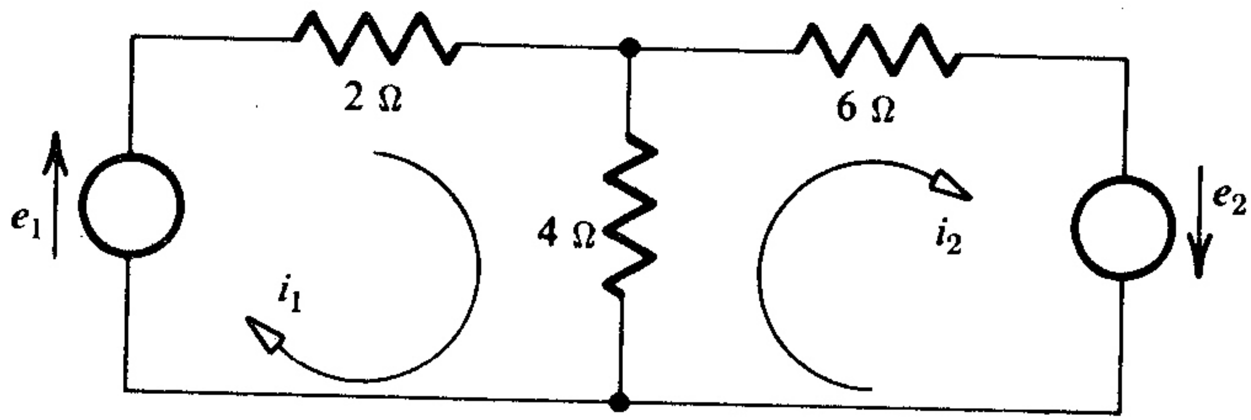
- Fazer os todos os problemas que faltam no livro.
- Calcular V_{cb} e I_c, com R_x=20kΩ, R_y=80kΩ, R_c=0,82kΩ, R_e=0,20kΩ, V_{cc}=7,5V, V_{be}=0,6V e β=39.
- Usar o método das correntes de laço.

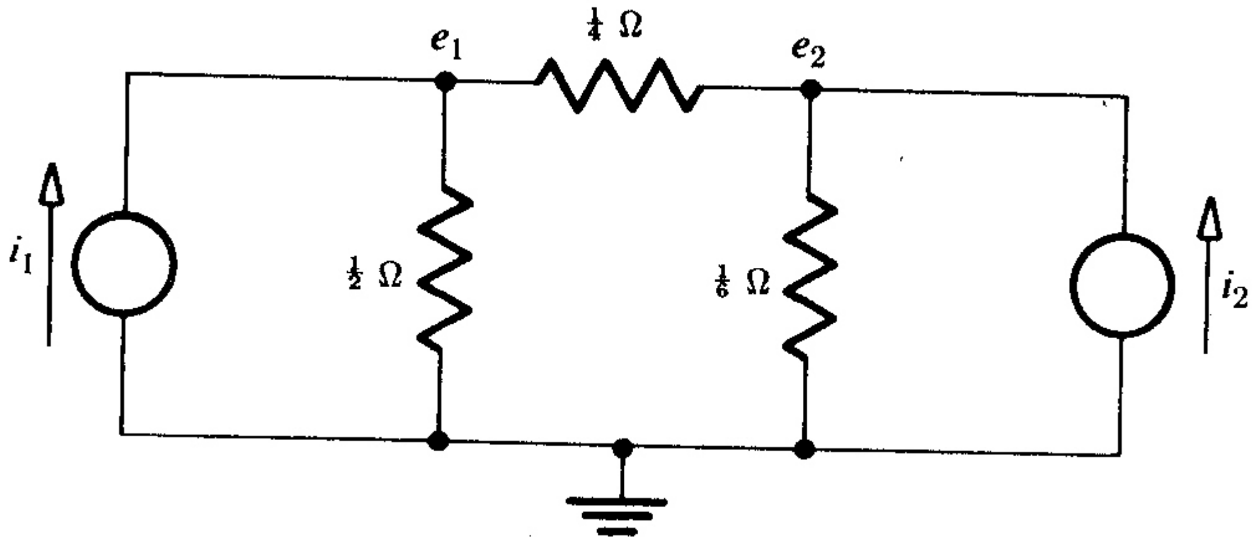


Seção 2.7

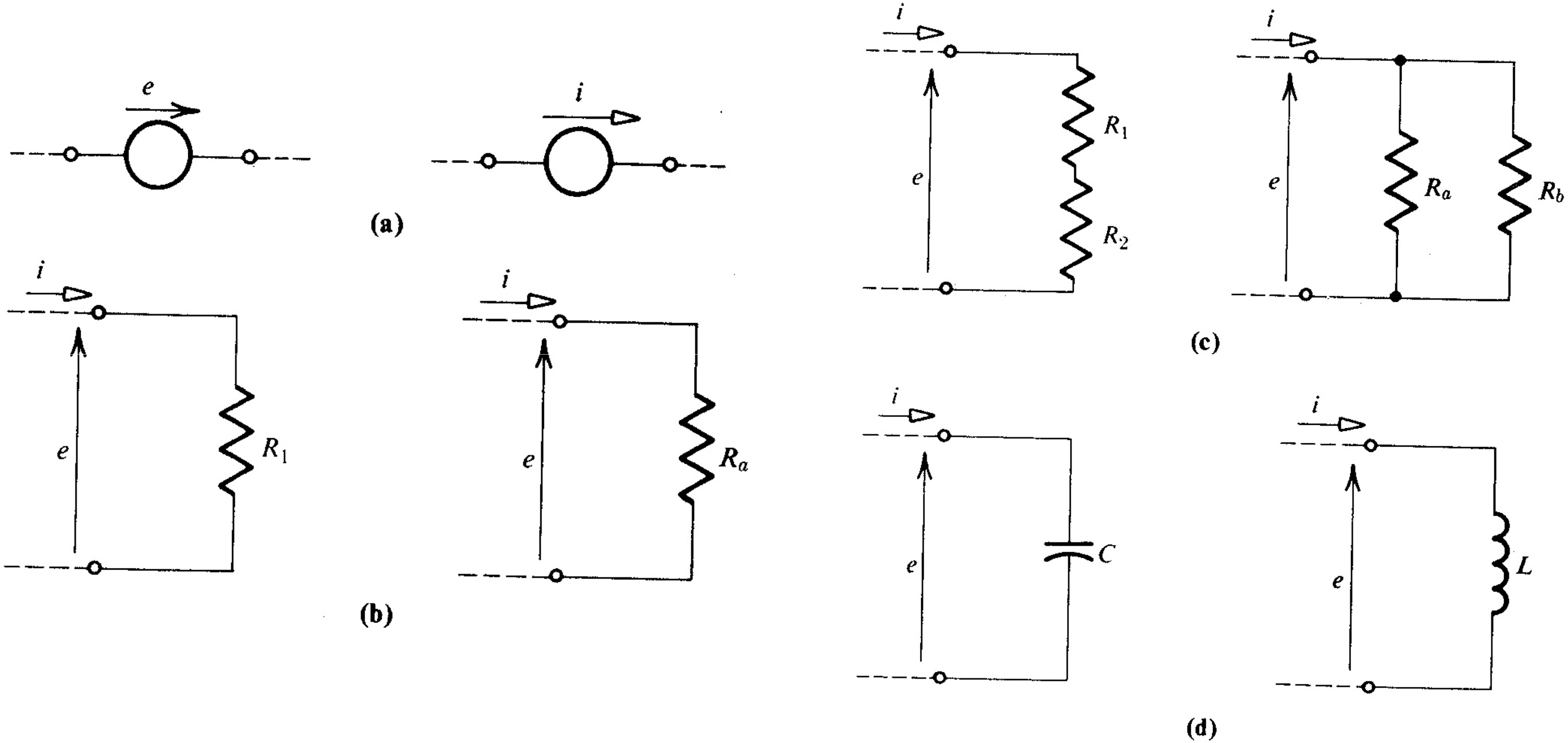
Duais

Duais





Duais



Duais

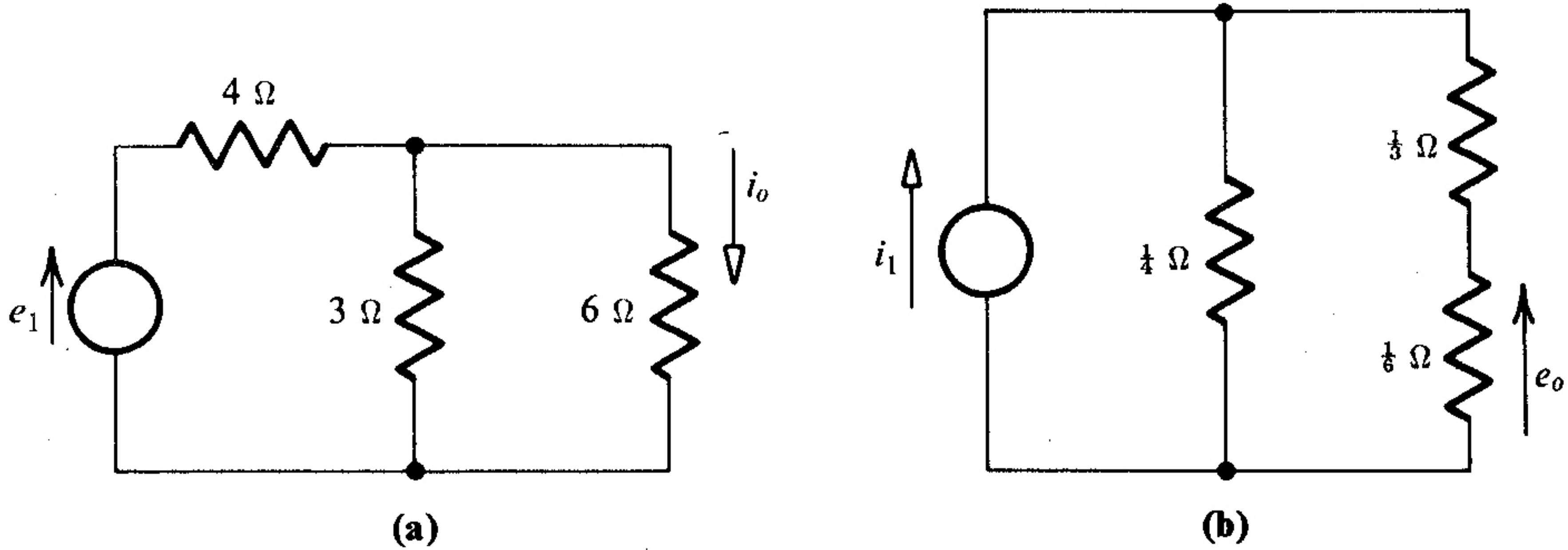


Fig. 2.7-3

Fim da Parte 2